

УДК 621.833.001.24

**ПАРАМЕТРЫ ОСОБЫХ ТОЧЕК ПРОФИЛЯ
ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЬЕВ****Н. И. РОГАЧЕВСКИЙ***Государственное учреждение
высшего профессионального образования
«Белорусско-Российский университет», г. Могилев*

Форма зуба однозначно определяется его торцовым профилем и ходом винтовых линий зуба. Торцовый профиль состоит из нескольких участков, имеющих общие точки – особые точки профиля. Основными из них являются: граничная точка L профиля зуба и начальная точка G линии модификации головки зуба. Положение этих точек влияет на коэффициент перекрытия передачи, ее интерференцию и заклинивание, т. е. определяет качество передачи.

В литературе (например, в ГОСТ 16532–70 или [1]) расчетные зависимости параметров особых точек являются приближенными. Исследования показали, что часто они оказываются вообще непригодными из-за значительного расхождения получаемых по этим зависимостям результатов с действительностью или из-за узости области их применения. Неточность существующих формул особенно велика при $z < 20$ и $x < 0$ для определения точки L и при $z < 35$ и $x < 0,3$ для точки G .

Особые точки при заданных исходных данных могут занимать различные положения, обусловленные предельными дополнительными смещениями, установленными ГОСТ 1643–81.

В промышленности часто используют [2], [3] модификацию головки зуба дугой окружности. Существующие стандарты не предусматривают расчета такой модификации, а необходимость в этом очевидна.

Настоящая работа посвящена устранению вышеперечисленных недостатков, т. е. точному определению предельных значений параметров граничной точки и точек начала модификации зубьев как прямой линией, так и другой окружности для тех или иных значений исходных данных, посвящена настоящая работа.

1. Исходные данные для расчета.

Мы оперируем известными параметрами: m – модуль, мм; α – угол профиля, град; h_a^* , h_f^* , h_l^* , c^* , δ^* , h_g^* и Δ^* – коэффициенты соответственно высоты головки, высоты ножки, граничной высоты, радиального зазора, уменьшения высоты зуба [3], высоты и глубины модификации головки зуба; β – угол наклона линии зуба, град; x – коэффициент смещения; z – число зубьев; E_{HS} – наименьшее дополнительное смещение исходного контура, мкм; T_H – допуск на смещение исходного контура, мкм.

По известным [1], [4] формулам определяют коэффициент ρ_f^* радиуса скругления вершины производящей рейки, номинальный коэффициент смещения x^* и другие параметры:

$$\begin{aligned} \rho_f^* &= (2 \cdot h_a^* + c^* - h_i^*) / (1 - \sin \alpha); \\ x^* &= x - (|E_{HS}| + T_H / 2) / (1000 \cdot m); \\ \alpha_t &= \arctg(\operatorname{tg} \alpha / \cos \beta); \\ d &= 2 \cdot r = z \cdot m / \cos \beta; \\ d_b &= 2 \cdot r_b = d \cdot \cos \alpha_t; \\ d_a &= 2 \cdot r_a = d + 2 \cdot m \cdot (h_a^* + x - \delta^*); \\ \psi_b &= (\pi / 2 + 2 \cdot x^* \cdot \operatorname{tg} \alpha) / z + \operatorname{inv} \alpha_t. \end{aligned}$$

Впредь считают известными значения этих параметров.

2. Вычисление параметров граничной точки.

Определяют вспомогательные величины:

$$\begin{aligned} x_c &= m (h_a^* + c^* - \rho_f^* - x^*); \\ y_c &= \frac{m}{\cos \beta} [\pi / 4 + (h_i^* - h_a^*) \operatorname{tg} \alpha + \rho_f^* \cdot \cos \alpha]. \end{aligned}$$

