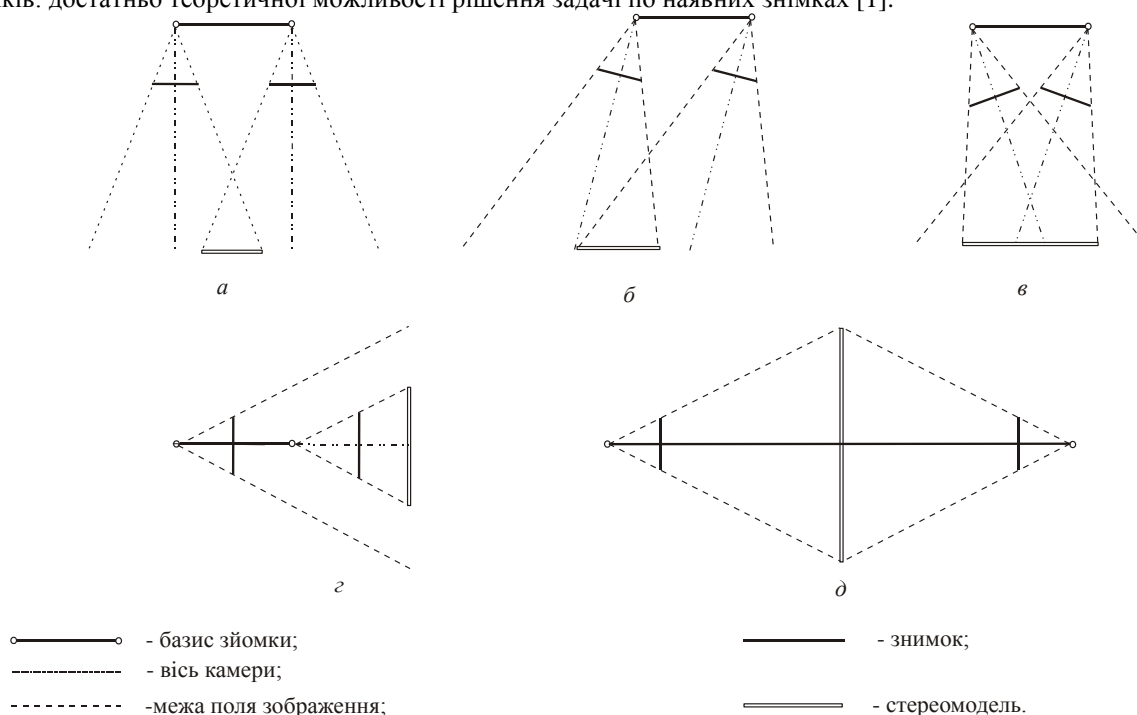


## УЗАГАЛЬНЕНІ РІВНЯННЯ ВЗАЄМНОГО ОРІЄНТУВАННЯ ПАРИ ЗНІМКІВ

Перехід на цифрові методи у фотограмметрії загалом можна вважати завершеним. Виняток – окремі області побудови зображення, коли знімки одержують на основі світлочутливих матеріалів. Однак і в цих випадках перед вимірами знімки сканують, а вже потім відображають у цифровій формі. Цифрові фотознімки за основними метричними і техніко-економічними параметрами практично не поступаються плівковим, а стрімке удосконалювання цифрових камер дозволяє сподіватися, що найближчим часом і перевершать їх. Можливості знімання цифровими фотографічними камерами помітно впливають на технологію знімальних робіт, змінюючи критерії вибору його параметрів.

Висока вартість і громіздкість одержання зображення на плівці спричинили тверду вимогу до мінімізації кількості знімків для вирішення завдання, а обмеженість приладів для обробки знімків звужувала різноманіття допустимих випадків зйомки. Під час знімання цифровою камерою кількість знімків практично не обмежується, що майже не здорожчує процес знімання, а цифрова станція, яка на сьогодні є основним приладом при вирішенні фотограмметричних задач, не висуває ніяких обмежень до взаємного розташування знімків: достатньо теоретичної можливості рішення задачі по наявних знімках [1].



Мал. 1. Основні випадки зйомок:

*a)* – нормальний; *б)* – рівно відхилений; *в)* – конвергентний; *г)* – колінеарний однобічний; *д)* – колінеарний протилежний

Виконуючи фотографування об'єкта цифровою камерою, виконавець насамперед домагається повного покриття його знімками, що перекриваються, щоб спільна їхня обробка могла забезпечити рішення задачі, і не прагне витримувати традиційні схеми фотографування (нормальний або рівновідхилений випадки зйомки) [5].

Представлені на мал. 1 перші три випадки зйомки (поз. *a, б, в*) при однакових базисах фотографування й відстанях до об'єкта мають різні величини зон перекриття, а, отже, й різну ефективність.

