

УДК 681.3

Метод анизотропной фильтрации текстур при синтезе изображений обратным трассированием

Гусятин В.М., Чаговец Я.В., Кожушко Д.Г.

Харьковский национальный университет радиозлектроники

dima@kture.kharkov.ua

Abstract

Gusyatyn V., Chagovets Y., Kozhushko D. The method of anisotropic texture filtering in the image synthesis tasks using ray tracing. The article considers the method of the anisotropic texture filtering operation for image synthesis using ray-tracing method. The essence of this approach is to implement filtering on the texture space, rather than on its projection on the screen. Suggested an approach to the construction of filters of zero and first degrees

Постановка проблемы

Одним из основных вопросов развития современной компьютерной графики является повышение реалистичности синтезируемых изображений. Выполнение этого требования очень важно при решении многих прикладных задач. Это системы визуализации для тренажеров транспортных средств, визуализация в научных исследованиях, медицинская и техническая диагностика, применение компьютерной графики при создании кинофильмов и др. [1,2]. Исследования ведущих специалистов в данной области показывают, что метод обратного трассирования (ray tracing) позволяет синтезировать изображения высокой реалистичности [1,2,3]. Однако, как и в прямом методе трассирования, существует проблема устранения явления алиасинга (aliasing), появление которого в процессе синтеза изображений резко снижает их реалистичность. В связи с этим разработка методов устранения алиасинга при синтезе изображений обратным трассированием является актуальной проблемой.

Анализ литературы

В работах [4,5] используются методы фильтрации текстур, которые не учитывают форму проекции пикселя на плоскость текстуры, что приводит к излишнему размытию изображения. В работах [6,7] используются методы, основанные на методе анизотропной фильтрации при котором используются дополнительные выборки, расположение которых зависит от положения наблюдателя относительно сцены. Такой метод в случае метода обратного трассирования неэффективен [2], так как требует дополнительно трассирования лучей. Целью статьи является изложение предложенного метода анизотропной фильтрации, учитывающего форму проекции пикселя на плоскость текстуры и не требующего дополнительного трассирования лучей.

Геометрические элементы задачи

Рассмотрим двумерный случай фильтрации текстуры при центропроективных преобразованиях. На рис.1 представлены геометрические элементы задачи.

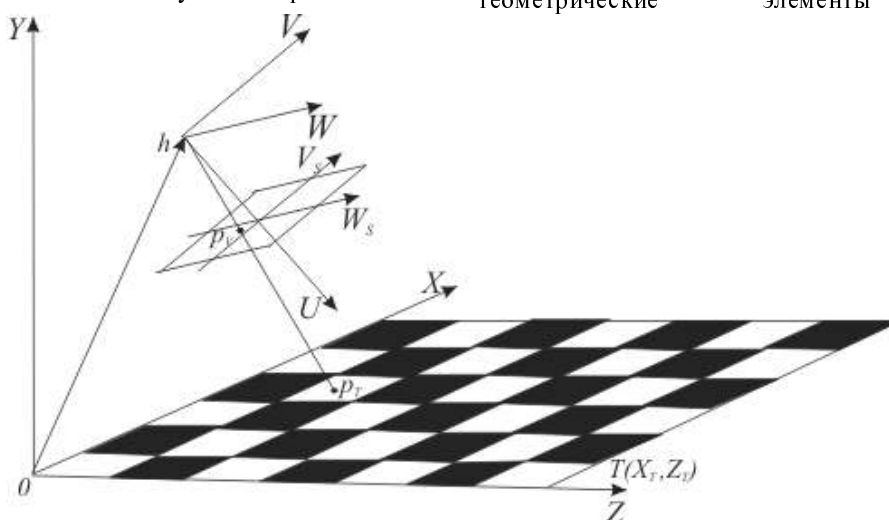


Рисунок 1 – Геометрические элементы задачи

Рассмотрим 3D сцену, которая состоит из плоскости, на которую нанесена текстура. Синтезируем проекцию такой сцены на плоскость экрана методом обратного трассирования (рис 1).

