1.2.3 Модели ионосферы

Формулы (1.23), (1.25) показывают, что для введения поправок в измерения псевдодальностей и фаз несущей необходимо с достаточной точностью знать параметр TEC – полную электронную концентрацию по направлению радиолуча. Разработано несколько способов для учета или ослабления влияния ионосферы на параметры измерений либо по результатам измерений, либо посредством моделирования. При этом используется как зависимость ионосферной задержки от частоты, так и ее различное влияние на фазовые и кодовые измерения. При рассмотрении этого вопроса будем использовать упрощенные модели измерений псевдодальности и фазы несущей. Измеренная приемником A до спутника і псевдодальность P_A^i при отсутствии других источников ошибок связана с геометрической дальностью p_A^i соотношением

$$P_A^i = p_A^i + c \left(dt_A - dt^i \right) + I_A^i + T_A^i + e_p .$$
 (1.21)

Подобным образом, измерение фазы несущей, представленное в линейной мере, связано с геометрической дальностью аналогичной формулой:

$$\mathbf{I}_{A}^{i} = p_{A}^{i} + c \left(dt_{A} - dt^{i} \right) - I_{A}^{i} + T_{A}^{i} + \lambda N_{A}^{i} + \varepsilon_{\phi} , \qquad (1.22)$$

где N_A^i - начальная неоднозначность фазы, $dt_A \, u \, dt^i$ - поправки часов приемника и спутника, T_A^i - тропосферная задержка, e_p и ε_{ϕ} - шумы измерений для псевдодальности и для фазы.

Точечная модель ионосферы. Для упрощения геометрического моделирования ионосферу можно рассматривать как тонкую оболочку,

окружающую Землю (рис. 1.3). Длина пути сигнала варьируется при изменении положения спутника на небе, чем ниже спутник, тем длиннее путь и больше ТЕС. Считая, что боковые градиенты электронов отсутствуют, можно принять простую и компактную характеристику для ТЕС вдоль пути сигнала через вертикальную ТЕС (TECV) и умножить ее на величину удлинения пути сигнала. Этот множитель называется фактором наклона OF (используется также термин ионосферная функция отображения). Чтобы представить положение спутника S относительно приемника R введем в рассмотрение зенитное расстояние ζ.



Рис. 1.3. Прохождение радиолуча через ионосферу.

Средняя высота ионосферного слоя, или средняя ионосферная высота h_I обычно берется в диапазоне 300-400 км. Ионосферная точка IP определяется как точка пересечения линии визирования со сферическим слоем на высоте h_I . Ее проекция по радиусу-вектору на земную поверхность называется подионосферной точкой. Теперь можно связать TECV с TEC на зенитном расстоянии ζ через длины путей тонкого ионосферного слоя как

$$TEC(\zeta) = \frac{1}{\cos\zeta'} \cdot TECV , \qquad (1.23)$$

где ζ и ζ' - зенитные расстояния спутника соответственно в положении пользователя и в ионосферной точке IP. Член ($\cos \zeta'$)⁻¹определяет фактор наклона, который можно записать через зенитное расстояние спутника при положении наблюдателя следующим образом. Из треугольника, образованного центром Земли, приемником R и ионосферной точкой IP по теореме синусов имеем:

$$\frac{\sin\zeta}{R_E + h_I} = \frac{\sin\zeta'}{R_E},\tag{1.24}$$

где *R_E* – средний радиус Земли, равный 6371 км. Отсюда получается ионосферный фактор наклона OFI для зенитного расстояния ζ

$$OF_I(\zeta) = \left[1 - \left(\frac{R_E \sin \zeta}{R_E + h_I}\right)^2\right]^{1/2}.$$
(1.25)

Величина OFI лежит в диапазоне от единицы (для направления в зенит) до примерно трех для угла высоты в 5°.

Соотношение (1.23) можно непосредственно перевести в групповую задержку или фазовое опережение для сигналов СРНС в соответствии с (1.17) и (1.19). Обозначив ионосферную задержку как функцию зенитного расстояния I(ζ), имеем:

$$I(\zeta) = I_Z \cdot OF_I(\zeta) \,. \tag{1.26}$$

Ионосферная зенитная задержка I_Z , то есть путевая задержка в зенитном направлении обычно изменяется в средних широтах примерно от 1-3 м ночью до 5-15 м в полдень. В пик солнечного цикла активности на экваторе наблюдалась зенитная задержка в 36 м. Следовательно, величины $I(\zeta)$ и I_Z должны относиться к одному и тому же моменту, а именно моменту наблюдений t.

Ионосферная плоская модель. В простейшей модели ионосфера аппроксимируется для отдельного положения приемника плоским слоем равной толщины, имеющей однородное распределение свободных электронов. Эта модель не учитывает кривизну Земли. Для такой простой модели вертикальная групповая задержка вдоль пути связаны как

$$I_{A}^{i} = \frac{I_{Z}}{\cos \zeta_{A}^{i}} = \frac{I_{Z}}{\sin h_{A}^{i}}.$$
 (1.27)

Символом ζ_A^i обозначено зенитное расстояние спутника i, видимого приемником R. В этой модели вертикальная групповая задержка считается постоянной, не зависимой от азимута спутника. Вместо зенитного расстояния может использоваться высота спутника над горизонтом станции $h_A^i = 90^\circ - \zeta_A^i$. Объединяя (1.21) и (1.22) и пренебрегая задержками в аппаратуре и многопутностью, получаем

$$P_{A}^{i} - \amalg_{A}^{i} = 2I_{A}^{i} \frac{1}{\sin h_{A}^{i}} - \lambda N_{A}^{i} . \qquad (1.28)$$

По крайней мере, концептуально, вертикальную групповую задержку и неоднозначность можно определить из серии кодовых и фазовых измерений. В действительности любые задержки в аппаратуре спутника и приемника будут входить в сумму неоднозначности в той мере, насколько эти задержки остаются постоянными.

