

Допустимые пространственные траектории беспилотного летательного аппарата в вертикальной плоскости**77-30569/367724**

03, март 2012

А.Н. Канатников, А.П. Крищенко, С.Б. Ткачев

УДК 517.925:519.71

МГТУ им. Н.Э. Баумана
mathmod@bmstu.ru**Введение**

Рассмотрим задачу движения беспилотного летательного аппарата (БПЛА) по расписанию, т.е. такого движения, при котором БПЛА пролетает заданные точки геометрического пространства (путевые точки) в заданные моменты времени. При этом в каждый момент времени значения переменных состояния и управлений должны подчиняться определенным ограничениям, вытекающим из особенностей летательного аппарата, условий полета и т.п.

Задача планирования траектории БПЛА при наличии ограничений достаточно сложна и основные проблемы в такой задаче связаны с необходимостью учета ограничений. Один из подходов к ее решению — компоновка траектории из определенного набора типовых маневров, которые формируются с использованием аналитических методов расчета траекторий, методов математического моделирования и различных эвристических алгоритмов.

Заданные путевые точки разбивают искомую траекторию на сегменты. Решение задачи упрощается, если потребовать, чтобы расчет очередного сегмента траектории не влиял на расчет последующих сегментов и зависел только от состояния БПЛА, достигнутого на предыдущем сегменте. В рамках этого требования планирование траектории можно проводить последовательно, от одного сегмента к другому. Дополнительно предлагается каждый сегмент реализовывать как выполнение конечного набора таких типовых маневров, как разворот, при котором изменяется направление движения БПЛА, смена эшелона — маневр в вертикальной плоскости, реализующий смену высоты полета (эшелона) и скорости, а также прямолинейное равномерное движение.

В настоящей работе мы ограничимся обсуждением планирования маневра смены эшелона. Этот маневр в сочетании с прямолинейным равномерным движением позволяет планировать те сегменты траектории БПЛА, на которых движение может проходить в вертикальной плоскости, т.е. с постоянным значением путевого угла.

Статья организована следующим образом. В разд. 1 описана математическая модель движения БПЛА. В разд. 2 приведен метод решения терминальной задачи движения с помощью полиномов по времени и приведен пример его использования. В разд. 3 приведены два алгоритма планирования маневра смены эшелона на основе некоторых эвристических формул, а в разд. 4 приведены примеры использования этих алгоритмов. Наконец, в разд. 5 представлены результаты моделирования и схема тестирования предлагаемого метода планирования.

1. Математическая модель

Движение БПЛА будем описывать математической моделью, представляющей собой систему из шести дифференциальных уравнений [1–4]:

$$\begin{cases} \dot{V} = (n_x - \sin \vartheta)g, & \dot{H} = V \sin \vartheta, \\ \dot{\vartheta} = \frac{(n_y \cos \gamma - \cos \vartheta)g}{V}, & \dot{L} = V \cos \vartheta \cos \psi, \\ \dot{\psi} = -\frac{n_y g \sin \gamma}{V \cos \vartheta}, & \dot{Z} = -V \cos \vartheta \sin \psi, \end{cases} \quad (1)$$

где V — путевая скорость; ϑ — угол наклона траектории; ψ — угол курса; H — высота; L — продольная дальность; Z — боковая дальность; n_x — продольная перегрузка; n_y — поперечная перегрузка; γ — угол крена; g — ускорение свободного падения. Продольная дальность L , высота H и боковая дальность Z представляют собой координаты положения центра масс БПЛА в нормальной земной системе координат.

В качестве управлений рассматриваются перегрузки n_x , n_y и угол крена γ .

После замены управлений

$$v_1 = n_x, \quad v_2 = n_y \cos \gamma, \quad v_3 = n_y \sin \gamma. \quad (2)$$

в системе (1) получаем аффинную (т.е. линейную по управлениям) систему из шести уравнений с тремя управлениями:

$$\begin{cases} \dot{V} = -g \sin \vartheta + g v_1, & \dot{H} = V \sin \vartheta, \\ \dot{\vartheta} = -\frac{\cos \vartheta}{V} g + \frac{g}{V} v_2, & \dot{L} = V \cos \vartheta \cos \psi, \\ \dot{\psi} = -\frac{g}{V \cos \vartheta} v_3, & \dot{Z} = -V \cos \vartheta \sin \psi, \end{cases} \quad (3)$$

которая далее и рассматривается (новые управления будем называть виртуальными).

2. Расчет t -параметрических траекторий

Рассмотрим задачу планирования траектории движения БПЛА, в которой заданы его начальное

$$x_0 = (V_0, \vartheta_0, \psi_0, H_0, L_0, Z_0) \quad (4)$$

и конечное

$$x_* = (V_*, \vartheta_*, \psi_*, H_*, L_*, Z_*) \quad (5)$$

состояния, а также начальные и конечные значения управлений:

$$v_0 = (v_{10}, v_{20}, v_{30}), \quad v_* = (v_{1*}, v_{2*}, v_{3*}). \quad (6)$$

Также считаем известным интервал $[t_0, t_*]$ планируемого полета. Требуется построить траекторию полета БПЛА, удовлетворяющую указанным граничным условиям, а также рассчитать реализующие эту траекторию управления.

Поставленную задачу называют терминальной. Для ее решения можно использовать метод, основанный на приведении аффинной системы к каноническому виду и концепции обратных задач динамики [2, 5].

В качестве новых переменных состояния выберем функции

$$y_1 = H, \quad y_2 = L, \quad y_3 = Z \quad (7)$$

и их производные в силу системы (3)

$$y_4 = \dot{y}_1 = V \sin \vartheta, \quad y_5 = \dot{y}_2 = V \cos \vartheta \cos \psi, \quad y_6 = \dot{y}_3 = -V \cos \vartheta \sin \psi. \quad (8)$$

Указанный набор переменных в области $\Omega \subset \mathbb{R}^6$, заданной неравенствами $|\vartheta| < \frac{\pi}{2}$, $|\psi| < \pi$, $V > 0$, определяет гладкую невырожденную замену переменных, поскольку старые переменные состояния выражаются через новые с помощью соотношений

$$\begin{cases} H = y_1, & L = y_2, & Z = y_3, \\ V = \sqrt{y_4^2 + y_5^2 + y_6^2}, & \sin \vartheta = \frac{y_4}{\sqrt{y_4^2 + y_5^2 + y_6^2}}, \\ \sin \psi = -\frac{y_6}{\sqrt{y_5^2 + y_6^2}}, & \cos \psi = \frac{y_5}{\sqrt{y_5^2 + y_6^2}}. \end{cases} \quad (9)$$

Эти соотношения показывают, что область Ω в новых переменных описывается неравенством $y_5^2 + y_6^2 > 0$.

Полагаем, что область в пространстве состояний, определяемая ограничениями на переменные состояния, целиком содержится в области Ω . Это позволяет записать систему в новых переменных.

В переменных (7), (8) система (3) примет канонический вид [6]:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_4, \\ \dot{y}_4 = -g + v_1 g \sin \vartheta + v_2 g \cos \vartheta, \\ \dot{y}_2 = y_5, \\ \dot{y}_5 = v_1 g \cos \vartheta \cos \psi - v_2 g \sin \vartheta \cos \psi + v_3 g \sin \psi, \\ \dot{y}_3 = y_6, \\ \dot{y}_6 = -v_1 g \cos \vartheta \sin \psi + v_2 g \sin \vartheta \sin \psi + v_3 g \cos \psi, \end{cases} \quad (10)$$

где переменные ϑ и ψ выражаются через новые переменные согласно (9).

