

ОБ ОДНОМ ЧАСТНОМ СЛУЧАЕ КАЧЕНИЯ КОЛЕСА ПО ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Сафронова А.Р., группа ТТР-10, Федорченко А.А., группа АУП-09а
ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет»
Научный руководитель - доцент, к.т.н. Журба В.В.

Основной элемент применяемых в разведочном бурении талевых (подвижных) блоков - колесо(шкив), катящееся по охватывающим его обод ветвям каната [2]. При построении математической модели такого движения обычно принято [1, 2]: 1) пренебрегать относительным скольжением точек контакта шкива с канатом; 2) считать канат нерастяжимым. Первое допущение выполняется не всегда.

Например, существует вероятность проскальзывания, если обе ветви каната подвижны, и, в придачу, приводятся в движение независимыми источниками.

Цель данной работы - демонстрация достаточности обычных методов теоретической механики для описания одного из нестандартных случаев качения колеса со скольжением.

На рис.1. приведена расчетная схема к составлению дифференциальных уравнений (ДУ) движения одного из наиболее зрелищных элементов художественной гимнастики - самопроизвольного, казалось бы, возврата обруча, который спортсменка приводит в движение (отталкивает) особым жестом.

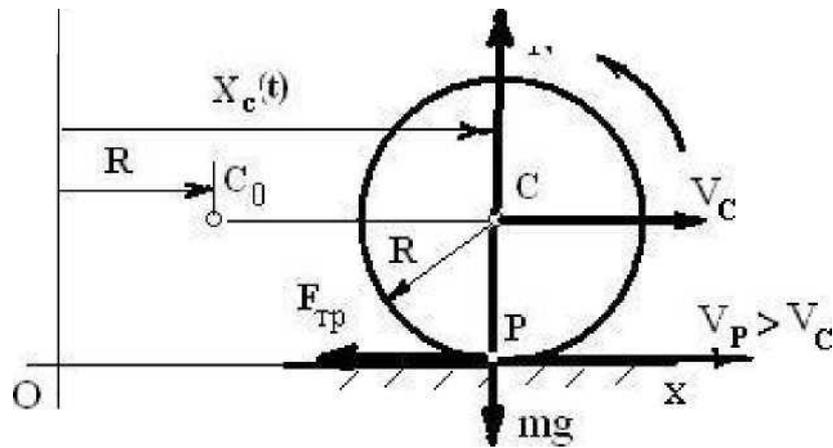


Рисунок 1 - Расчетная схема качения с проскальзыванием.

Приняты допущения:

1. Обруч массой m , с центральным моментом инерции J_c и радиусом R катится плоскопараллельно по неподвижной горизонтальной поверхности (ковру) не отрываясь от неё.

2. Коэффициент сухого (кулонова) трения обруча о поверхность равен f .

Сопротивление качению не учитывается.

3. Начальные (при $t_0=0$) скорость центра масс – V_{c0} и угловая скорость – $\omega(0)$ подчинены условию, отвечающему скольжению точки касания – P в направлении начальной скорости центра масс C :

$$R \cdot \omega_0 > V_{c0}, \quad (1)$$

Дифференциальные уравнения (3) плоскопараллельного движения обруча –

$$\ddot{X}_c = -f \cdot g, \quad (2)$$

$$\ddot{\varphi} = -\frac{f \cdot m \cdot g \cdot R}{J_c} \quad (3)$$

дают две пары интегралов (решений) $\{x(t), V_{cx}(t)\}$ и $\{\varphi(t), \omega(t)\}$, которые представляют собой искомые уравнения движения и алгебраические значения (проекции) скоростей поступательной и вращательной составляющих качения. Эти функции позволяют вычислить ключевые параметры исследуемого движения, среди которых t_1 и t_2 – моменты времени, в которые обращаются в нуль соответственно скорость центра масс C и скорость точки P контакта с ковром:

$$V_c(t_1) = 0, \quad (4)$$

$$V_p(t_2) = 0, \tag{5}$$

Другими словами, в промежутке времени $t_1 < t < t_2$ формируется *обратное* движение обруча с *увеличением* абсолютного значения (модуля) скорости его центра масс (рис.2а) за счет продолжающегося *уменьшения* угловой скорости (рис.2б). При $t > t_2$ обруч возвращается в режиме равномерного качения без проскальзывания или, что то же – без потери энергии. Последнее – следствие пренебрежения сопротивлением качению.