Затем вычисляют аргумент γ_l , определяющий граничную точку, для чего задаются рядом последовательно уменьшающихся неотрицательных значений независимого аргумента γ , начиная от $(\pi / 2 - \alpha_t)$. Для каждого взятого γ , при котором $r_l \geq r_b$, вычисляют функцию $\Delta\psi(\gamma)$ по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= \arctg(\operatorname{tg} \gamma / \cos \beta); \\ x_{t0} &= x_c + m \cdot \rho_f^* \cdot \cos \gamma_0; \\ y_{t0} &= y_c - m \cdot \rho_f^* \cdot \sin \gamma_0 / \cos \beta; \\ \varphi &= (y_{t0} + x_{t0} \cdot \operatorname{tg} \gamma) / r; \\ x_t &= (r - x_{t0}) \cos \varphi + x_{t0} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \sin \varphi; \\ y_t &= (r - x_{t0}) \sin \varphi - x_{t0} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \cos \varphi; \\ r_t &= \sqrt{x_t^2 + y_t^2}; \\ \psi_t &= \arctg(y_t / x_t); \\ \Delta\psi &= \psi_t - \psi_b + \operatorname{invarccos}(r_b / r_t). \end{aligned}$$

Наибольшее значение γ , при котором получают $\Delta\psi = 0$, и есть искомый аргумент γ_l . При $\gamma = \gamma_l$ соответствующие функции аргумента γ снабжают индексом «l». Например, γ_{0l} , $x_{t0l} = x_{t0}(\gamma_l)$, $r_l = r_t(\gamma_l)$, $\psi_l = \psi_t(\gamma_l)$.

Итак, номинальный диаметр окружности граничных точек:

$$d_l = 2 \cdot r_l = 2 \sqrt{x_{tl}^2 + y_{tl}^2}. \quad (1)$$

Номинальный радиус кривизны торцового профиля зуба в граничной точке:

$$\rho_l = \sqrt{r_l^2 - r_b^2}.$$

Модуль предельных отклонений диаметра d_l :

$$\Delta d_l = \Delta x^* \frac{dd_l}{dx^*} = \frac{T_H}{2000 \cdot m} 2 \frac{dr_l}{dx^*}.$$

Выполнив процедуру дифференцирования по x^* уравнения (1) и подставив полученный результат в формулу для Δd_l , после соответствующих преобразований получают:

$$\Delta d_l = \frac{T_H}{1000} \frac{r - x_{t0l} / \cos^2 \gamma_l}{r_l}.$$

Предельные диаметры окружностей граничных точек $d_{l\min}$, $d_{l\max}$:

$$d_{l\min} = d_l - d_l;$$

$$d_{l\max} = d_l + d_l.$$

Пример 1. Для зубчатого колеса с исходным контуром по ГОСТ 13754–81 и параметрами $\delta^* = 0$, $m = 3$ мм, $z = 15$, $\beta = 12^\circ$, $x = 0$, $E_{HS} = 294$ мкм, $T_H = 98$ мкм, положение граничных точек характеризуется величинами: $d_{l\min} = 43,134$ мм, $d_{l\max} = 43,170$ мм, $\rho_l = 0,735$ мм. Согласно методике расчета $d_l = 43,132$ мм, $\rho_l = -0,581$ мм. Как видно, значение d_l находится за пределами интервала $[d_{l\min}, d_{l\max}]$; полученное отрицательное значение ρ_l противоречит истине, так как это длина касательной к основной окружности от граничной точки.

3. Параметры модификации головки зуба прямой линией.

Предварительно вычисляют:

$$\alpha_{tM} = \arctg(\tg \alpha_t + \frac{\Delta^*}{h_g^* \cdot \cos \beta});$$

$$d_{bM} = d \cdot \cos \alpha_{tM};$$

$$\psi_\Delta = \text{inv } \alpha_{tM} - \text{inv } \alpha_t + (h_a^* - h_g^* + x^*) \frac{2 \cdot \Delta^*}{z \cdot h_g^*};$$

$$\alpha_{aM} = \arccos(d_{bM} / d_a).$$

Номинальный диаметр d_g окружности, проходящей через точки G , является [5] положительным корнем уравнения:

$$\text{inv arccos}(d_{bM} / d_g) - \text{inv arccos}(d_b / d_g) - \psi_\Delta = 0. \quad (2)$$

Номинальная высота h_g и нормальная глубина $\Delta_{\alpha t}$ модификации торцового профиля головки зуба:

$$h_g = (d_a - d_g) / 2;$$

$$\Delta_{\alpha t} = d_b [\text{inv } \alpha_{aM} - \text{inv arccos}(d_b / d_a) - \psi_\Delta] / 2.$$