Исключая из системы (10) переменные y_4, y_5, y_6 , получим систему трех дифференциальных уравнений 2-го порядка:

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 = -g + v_1 g \sin \vartheta + v_2 g \cos \vartheta, \\ \ddot{y}_2 = v_1 g \cos \vartheta \cos \psi - v_2 g \sin \vartheta \cos \psi + v_3 g \sin \psi, \\ \ddot{y}_3 = -v_1 g \cos \vartheta \sin \psi + v_2 g \sin \vartheta \sin \psi + v_3 g \cos \psi. \end{cases} \quad (11)$$

Система (11) в области Ω разрешима относительно управлений:

$$\begin{cases} v_1 = \frac{(\ddot{y}_1 + g) \sin \vartheta + \ddot{y}_2 \cos \vartheta \cos \psi - \ddot{y}_3 \cos \vartheta \sin \psi}{g}, \\ v_2 = \frac{(\ddot{y}_1 + g) \cos \vartheta - \ddot{y}_2 \sin \vartheta \cos \psi + \ddot{y}_3 \sin \vartheta \sin \psi}{g}, \\ v_3 = \frac{\ddot{y}_2 \sin \psi + \ddot{y}_3 \cos \psi}{g}. \end{cases} \quad (12)$$

Это значит, что для любой траектории движения, заданной соотношениями

$$y_1 = y_1(t), \quad y_2 = y_2(t), \quad y_3 = y_3(t), \quad t \in [t_0, t_*], \quad (13)$$

уравнения (12) однозначно определяют управления v_1, v_2, v_3 , реализующие эту траекторию.

Выясним, при каких условиях траектория (13) обеспечивает выполнение граничных условий (4)–(6).

Граничные условия (6) задают граничные значения управлений v_1, v_2, v_3 :

$$\begin{cases} v_1(t_0) = v_{10}, & v_2(t_0) = v_{20}, & v_3(t_0) = v_{30}, \\ v_1(t_*) = v_{1*}, & v_2(t_*) = v_{2*}, & v_3(t_*) = v_{3*}. \end{cases} \quad (14)$$

Граничные условия на состояние и управления согласно (7), (8) и (11) определяют на концах отрезка времени $[t_0, t_*]$ граничные условия на функции $y_i(t)$, $i = 1, 2, 3$, их первые и вторые производные. Так при $t = t_0$ находим:

$$\begin{cases} y_{10} = H_0, & y_{20} = L_0, & y_{30} = Z_0, \\ \dot{y}_{10} = V_0 \sin \vartheta_0, & \dot{y}_{20} = V_0 \cos \vartheta_0 \cos \psi_0, & \dot{y}_{30} = -V_0 \cos \vartheta_0 \sin \psi_0, \\ \ddot{y}_{10} = -g + v_{10} g \sin \vartheta_0 + v_{20} g \cos \vartheta_0, \\ \ddot{y}_{20} = v_{10} g \cos \vartheta_0 \cos \psi_0 - v_{20} g \sin \vartheta_0 \cos \psi_0 + v_{30} g \sin \psi_0, \\ \ddot{y}_{30} = -v_{10} g \cos \vartheta_0 \sin \psi_0 + v_{20} g \sin \vartheta_0 \sin \psi_0 + v_{30} g \cos \psi_0, \end{cases} \quad (15)$$

и, аналогично, при $t = t_*$

$$\begin{cases} y_{1*} = H_*, & y_{2*} = L_*, & y_{3*} = Z_*, \\ \dot{y}_{1*} = V_* \sin \vartheta_*, & \dot{y}_{2*} = V_* \cos \vartheta_* \cos \psi_*, & \dot{y}_{3*} = -V_* \cos \vartheta_* \sin \psi_*, \\ \ddot{y}_{1*} = -g + v_{1*} g \sin \vartheta_* + v_{2*} g \cos \vartheta_*, \\ \ddot{y}_{2*} = v_{1*} g \cos \vartheta_* \cos \psi_* - v_{2*} g \sin \vartheta_* \cos \psi_* + v_{3*} g \sin \psi_*, \\ \ddot{y}_{3*} = -v_{1*} g \cos \vartheta_* \sin \psi_* + v_{2*} g \sin \vartheta_* \sin \psi_* + v_{3*} g \cos \psi_*, \end{cases} \quad (16)$$

Любые гладкие функции $y_i(t)$, $i = 1, 2, 3$, удовлетворяющие граничным условиям (15), (16), обеспечивают выполнение условий (4)–(6). Например, такие функции можно найти среди многочленов переменной t пятой степени. Действительно, пусть для многочлена $p(t)$ заданы условия

$$p(t_0) = f_0, \quad \dot{p}(t_0) = \dot{f}_0, \quad \ddot{p}(t_0) = \ddot{f}_0, \quad p(t_*) = f_*, \quad \dot{p}(t_*) = \dot{f}_*, \quad \ddot{p}(t_*) = \ddot{f}_*. \quad (17)$$

Запишем многочлен в виде

$$f(t) = \sum_{j=0}^2 \frac{f_0^{(j)}}{j!} (t - t_0)^j + \sum_{j=0}^2 c_j (t - t_0)^{3+j}. \quad (18)$$

Тогда он, независимо от значений параметров c_j , удовлетворяет заданным граничным условиям при $t = t_0$.

Чтобы выполнялись условия (17) при $t = t_*$, параметры c_j должны удовлетворять системе уравнений

$$\begin{cases} \Delta^3 c_1 + \Delta^4 c_2 + \Delta^5 c_3 = f_* - f_0 - \dot{f}_0 \Delta - \frac{\ddot{f}_0}{2} \Delta^2, \\ 3\Delta^2 c_1 + 4\Delta^3 c_2 + 5\Delta^4 c_3 = \dot{f}_* - \dot{f}_0 - \ddot{f}_0 \Delta, \\ 6\Delta c_1 + 12\Delta^2 c_2 + 20\Delta^3 c_3 = \ddot{f}_* - \ddot{f}_0, \end{cases} \quad (19)$$

где $\Delta = t_* - t_0 \neq 0$. Решение этой квадратной системы всегда существует и единственно, так как ее определитель равен $2\Delta^9 \neq 0$.

Итак, для задания траектории полета БПЛА функции $y_1(t)$, $y_2(t)$, $y_3(t)$, удовлетворяющие граничным условиям (15), (16), можно выбрать в виде многочленов пятой степени, причем в этом случае коэффициенты трех многочленов граничными условиями определяются однозначно.

Пример 1. Рассмотрим t -параметрическую траекторию разворота на 175 град в течение 11,5 с, выбрав следующие начальные и конечные значения переменных состояния и управлений:

	<i>Начальное состояние</i>	<i>Конечное состояние</i>
Скорость V , км/ч	80	80
Угол наклона ϑ , град	0	0
Угол курса, ψ , град	0	175
Высота H , м	1000	1010
Дальность L , м	0	0
Отклонение Z , м	0	-150
Продольная перегрузка n_x	0,0	0,0
Поперечная перегрузка n_y	1,0	1,0
Угол крена γ , град	0	0

На рис. 1 приведена пространственная траектория движения изображающей точки, на рис. 2 — графики зависимостей переменных состояния от времени, а на рис. 3 — графики зависимостей управлений от времени.