Зрозуміло, що конвергентний випадок зйомки забезпечує за інших рівних умов більшу площу стереомоделі. Ця обставина найважливіша для вузькокутових фотокамер, якими здебільше є сучасні цифрові фотокамери. Технічні особливості й вартість цифрових фотокамер не дають змоги поки що при порівнянні метричній точності одержувати такі ж розміри знімка, як у плівкових фотокамерах. Тому взаємне положення знімків може бути будь-яким, аж до таких крайніх випадків, що показані на мал. 1 *г, д*.

Цифрові фотокамери, як правило, не мають орієнтирних пристроїв, тому, приступаючи до обробки результатів вимірів знімків, виконавець не може вказати навіть наближені значення кутових елементів орієнтування, що дозволили б забезпечити збіжність ітерацій при строгому вирівнюванні фотограмметричної мережі. Проблема визначення наближених значень орієнтування знімків обговорюється у фотограмметрії давно [6–9]. Найсуттєвіших успіхів зрушення було досягнуто тоді, коли відмовилися від кутів  $\alpha, \omega, \kappa$  і перейшли до використання

кватерніонів [4]. Автори не беруться стверджувати, що це була перша праця з кватерніонами у фотограмметрії, але безсумнівно, що їх використання дозволило уникнути більшості труднощів, що виникали в процесі обчислень через неоднозначність зворотних тригонометричних функцій кутів  $\alpha, \omega, \kappa$ , і в деяких випадках сингулярності їх похідних.

У працях [6,7] стверджується, що їх автори знайшли метод обчислення наближених значень елементів орієнтування знімків при будь-якому розташуванні їх у просторі. Розглянуті приклади застосування цього методу підтверджували справедливість таких тверджень. Однак практика показала передчасність таких оптимістичних тверджень. Автори даної статті зіткнулися на практиці з випадками, коли в процесі обробки вимірів знімків застосування алгоритму з наведених праць приводило до отримання вочевидь неправильних результатів, хоча точність даних була задовільною. Випадки збоїв в алгоритмі особливо часто траплялися при обробці знімків цифровою камерою, які характеризуються порівняно малими кутами поля зображення і значними систематичними спотвореннями через дисторсію. Тому автори звернулися до детального вивчення, здавалося б, закритої проблеми, рішення якої має не тільки теоретичне, й велике практичне значення.

Математичну модель алгоритму рішення задачі взаємного орієнтування при будь-якому положенні знімків у працях [6,7] ґрунтується на умові компланарності відповідних векторів знімків. У базисній фотограмметричній системі умова компланарності для точки на парі знімків має вигляд [5]:

$$r_Y r'_Z - r_Z r'_Y = 0, \quad (1)$$

де проекції променів  $\mathbf{r}, \mathbf{r}'$  лівого і правого знімків обчислені за формулами

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_X \\ r_Y \\ r_Z \end{pmatrix} = \mathbf{A}_L \begin{pmatrix} x \\ y \\ f \end{pmatrix}; \quad \mathbf{r}' = \begin{pmatrix} r'_X \\ r'_Y \\ r'_Z \end{pmatrix} = \mathbf{A}_P \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ f \end{pmatrix}; \quad (2)$$

$f$  – фокусна відстань знімків;  $x, y$  і  $x', y'$  – координати точки відповідно на лівому і правому знімку;  $\mathbf{A}_L$  і  $\mathbf{A}_P$  – матриці напрямних косинусів відповідно лівого і правого знімків.

Матриця  $\mathbf{A}_L$  напрямних косинусів лівого знімка визначається відповідно за такими формулами [7]:

$$\mathbf{A}_L = \begin{pmatrix} d^2 + a^2 - b^2 - c^2 & 2(ab + cd) & 2(ac - bd) \\ 2(ab - cd) & d^2 - a^2 + b^2 - c^2 & 2(bc + ad) \\ 2(ac + bd) & 2(bc - ad) & d^2 - a^2 - b^2 + c^2 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

де  $a, b, c, d$  – параметри обертання знімка, які відповідно до теорії кватерніонів повинні задовольняти наступну умову:

$$d^2 + a^2 + b^2 + c^2 = 1. \quad (4)$$

Таким чином, тільки три параметри обертання є незалежними, тобто матриця направляючих косинусів визначається трьома перемінними, але, на відміну від кутів, вони не вимагають обчислення тригонометричних функцій. Для правого знімка матриця напрямних косинусів матиме вигляд, аналогічний формулі (3).

Підставивши формули (3) і (2) у рівняння (1), одержимо рівняння взаємного орієнтування, що не містить тригонометричних функцій, але залишається нелінійним, тому рішення можливе тільки методом ітерацій.