Плоскость текстуры задана в базовой системе координат (с/к) XYZ (g-с/к) на плоскости XZ. Текстура представлена функцией $T(X_T, Z_T)$, заданной на плоскости текстуры. Здесь $\{X_T, Z_T\}$ – текстурная координата. Задан наблюдатель (центр проекции точка h), с которым связана система координат UVW (v-с/к), точка h совпадает с началом этой с/к. $\vec{h} = \{x_h, y_h, z_h\}$ – радиус-вектор центра проекций h в g-с/к, задает положение центра проекций относительно g-с/к. Плоскость экрана задана в v-с/к вдоль осей координат $V_s W_s$ (s-с/к), параллельно плоскости, образованной осями координат VW на единичном расстоянии от нее, ρ – размер пикселя экрана в v-с/к. При этом каждой точке $\{Y_s, Z_s\}$ в s-с/к соответствует точка $\{1, \rho \cdot Y_s, \rho \cdot Z_s\}$ в v-с/к. Поворот v-с/к относительно g-с/к будем задавать с помощью принятых в авиации углов крена γ (поворот вокруг оси X), тангажа θ (поворот вокруг оси Z) и рыскания (курса) ψ (поворот вокруг оси Y) [1]. Из центра проекции h проведем луч через точку на плоскости экрана с координатами $\{Y_s, Z_s\}$ в s-с/к (где Y_s, Z_s – экранная координата) до пересечения с плоскостью текстуры в точке p_T с координатами $\{X_T, 0, Z_T\}$. Определим две функции, устанавливающие соответствие между двумя точками на этом луче:

$$X_T = f_T^X(Y_s, Z_s) = \frac{Y_s A_x + Z_s B_x + C_x}{Y_s D + Z_s E + F}, \quad (1)$$

$$Z_T = f_T^Z(Y_s, Z_s) = \frac{Y_s A_z + Z_s B_z + C_z}{Y_s D + Z_s E + F}$$

где:

$$A_x = \rho (x_h \cos(\gamma) \cos(\theta) - y_h \sin(\gamma) \sin(\psi) + y_h \cos(\gamma) \cos(\psi) \sin(\theta));$$

$$B_x = -\rho (x_h \cos(\theta) \sin(\gamma) + y_h \cos(\gamma) \sin(\psi) + y_h \cos(\psi) \sin(\gamma) \sin(\theta));$$

$$C_x = -y_h \cos(\psi) \cos(\theta) + x_h \sin(\psi);$$

$$A_z = \rho (z_h \cos(\gamma) \cos(\theta) - y_h \cos(\psi) \sin(\gamma) - y_h \cos(\gamma) \cos(\psi) \sin(\theta));$$

$$B_z = -\rho (y_h \cos(\gamma) \cos(\psi) + z_h \cos(\theta) \sin(\gamma) - y_h \sin(\gamma) \sin(\psi) \sin(\theta));$$

$$C_z = y_h \cos(\theta) \sin(\psi) + z_h \sin(\theta);$$

$$D = \rho \cos(\gamma) \cos(\theta); E = -\rho \cos(\theta) \sin(\gamma);$$

$$F = \sin(\theta)$$

$$Y_s = f_s^Y(X_T, Z_T) = \frac{X_T a_y + Z_T b_y + c_y}{X_T d + Z_T e + f}, \quad (2)$$

$$Z_s = f_s^Z(X_T, Z_T) = \frac{X_T a_z + Z_T b_z + c_z}{X_T d + Z_T e + f}$$

где: $a_y = C_z E - B_z F; b_y = -C_x E + B_x F;$

$c_y = B_z C_x - B_x C_z; a_z = -C_z D + A_z F;$

$b_z = C_x D - A_x F; c_z = -A_z C_x + A_x C_z;$

$d = B_z D - A_z E; e = -B_x D + A_x E; f = A_z B_x - A_x B_z.$

Метод анизотропной фильтрации в плоскости текстуры

Требуется отобразить функцию $T(X_T, Z_T)$ на дискретно заданной плоскости экрана. Полагаем, что имеется некоторая функция $S(Y_s, Z_s)$, которая является проекцией функции текстуры $T(X_T, Z_T)$ на непрерывную плоскость экрана в s-с/к. Для этой функции справедливы соотношения:

$$S(Y_s, Z_s) = T(f_T^X(Y_s, Z_s), f_T^Z(Y_s, Z_s)),$$

$$T(X_T, Z_T) = S(f_s^Y(X_T, Z_T), f_s^Z(X_T, Z_T)), \quad (3)$$

Пусть эта же функция $S(Y_s, Z_s)$ отображается на дискретно заданную плоскость экрана.

Известно [2,8,9,10], что при дискретизации часть информации может быть потеряна, если в спектре функции содержатся частоты, превышающие половину частоты дискретизации. Потеря информации приводит к появлению на изображении артефактов (aliasing) [2,5,6,7].