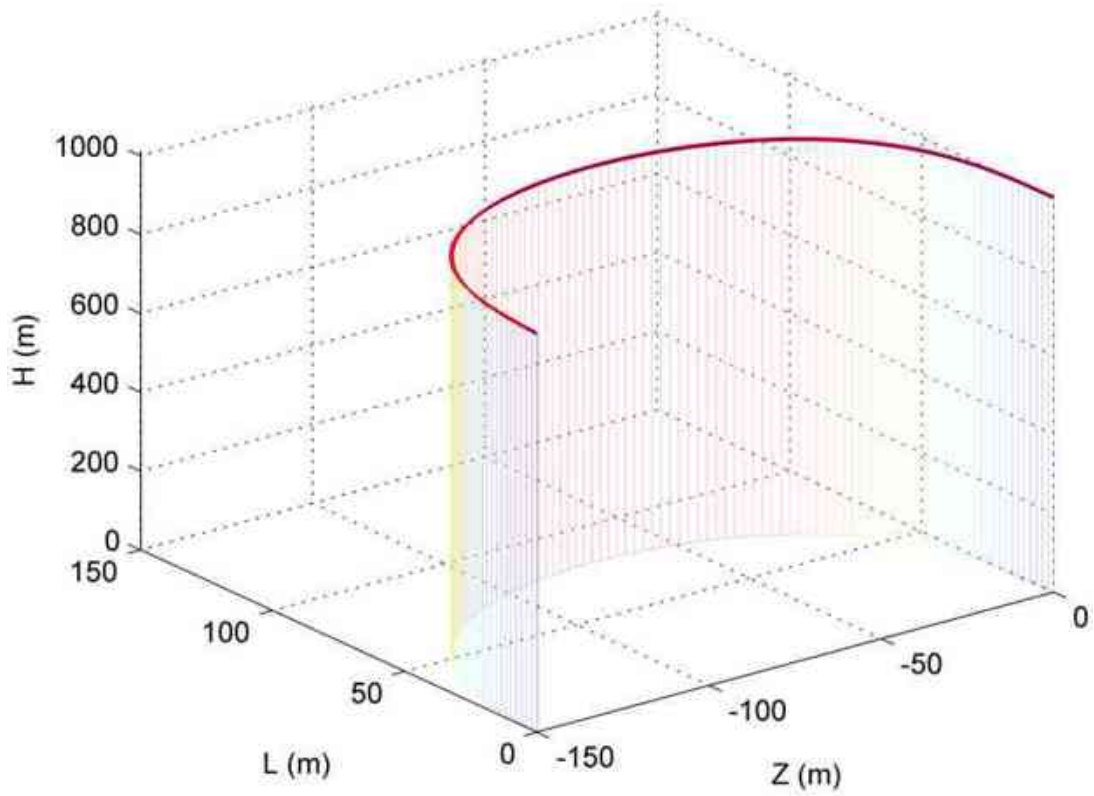


Рис. 1

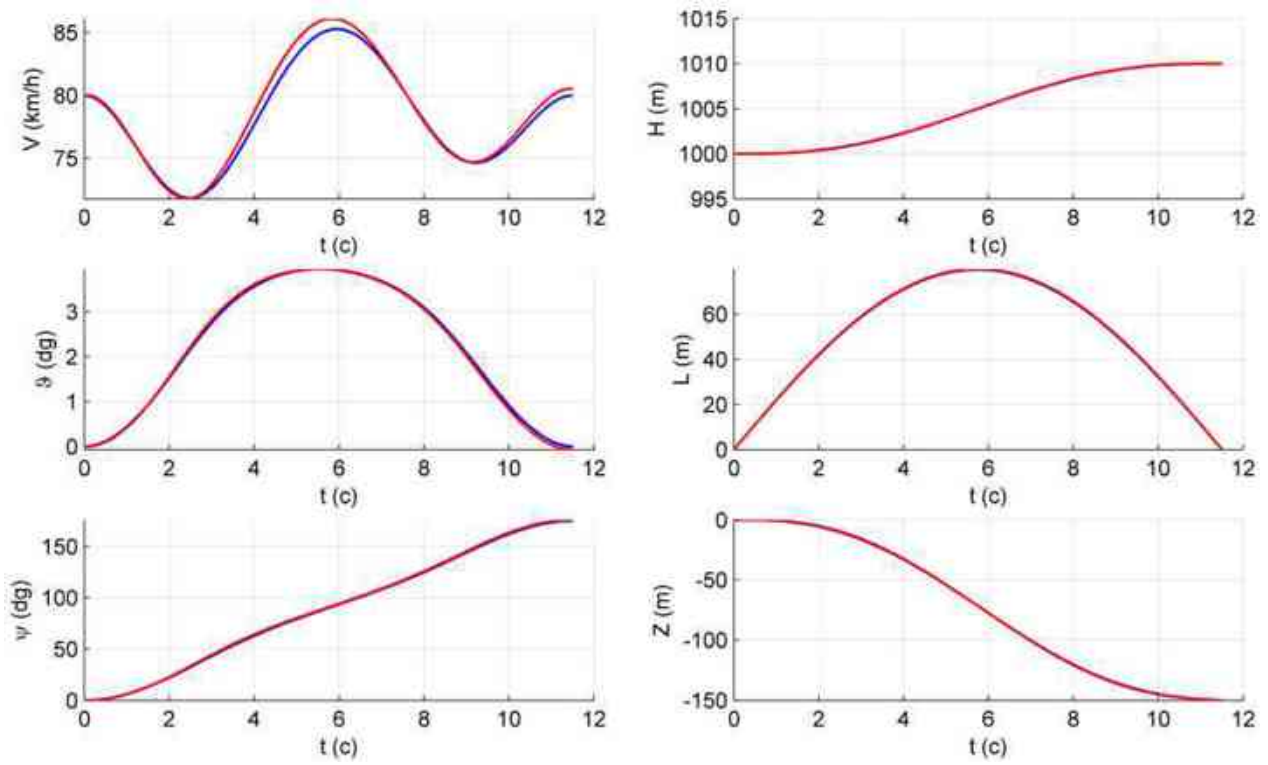


Рис. 2

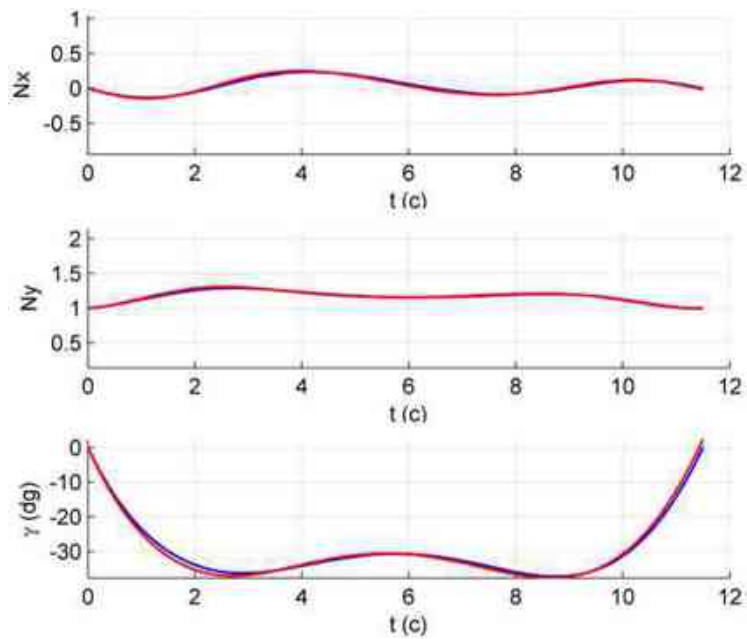


Рис. 3

Отметим, что время движения летательного аппарата сильно влияет на форму траектории, планируемой с помощью полиномов: как показывает практика, небольшие изменения времени движения могут приводить к существенному изменению зависимостей переменных состояния и управлений от времени. Это показано на рис. 4 и рис. 5, где приведены графики зависимостей переменных состояния и управлений от времени, полученные при планировании траектории с теми же граничными условиями, но с временем движения 15 с.