У праці [7] запропоновано оригінальний метод лінеаризації рівняння типу (1), що ґрунтується на представленні диференціала матриці напрямних косинусів як функції трьох незалежних змінних.

Нехай  $d\mathbf{A}$  є малим приростом матриці  $\mathbf{A}$ , а їх сума

$$\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + d\mathbf{A} \quad (5)$$

залишається ортогональною матрицею. Отже, виконується умова:

$$\bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{A}}^T = (\mathbf{A} + d\mathbf{A})(\mathbf{A} + d\mathbf{A})^T = \mathbf{E}, \quad (6)$$

де  $\mathbf{E}$  – одинична матриця.

З точністю до величин другого порядку малості з формули (6) випливає, що

$$d\mathbf{A} \mathbf{A}^T = -\mathbf{A} d\mathbf{A}^T = \mathbf{S}_w, \quad (7)$$

де матриця  $\mathbf{S}_w$  повинна бути кососиметричною і мати такий вигляд:

$$\mathbf{S}_w = \begin{pmatrix} 0 & w_3 & -w_2 \\ -w_3 & 0 & w_1 \\ w_2 & -w_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

а приріст матриці напрямних косинусів визначається за формулою

$$d\mathbf{A} = \mathbf{S}_w \mathbf{A}. \quad (9)$$

Якщо отримані співвідношення підставити в рівняння (1), то для точки  $i$ , обмірюваної на парі знімків, одержимо рівняння поправок у такому вигляді:

$$g_{i,1}w_1 + g_{i,2}w_2 + g_{i,3}w_3 + g_{i,4}w'_1 + g_{i,5}w'_2 + g_{i,6}w'_3 + l_i = \varepsilon_i, \quad (10)$$

де  $\varepsilon_i$  – нев'язка рівняння компланарності;  $w_1, w_2, w_3$  і  $w'_1, w'_2, w'_3$  – диференціальні поправки в напрямні косинуси відповідно лівого і правого знімків. Коефіцієнти і вільний член рівняння (10) обчислюються за формулами

$$\left. \begin{aligned} g_{i,1} &= r_{Z,i}r'_{Z,i} + r_{Y,i}r'_{Y,i}; \\ g_{i,2} &= -r_{X,i}r'_{Y,i}; \\ g_{i,3} &= -r_{X,i}r'_{Z,i}; \\ g_{i,4} &= -g_{i,1}; \\ g_{i,5} &= r_{Y,i}r'_{X,i}; \\ g_{i,6} &= r_{Z,i}r'_{X,i}; \\ l_i &= r_{Y,i}r'_{Z,i} - r_{Z,i}r'_{Y,i} \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

У формулах (11) проекції променів на осі базисної системи координат взаємного орієнтування обчислюються за формулами (2), використовуючи для цього наближені матриці напрямних косинусів знімків.

Сукупність рівнянь поправок (10), складених для всіх обмірюваних точок на парі знімків, вирішується методом найменших квадратів при виконанні умови

$$[\varepsilon] = \min. \quad (12)$$

З отриманих при цьому нормальних рівнянь

$$\mathbf{Nw} + \mathbf{L} = \mathbf{0} \quad (13)$$

визначається вектор диференційних поправок:

$$\mathbf{w} = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{L}. \quad (14)$$

Варто враховувати, що, як випливає з формул (11), поправки  $w_1$  і  $w'_1$  залежні, тому що коефіцієнти  $g_{i,1}$  і  $g_{i,4}$  завжди рівні за абсолютною величиною і відрізняються тільки знаком, тому поправка  $w'_1$  завжди приймається рівною нулю.

Безпосереднє застосування вектора  $\mathbf{w}$  у формулах (9) і (5) призведе зрештою, особливо на початку ітераційного процесу, до порушення ортогональності матриць напрямних косинусів та ускладнення обчислення, тому заслуговує на увагу друга особливість алгоритму в праці [7].

За допомогою диференційних поправок для кожного знімка насамперед обчислюються уточнені параметри обертання  $\bar{d}, \bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$  за формулами

$$\left. \begin{aligned} \bar{d} &= d + (-aw_1 - bw_2 - cw_3)/2 \\ \bar{a} &= a + (dw_1 - cw_2 + bw_3)/2 \\ \bar{b} &= b + (cw_1 + dw_2 - aw_3)/2 \\ \bar{c} &= c + (-bw_1 + aw_2 + dw_3)/2 \end{aligned} \right\}. \quad (15)$$

