

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ШАХТНОЇ ВАГОНЕТКИ З ДОДАТКОВОЮ КІНЕМАТИЧНОЮ РУХЛИВІСТЮ ЛАНОК ХОДОВОЇ ЧАСТИНИ**

Викладено важливість шахтного транспорту в сучасних виробничих умовах та проблеми експлуатації шахтних вагонеток. Авторами приведено шляхи підвищення безпеки та довговічності експлуатації вагонеток шляхом модернізування ходової частини. В матеріалах викладено математичну модель руху шахтної вагонетки у взаємодії із рейкових шляхом та аналіз основних динамічних характеристик вагонетки із модернізованою ходовою частиною.

Гірничо-геологічні особливості залягання кам'яного вугілля на шахтах Західного і Центрального Донбасу зумовлюють використання як конвеєрного, так і локомотивного транспорту для відвантаження добичі. Найбільш часто застосованою є локомотивна відкатка, до того ж вимоги до безпеки її використання є вищими за конвеєрний транспорт.

Основною технологічною ланкою такої схеми є рейкова вагонетка. Цілком зрозуміло, що підтримання вагонеток у відповідному стані є необхідною умовою безпечного та ефективного виробництва. Проте морально застарілі та зношені вагонетки з кожним роком потребують все більших обсягів робіт із відновлення та обслуговування транспортного парку.

Згідно [1], найбільшого зносу та пошкоджень зазнає ходова частина. Основними причинами виходу з ладу вагонеток є руйнування підшипників буксових вузлів, знос бандажів коліс, руйнування елементів кріплення колісних вісей (рис. 1).



**Рис. 1.** Руйнування провухини кріплення колісної вісі

Причиною низької довговічності є динамічні навантаження, викликані незадовільним станом рейкової колії і безпосередньо пов'язані із гірничо-геологічною будовою виробки, станом системи водовідливу, умовами проходки тощо. Перелічені фактори також підвищують небезпеку сходу вагонеток з рейкової колії внаслідок вповзання колеса на головку рейки як на прямолінійних ділянках колії (витиснення вагонів, рискання), так і у кривих. За результатами дослідження [3] виявлено, що параметри рейкового шляху в реальних умовах відмінні від нормативних більш, ніж на 20%. Наслідком є недостатнє навантаження коліс вагонетки. За підрахунками [3] 10-15% часу одне з коліс є повністю розвантаженим і проковує сід з шляху. За даними МакНІІ [3], кількість сходів електровозів складає 1-2 за добу, а вагонеток 2-3 за зміну. Як наслідок, кожний сід з рейок викликає не виробничі простоя транспортних та видобувних комплексів, руйнування комунікацій, травматизм.

Перспективним шляхом підвищення стійкості шахтних вагонеток та зменшення динамічних навантажень є модернізація ходової частини так, щоб максимально зменшити вплив недосконалостей рейкової колії на рухомий склад.

Такого ефекту можна досягти шляхом додавання кінематичної рухливості ланкам ходової частини вагонетки [5-7].

Експериментальні дослідження динаміки модернізованої вагонетки наразі є задачею, яка потребує значних фінансових витрат, тому динамічний аналіз механічної системи доцільно проводити за допомогою математичного моделювання.

**Мета роботи** полягає у визначенні коефіцієнта запасу стійкості набігаючого колеса у кривих малих радіусів для жорсткої та рухомої конструкцій ходової частини.

**Аналітична частина.** Рухливість колеса вагонетки дозволяє зменшити динамічні навантаження, що виникають у зоні контакту «колесо-рейка» при русі вагонетки.

Шахтна вагонетка являє собою складну динамічну голономну систему, яка з'єднана пружно-дисипативними елементами. Даний спосіб представлення обумовлюється тим, що жорсткості ланок вагонетки набагато більше за жорсткість системи підвішування ходової частини. Система складається виходячи з припущення про ідеальність зв'язків. Величини, що визначають рух системи, безпосередньо пов'язані із заданими силами.