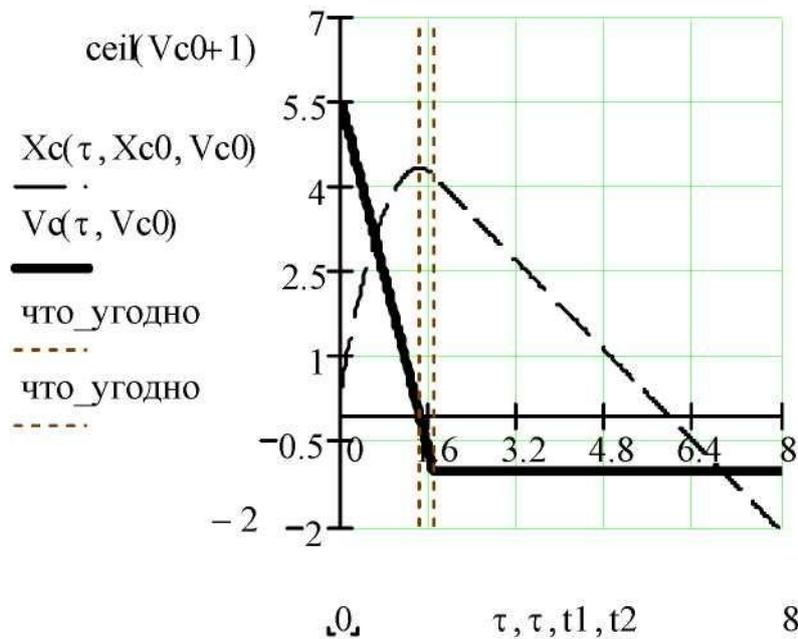


Рисунок 2а - Параметры движения центра масс – $X_c(t)$, $V_c(t)$.

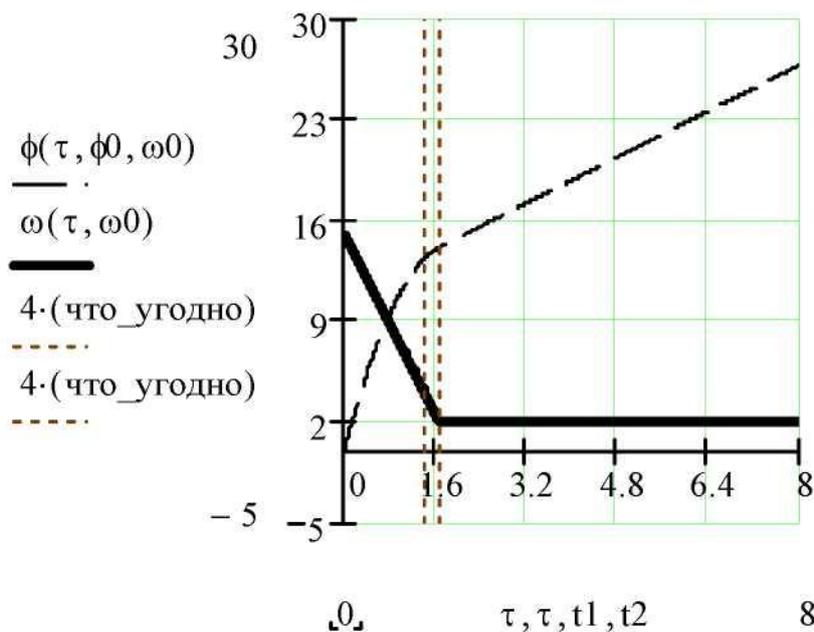


Рисунок 2б - Параметры вращательной составляющей движения – $\phi(t)$, $\omega(t)$.

Выводы.

При принятых допущениях возвратное движение колеса во 2-й ($t_1 < t < t_2$) и 3-й ($t_2 < t$) фазах движения «подготовлено» и обусловлено отрицательной работой кулоновой силы трения его обода о ковер в 1-й и 2-й фазах ($0 < t < t_2$). На 3-м – заключительном -- этапе ($t > t_2$) колесо катится без скольжения; при этом работа силы трения равна нулю.

Заключение.

