Штовба С.Д. Настройка нечеткой модели по обучающей выборке с нечетким выходом // Кибернетика и системный анализ. – 2007. – №3. – С. 26–32.

УДК 658.012

С.Д. Штовба

НАСТРОЙКА НЕЧЕТКОЙ МОДЕЛИ ПО ОБУЧАЮЩЕЙ ВЫБОРКЕ С НЕЧЕТКИМ ВЫХОДОМ

Ключевые слова: *настройка, нечеткая модель, нечеткий вывод, нечеткая обучающая выборка.*

Введение

Рассматриваются модели, в которых зависимость «входы – выход» описывается базой знаний из нечетких правил типа «Если – то». Настройка нечеткой модели представляет собой итерационную процедуру изменения ее параметров с целью минимизации отклонения результатов логического вывода от экспериментальных данных. Настройка нечетких моделей с базами знаний разных форматов изучалась во многих работах, среди которых выделим публикации [1 – 9]. Особенностью этих исследований является использование обучающей выборки с четкими значениями входных и выходной переменной. Многие практические задачи идентификации в медицине, биологии, экономике, политологии, социологии, спорте и в других областях содержат обучающие выборки с нечеткими данными. В статье [10] предложен метод обучения нечеткой модели по выборке с нечеткими значениями входов. Данная статья развивает его на случай обучающей выборки с нечеткими выходными значениями.

Статья организована следующим образом: в начале предлагаются нечеткие модели, преобразовывающие входные числовые данные в нечеткое выходные значения, затем настройка нечеткой модели по нечеткой выборке ставится как задача оптимизации, и в конце приводняться результаты компьютерных экспериментов на настройке предложенных моделей по нечеткой обучающей выборке.

2. Нечеткие модели с нечетким выходом

В нашем случае нечеткая модель должна реализовывать некоторую нечеткую функцию, т.е. отображать четкие значения входов $X=(x_1, x_2, ..., x_n)$ в нечеткое число $\tilde{y}$ на выходе: $(x_1, x_2, ..., x_n) \to \tilde{y}$. Типовые модели нечеткого вывода выдают четкие значения (рис. 1). Ниже предлагаются 2 способа синтеза нечетких чисел на основе моделей с нечеткими базами знаний.

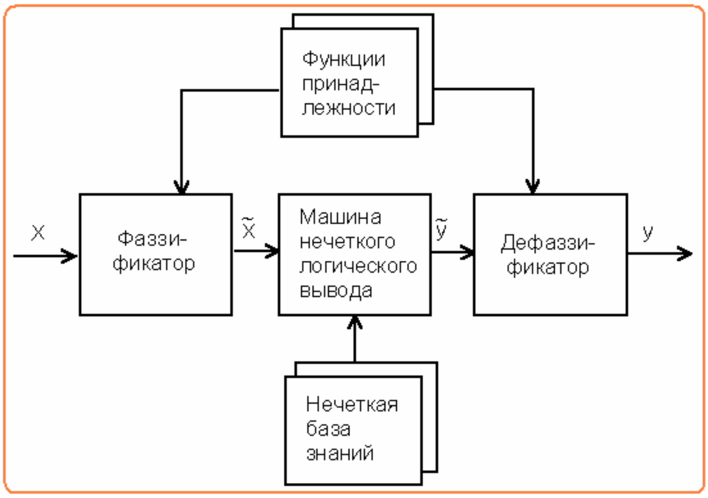


Рис. 1. Типовая нечеткая модель Мамдани

Первый способ заключается в исключении операции дефаззификации из типовой нечеткой модели (рис. 1). Тогда модель на основе базы знаний Мамдани будет выдавать нечеткое множество типа:

$$\tilde{y} = \int\limits_{y \in [\underline{y}, \overline{y}]} \mu_{\tilde{y}}(y) \,/\, y\,, \tag{1}$$

где $\mu_{\tilde{y}}(y)$ – функция принадлежности нечеткого множества $\tilde{y}$ на носителе $[\underline{y}, \overline{y}]$.