Так як рух вагонетки нерозривно пов'язаний із характеристиками шляху, роздивляється механічна система «рейковий шлях-вагонетка». Рейкова колія представляється як дві балки на пружній основі, що підпорядковується гіпотезі Власова [4]. Вводиться спрощення, що навантаження, яке діє на одну рейку, не впливає на іншу. Поздовжнє переміщення шляху в модель не вводиться.

Згідно розрахункової схеми на рис. 2, кількість твердих тіл системи складає 5, кількість узагальнених координат 16. Незалежними координатами динамічної моделі є: поступальний рух системи -  $x$ , бічне переміщення елементів системи -  $u_i$ , вертикальне переміщення кузова -  $z$ , вертикальне переміщення коліс -  $z_i$ , поздовжнє розкачування кузова -  $\varphi$ , коливання колеса відносно осі  $Z$  -  $\varphi_i$ , поперечне розкачування кузова -  $\psi$ .

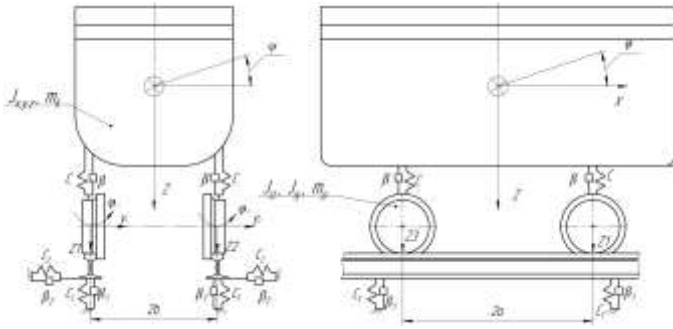
Розв'язуючи задачу класичними методами, отримаємо систему із 16 диференціальних рівнянь другого порядку.

Математична модель, яка описує наведену на рис. 2 розрахункову схему, складена у просторі пакету математичного аналізу Wolfram Mathematica.

Згідно рис.2 рівняння кінетичної енергії матиме вигляд

$$T = \frac{1}{2} \left[ \left( m_k + 2m_p + \frac{2J_y}{r^2} \right) \dot{x}^2 + m_k \dot{z}^2 + \sum_{i=1}^4 m_p \dot{z}_i^2 + \sum_{i=1}^4 J_{iz} \dot{\varphi}_i^2 + J_x \dot{\psi}^2 + J_y \dot{\varphi}^2 \right],$$

де  $J_y, J_x, J_{xy}, J_{ix}$ , - моменти інерції відповідно кузова та коліс відносно осей  $X$  та  $Y$ ;  $\varphi_i$  - узагальнена координата кутових переміщень колеса відносно осі  $Z$ ;  $r$  - радіус колеса;  $m_p$  - маса колеса;  $m_k$  - маса вагонетки.



**Рис. 2.** Розрахункова схема шахтної вагонетки із незалежно та рухомо встановленими колесами:  $\psi$  - поперечне коливання кузова вагонетки;  $\varphi$  - повздовжнє коливання кузова;  $\beta$  - пружно-в'язкісний опір у ходовій частині вагонетки;  $\beta_1$  - вертикальний пружно-в'язкісний опір рейкового шляху;  $\beta_2$  - поперечний пружно-в'язкісний опір рейкового шляху;  $c$  - жорсткість пружно-дисипативного елемента ходової частини;  $c_1$  - вертикальна жорсткість рейкового шляху;  $c_2$  - поперечна жорсткість шляху;  $Z_i$  - координата вертикальних переміщень кузова та коліс,  $2b$  - ширина колісної колії;  $2a$  - довжина колісної бази;  $X$  - повздовжнє переміщення кузова вагонетки;  $y_i$  - поперечне переміщення коліс;  $m_k$  - центр мас кузова

Рівняння потенційної енергії, згідно теореми Клапейрона, визначається як деформація пружних тіл системи

$$V = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i=1}^4 c \Delta_i^2 + \sum_{i=1}^4 c_p \Delta y_i^2 + \sum_{i=1}^4 c_1 (\delta_i^2 + Y_p^2) + \sum_{i=1}^4 c \lambda_r^2 \varphi_i^2 \right],$$