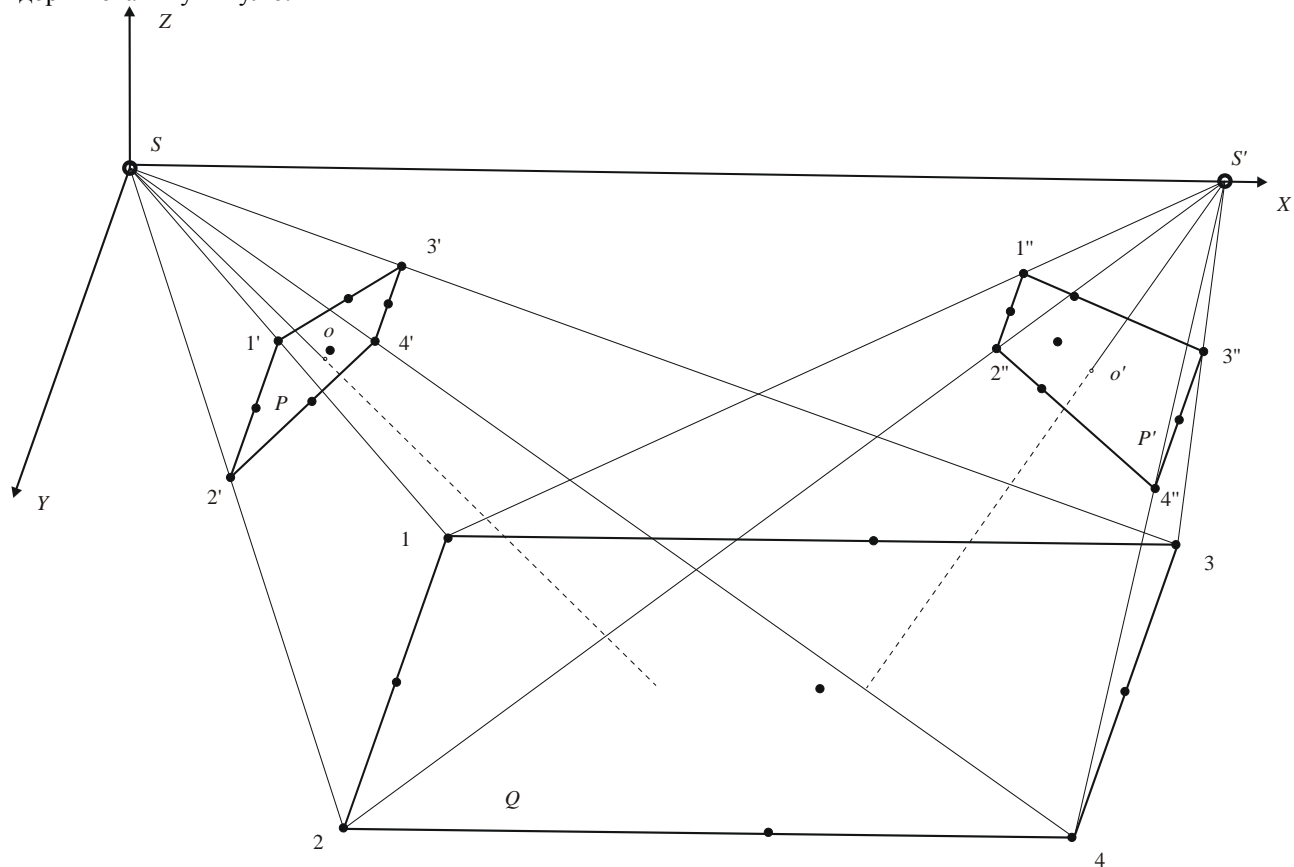
Уточнені параметри обертання нормуються відповідно до вимог умови (4), і потім за формулами (3) обчислюються нові наближені значення матриць напрямних косинусів взаємного орієнтування, які в подальшій ітерації використовуються як початкове наближення. Ітерації продовжуються доти, доки модуль вектора  $\mathbf{w}$  не буде меншим допуску (як правило, це  $10^{-7}$ ).

У праці [7] запевняється, що ітерації зводяться до дійсних значень матриць напрямних косинусів при початковому їхньому наближенні, рівному одиничній матриці. Досвід застосування цього алгоритму показав, що в більшості випадків на практиці, коли використовуються традиційні схеми фотознімання (мал. 1 а, б) і знімки не мають значних відхилень від центральної проекції, думка автора публікації [7] справедлива. Утім перехід до більш загальних схем фотознімання з використанням цифрових фотокамер виявив нестійкість такого алгоритму. Ця нестійкість проявляється подвійно: в одних випадках ітерації не збігаються, а осцилюють довкола деякого значення вектора невідомих, в інших, ітерації зводяться до деякого локального мінімуму умови (12) і при цьому значення матриць напрямних косинусів не відповідають дійсному положенню знімків.