Модуль предельных отклонений диаметра d_g :

$$\Delta d_g = \Delta x^* \frac{dd_g}{dx^*} = \frac{T_H}{2000 \cdot m} \frac{dd_g}{dx^*}. \quad (3)$$

Продифференцировав по x^* уравнение (2) и подставив полученный результат в формулу (3), получают:

$$\Delta d_g = \frac{T_H}{1000 \cdot m} \frac{\Delta^* \cdot d_g}{z \cdot h_g^* [\operatorname{tg} \arccos(d_{bM}/d_g) - \operatorname{tg} \arccos(d_b/d_g)]}.$$

Предельные диаметры окружности модификации головок зубьев:

$$d_{g \min} = d_g - \Delta d_g; \quad (4)$$

$$d_{g \max} = d_g + \Delta d_g. \quad (5)$$

Пример 2. Для зубчатого колеса с исходным контуром по ГОСТ 13754–81 и данными $h_g^* = 0,450$, $\Delta^* = 0,020$, $\delta^* = 0$, $m = 5,5$ мм, $z = 21$, $\beta = 9^\circ$, $x = 0,6$, $E_{HS} = 279$ мкм, $T_H = 163$ мкм параметры модификации имеют следующие значения: $d_{g \min} = 132,184$ мм, $d_{g \max} = 132,694$ мм, $h_g = 1,051$ мм, $\Delta_{at} = 0,028$ мм. По известным из литературы [1] формулам: $d_g = 134,059$ мм, $h_g = 0,240$ мм, $\Delta_{at} = 0,006$ мм. Из сопоставления вычисленных значений параметров модификации видно, что величина d_g значительно выходит за пределы $[d_{g \min}, d_{g \max}]$, разница значений h_g в 4,4 раза, а значений Δ_{at} в 4,7 раза.

Следует отметить, что получение с высокой точностью величин h_g и Δ_{at} имеет большое значение при определении действительной нагрузочной способности передачи с учетом упругих деформаций зубьев и ошибок в зацеплении [2]. Известно, что при задании значения Δ_{at} , близкого к суммарной упругой деформации зубьев с учетом ошибок изготовления и монтажа колес, в зацеплении участвует дополнительная часть зуба высотой близкой к h_g , вследствие чего увеличивается коэффициент торцового перекрытия и, следовательно, нагрузочная способность передачи [6]. Методика определения параметров модификации h_g^* и Δ^* на режущем инструменте, которые обеспечивают получение с заданной точностью желаемых величин h_g и Δ_{at} , изложена в [7].

4. Параметры модификации головки зуба дугой окружности.

Предварительно определяют относительный радиус кривизны линии модификации головки нормального исходного контура [3]:

$$\rho_a^* = \frac{\sqrt{h_g^{*2} + (\Delta^* + h_g^* \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2}}{2 \cdot \sin[\operatorname{arctg}(\Delta^*/h_g^* + \operatorname{tg} \alpha) - \pi \cdot \alpha / 180]}.$$

Далее вычисляют аргумент γ_{ag} , определяющий начальную точку модификации головки. Для вычисления γ_{ag} задаются рядом последовательно уменьшающихся не-

отрицательных значений независимого аргумента γ_a , начиная от $\pi(0,5 - \alpha/180)$, и для каждого взятого его значения вычисляют функции аргумента γ_a :

$$\begin{aligned} x_{t0} &= m [h_g^* - h_a^* - x^* + \rho_a^* (\sin \alpha - \cos \gamma_a)]; \\ y_{t0} &= \frac{m}{\cos \beta} \left[\frac{\pi}{4} - (h_a^* - h_g^*) \operatorname{tg} \alpha - \rho_a^* (\cos \alpha - \sin \gamma_a) \right]; \\ \gamma &= \operatorname{arctg}(\cos \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma_a); \\ \varphi &= (y_{t0} + x_{t0} \cdot \operatorname{tg} \gamma) / r; \\ x_t(\gamma_a) &= (r - x_{t0}) \cos \varphi + x_{t0} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \sin \varphi; \\ y_t(\gamma_a) &= (r - x_{t0}) \sin \varphi - x_{t0} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \cos \varphi; \\ r_t(\gamma_a) &= \sqrt{x_t^2 + y_t^2}; \\ \Delta\psi(\gamma_a) &= \psi_b - \operatorname{invarccos}(r_b / r_t) - \operatorname{arctg}(y_t / x_t). \end{aligned}$$