Обратим внимание, что нечеткое множество (1) не всегда эквивалентно нечеткому числу, так как может быть субнормальным или невыпуклым. Любое субнормальное нечеткое множество легко нормализовать делением всех степеней принадлежности на высоту. Задача исправления невыпуклости сложнее, поэтому рассмотрим ее подробнее.

Типовые примеры невыпуклых нечетких множеств, полученных в результате логического вывода Мамдани (рис. 2), показывают, что на зоны невыпуклости может приходиться более половины носителя. Преобразовать невыпуклое нечеткое множество $\tilde{A}$ в выпуклое $\tilde{B}$ предлагается аппроксимацией параметрической функцией принадлежности по следующей постановке:

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{RMSE}(\tilde{A}, \tilde{B}) \;\; \rightarrow \;\; \min \\ \text{при условии} \;\; \mathrm{defuz}(\tilde{A}) = \mathrm{defuz}(\tilde{B}) \end{array}\right\}, \tag{2}$$

где RMSE – средняя квадратичная невязка;

defuz – дефаззификация нечеткого множества по методу центра тяжести.

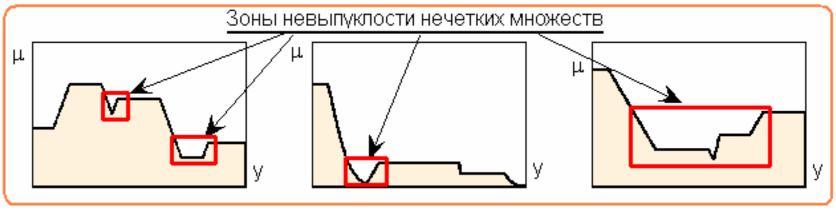


Рис. 2. Эффект невыпуклости нечетких множеств, полученных по алгоритму Мамдани

Невязку двух нечетких множеств $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$ с функциями принадлежности $\mu_{\tilde{A}}(y)$ и $\mu_{\tilde{B}}(y)$ на интервале $[\underline{y}, \bar{y}]$ предлагается рассчитывать следующим образом:

$$\mathrm{RMSE}(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt{\frac{\int_{\underline{y}}^{\bar{y}} \left(\mu_{\tilde{A}}(y) - \mu_{\tilde{B}}(y)\right)^2 dy}{\bar{y} - \underline{y}}} \,. \tag{3}$$

Графики функций принадлежности с рис. 2 имеют несколько протяженных плато. Для учета этой особенности при аппроксимации невыпуклых нечетких множеств введем в типовые функции принадлежности пороги, которые ограничат снизу их значения. В качестве примера на рис. 3 сравниваются результаты аппроксимации трех невыпуклых нечетких множеств с рис. 2 известными и предложенными функциями принадлежности. Рис. 3 показывают, что добавление порогов в функции принадлежности значительно улучшает точность аппроксимации результатов нечеткого вывода.