Проілюструємо останній випадок нестійкості на прикладі.

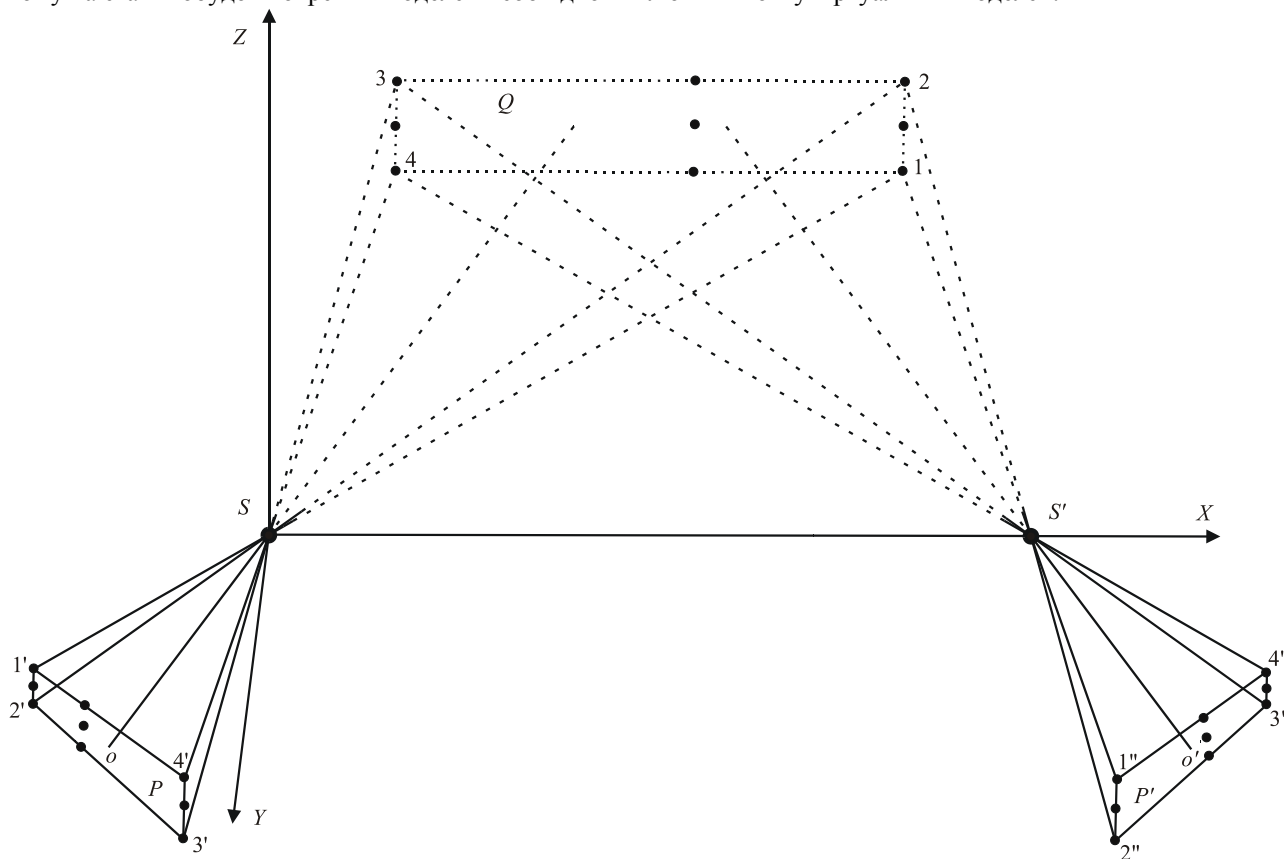
На мал. 2 показана схема стереомоделі конвергентної зйомки площини  $Q$ . Основні промені  $S_o$  і  $S'_o$  лівого та правого знімків  $P$  і  $P'$  утворюють з віссю  $Z$  базисної системи кути, рівні  $40^\circ$ . Інші кути взаємного орієнтування дорівнюють нулеві. Відповідні точки на знімках і моделі показані чорними кружками. При рішенні рівнянь (1) у залежності від початкового значення матриць напрямних косинусів знімків ітерації можуть звестися до дійсного взаємного положення знімків (мал. 2) або до деякого віртуального їхнього розташування, зображеного на мал. 3. В обох випадках залишкові поперечні паралакси будуть нульовими.

Можливі й інші варіанти взаємного віртуального розташування знімків, при яких залишкові паралакси дорівнюватимуть нулю.