де  $\Delta$  - деформація пружних елементів ходової частини;  $\delta$  - деформація рейкового шляху;  $Y_p$  - траєкторія руху в плані;  $c_p$  - бічна жорсткість пружно-дисипативних елементів ходової частини вагонетки;  $c$  - вертикальна жорсткість пружно-дисипативних елементів ходової частини вагонетки;  $c_1$  - жорсткість рейкового шляху;  $\lambda_r$  - забіг реборди колеса на рейку [2].

Деформації пружних елементів для кожного колеса ходової частини розраховуються як

$$\Delta_1 = z + \psi b + \varphi l - z_1; \quad \Delta_2 = z + \psi b - \varphi l - z_2;$$

$$\Delta_3 = z - \psi b + \varphi l - z_3; \quad \Delta_4 = z - \psi b - \varphi l - z_4;$$

де  $2l$  - колісна база, м;  $2b$  - ширина колії, м.

$$\lambda_r = (r + c_w) \sin(\gamma) \operatorname{tg}(\alpha),$$

де  $\gamma$  - кут набігання реборди колеса на рейку, рад;  $\alpha$  - кут нахилу реборди колеса до горизонталі, рад;  $c_w$  - висота реборди відносно доріжки катання, м.

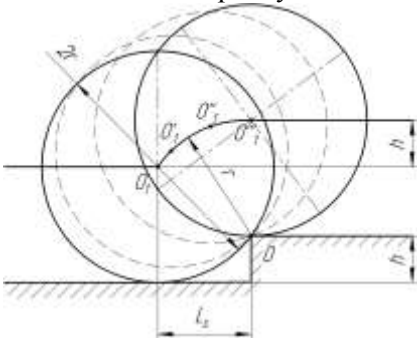
Функція дисипації енергії в механічній системі має вигляд

$$Q = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i=1}^4 \beta \Delta_i^2 + \sum_{i=1}^4 \beta_p \Delta y_i^2 + \sum_{i=1}^4 \beta_1 \left( \delta_i^2 + Y_p^2 \right) + \sum_{i=1}^4 \beta \lambda_r^2 \varphi_i^2 \right],$$

де  $\beta_p$  - коефіцієнт дисипації пружно-дисипативного елемента ходової частини вагонетки у горизонтальній площині;  $\beta$  - коефіцієнт дисипації пружно-дисипативного елемента ходової частини вагонетки у боковому напрямку;  $\beta_1$  - коефіцієнт дисипації рейкового шляху.

Траєкторія руху  $Y_p$ , а отже і вплив горизонтальної направляючої сили на ходову частину, описується поліномом  $i$ -го ступеня і розраховується відповідно до плану діючої колії підземної виробки. Даний підхід до динамічного моделювання дозволяє визначити потенційно небезпечні ділянки існуючих шляхів шахтної відкатки і показники безпеки експлуатації.

Додатковим параметром динамічного довантаження ходової частини вагонетки є рейковий стик, висота якого в шахтних умовах може перевищувати 5 мм [2,8]. На рис. 2 наведено траєкторію руху центра мас колеса при наїзді на набігаючу рейку.



**Рис. 2.** Траєкторія переміщення центра мас колеса при наїзді на набігаючу рейку:  $O$  - центр обертання колеса відносно рейкового стику;  $h$  - висота стику;  $L_s$  - довжина стику;  $r$  - радіус колеса;  $O_1$  - положення миттєвого центра мас колеса

При розрахунках динамічного впливу рейкового стику врахування кривизни траєкторії переміщення центра мас має значення при швидкостях руху до 1 м/с. У даній математичній моделі стик описується як деформація рейкового полотна із перевищенням на величину  $h$ .