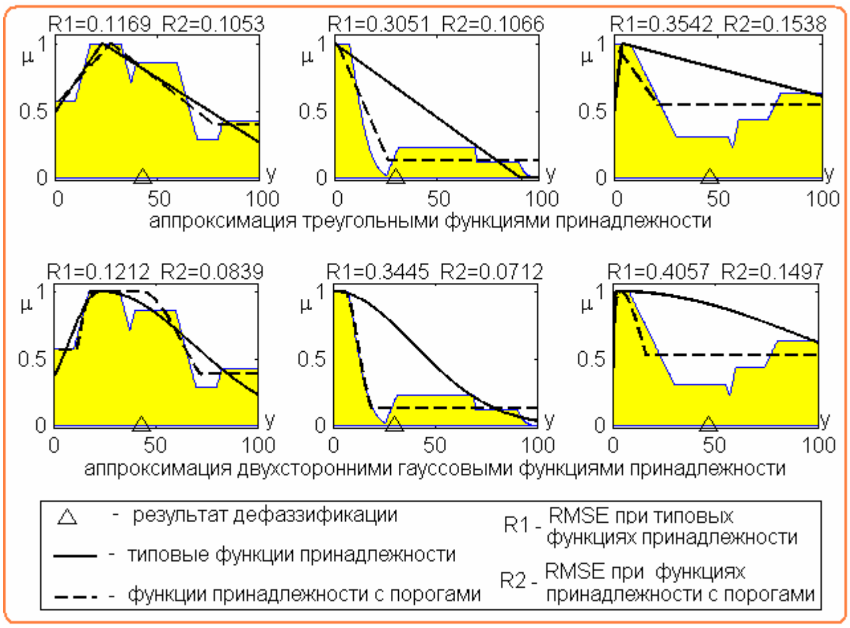


Рис. 3. Сравнение аппроксимаций невыпуклых нечетких множеств

Второй способ синтеза нечетких чисел базируется на таких допущениях: 1) на всем факторном пространстве искомое нечеткое число можно описать параметрической функцией принадлежности одного типа; 2) зависимость параметров функции принадлежности этого нечеткого числа от влияющих факторов задается нечеткой базой знаний. Введем следующие обозначения:

$\mu(y) = mf(y, Z)$ – функция принадлежности с параметрами Z, по которой для элементов y универсального множества рассчитывают степени принадлежности $\mu(y)$;

$Z = f(X)$ – нечеткая модель, связывающая параметры Z функции принадлежности с влияющими факторами X, т.е. $\mu(y) = mf\big(y, f(X)\big)$.

Зависимость $Z = f(X)$ опишем нечеткой базой знаний с несколькими выходными переменными. Каждая выходная переменная соответствует одному параметру функции принадлежности нечеткого числа $\tilde{y}$.

3. Настройка нечеткой модели по нечеткой выборке как задача оптимизации

Нечеткую обучающую выборку определим как M пар данных:

$$\left(X_r, \tilde{y}_r\right), \quad r = \overline{1, M}, \tag{4}$$

где $X_r = \left(x_{r1}, x_{r2}, ..., x_{rn}\right)$ – входной вектор в r-ой строке выборки и $\tilde{y}_r = \int\limits_{y \in [\underline{y}, \overline{y}]} \mu_{\tilde{y}_r}(y) / y$ – соответствующий выход в виде нечеткого числа.

По аналогии с работами [1 – 10] задачу настройки по нечеткой выборке (4) поставим как поиск таких параметров P нечеткой модели, которые обеспечивают:

$$\sqrt{\frac{1}{M} \sum_{r=\overline{1, M}} RMSE\left(\tilde{y}_r, \tilde{F}\left(P, X_r\right)\right)^2} \to \min \tag{5}$$

где $\tilde{F}\left(P, X_r\right)$ – нечеткое число, полученное для входного вектора X_r в результате логического вывода по нечеткой базе знаний с параметрами P; RMSE – невязка (3) между желаемым и действительным поведением нечеткой модели.

В качестве настраиваемых параметров (P) обычно используют параметры функций принадлежности нечетких термов из базы знаний. Для нечетких моделей Сугено также настраивают коэффициенты в заключениях правил. Задача (5) представляет собой задачу нелинейной оптимизации, для решения которой можно использовать типовые методы.

4. Тестовая задача

В [11] приведены данные 392 экспериментов о зависимости времени (y) разгона автомобиля до скорости 60 миль в час от количества цилиндров (x_1) и тяговооруженности автомобиля (отношения мощности к массе автомобиля, x_2). По этим данным сформируем для зависимости $\tilde{y} = f(x_1, x_2)$ нечеткие обучающую и тестовую выборки.