Обычно [2] с целью исключения из спектра функции $S(Y_s, Z_s)$ частот, превышающих половину частоты дискретизации, применяют к данному сигналу линейную фильтрацию (свертку $S(Y_s, Z_s)$ с ядром фильтра H):

$$R(Y_s, Z_s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S(y_s, z_s) H(Y_s - y_s, Z_s - z_s) dy_s dz_s, \quad (4)$$

где: $R(Y_s, Z_s)$ – функция, полученная в результате свертки; H – ядро фильтра; y_s, z_s – переменные интегрирования в плоскости экрана.

В качестве ядра фильтра предлагается использовать базисную функцию однородного двумерного B-сплайна, построенного в плоскости экрана.

В литературе [1,3,4] известны два метода получения проекции функции $T(X_T, Z_T)$ на плоскость экрана: метод обратного и прямого трассирования лучей. При этом метод обратного трассирования лучей является наиболее перспективным методом получения проекций сцены на плоскость экрана [3].

Формула свертки (4) производит

фільтрацію сигнала $S(Y_s, Z_s)$ на плоскості екрана, и ее целесообразно применять в случае, когда получение функции $S(Y_s, Z_s)$ осуществляется прямым методом трассирования лучей. Получение функции $S(Y_s, Z_s)$ в случае применения метода обратного трассирования лучей представляет собой нетривиальную задачу. В данной статье предлагается произвести замену переменной интегрирования в (4) и

$$R(Y_s, Z_s) = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} S(y_s, z_s) H(Y_s - y_s, Z_s - z_s) dy_s dz_s \Big|_{\substack{y_s \equiv f_s^Y(x_T, z_T) \\ z_s \equiv f_s^Z(x_T, z_T)}} = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} S(f_s^Y(x_T, z_T), f_s^Z(x_T, z_T)) H(Y_s - f_s^Y(x_T, z_T), Z_s - f_s^Z(x_T, z_T)) |J(x_T, z_T)| dx_T dz_T, \quad (5)$$

$$\text{где: } J(x_T, z_T) = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_s^Y(x_T, z_T)}{\partial x_T} & \frac{\partial f_s^Y(x_T, z_T)}{\partial z_T} \\ \frac{\partial f_s^Z(x_T, z_T)}{\partial x_T} & \frac{\partial f_s^Z(x_T, z_T)}{\partial z_T} \end{vmatrix} = \frac{f \cdot (a_x b_z - a_z b_x) - d \cdot (b_z c_x - b_x c_z) + e \cdot (a_z c_x - a_x c_z)}{(f + x_T d + z_T e)^3}.$$

Окончательно, согласно (3):

$$R(Y_s, Z_s) = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} T(x_T, z_T) H(Y_s - f_s^Y(x_T, z_T), Z_s - f_s^Z(x_T, z_T)) |J(x_T, z_T)| dx_T dz_T. \quad (6)$$

Выражение (6) представляет собой аналог свертки функции $S(Y_s, Z_s)$ в плоскости экрана, вычисленной в плоскости текстуры, с ядром фильтра H . При этом модуль якобиана $|J(x_T, z_T)|$ учитывает положение системы отображения относительно г-с/к.

Обозначим:

$$G(x_T, z_T, Y_s, Z_s) = H(Y_s - f_s^Y(x_T, z_T), Z_s - f_s^Z(x_T, z_T)) |J(x_T, z_T)|, \quad (7)$$

где G – проекция H на плоскость текстуры; Y_s, Z_s – задают смещение ядра фильтра в экране.

Тогда (6) принимает вид:

$$R(Y_s, Z_s) = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} T(x_T, z_T) G(x_T, z_T, Y_s, Z_s) dx_T dz_T, \quad (8)$$

Предлагается исключить из подынтегрального выражения (6) $|J(x_T, z_T)|$. Для этого аппроксимируем функцию $G(x_T, z_T, Y_s, Z_s)$ базисной функцией неоднородного двумерного В-сплайна H^{Y_s, Z_s} , построенной на плоскости текстуры.

При этом $R(Y_s, Z_s)$ предлагается вычислять приближенно по формуле:

$$R(Y_s, Z_s) \approx R^* = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} T(x_T, z_T) H^{Y_s, Z_s}(x_T, z_T) dx_T dz_T, \quad (9)$$

Предлагается рассмотреть следующие два вида функции фильтра H : «ступенька» и «крышка».