Значение $\gamma_a = \gamma_{aa}$, при котором $r_t = r_a$, определяет вершину модифицированного зуба; значение $\gamma_a = \gamma_{ag}$, при котором $\Delta\psi = 0$, определяет начальную точку модификации головки зуба. Функции аргумента γ_a снабжают индексом «а» при $\gamma_a = \gamma_{aa}$, индексом «g» при $\gamma_a = \gamma_{ag}$.

Итак, номинальный диаметр окружности начала модификации головок

$$d_g = 2 \cdot r_g = 2 \cdot r_t(\gamma_{ag}) = 2 \sqrt{x_{tg}^2 + y_{tg}^2}. \quad (6)$$

Номинальные высота h_g и нормальная глубина Δ_{at} модификации торцового профиля головки зуба:

$$\begin{aligned} h_g &= (d_a - d_g) / 2; \\ \Delta_{at} &= d_b [\psi_b - \operatorname{arctg}(y_{ta} / x_{ta}) - \operatorname{invarccos}(d_b / d_a)] / 2. \end{aligned}$$

Модуль предельных отклонений диаметра d_g определяют, используя формулу (3) и производную по x^* уравнения (6). После преобразований получают:

$$\Delta d_g = \frac{T_H}{1000} \frac{r - x_{t0g} / \cos^2 \gamma_{ag}}{d_g}.$$

Предельные диаметры окружности модификации головок зубьев $d_{g \min}$ и $d_{g \max}$ вычисляют соответственно по формулам (4) и (5).

Пример 3. Для зубчатого колеса с исходными данными, приведенными в примере 2, за исключением h_g^* и Δ^* , которые в настоящем примере равны $h_g^* = 0,476$ и $\Delta^* = 0,049$, параметры модификации имеют следующие значения: $d_{g \min} = 132,144$ мм, $d_{g \max} = 132,677$ мм, $h_g = 1,065$ мм, $\Delta_{at} = 0,031$ мм.

Заключение

Предложенные алгоритмы расчета позволяют получить достоверные значения параметров граничной точки и точек начала модификации торцового голо-

вок зубьев как прямой линией, так и дугой окружности. Последнее позволяет уточнить картину зубчатого зацепления и повысить качество передачи.

Литература

1. Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внешнего зацепления. Расчет геометрии : справ. пособие / И. А. Болотовский [и др.]. – Москва : Машиностроение, 1974. – 160 с.
2. Генкин, М. Д. Повышение надежности тяжелонагрузочных зубчатых передач / М. Д. Генкин, Н. М. Рыжов, М. А. Рыжов. – Москва : Машиностроение, 1981. – 232 с.
3. Андожский, В. Д. Модификация головки зубьев рейкой с линией модификации по дуге окружности / В. Д. Андожский // Вестн. машиностроения. – 1978. – № 8. – С. 26–29.
4. Андожский, В. Д. Теория определения размера по роликам / В. Д. Андожский, Н. И. Рогачевский ; Могилев. машиностр. ин-т. – Могилев, 1981. – 75 с. : ил. – Библиогр.: 6 назв. – Деп. в БелНИИНТИ 23.05.81, № 302.
5. Андожский, В. Д. Геометрический расчет модификации головок зубьев / В. Д. Андожский // Вестн. машиностроения. – 1976. – № 5. – С. 39–42 ; № 8. – С. 62.
6. Оников, В. В. Коэффициент перекрытия деформируемых зубчатых зацеплений / В. В. Оников, Н. И. Рогачевский // Изв. вузов. Машиностроение. – 1982. – № 8. – С. 20–24.
7. Андожский, В. Д. Модификация головок внешних зубьев эвольвентных зубчатых колес / В. Д. Андожский, Н. И. Рогачевский // Вестн. машиностроения. – 1985. – № 7. – С. 15–17.

Получено 24.07.2009 г.