В экспериментальных данных влияющие факторы принимают такие значения: $x_1 \in \{3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8\}$ и $x_2 \in [0.0206,\ 0.0729]$. Для формирования нечетких выборок округлим значения фактора x_2 до тысячных. Тогда $x_2 \in \{0.021,\ 0.022,\ \ldots,\ 0.051,\ 0.054,\ 0.073\}$. Декартово произведение $x_1 \times x_2$ состоит из 5*33=165 точек, из них для 27 пар (x_1, x_2) в экспериментальных данных существует не менее 3 различных значений выходной переменной y. Для этих 27 пар используя идеи потенциала точки из горной кластеризации [12] рассчитаем степени принадлежности по распределению значений выходной переменной. Потенциал точки – это число, показывающее насколько плотно в ее окрестности расположены экспериментальные данные. Чем он выше, тем ближе точка к центру кластера. Потенциал точки y_i $(i = \overline{1, v})$ рассчитывают так [12]:

$$pot_i = \sum_{j=\overline{1,v}} \exp\left(-4\alpha^2 (y_i - y_j)^2\right),$$

где $\alpha > 0$ – коэффициент размазаности кластера; v – количество точек.

Перед использованием этой формулы отмасштабируем данные на единичный отрезок. Степени принадлежности нечеткого множества $\tilde{y}$ предлагается рассчитывать из потенциалов следующим образом:

$$\mu_{\tilde{y}}(y_i) = \frac{pot_i}{\max\limits_{j=\overline{1,v}} (pot_j)}.$$

Затем найденные степени принадлежности аппроксимируем двухсторонней гауссовой кривой:

$$\mu(y) = \begin{cases} gmf(y, b_1, c_1), & \text{если}\ y < b_1 \\ 1, & \text{если}\ y \in [b_1, b_2], \\ gmf(y, b_2, c_2), & \text{если}\ y > b_2 \end{cases}$$

где gmf – гауссова функция принадлежности:

$$\mu(y) = \exp\left(-\frac{(y-b)^2}{2c^2}\right), \qquad (5)$$

где b и c – параметры функции принадлежности – координата максимума и коэффициент концентрации.

В обучающую выборку включим 20 пар данных, а в тестовую – 7 (рис. 4).