Базисная функция «ступенька»

$$H_B(s, t) = h_B(s) \cdot h_B(t), \quad (10)$$

произвести свертку, эквивалентную (4), в плоскости текстуры.

Переменные y_s, z_s в (4) определяются согласно (2) как $y_s \equiv f_s^Y(x_T, z_T)$, $z_s \equiv f_s^Z(x_T, z_T)$, где x_T, z_T – переменные интегрирования в плоскости текстуры. Произведем замену переменной интегрирования в двойном интеграле (4):

$$\text{где: } h_B(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } t \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \\ 0, & \text{при } t \notin [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \end{cases}.$$

В качестве функции, аппроксимирующей проекцию H_B на плоскость текстуры, предлагается выбрать такую функцию:

$$H_B^{Y_s, Z_s}(s, t) = K_B \begin{cases} 1, & \text{если } \text{sgn}(f_{vp}(p_i, p_{i+1})) = 1 \\ \forall i = \overline{1, 4} \\ 0, & \text{если } \text{sgn}(f_{vp}(p_i, p_{i+1})) \neq 1 \\ \exists i = \overline{1, 4} \end{cases}$$

где: $f_{vp}(a, b) = \{0, 1, 0\} \cdot ((q - a) \times (b - a))$ – смешанное произведение ($q = \{s, t\}$),

p_1, p_2, p_3, p_4 – проекции вершин пикселя на плоскость текстуры, взятые в таком порядке, что при обходе от p_i до p_{i+1} проекция пикселя остается справа. Примем $p_5 = p_1$.

Найдем такой K_B , при котором выполняется условие:

$$\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} H_B^{Y_s, Z_s}(x_T, z_T) dx_T dz_T = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} G_B(x_T, z_T, Y_s, Z_s) dx_T dz_T, \quad (11)$$

где: G_B – вариант функции (7) при $H = H_B$

Вычислим правую часть (11):

$$\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} G_B(x_T, z_T, Y_s, Z_s) dx_T dz_T = \iint_Q |J(x_T, z_T)| dx_T dz_T = 1$$

где: Q – область интегрирования, образованная четырехугольником $p_1 p_2 p_3 p_4$.

Преобразуем левую часть (11):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H_B^{Y_s, Z_s}(x_T, z_T) dx_T dz_T = K_B \iint_Q dx_T dz_T = K_B S_Q$$

где: S_Q – площадь проекции пикселя на плоскость текстуры (площадь четырехугольника $p_1 p_2 p_3 p_4$).

С учетом преобразований имеем $K_B S_Q = 1$, следовательно:

$$K_B = 1/S_Q, \quad (12)$$

Базисная функция «крышка»

$$H_T(s, t) = \begin{cases} h_T(s, t), & \text{если } h_T(s, t) \geq 0 \\ 0, & \text{если } h_T(s, t) < 0 \end{cases}, \quad (13)$$

$$\text{где: } h_T(s, t) = \begin{cases} 1-t, & \text{если } s \geq 0, t \geq 0, t \geq s \\ 1-s, & \text{если } s \geq 0, t \geq 0, t < s \\ 1-s+t, & \text{если } s \geq 0, t < 0 \\ 1+t, & \text{если } s < 0, t < 0, t < s \\ 1+s, & \text{если } s < 0, t < 0, t \geq s \\ 1+s-t, & \text{если } s < 0, t \geq 0 \end{cases}.$$

В качестве функции, аппроксимирующей проекцию H_T на плоскости текстуры, предлагается выбрать такую функцию:

$$H_T^{Y_s, Z_s}(s, t) = K_T \begin{cases} \text{plane}_{1,2}(s, t), & \text{если } f_{1,2} = 1 \\ \text{plane}_{2,3}(s, t), & \text{если } f_{2,3} = 1 \\ \text{plane}_{3,4}(s, t), & \text{если } f_{3,4} = 1 \\ \text{plane}_{4,5}(s, t), & \text{если } f_{4,5} = 1 \\ \text{plane}_{5,6}(s, t), & \text{если } f_{5,6} = 1 \\ \text{plane}_{6,1}(s, t), & \text{если } f_{6,1} = 1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}, \quad (14)$$