$$\delta_i = z_i - h$$

Враховуючи вищезгадане, система рівнянь прийме такий вигляд

$$\left( m_k + 4m_p + \frac{4J_{1y}}{r^2} \right) \ddot{x} = 0$$

$$m_p \ddot{y}_1 + c_p y_1 - c_p y_p + \beta_p \dot{y}_1 - \beta_p \dot{y}_p = 0$$

$$m_p \ddot{y}_2 + c_p y_2 - c_p y_p + \beta_p \dot{y}_2 - \beta_p \dot{y}_p = 0$$

$$m_p \ddot{y}_3 + c_p y_3 - c_p y_p + \beta_p \dot{y}_3 - \beta_p \dot{y}_p = 0$$

$$m_p \ddot{y}_4 + c_p y_4 - c_p y_p + \beta_p \dot{y}_4 - \beta_p \dot{y}_p = 0$$

$$m_k \ddot{z} + 4cz - \sum_{i=1}^4 cz_i + 4\beta \dot{z} - \sum_{i=1}^4 \beta \dot{z}_i = 0$$

$$m_p \ddot{z}_1 - hc_1 - cz + cz_1 + c_1 z_1 - cl\varphi - bc\psi - \beta \dot{z} + \beta \dot{z}_1 + \beta_1 \dot{z}_1 - l\beta \dot{\varphi} - b\beta \dot{\psi} = 0$$

$$m_p \ddot{z}_2 - hc_1 - cz + cz_2 + c_1 z_2 + cl\varphi - bc\psi - \alpha \dot{z} + \alpha \dot{z}_2 + \alpha_1 \dot{z}_2 + l\beta \dot{\varphi} - b\beta \dot{\psi} = 0$$

$$m_p \ddot{z}_3 - hc_1 - cz + cz_3 + c_1 z_3 - cl\varphi + bc\psi - \beta \dot{z} + \beta \dot{z}_3 + \beta_1 \dot{z}_3 - l\beta \dot{\varphi} + b\beta \dot{\psi} = 0$$

$$J_x \ddot{\psi} - \sum_{i=1}^2 bcz_i + \sum_{i=3}^4 bcz_i + 4b^2 c\psi - \sum_{i=1}^2 b\beta \dot{z}_i + \sum_{i=3}^4 b\beta \dot{z}_i + 4b^2 \beta \dot{\psi} = 0$$

$$J_y \ddot{\varphi} - clz_1 + clz_2 - clz_3 + clz_4 + 4cl^2 \varphi - l\beta \dot{z}_1 + l\beta \dot{z}_2 - l\beta \dot{z}_3 + l\beta \dot{z}_4 + 4l^2 \beta \dot{\varphi} = 0$$

$$m_p \ddot{z}_4 - hc_1 - cz + cz_4 + c_1 z_4 + cl\varphi + bc\psi - \beta \dot{z} + \beta \dot{z}_4 + \beta_1 \dot{z}_4 + l\beta \dot{\varphi} + b\beta \dot{\psi} = 0$$

$$J_{1z} \ddot{\varphi}_1 + c\lambda_r^2 \varphi_1 + \beta\lambda_r^2 \dot{\varphi}_1 = Q_{\varphi 1}$$

$$J_{2z} \ddot{\varphi}_2 + c\lambda_r^2 \varphi_2 + \beta\lambda_r^2 \dot{\varphi}_2 = Q_{\varphi 2}$$

$$J_{3z} \ddot{\varphi}_3 + c\lambda_r^2 \varphi_3 + \beta\lambda_r^2 \dot{\varphi}_3 = Q_{\varphi 3}$$

$$J_{4z} \ddot{\varphi}_4 + c\lambda_r^2 \varphi_4 + \beta\lambda_r^2 \dot{\varphi}_4 = Q_{\varphi 4}$$

де  $Q_{\varphi i}$  - узагальнена робота кутових коливань колеса.

Початковими умовами розв'язання системи рівнянь є:  $V=3$  м/с,  $h=3\dots 5$  мм,  $m_k=23000$  Н,  $m_p=500$  Н,  $\beta=300$  Нс/м,  $c=5 \cdot 10^2$  Н/м,  $r=0,25$  м. Моменти інерції відповідних ланок були імпортовані у середовище Wolfram Mathematica із 3D моделі.