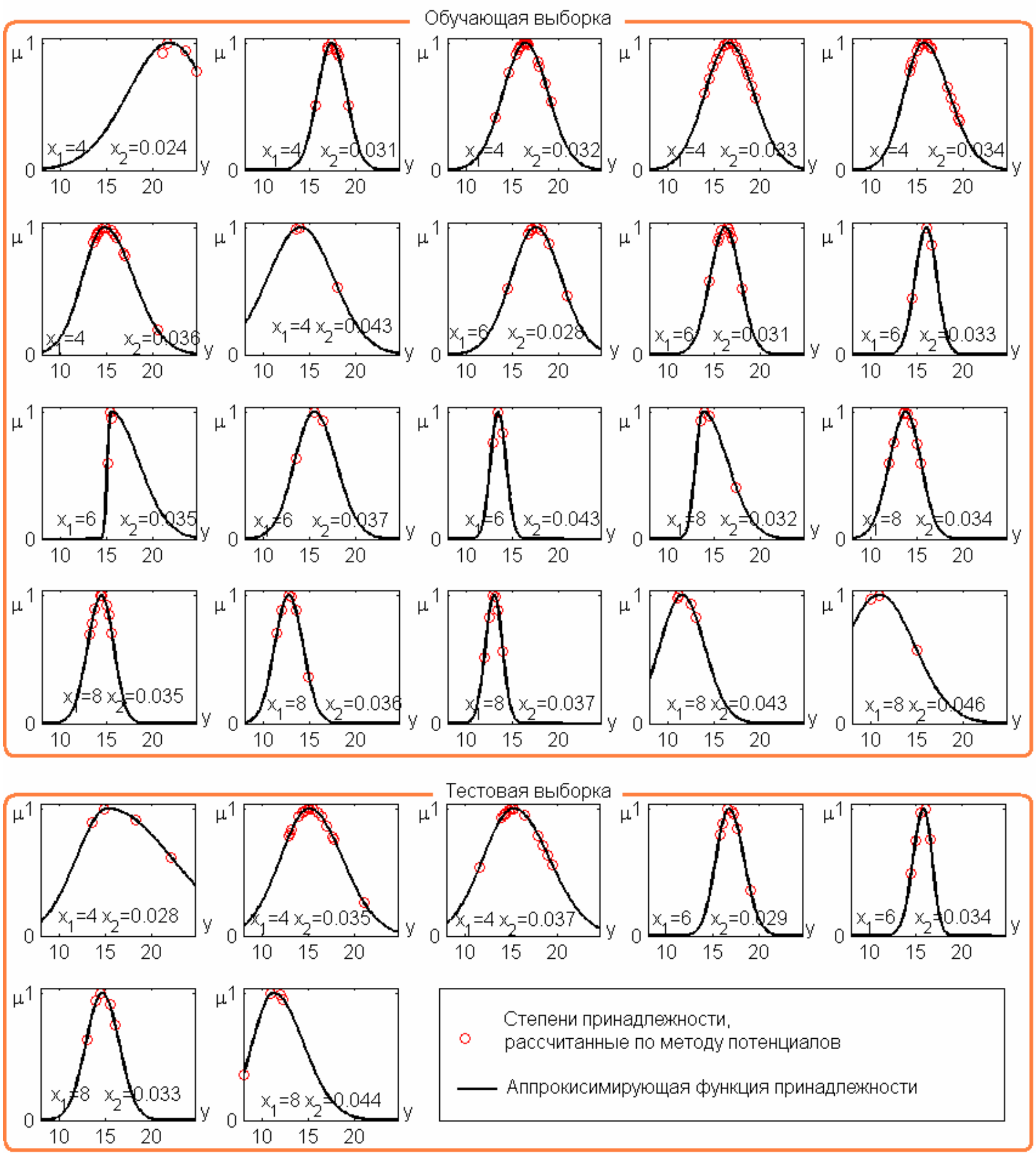


Рис. 4. Нечеткие обучающая и тестовая выборки

5. Компьютерные эксперименты с нечеткой моделью типа Мамдани

По распределению экспериментальных данных тестовой задачи (рис. 5) сформируем нечеткую базу знаний Мамдани из таких правил:

если $x_1 = \tilde{4}$ и x_2 = Слабая, то y = Большое,

если $x_1 = \tilde{6}$ и x_2 = Средняя, то y = Среднее,

если $x_1 = \tilde{8}$ и x_2 = Сильная, то y = Малое.

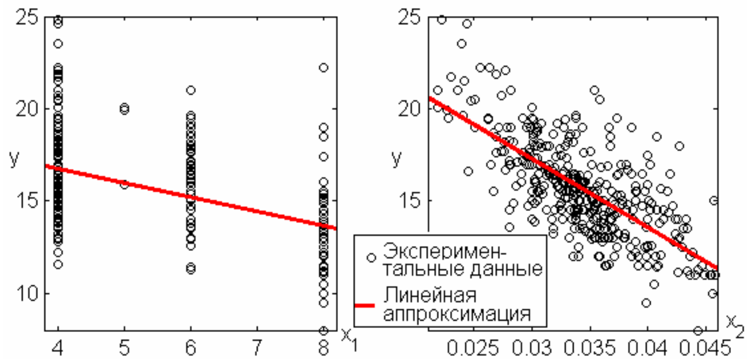


Рис. 5. Экспериментальные данные из тестовой задачи

В качестве функций принадлежности нечетких термов выберем гауссову кривую (5). Графики функций принадлежности до и после настройки показаны на рис. 6. Тестирование (рис. 7) свидетельствует, что в результате настройки невязка (5) на нечеткой тестовой выборке уменьшилась с 0.4338 до 0.2194.