где: $\text{plane}_{i,j}(s, t) = D_{i,j} \cdot (s \cdot A_{i,j} + t \cdot B_{i,j} + C_{i,j})$,

$$A_{i,j} = z_i - z_j, B_{i,j} = x_j - x_i, C_{i,j} = x_i z_j - x_j z_i,$$

$$D_{i,j} = \frac{1}{x_j z_o - x_j z_i + z_i x_o + x_i z_j - z_j x_o - x_i z_o},$$

x_i, z_i – координаты точки p_i ,

x_j, z_j – координаты точки p_j ,

$$f_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{если } \text{sgn}(f_{vp}(p_i, p_j)) = \text{sgn}(f_{vp}(p_j, p_o)) \wedge \\ & \wedge \text{sgn}(f_{vp}(p_i, p_j)) = \text{sgn}(f_{vp}(p_o, p_i)) \\ 0, & \text{если } \text{sgn}(f_{vp}(p_i, p_j)) \neq \text{sgn}(f_{vp}(p_j, p_o)) \vee \\ & \vee \text{sgn}(f_{vp}(p_i, p_j)) \neq \text{sgn}(f_{vp}(p_o, p_i)) \end{cases}$$

$p_i, i = \overline{0..6}$ – проекции вершин четырех соседних пикселей на плоскость текстуры (рис. 2).

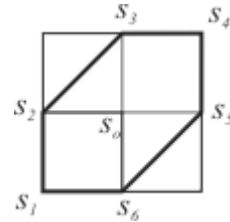


Рисунок 2 – Соответствие вершин пикселей их проекциям $p_i, i = \overline{0..6}$ на плоскость текстуры

Найдем такой K_T , при котором выполняется условие:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H_T^{Y_s, Z_s}(x_T, z_T) dx_T dz_T = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_T(x_T, z_T, y_s, z_s) dx_T dz_T, \quad (15)$$

Вычислим правую часть (15):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_T(x_T, z_T, y_s, z_s) dx_T dz_T = \iint_D G_T(x_T, z_T, y_s, z_s) dx_T dz_T = 1$$

где: D – область интегрирования, образованная шестиугольником $p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 p_6$.

Преобразуем левую часть (15):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H_T^{Y_s, Z_s}(x_T, z_T) dx_T dz_T = \iint_D H_T^{Y_s, Z_s}(x_T, z_T) dx_T dz_T = \frac{K_T S_D}{3}$$

где: S_D – площадь шестиугольника $p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 p_6$.

С учетом преобразований имеем $\frac{K_T S_D}{3} = 1$, следовательно:

$$K_T = 3/S_D, \quad (16)$$

Результаты моделирования

Для проверки корректности предложенного подхода к фильтрации выполнено моделирование.

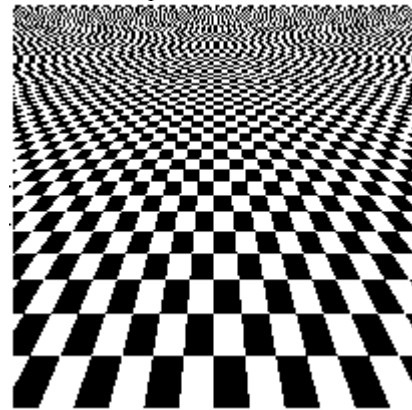


Рисунок 3 – Проекция $S(Y_s, Z_s)$ функции $T(X_T, Z_T)$, отображенная на плоскость экрана без предварительной фильтрации

В качестве тестовой функции (текстуры) для оценки качества фильтрации общепринято [3] выбирать $T(X_T, Z_T) = (\lfloor X_T \rfloor \bmod 2, \lfloor Z_T \rfloor \bmod 2)$ – “шахматная доска”.