Відмінною рисою моделі вагонетки із рухомо встановленим колесом у порівнянні із традиційною конструкцією є розділення однієї маси колісної пари на дві окремі та виключення із системи рівнянь взаємного динамічного впливу коливання колісної пари відносно поздовжньої вісі вагонетки.

Результатом розв'язання диференціальних рівнянь 2-го порядку за допомогою програми Wolfram Mathematica є числові ряди розрахованих значень по кожній узагальненій координаті.

Отримані координати положення вагонетки та її ланок у просторі дозволяють описати переміщення елементів механічної системи для розробки рекомендацій щодо розрахунку техніко-експлуатаційних показників.

Визначення коефіцієнта запасу стійкості при русі по криволінійним ділянкам колії може виконуватися як на основі статистичних даних [9], так і на основі дійсних характеристик рейкового шляху, на якому експлуатується вагонетка увесь свій термін служби.

У даній роботі пропонується визначити показник запасу стійкості у відповідності до реальних характеристик рейкової колії, що дозволить встановити максимально безпечні, з точки зору вповзання колеса на рейку, швидкості руху на кожній ділянці виробки та визначити раціональний кут кінематичної рухливості колеса.

Визначення коефіцієнта запасу стійкості виконується за відомими залежностями [10]

$$K_y = \frac{\operatorname{tg}(\alpha + \varphi_i(t)) - \mu}{1 + \mu \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \varphi_i(t))} \left( \frac{P_{\sigma}}{P_{\sigma_0}} \right) > 1, \quad (1)$$

де  $\alpha$  - кут конусності реборди набігаючого колеса;  $P_{\sigma}/P_{\sigma_0}$  - відношення вертикального навантаження до поперечно-

го (направляючого), що сприймається колісною парою;  $\mu$  — коефіцієнт тертя;  $\varphi_i(t)$  - кутова рухливість колеса при проходженні колії.

Кінематичну кутову рухливість колеса, що є функцією часу, при розрахунках коефіцієнта запасу стійкості автори пропонують враховувати як додаткову величину конусності реборди, яка впливає на динамічні показники бічної стійкості.

Поперечне навантаження  $P_{\sigma}$  визначається як

$$P_{\sigma} = \sqrt{(1/2(m_k + m_p)(V^2/R) \sin(\alpha))^2}, \quad (2)$$

де  $R$  - радіус скруглення шляху в плані;  $V$  - швидкість руху.

Для визначення радіусів скруглення під кожним колесом увесь шлях, що моделюється, розбивається на дуги з  $i$ -м радіусом. Для моделювання динаміки вагонетки було обміряно рейкову колію у межах дільниці ГП-1 шахти ім. Димитрова. Локальні горизонтальні нерівності, пов'язані із неспівпаданням стиків, описуються як ізольована горизонтальна недосконалість.

Результати, показані на рис. 3-5, отримані при наступних радіусах скруглення рейкового шляху

Таблиця 1.

Вихідні параметри рейкової колії

| Номер ділянки | $R$ , м | Довжина кривої, м |
|---------------|---------|-------------------|
| 1             | 20      | 10                |
| 2             | 15      | 30                |
| 3             | 38      | 10                |
| 4             | 58      | 12                |
| 5             | 50      | 9                 |

Як видно з рис.3, кутова рухливість набігаючого колеса виникає під час руху вагонетки у кривих ділянках колії, на ділянках зміни радіусів. При сталому русі у кривій колесо займає постійне положення із двохточковим контактом пари «колесо-рейка».

Локальний мінімум у діапазоні 20-30 с пояснюється збільшенням радіусу кривизни рейкової колії. У цей момент рухливе колесо задля забезпечення стійкого руху змінює своє положення у відповідності із траєкторією. Традиційна конструкція ходової частини із нерухомо встановленим колесом виконує аналогічні коливання лише у межах підшипникових зазорів, величиною яких можна знехтувати через їх мале значення.