рис.4

рис.5

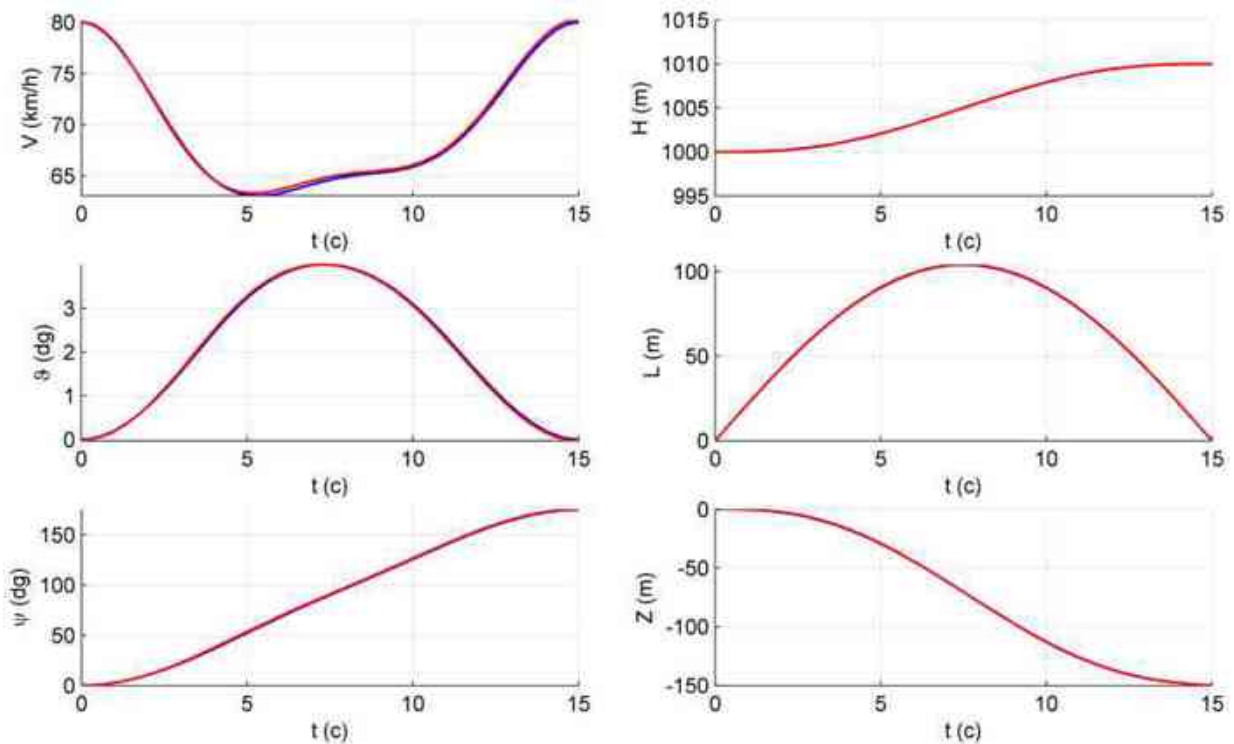


Рис. 4

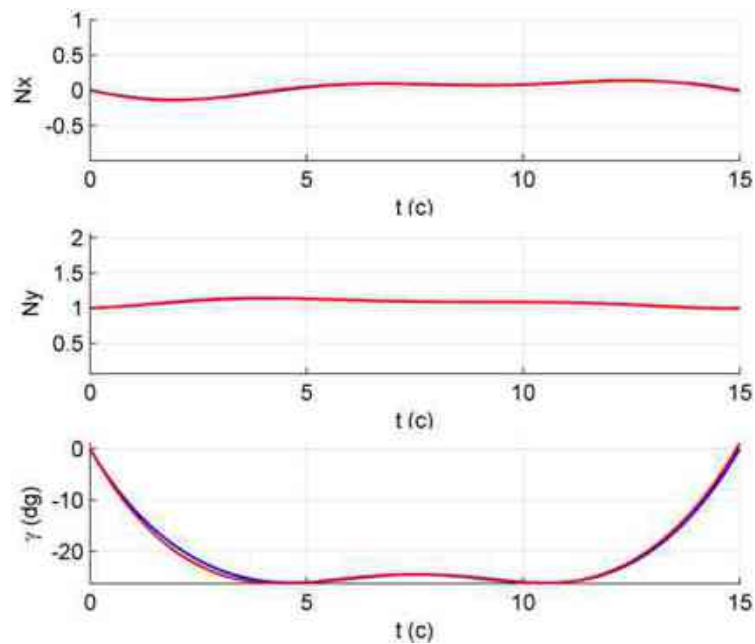


Рис. 5

3. Алгоритмы планирования смены эшелона и скорости

Маневр смены эшелона планируется в вертикальной плоскости. Эта плоскость однозначно определяется начальным положением БПЛА и его путевым углом. Из соображений симметрии можно считать, что начальные значения координат положения нулевые, т.е. $H_0 = 0$, $L_0 = 0$, $Z_0 = 0$. Начальный путевой угол также можно считать нулевым: $\psi_0 = 0$. В этом случае вертикальная плоскость движения есть координатная плоскость $Z = 0$. Следовательно, в конечной точке траектории должно быть $Z_* = 0$ и $\psi_* = 0$.

Предполагается, что известно время движения t_* (при этом $t_0 = 0$) и начальная скорость V_0 . В качестве начальных и конечных значений управлений принимаем $v_{10} = v_{1*} = 0$, $v_{20} = v_{2*} = 1$, $v_{30} = v_{3*} = 0$.

При указанных исходных данных и допущениях можно поставить терминальную задачу, задав какое-либо значение конечной скорости V_* , однако при больших значениях дальности перелета удобно в движении выделять прямолинейный участок, по которому происходит равномерное прямолинейное движение. В этом случае траектория будет состоять из двух участков, на первом из которых выполняется маневр смены эшелона, а на втором — прямолинейное равномерное движение.

Для указанного разделения траектории необходимо выбрать промежуточную точку A_m . Для этой точки $H_m = H_*$, $Z_m = 0$, $\vartheta_m = 0$, $\psi_m = 0$, $v_{1m} = 0$, $v_{2m} = 1$, $v_{3m} = 0$ (эти условия вытекают из того, что движение от промежуточной точки к конечной является прямолинейным и равномерным). Для полного задания промежуточного состояния и планирования маневра смены эшелона остается задать значения L_m дальности и V_m конечной скорости, а также время выполнения маневра t_m . Отметим, что эти три величины связаны соотношением $|L_* - L_m| = V_m(t_* - t_m)$.