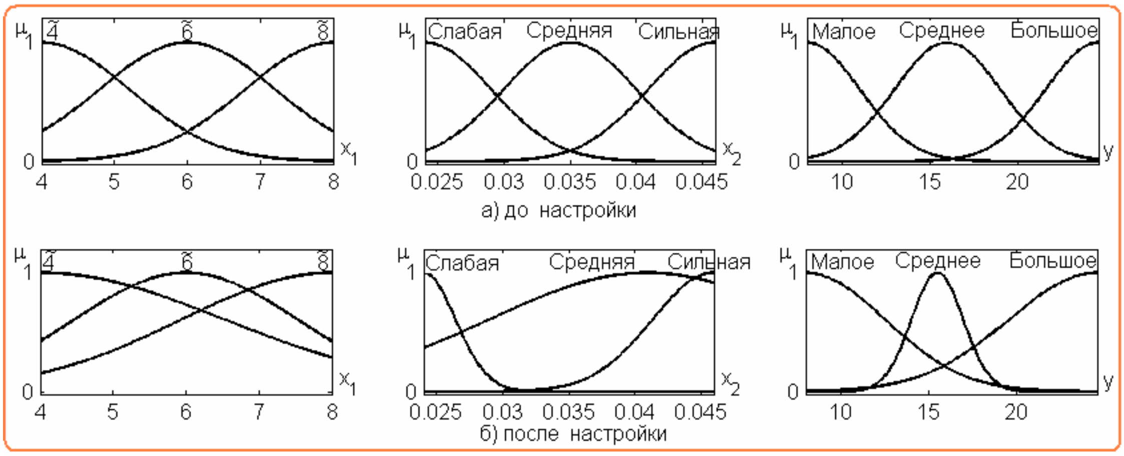


Рис. 6. Функции принадлежности нечетких термов базы знаний Мамдани

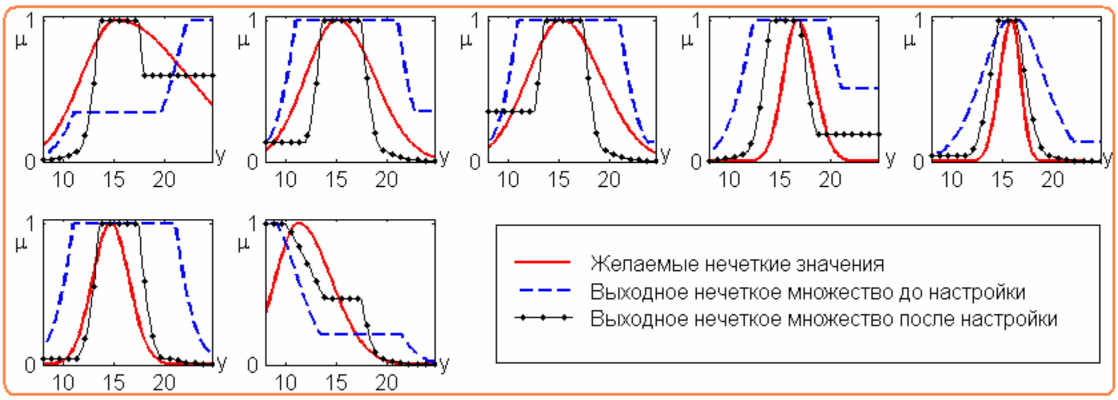


Рис. 7. Проверка нечетких моделей Мамдани на нечеткой тестовой выборке

6. Компьютерные эксперименты с нечеткой моделью типа Сугено

Для тестовой задачи построим нечеткую модель с двумя выходами, которые соответствуют параметрам гауссовой функции принадлежности нечеткого времени разгона. Базу знаний нечеткой модели типа Сугено сформируем из 3 правил (табл. 1). Эта модель с функциями принадлежности с рис. 6а на нечеткой тестовой выборке прогнозирует с точностью $\text{RMSE} = 0.4284$. После настройки точность возросла до $\text{RMSE} = 0.2158$, что лучше, чем для предыдущей модели. Результаты тестирования приведены на рис. 8. Оптимизированные функции принадлежности показаны на рис. 9, а заключения правил – в табл. 1. Отрицательные коэффициенты в заключении 2-го правила указывают, что при настройке выявлена тенденция сокращения времени разгона при увеличении числа цилиндров и тяговооруженности автомобиля, что соответствует распределению экспериментальным данным на рис. 5.