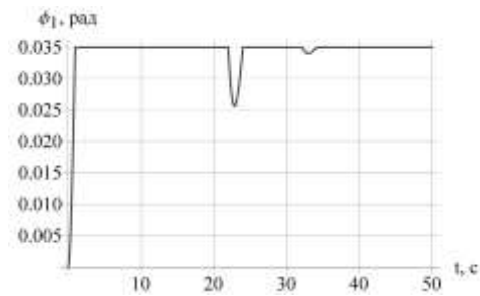
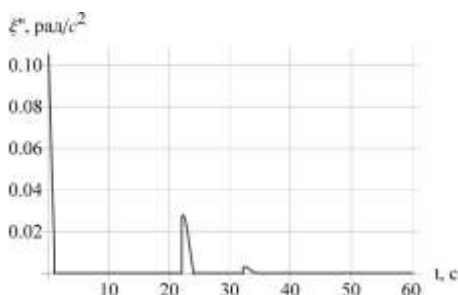


Рис. 3. Графік кутової рухливості набігаючого колеса шахтної вагонетки

Рухливість кінематично обмежується діапазоном  $\varphi_i \in [-0,35; 0,035]$  рад., що обумовлено конструкцією буксового вузла вагонетки. Динамічною характеристикою кутових переміщень є кутові прискорення колеса  $\varphi_i$  (рис.4).

Як видно із рис. 4, зміна радіусу кривизни призвела до кутового прискорення колеса у  $0,03 \text{ м/с}^2$ . Величина прискорення знаходиться в залежності від жорсткості пружно-дисипативних елементів ходової, швидкості та геометричних характеристик шляху.

Рис. 4. Графік кутових прискорень набігаючого колеса



Згідно залежностей (1,2) отримаємо значення  $K_y$  для ділянки шахтної колії (рис. 5).

На рис. 4-5 показано розраховані значення коефіцієнта запасу стійкості на шляху довжиною 25 м із різними радіусами скруглення, які відповідають реальним умовам шахтної виробки. Слід зазначити, що залежність на рис. 5 є ідеалізованою і не описує осциляції при русі всередині самої кривої. За мету було отримати значення коефіцієнта стійкості в загальному випадку.

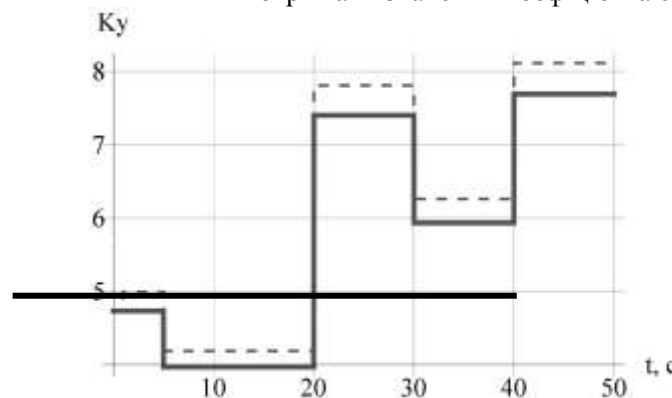


Рис. 5. Значення коефіцієнту запасу стійкості у кривих малого радіусу:  
 — жорстке кріплення; - - - рухомо встановлене колесо

Особливий інтерес представляє діапазон 5-20 с, на якому коефіцієнт запасу стійкості для вагонетки традиційної конструкції лежить поза межами безпечної експлуатації ( $K_y < 5$ ). Конструкція із рухомо встановленим колесом, як видно із наведеного графіку, збільшує показник.

Отже, додаткова кінематична кутова рухливість колеса дозволяє підвищити ступінь безпеки при в'їзді на ділянку колії з іншою кривизною та при русі по ній в середньому на 15%.