Параметры t_m и L_m можно задать различными способами. Выбор какого-либо варианта определяет, будут ли нарушены установленные ограничения на переменные состояния и управления. Неоднозначность выбора и сложность задачи учета ограничений указывают на то, что подбор значения L_m носит эмпирический характер.

При построении алгоритма вычисления параметров t_m и L_m будем учитывать диапазон $[V_{\min}, V_{\max}]$ допустимых значений скорости полета.

Предлагаются два варианта расчета параметров L_m и t_m .

Вариант 1. В этом варианте величины a_{\max} и ϑ_{\max} являются параметрами алгоритма и отражают максимальное ускорение и максимальный угол наклона при маневре. Параметр τ отражает точность вычислений (при $|x| < \tau$ считаем, что $x = 0$).

1. Расчет параметра L_m производится по формулам:

$$V_s = \frac{\sqrt{L_*^2 + H_*^2}}{T}, \quad \varkappa = \frac{|H_m| \cdot a_{\max}}{V_0^2 + V_s^2}, \quad \cos \vartheta = \max \left\{ \frac{2}{\sqrt{\varkappa^2 + 4} + \varkappa}, \cos \vartheta_{\max} \right\},$$

$$S_m = \begin{cases} 0, & |\sin \vartheta| < \tau, \\ \frac{|dH|}{\sin \vartheta}, & |\sin \vartheta| \geq \tau; \end{cases} \quad S = \max \left\{ \frac{|V_s^2 - V_0^2|}{2a_{\max}}, S_m \right\}; \quad L_m = \sqrt{S^2 - H_*^2}.$$

2. Если полученное значение L_m превышает L_* , то считаем, что участок прямолинейного равномерного движения отсутствует, и полагаем $L_m = L$, $t_m = T$. Если же $L_m < L_*$, то вычисляем время выполнения маневра:

$$t_m = \max \left\{ \frac{2S}{(V_0 + V_s)}, \frac{V_0 + V_s}{a_{\max} \cdot \operatorname{tg} \vartheta} \right\};$$

если $t_1 > T$, то полагаем $t_1 = T$, $L_1 = L$, $V_{2m} = V_2$; иначе $V_{2m} = \frac{L - L_1}{T - t_1}$.

По вычисленным значениям L_m и t_m определяем величину скорости $V_m = \frac{|L_* - L_m|}{t_* - t_m}$ в промежуточной точке и проверяем ее на попадание в диапазон $[V_{\min}, V_{\max}]$. При $V_m < V_{\min}$ полагаем $V_m = V_{\min}$ и соответствующим образом корректируем значение L_m , не меняя t_m . При $V_m > V_{\max}$ полагаем $V_m = V_{\max}$ и корректируем время t_m , не меняя L_m .

Вариант 2. В этом алгоритме параметрами являются величина d_k , которая в результате вычислительных экспериментов была принята равной 0,85, и V_τ , принятая равной 5 км/ч.

1. Расчет $V_s = \frac{\sqrt{L_*^2 + H_*^2}}{T}$ и $\Delta V = V_s - V_0$.

2. Если $|\Delta V| < V_\tau$, то участок прямолинейного движения не планируем, а в качестве конечной скорости выбираем $V_* = 2V_s - V_0$.

3. Если же $|\Delta V| \geq V_\tau$, то вычисляем специальный коэффициент δ :

$$\delta = \begin{cases} \min \left\{ \frac{V_{\max} - V_s}{\Delta V}, 1 \right\} \cdot d_k, & \Delta V > V_\tau; \\ \min \left\{ \frac{V_{\min} - V_s}{\Delta V}, 1 \right\} \cdot d_k, & \Delta V < V_\tau. \end{cases}$$

Затем вычисляем нужные параметры:

$$t_m = \frac{2t_*\delta}{1 + \delta}, \quad V_m = V_s + \delta \cdot \Delta V, \quad L_m = L_* - v_m(t_* - t_m).$$

4. Если $L_m \leq 0$ или $\delta \leq 0,3$, то участок прямолинейного движения не планируем. Если $L_m < H_*$ или $L_* < 2H_*$, то полагаем $L_m = 0,9L_*$, $t_m = t_* - \frac{L_* - L_m}{V_m}$.

Расчет участка прямолинейного движения можно проводить как решение терминальной задачи с определенными требованиями к граничным условиям. В данном случае прямолинейное движение формируется в горизонтальной плоскости. При этом $H_m = H_*$, $Z_m = Z_* = 0$, $\vartheta_m = \vartheta_* = 0$, $\psi_m = \psi_* = 0$, $V_m = V_* = \frac{L_* - L_m}{t_* - t_m}$, $v_{1m} = v_{1*} = 0$, $v_{2m} = v_{2*} = 1$, $v_{3m} = v_{3*} = 0$. При этих условиях полиномы пятой степени, дающие решение терминальной задачи, оказываются линейными функциями времени, а это и означает прямолинейное равномерное движение.

4. Примеры расчета траекторий со сменой эшелона

Приведем два примера планирования траектории в вертикальной плоскости.

Пример 2. Рассмотрим задачу планирования движения БПЛА в течение 30 с со следующими исходными данными:

Параметр	Начальное значение	Конечное значение
Скорость V , км/ч	100	–
Высота H , м	100	400
Дальность L , м	0	800
Отклонение Z , м	0	0

Диапазон допустимых скоростей зададим следующим образом: $V_{\min} = 20$ км/ч, $V_{\max} = 140$ км/ч. Для первого алгоритма определим параметры $\tau = 10^{-5}$, $a_{\max} = g$, $\vartheta_{\max} = 20$ град.

Моделирование показывает, что оба алгоритма расчета смены эшелона дают близкие результаты. Участок прямолинейного движения не планируется, конечная скорость в первом случае равна $V_* = 102,5$ км/ч, во втором — $V_* = 105$ км/ч.

Результаты расчетов для первого алгоритма представлены на рис. 6–8.

Пример 3. Изменим исходные данные предыдущего примера, увеличив время движения до 45 с, а также значение дальности L в конечной точке:

Параметр	Начальное значение	Конечное значение
Скорость V , км/ч	100	–
Высота H , м	100	400
Дальность L , м	0	1500
Отклонение Z , м	0	0

Диапазон допустимых скоростей и параметры первого алгоритма оставим такие же, как в примере 2.