Таблица 1

Нечеткая база знаний Сугено

ЕСЛИ		ТО			
		до настройки		после настройки	
x_1	x_2	b	c	b	c
$\tilde{4}$	Слабая	24.6	1	24.6	2.81
$\tilde{6}$	Средняя	$16 + 0x_1 + 0x_2$	1	$17.73 - 0.23x_1 - 0.03x_2$	1.84
$\tilde{8}$	Сильная	8	1	8	7.23

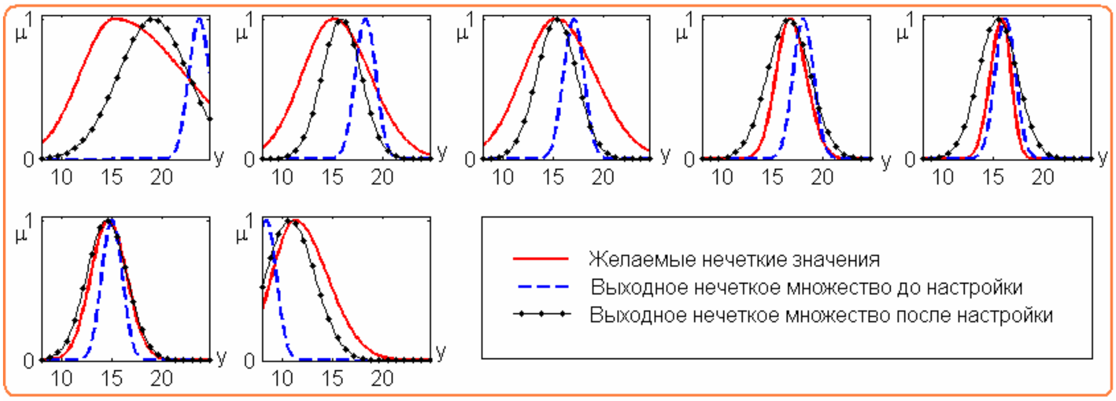


Рис. 8. Проверка нечетких моделей Сугено на нечеткой тестовой выборке

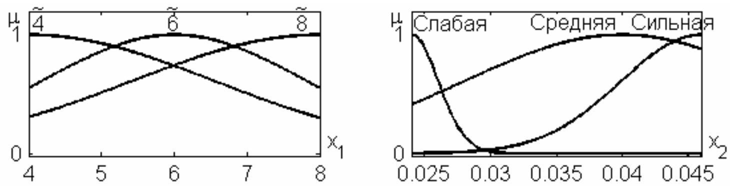
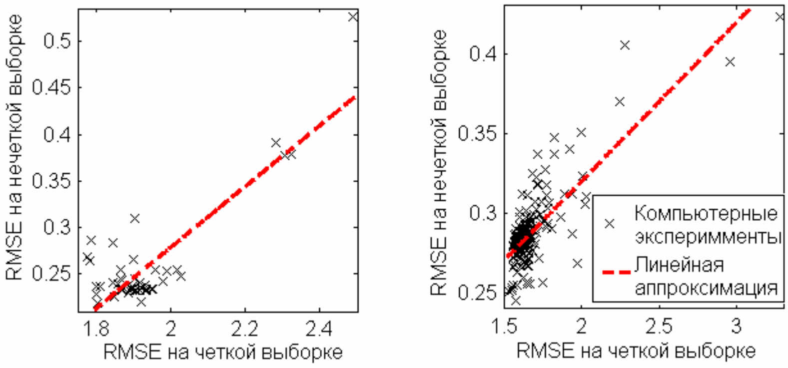


Рис. 9. Оптимизированные функции принадлежности нечетких термов базы знаний Сугено

7. Проверка нечетких моделей на четких выборках

Для выявления возможности идентификации четких многофакторных зависимостей с помощью обучающей выборке с нечеткими выходными значениями нами проверено соответствие невязок на нечеткой и четкой тестовой выборки. Для этого нечеткие модели настраивали по нечеткой обучающей выборки из разных начальных точек. После оптимизации их тестировали на нечеткой и четкой выборках. При тестировании на четкой выборке использовалась дефаззификация по методу центра тяжести. Результаты тестирования (рис. 10) свидетельствуют, что невязки на четких и нечетких данных коррелированны, поэтому настройку нечеткой модели по нечеткой обучающей выборке можно рассматривать как один из путей идентификации многофакторных зависимостей по нечеткой исходной информации.