Локальні тимчасові стрибки коефіцієнта пояснюються кутовою інерцією колеса при довертанні до центру кривої. Порівняно з традиційною конструкцією, де величина коефіцієнта може зменшуватись при переході до меншого радіусу скруглення, рухливе колесо самостійно пристосовується до нових експлуатаційних умов.

Подальші дослідження динаміки будуть спрямовані на визначення раціональних параметрів пружно-дисипативного зв'язку ходової частини, фактору зносу колеса нової конструкції.

**Висновки.** Проаналізувавши умови експлуатації шахтних вагонеток визначено шляхи підвищення безпеки їх експлуатації додаванням кінематичної рухливості ланкам ходової частини. Для вивчення динамічної поведінки транспортного засобу побудовано математичну модель руху вагонетки із рухливо встановленим колесом у взаємодії із рейковим шляхом, отримано значення кутових коливань набігаючого колеса, його кутових прискорень та значення коефіцієнта запасу стійкості. Визначено, що додаткова рухливість колеса у запропонованій конструкції підвищує коефіцієнт запасу стійкості по вповзанню на рейку на 15%.

#### *Список літератури*

1. **Пейсахович Г.Я.** Опыт эксплуатации и ремонта шахтных вагонеток (Обзор) [Текст] / **Г. Я. Пейсахович.** – М.: ЦНИЭИуголь, 1970. – 43 с.
2. **Процив В.В.** Реализация силы тяги шахтным локомотивом на кривой и выбор параметров системы подвешивания ходовой части. Дис. канд. наук: спец. 05.05.06 «Горные машины» / **В.В. Процив.** – Д., 1990. – 204 с.
3. **Следь Н.Н.** Устройства для постановки шахтного подвижного состава на рельсы / **Н.Н. Лужнов, А.Е. Кондратьев, И.И. Молчанов, З.М. Мизинец, Л.А. Степанова, О.В. Боев** // Донецк, ДонГТУ, 1998. – 116 с.
4. Математическое моделирование колебаний рельсовых транспортных средств / **В.Ф. Ушкалов, Л.М. Резников, В.С. Иккол** и др.; Под ред. **В.Ф. Ушкалова.** – Киев: Наук. думка, 1989. – 240 с.
5. Патент № 59886 Україна, В61F 5/38. Шахтний візок / **К.А. Зіборов, Г. К. Ванжа, В.Т. Костырко, С.О. Федоряченко** (Україна); Опубл. 10.06.2011, бюл. № 11 // Промислова власність, 2003. – №4.
6. **Зіборов К.А.** До питання підвищення надійності опорних вузлів шахтних вагонеток / **К.А. Зіборов, Г.К. Ванжа, С.О. Федоряченко** // Гірнична електромеханіка та автоматика, 2011р. – №87. – С.124-127.
7. **Зіборов К.А.** Динамическая модель шахтной вагонетки с дополнительной кинематической подвижностью ходовой части [Текст] / **К.А. Зіборов, Г.К. Ванжа, С.А. Федоряченко** // Матеріали міжнародної конференції «Современное машиностроение. Наука и образование». – Санкт-Петербург. – СПб.: Политехн. Ун-т, 2012.
8. **Деркач П.М.** Экспериментальные исследования нагрузок на кронштейны колесных пар амортизированной вагонетки ВГ-2,5-900 [Текст] / **П.М. Деркач, В.В. Говоруха, А.Н. Выскребец, Н.К. Шкурко** // Динамика и прочность горных машин, 1975. – Вып.3. – С. 69–72.
9. **Коган А.Я.** Оценка достаточного условия устойчивости колеса на рельсе с учетом вероятностного характера влияющих на нее факторов [Текст] / **А.Я. Коган, Е.А. Черняков** // Вестник ВНИИЖТ. –2008р. – №2. – С. 36-41
10. **Вериго М.Ф.** Динамика вагонов. Конспект лекций / **М.Ф. Вериго, А.Я. Коган.**; под. ред. **М.Ф. Вериго.** – М.: Транспорт, 1986. – 559 с.

Рукопис подано до редакції 16.04.12