Мал. 2. Взаємне дійсне розташування знімків конвергентної зйомки

При з'єднанні моделей в одну мережу віртуальні моделі суперечать топології точок дійсних моделей і побудова мережі стане неможливою. Виявити такі помилки у фотограмметричних мережах дуже складно, тому на етапі побудови окремих моделей необхідно виключити появу віртуальних моделей.

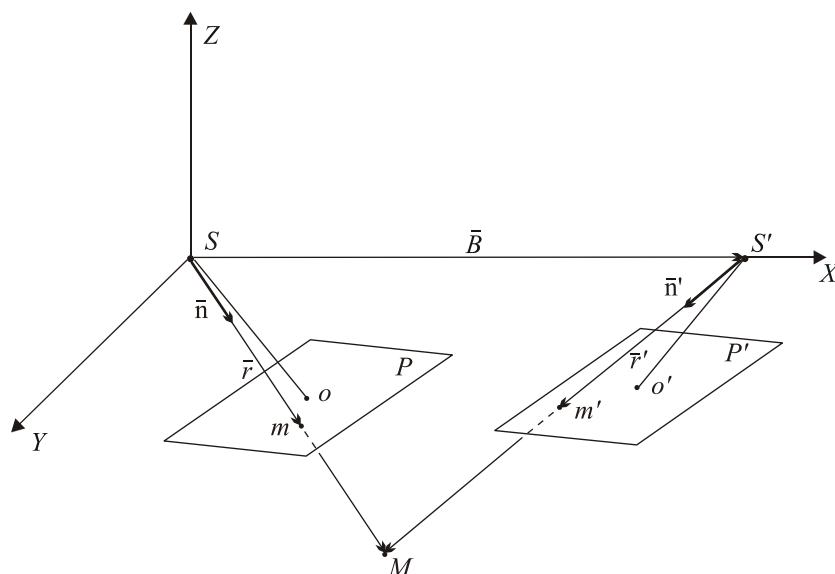


Мал. 3. Взаємне віртуальне розташування знімків конвергентної зйомки

Аналіз показує, що умова компланарності відповідних променів (1) є необхідною, але недостатньою для однозначного визначення елементів взаємного положення знімків, що відповідають фактичним параметрам зйомки. Обчисленням відрізнити локальний екстремум умови (2) від дійсного мінімуму загалом майже неможливо навіть при точній відповідності знімка центральній проекції. Реальні ж знімки можуть суттєво відрізнитися від центральної проекції, що особливо характерно для сучасних цифрових камер, тому розробка більш стійкого алгоритму обчислення елементів взаємного орієнтування знімків вкрай важлива як для практичних потреб, так і для теорії фотограмметрії.

Розглянемо, чим відрізняється стереоскопічна модель, що відповідає дійсному розташуванню знімків (мал. 2), від віртуальної моделі (мал. 3). Можна виявити такі її ознаки:

- відповідні промені перетинаються при їхньому продовженні в напрямку до площини знімка;
- основний промінь  $S_o$  лівого знімка розташовується в площині осей  $X, Z$  фотограмметричної системи і утворює кут з від'ємним напрямком осі  $Z$  не більшим за  $90^\circ$ ;
- координати  $Z$  точок моделі у фотограмметричній системі не всі можуть бути плюсовими.



Мал. 4. Конвергентний випадок зйомки

Очевидно, що умова взаємного орієнтування (1) є необхідною, але недостатньою, щоб витримувалися наведені вище ознаки. Більш загальною умовою взаємного орієнтування знімків є векторне рівняння такого вигляду:

$$\lambda_1 \mathbf{r} - \lambda_2 \mathbf{r}' - \mathbf{B} = 0, \quad (16)$$

де  $\lambda_1, \lambda_2$  – позитивні скаляри, а інші величини відповідають мал. 4.

Приймаючи базис рівним одиничному вектору і нормуючи  $\mathbf{r}, \mathbf{r}'$  вектори променів, що проєктують, для масштабування коефіцієнтів рівнянь, у проєкціях на базисну фотограмметричну систему одержимо три умови взаємного орієнтування для довільної точки  $i$  моделі:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{1,i} n_{X,i} - \lambda_{2,i} n'_{X,i} - 1 &= \varepsilon_{X,i}; \\ \lambda_{1,i} n_{Y,i} - \lambda_{2,i} n'_{Y,i} &= \varepsilon_{Y,i}; \\ \lambda_{1,i} n_{Z,i} - \lambda_{2,i} n'_{Z,i} &= \varepsilon_{Z,i}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