а) для нечеткой модели Мамдани   б) для нечеткой модели Сугено

Рис. 10. Сравнение невязок на нечеткой и четкой тестовых выборках после настройки модели по нечеткой обучающей выборке

Выводы

Рассмотрено два способа построения многофакторных моделей на нечетких базах знаний, которые продуцируют на выходе нечеткие числа. Первый способ состоит в исключении из нечеткой модели Мамдани операции дефаззификации с последующей аппроксимацией выходного нечеткого множества параметрической функцией принадлежности. Предложены пороговые функции принадлежности, обеспечивающие лучшую точность аппроксимации невыпуклых нечетких множеств, полученных по алгоритму Мамдани. По второму способу нечеткое значение выхода модели задается функцией принадлежности, параметры которой зависят от влияющих факторов. Зависимость «влияющие факторы – параметры функции принадлежности» задается нечеткой базой знаний.

Предложена постановка задачи настройки таких нечетких моделей по нечеткой обучающей выборке. Отличие этой постановки задачи состоит в том, что впервые вводится понятие обучающей выборки с нечеткими значениями выходной переменной. Компьютерные эксперименты показывают, что настройка по нечетким данным повышает точность моделирования как для нечеткой, так и для четкой выборке данных. Благодаря возможности использования нечеткой обучающей выборки предложенный подход будет полезным при идентификации многофакторных зависимостей в задачах, где доступные экспериментальные данные заданы нечеткими числами.

Литература

1. Takagi T., Sugeno M. Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control // IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics. Vol. 15, № 1. – 1985. – P. 116-132.
2. Jang J.–S. R. ANFIS: Adaptive–Network–Based Fuzzy Inference System // IEEE Trans. Systems & Cybernetics. – 1993. – Vol. 23. – P. 665 – 685.
3. Rotshtein A. Design and Tuning of Fuzzy Rule–Based System for Medical Diagnosis. In Fuzzy and Neuro–Fuzzy Systems in Medicine (Eds.: Teodorescu N.H., Kandel A., and Jain L.C.). USA, Boca–Raton: CRC–Press.–1998.– P. 243–289.
4. Ротштейн А.П., Кательников Д.И. Идентификация нелинейных зависимостей нечеткими базами знаний // Кибернетика и системный анализ. – 1998. – №5. – С. 53–61.
5. Ротштейн А.П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети. – Винница: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 1999. – 320 с.
6. Ротштейн А.П., Штовба С.Д. Влияние методов дефаззификации на скорость настройки нечеткой модели // Кибернетика и системный анализ. –2002. – №5. – С. 169–176.
7. Shtovba S., Rotshtein A., Pankevich O. Fuzzy Rule Based System for Diagnosis of Stone Construction Cracks of Buildings. In "Advances in Computational Intelligence and Learning, Methods and Applications" (Eds.: Zimmermann H–J., Tselentis G., van Someren M., Dounias G.). Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, 2002. – P. 401–412.
8. Shtovba S., Pankevich O., Dounias G. Tuning the Fuzzy Classification Models with Various Learning Criteria: the Case of Credit Data Classification. Proc. of Inter. Conference on Fuzzy Sets and Soft Computing in Economics and Finance. Russia, St. Petersburg. – 2004. vol. 1. - P. 103–110.
9. Ротштейн А.П., Познер М., Ракитянская А.Б. Прогнозирование результатов футбольных матчей на основе нечеткой модели с генетико-нейронной настройкой // Кибернетика и системный анализ. – 2005. – №4. – С. 171–184.
10. Ротштейн А.П., Штовба С.Д. Идентификация нелинейной зависимости нечеткой базой знаний с нечеткой обучающей выборкой // Кибернетика и системный анализ. – 2006. – №2. – С. 17–24.
11. MPG data base of UCI Machine Learning Repository (http://www.ics.uci.edu/~mlearn/MLRepository.html).
12. Yager R., Filev D. Essentials of Fuzzy Modeling and Control. USA: John Wiley & Sons, 1994. – 387 p.