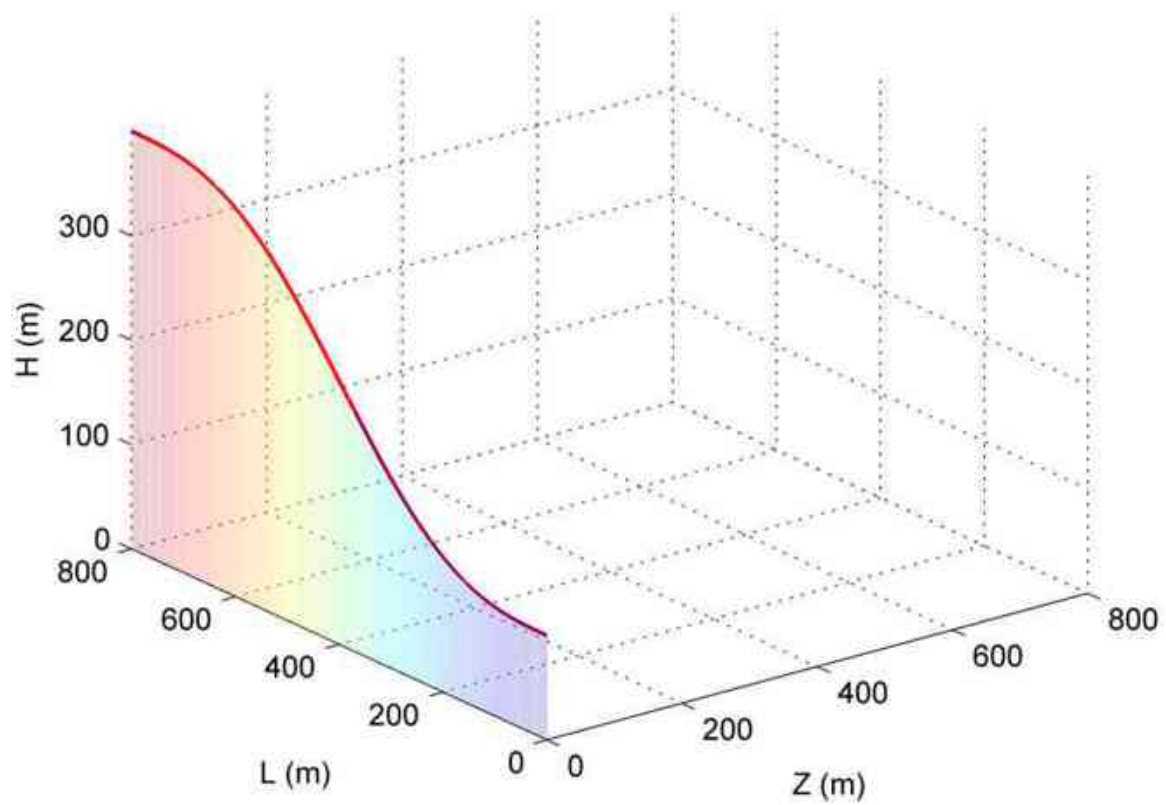


Рис. 6

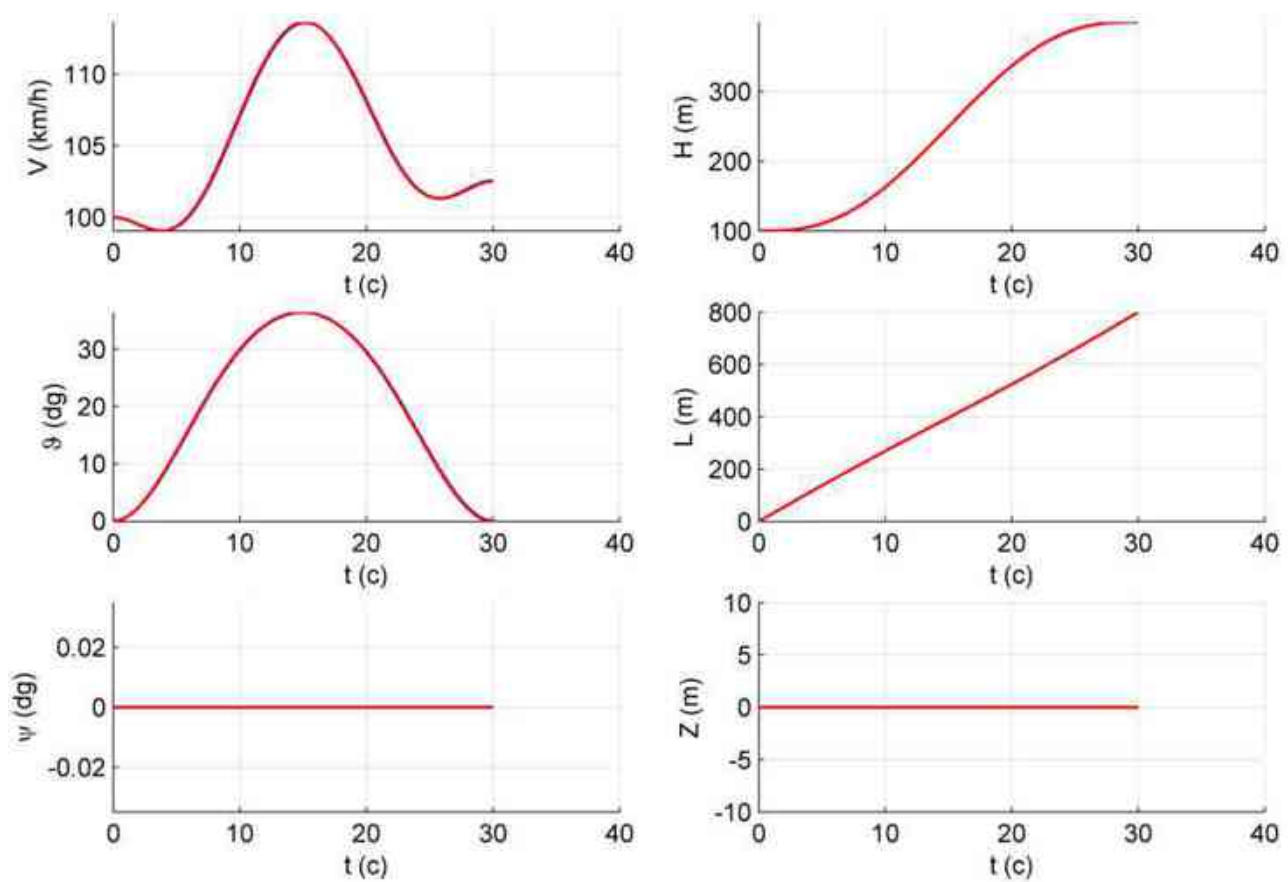


Рис. 7

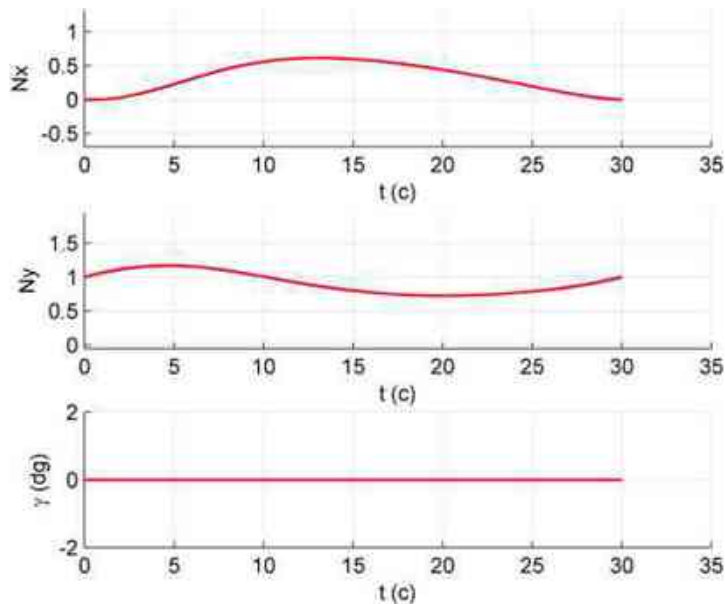


Рис. 8

В этом случае оба алгоритма приводят к траектории, включающей участок прямолинейного движения. Однако расчеты по первому алгоритму дают $L_m = 824$ м, $t_m = 27,6$ с, в то время как расчеты по второму алгоритму приводят к более удаленной промежуточной точке и большему времени полета до нее: $L_m = 1160$ м, $t_m = 36,1$ с. Оба алгоритма дают близкие значения скорости V_m в промежуточной точке.