де  $\varepsilon_{X,i}, \varepsilon_{Y,i}, \varepsilon_{Z,i}$  – нев'язки, спричинені помилками вимірів і невідповідністю знімків центральній проекції; відповідні проєкції векторів  $\mathbf{n}_i, \mathbf{n}'_i$  (мал. 4) обчислюються за формулами, аналогічними (2):

$$\mathbf{n}_i = \begin{bmatrix} n_{X,i} \\ n_{Y,i} \\ n_{Z,i} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_\Pi \frac{1}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + f^2}} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ f \end{bmatrix}; \quad \mathbf{n}'_i = \begin{bmatrix} n'_{X,i} \\ n'_{Y,i} \\ n'_{Z,i} \end{bmatrix} = \mathbf{A}'_\Pi \frac{1}{\sqrt{x_i'^2 + y_i'^2 + f^2}} \begin{bmatrix} x_i' \\ y_i' \\ f \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Сукупність рівнянь типу (17) варто вирішувати методом найменших квадратів (метод МНК) з дотриманням умов:

$$[\varepsilon] = \min \quad (19)$$

$i$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{1,i} &> 0; \\ \lambda_{2,i} &> 0 \end{aligned} \right\} (i = 1, \dots, n). \quad (20)$$

Можливі різні реалізації рішення рівнянь (17), одним із яких може бути метод, що ґрунтується на ідеях праці [7]. Якщо рівняння (17), складені для точки  $i$ , привести до лінійного вигляду з використанням диференціальних поправок (8) у параметри обертання, то одержимо рівняння типу (10):

$$\begin{pmatrix} n_{X,i} & -n'_{X,i} \\ n_{Y,i} & -n'_{Y,i} \\ n_{Z,i} & -n'_{Z,i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta\lambda_{1,i} \\ \delta\lambda_{2,i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\tilde{\lambda}_{1,i} n_{Z,i} & \tilde{\lambda}_{1,i} n_{Y,i} & 0 & \tilde{\lambda}_{2,i} n'_{Z,i} & -\tilde{\lambda}_{2,i} n'_{Y,i} \\ \tilde{\lambda}_{1,i} n_{Z,i} & 0 & -\tilde{\lambda}_{1,i} n_{X,i} & -\tilde{\lambda}_{2,i} n'_{Z,i} & 0 & \tilde{\lambda}_{2,i} n'_{X,i} \\ -\tilde{\lambda}_{1,i} n_{Y,i} & \tilde{\lambda}_{1,i} n_{X,i} & 0 & \tilde{\lambda}_{2,i} n'_{Y,i} & -\tilde{\lambda}_{2,i} n'_{X,i} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w'_1 \\ w'_2 \\ w'_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{\lambda}_{1,i} n_{X,i} - \tilde{\lambda}_{2,i} n'_{X,i} - 1 \\ \tilde{\lambda}_{1,i} n_{Y,i} - \tilde{\lambda}_{2,i} n'_{Y,i} \\ \tilde{\lambda}_{1,i} n_{Z,i} - \tilde{\lambda}_{2,i} n'_{Z,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{X,i} \\ \varepsilon_{Y,i} \\ \varepsilon_{Z,i} \end{pmatrix}, \quad (21)$$

де  $\tilde{\lambda}_{1,i}, \tilde{\lambda}_{2,i}$  і  $\delta\lambda_{1,i}, \delta\lambda_{2,i}$  – наближені значення скалярів і поправок до них для точки  $i$ ; інші позначення відповідають формулам (2 – 11). Ввівши очевидні позначення для матриць у системі (21), одержимо рівняння для точки  $i$  моделі в компактнішому вигляді:

$$\mathbf{c}_i \delta_i + \mathbf{d}_i \mathbf{w} + \mathbf{l}_i = \varepsilon_i. \quad (22)$$

Сукупність рівнянь (22) складає систему параметричних рівнянь поправок у невідомі елементи взаємного орієнтування, що обчислюються методом найменших квадратів за умовою (19).

Нормальні рівняння, що відповідають рівнянням (22), зобразимо в загальному вигляді:

$$\tilde{\mathbf{N}} \Delta + \tilde{\mathbf{L}} = \mathbf{0}, \quad (23)$$

де вектор невідомих  $\Delta$  є сукупністю поправок

$$\Delta^T = [\delta_1 \quad \dots \quad \delta_n \quad \mathbf{w}]. \quad (24)$$

При рішенні системи (23), як і системи (13), варто враховувати, що невідомі  $w_1$  і  $w'_1$  лінійно залежні, тому поправки  $w'_1$  приймаються завжди рівними нулю. За цими поправками обчислюються нові наближені значення невідомих, як це визначено вище формулами (8), і виконується наступна ітерація. Ітерації повторюються, поки чергові поправки не будуть менше встановленого допуску. Дослідження показали, що алгоритм стійкий і приводить до правильного рішення при будь-яких початкових значеннях, невідомих у першій ітерації.