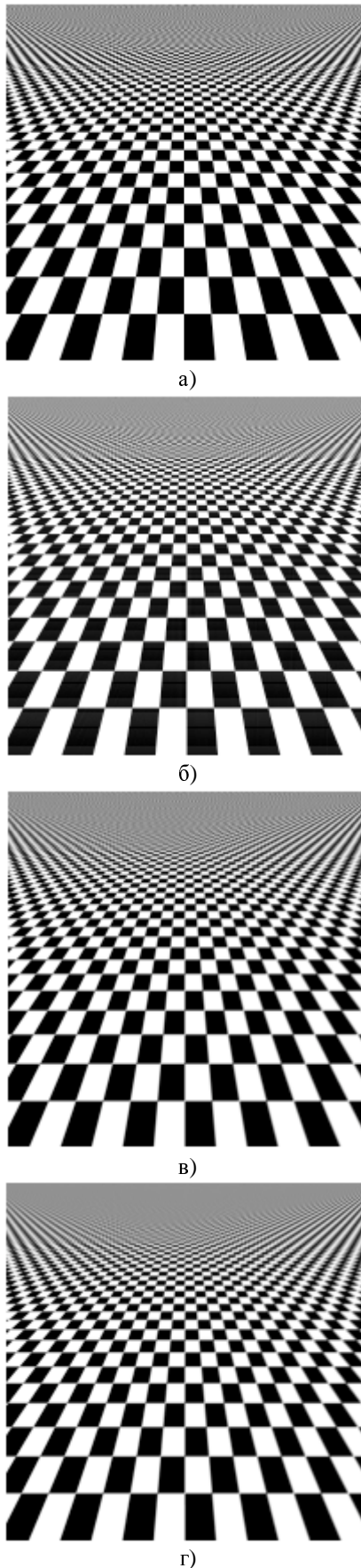


Рисунок 4 – Сигнал, отфильтрованный в плоскости экрана (а,в) и в плоскости текстуры (б,г).

На рис. 3 показана проекция $S(Y_s, Z_s)$ функции $T(X_T, Z_T)$, отображенная на плоскость экрана без предварительной фильтрации. Алиасинг в данном случае проявляется в виде интерференционных полос и выбросов белого и черного цвета в области, где частота сигнала $S(Y_s, Z_s)$ превышает половину частоты дискретизации. На рис. 4 а,в приведены результаты фильтрации $S(Y_s, Z_s)$ согласно (4) фильтрами «ступенька» и «крышка», построенными на плоскости экрана. На рис. 4 б,г приведены результаты фильтрации $T(X_T, Z_T)$ согласно (9) аналогами фильтров «ступенька» и «крышка», построенными на плоскости текстуры. Результаты моделирования, представленные на рис. 4, показали, что выполнение фильтрации предложенным методом в плоскости текстуры позволяет устранять эффект алиасинга так же качественно, как в случае фильтрации в плоскости экрана.

Выводы

В статье предложен метод анизотропной фильтрации текстур для синтеза изображения методом обратного трассирования лучей. Данный метод фильтрации позволяет устранить алиасинг при нанесении текстур и при этом не требует дополнительно трассируемых лучей за счет того, что фильтрация выполняется в плоскости текстуры. Результаты моделирования подтвердили эффективность фильтрации текстур с помощью предложенного метода устранения алиасинга. В качестве направления дальнейших исследований можно выделить увеличение производительности предложенного метода фильтрации текстур.

Литература

1. Гусятин В.М. Алгоритм геометрических преобразований изображения в системах визуализации тренажеров транспортных средств //Авиационно-космическая техника и технология. Труды ХАИ им. Н.Е. Жуковского за 1997, с.467-471.
2. Foley J.D., van Dam A., Feiner S.K., Hughes J.F. Computer Graphics (principles and practice) by Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 1996, 1175 p.
3. Никулин Е. А. Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики. – СПб.: БВХ–Петербург, 2003. – 560 с.
4. Christopher C. Tanner, Christopher J. Migdal, and Michael T. Jones. The clipmap: A virtual mipmap. In SIGGRAPH 98 Conference Proceedings, pages 151.158, July 1998
5. Samet H. The quadtree and related hierarchical data structures // ACM. Computing Surveys. –

1984.– Vol. 16. – P. 187-260.

6. Crow, F.C., "Summed-Area Tables for Texture Mapping", SIGGRAPH 84, 207-212.

7. Marc Olano, Shrijeet Mukherjee and Angus Dorbie, "Vertex-based Anisotropic Texturing" Proceedings of Graphics Hardware 2001: the 16th ACM/Eurographics Symposium on Graphics Hardware (Los Angeles, CA, August 12-13, 2001). pp. 95–98

8. Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н. Цифровая обработка сигналов – М.: Радио и связь, 1990.–256 с.

9. Гусятин В.М., Чаговец Я.В., Кожушко Д.Г.

Устранение алиасинга при нанесении текстуры на 3D объекты в методе обратного трассирования// Вісник НТУ "ХПІ" "Інформатика і моделювання". – 2007. –С.36-43

10. Гусятин В.М., Чаговец Я.В., Кожушко Д.Г. Метод нанесения векторных и растровых текстур при синтезе изображения обратным трассированием лучей // Проблеми інформатики і моделювання. Матеріали п'ятої міжнародної н-т конференції. Х.: НТУ "ХПІ". – 2007. – №39 . – С. 36-43.

Поступила в редколлегию 04.03.2009