Результаты расчетов для первого алгоритма приведены на рис. 9–11. На графиках виден участок подъема на заданную высоту и последующий участок прямолинейного движения, на котором полет идет на постоянной высоте с постоянной скоростью.

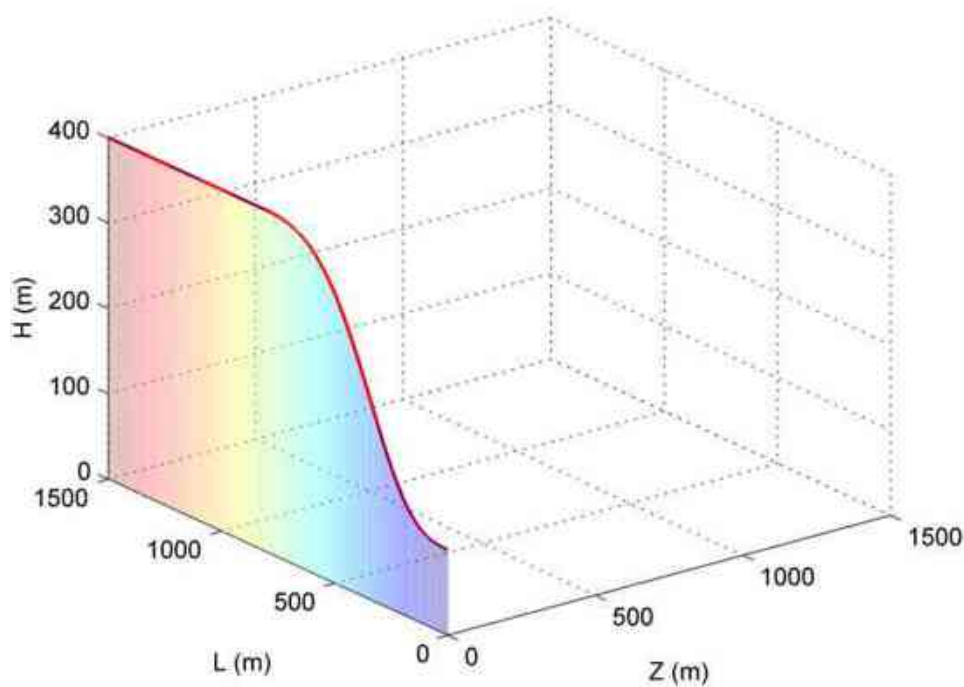


Рис. 9

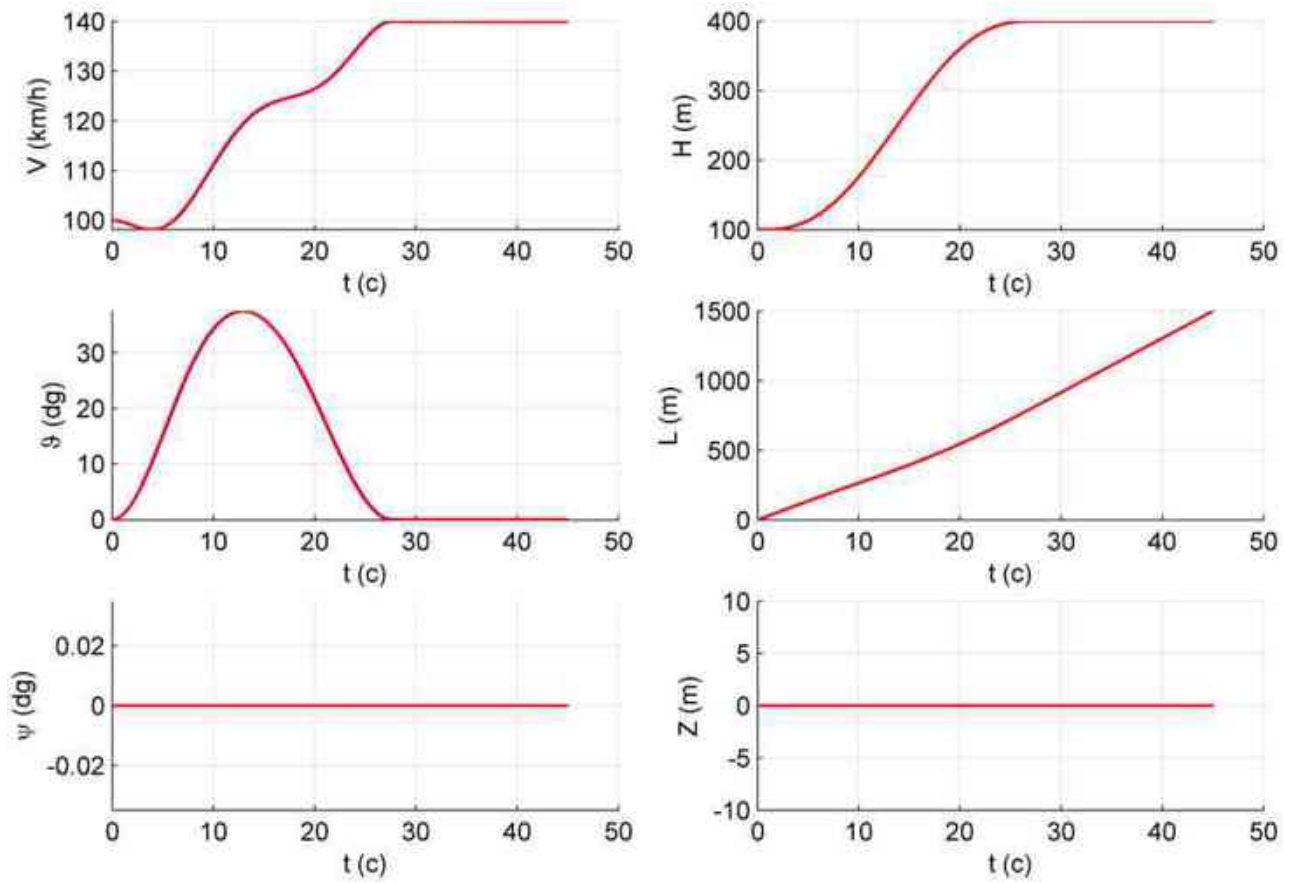


Рис. 10

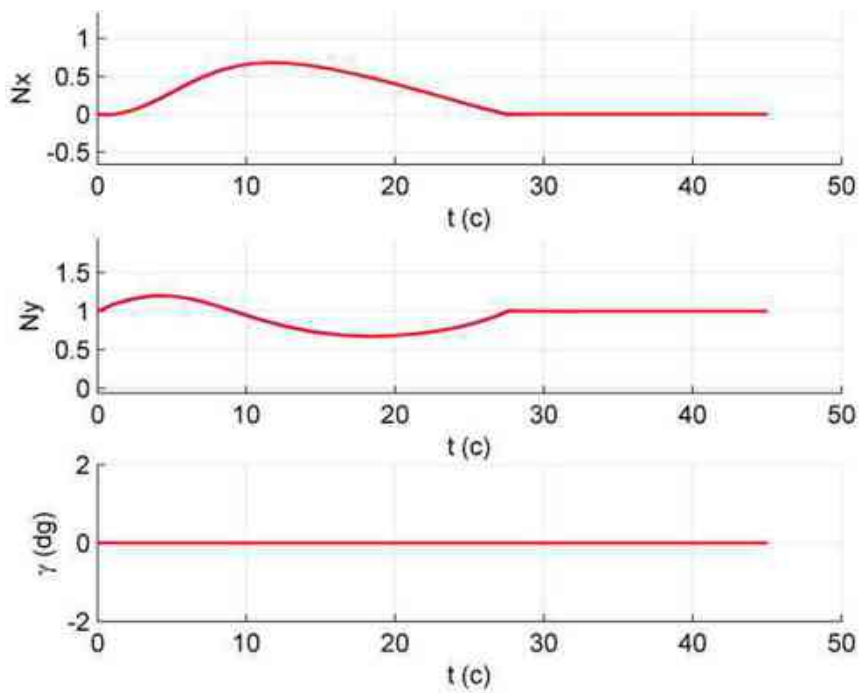


Рис. 11

5. Математическое моделирование допустимых траекторий

Для тестирования изложенных алгоритмов планирования маневра смены эшелона разработана специальная программа в среде Matlab, которая по заданной сетке начальных и граничных условий осуществляет проверку траекторий с моделированием полета БПЛА по рассчитанной траектории. Варьируемыми переменными являются начальная и средняя скорости маневра, разность высот конечной и начальной точек, продольная дальность. Время маневра рассчитывается по средней скорости и продольной дальности.

Качество планирования маневра смены эшелона определяется долей траекторий, которые не прошли проверку на ограничения, наложенные на переменные состояния и управления.

Рассмотрим результаты тестирования для следующей сетки:

- стартовая скорость и средняя скорости от 45 до 135 км/ч с шагом 15 км/ч;
- продольная дальность от 500 до 2500 м с шагом 500 м;
- перепад высот от –2000 до 2000 м с шагом 500 м.

Эта сетка включает 2205 узлов. В процессе сканирования по этой сетке из 2205 траекторий было отбраковано 109 первым алгоритмом и 148 вторым. Последовательное применение этих алгоритмов сокращает количество бракованных траекторий до 92. Эти результаты показывают, что предложенные алгоритмы планирования маневра смены эшелона оказались эффективными.

Заключение

Предложен алгоритм планирования траектории БПЛА на основе типового маневра смены эшелона. Планирование маневра базируется на одном из двух предложенных алгоритмов эвристического характера. Результаты моделирования показывают, что предложенный алгоритм планирования в целом успешно справляется с поставленной задачей. Этот алгоритм можно использовать как составную часть алгоритмов планирования сложных пространственных траекторий, основанных на сочетании нескольких типовых маневров.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 11-01-00733, 12-07-00329, 12-07-00267) и Программы Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (грант НШ-3659.2012.1).

Список литературы

1. Горбатенко С.А., Макашов Э.М., Полушкин Ю.Ф., Шефтель А.В. Механика полета: Справочник. М: Машиностроение, 1989. 420 с.
2. Жевнин А.А., Крищенко А.П., Глушко Ю.В. Управляемость и наблюдаемость нелинейных систем и синтез терминального управления // Докл. АН СССР, 1982. Т.266, № 4, С. 807–811.

3. *Крищенко А.П., Канатников А.Н., Ткачев С.Б.* К задаче построения траектории и управления движением летательных аппаратов // Международный МФНА-АНН научный журнал "Проблемы нелинейного анализа в инженерных системах", 2010. Т. 16, № 2 (34). Р. 88–103.
4. *Канатников А.Н., Крищенко А.П.* Терминальное управление пространственным движением летательных аппаратов // ТиСУ, 2008. № 5, С. 51–64.
5. *Канатников А.Н., Шмагина Е.А.* Задача терминального управления движением летательного аппарата // Нелинейная динамика и управление: Сб. статей. Вып. 7 / Под ред. С.В. Емельянова, С.К. Коровина. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. С. 79–94.