У ході ітерацій матриця  $\tilde{\mathbf{N}}$  у рівнянні (23) може виявитися сингулярною або близькою до неї, тобто розв'язувана задача належатиме, за Тихоновим, до некоректно поставлених [3]. У праці [2] було показано, як методом регуляризації Тихонова вирішується задача так званої невизначеності взаємного орієнтування пари знімків. Тому для підвищення стійкості алгоритму доцільно систему рівнянь (23) вирішувати методом регуляризації за формулою

$$\Delta = -(\tilde{\mathbf{N}} + \tau \mathbf{E})^{-1} \tilde{\mathbf{L}}, \quad (25)$$

де  $\mathbf{E}$  – одинична матриця;  $\tau$  – регуляризуючий множник, більший за нуль і прийнятий рівним  $10^{-7}$ . У цьому випадку завжди досягається стабільне рішення, і невизначеності взаємного орієнтування не буде при будь-якій формі об'єкта, що знімається.

Якість або точність обчислених елементів взаємного орієнтування знімків оцінюється за залишковими поперечними паралаксами на точках моделі, що визначаються як різниця координат відповідних точок на трансформованих знімках з нульовими елементами взаємного орієнтування. Якщо елементи взаємного орієнтування невеликі, такий спосіб обчислення залишкових паралаксів прийнятний, він не викликає обчислювальних проблем. Однак при значних кутах конвергенції осей зйомки ордината трансформованого знімка може виявитися рівною нескінченності, тому аналогом залишкового поперечного паралакса варто вважати модуль вектора нев'язок  $|\varepsilon_i|$  рівнянь (17), виражений у масштабі знімка за формулою

$$q_i = 2f \frac{\sqrt{\varepsilon_{X,i}^2 + \varepsilon_{Y,i}^2 + \varepsilon_{Z,i}^2}}{\lambda_{1,i} + \lambda_{2,i}}, \quad (26)$$

де  $f$  – фокусна відстань знімка. Величина  $q_i$  є найкоротшою відстанню між перехресними відповідними променями, тому що вектор  $\varepsilon_i$  є нормальним до кожного з них.

Отже, отримано нові, більш загальні формули, що дозволяють побудувати стійкий алгоритм обчислення елементів взаємного орієнтування пари знімків при будь-якому їх взаємному розташуванні незалежно від форми об'єкта, що знімається. Алгоритм знайде застосування в програмному забезпеченні цифрових фотограмметричних станцій і рішенні інших задач обчислювальної фотограмметрії. Зокрема, запропонований алгоритм вже використовується в програмному комплексі BlockMSG, що дозволяє використовувати його не тільки для побудови мереж аналітичної фототріангуляції, й при поєднанні моделей, побудованих за знімками цифровою камерою (див. <http://www.vingeo.com/Rus/index.htm>).

## Література

1. *Дорожинський О.Л.*, Фотограмметрія кінця ХХ століття – здобутки і тенденції // Archives of Photogrammetry, Cartography and Remote Sensing. – Vol. 11 – Scacow, 2001. – S. 13-21.
2. *Могильный С.Г.* Некорректные задачи вычислительной фотограмметрии // Наук. праці ДонНТУ. Серія гірничо-геологічна. – Вип. 62. – Донецьк, 2003. – С. 83-89.
3. *Тихонов А.Н.*, Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – Изд. 2-е. – М.: Наука, 1979. – 288 с.
4. *Урмаев М.С.* О применении алгебры кватернионов в фотограмметрии // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1986 – № 2. – С. 81-90.
5. *Фотограмметрия*/. С.Г Могильный, И.Л. Беликов, Л.И. Ахонина и др. – Киев – Донецк: Вища шк., 1985 – 278 с.
6. *Gruendig L. Buehler W.* Zur Naeherungswertbestimmung und Buendelausgleichung von Konvergentaufnahmen // Bildmessung und Luftbildwesen 53 (1985) –, Heft 6. – S. 199-207.
7. *Hinsken L.* Algorithmen zur Beschaffung von Naeherungswerten fuer die Orientierung von beliebig im Raum angeordneten Strahlenbuendeln. – DGK, Muenchen, 1987, Reiche C. – Heft №333. –55 S.
8. *Guehring J.* 3D-Erfassung und Objektrekonstruktion mittels Streifenprojektion. – DGK, Muenchen, Reiche C, 1985. – Heft №560. –165 S.
9. *Schwermann R.* Ueber die Verwendung von geraden Linien bei der Orientierung und Auswertung von Nahbereichsaufnahmen // Veroeffentlichung des Geodaetischen Instituts der Rheinisch-Westfaelischen Technischen Hochschule Aachen, 1995. – Nr.53 – S. 109-125.