Расширен диапазон примеров применения методов теоретической механики к описанию плоского качения колеса, предлагаемых студентам на занятиях по этой дисциплине. Можно рекомендовать применения их к расчету особых режимов работы подвижных (талевых) блоков.

Приложения.

1. Рабочий лист Mathcad с вычислениями и обоснованиями утверждений, изложенных в статье.
2. Демонстрационный файл в формате “.avi” с анимацией (рис3).

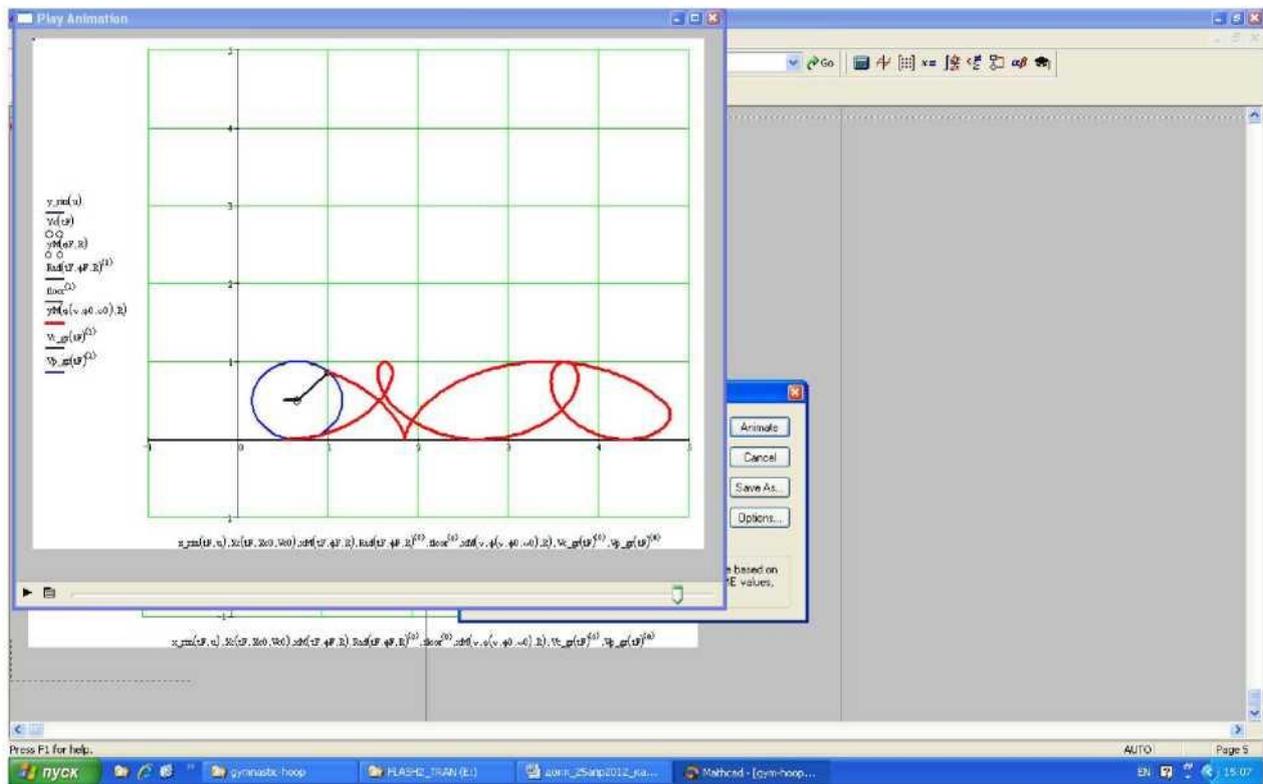


Рисунок 3 - Фрагмент анимационной имитации движения: траектория на “прямом” ходе (вправо) – петлеобразная кривая; на “обратном” – классическая циклоида (качение без скольжения).

Библиографический список

1. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики: В 2-х томах. Т.II. Динамика. – 6-е изд. – М.: Наука, 1983. – 640 с.
2. Ребрик В.М. Практическая механика в разведочном бурении. М., «Недра», 1982, с.319.
3. Дьяконов В.П., Абраменкова И.В. Mathcad 8 PRO в математика, физике и Internet. – М.: «Нолидж», 2000., – 512с., ил.