6. *Краснощеченко В.И., Крищенко А.П.* Нелинейные системы: геометрические методы анализа и синтеза. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. 520 с.

Admissible Spatial Trajectories of the Unmanned Aerial Vehicle in the Vertical Plane**77-30569/367724**

03, March 2012

A. N. Kanatnikov, A. P. Krishchenko, S. B. TkachevBauman Moscow State Technical University
mathmod@bmstu.ru

The problem under consideration is trajectory planning of the unmanned aerial vehicle (UAV). UAV should fly by the preset traveling points during the preset moments of time. State variables and controls are restricted too.

The main problem is to find the permissible trajectory which satisfies the given restrictions. The approach based on design of a trajectory from a certain set of sample maneuvers is offered. These maneuvers are formed with use of a combination of analytical methods of trajectories calculation, methods of mathematical simulation and various heuristic algorithms.

The sequence of traveling points breaks a required trajectory into segments. Essential simplification of the problem can be obtained by the demand that calculation of the trajectory segment does not affect on calculation of the subsequent segments and depends only on values of state variables and controls of UAV reached on the previous segment. In this case planning of a trajectory is carried out consistently, from one segment to another.

In this paper the maneuver planning problem of an echelon change is solved. This maneuver in a combination with rectilinear uniform movement allows to plan those segments of a UAV trajectory on which movement can take place in the vertical plane, i.e. with constant value of a traveling angle.

The nonlinear mathematical model of UAV movement as material point in the trajectory reference frame is described. The proposed method of the solution of a terminal problem is based on using of polynomials on time. Two heuristic algorithms of maneuver planning of echelon change are described. Examples are given. Results of modeling and the scheme of testing of an offered planning method are presented.

References

1. *Gorbatenko S.A., Makashov Je.M., Polushkin Ju.F., Sheftel' A.V.* Mehanika poleta: Spravochnik. M: Mashinostroenie, 1989. 420 s.

2. *Zhevnin A.A., Krishchenko A.P., Glushko Ju.V.* Upravljaemost' i nabljudae most' nelinejnyh sistem i sintez terminal'nogo upravlenija // Dokl. AN SSSR, 1982. T.266, №4, S. 807–811.
3. *Krishchenko A.P., Kanatnikov A.N., Tkachev S.B.* Building trajectory and control for flying vehicles // International IFNA-ANS scientific Journal "Problems of nonlinear analysis in engineering systems", 2010. V. 16, N 2 (34). P. 104-118.
4. *Kanatnikov A.N., Krishchenko A.P.* Terminal control of spatial motion of flying vehicles //Journal of Computer and Systems Sciences International, 2010. V. 47, N. 5, 718-731, DOI: 10.1134/S1064230708050055
5. *Kanatnikov A.N., Shmagina E.A.* Zadacha terminal'nogo upravlenija dvizheniem letatel'nogo apparata // Nelinejnaja dinamika i upravlenie: Sb. statej. Vyp. 7 / Pod red. S.V. Emel'janova, S.K. Korovina. M.: FIZMATLIT, 2010. S. 79–94.
6. *Krasnowechenko V.I., Krishchenko A.P.* Nelinejnye sistemy: geometricheskie metody analiza i sinteza. M.: Izd-vo MGTU im. N.Je. Baumana, 2005. 520 s.