Суточная косинусная модель. Несколько более совершенная модель учитывает вращение Земли и суточное движение Солнца по отношению к положению приемника. Например,

$$I_Z(t) = I_{Z,max} \cos(t_{Sun} - 2^h).$$
(1.29)

Символом $I_{Z,max}$ обозначена максимальная вертикальная задержка, которая имеет место около 14:00 по местному времени. Часовой угол Солнца равен t_{sun} . Модель (1.29) можно подставить в (1.28).

Оценивание задержки по двухчастотным измерениям. Пользователь, имеющий двухчастотную аппаратуру (с L1-L2), может оценивать ионосферную групповую задержку и фазовое опережение по измерениям и существенно исключать влияние ионосферы как источника ошибок измерений. Перепишем уравнение для измерения псевдодальности (1.21), введя дополнительный нижний индекс для измерений на L1 или L2.

$$P_q = p + c[dt_A - dt^i] + I_q + T + e_{p_q}, \qquad (1.30)$$

где q=L1 или L2. Объединяя члены, не связанные с ионосферным эффектом и моделированием ионосферной задержки, зависящей от квадрата частоты, можно записать приведенное выше уравнение как

$$P_q = P^* + \frac{A}{f_q^2},$$
 (1.31)

где P_{L1} и P_{L2} – измеренные псевдодальности соответственно на L1 или L2, f_{L1} и f_{L2} – соответствующие частоты несущих, а P* – псевдодальность, свободная от влияния ионосферы, то есть измерение псевдодальности при отсутствии ионосферного эффекта, и величина A=40.3. ТЕС является неизвестным параметром. Из двухчастотных измерений можно определить Р* и А. Например, ионосферная групповая задержка на L1 равна

$$I_{L1} = \frac{A}{f_{L1}^2} = \frac{f_{L2}^2}{(f_{L1}^2 - f_{L2}^2)} (P_{L2} - P_{L1}), \qquad (1.32)$$

а псевдодальность, свободная от влияния ионосферы

$$P^* = \frac{f_{L1}^2}{(f_{L1}^2 - f_{L2}^2)} P_{L1} - \frac{f_{L2}^2}{(f_{L1}^2 - f_{L2}^2)} P_{L2} = 2.546 P_{L1} - 1.546 P_{L2} .$$
(1.33)

Есть два замечания по поводу ионосферно-свободной псевдодальности (1.33). Во-первых, в этих измерениях, как в P_{L1} , так и в P_{L2} в полной мере присутствуют ошибки из-за часов спутника, эфемерид и тропосферы. Вовторых, за исключение ионосферного влияния приходится платить: ионосферно-свободная псевдодальность значительно более шумная, чем псевдодальности, измеренные на L1 и L2. Если мы смоделируем многопутность и шум приемника на L1 и L2 некоррелированными и ионосферно-свободной имеющими одинаковую дисперсию, то ШУМ псевдодальности примерно в $\sqrt{2.546^2 + 1.546^2} \approx 3$ больше, чем шум на L1 или L2. В действительности предположение об отсутствии корреляции обосновано, но шум в измерениях на L2 больше, чем в современных приемниках для SPS.

Измерения фазы несущей намного менее шумные, и можно попытаться оценить ионосферное опережение фазы, основываясь на них. Во-первых, запишем выражение для измерения фазы несущей (1.28), вводя обозначения для различения измерений на L1 или L2.

$$\amalg_q = p - I_q + T + c \left(dt_A - dt^i \right) + \lambda N_q + \varepsilon_{\phi_q} \,. \tag{1.34}$$

Уравнения, подобные (1.32) или (1.33) можно записать для ионосферно-свободной фазы несущей с включением целых неоднозначностей. Так, фазовое опережение на L1 равно

$$I_{L1} = \frac{f_{L2}^2}{(f_{L1}^2 - f_{L2}^2)} [\lambda_{L1}(\amalg_{L1} - N_{L1}) - \lambda_{L2}(\amalg_{L2} - N_{L2})].$$
(1.35)

Оценка ионосферной задержки (1.32) по кодовым измерениям не содержит неоднозначностей, но довольно грубая. Соответствующая оценка по фазовым измерениям (1.41) оказывается точной, но содержит целые неоднозначности N_{L1} и N_{L2}, определение которых является достаточно сложной задачей. Поскольку наблюдения фазы ведутся продолжительное время и с сохранением постоянными N_{L1} и N_{L2} , то можно использовать (1.35) для оценивания изменений в ионосферной задержке между эпохами измерений В реальном времени. Такое изменение называется дифференциальной задержкой, и его оценка по (1.35) имеет сантиметровый уровень точности. Шумные оценки ионосферной задержки по кодам можно сгладить по оценкам дифференциальной задержки из фазовых измерений. Полученные сглаженные оценки обычно имеют дециметровый уровень точности, после того как спутник поднялся до высоты 30°.

Ионосферная модель в навигационном сообщении Navstar. Чтобы помочь отдельному приемнику вести позиционирование (навигацию и геодезические измерения) в реальном времени вычислять зенитную временную задержку на частоте L1 часто используется «модель Клобучара». Алгоритм основан на постоянстве ионосферной задержки в ночные часы и косинусном представлении (положительный полупериод) в дневные часы (рис. 1.4). Оценка зенитной ионосферной задержки на местное время t дается как

$$\frac{I_Z}{c} = \begin{cases} A_1 + A_2 \cos\left(\frac{2\pi(t - A_3)}{A_4}\right), \text{если } |t - A_3| < A_4/4, \\ \text{иначе } A_1 \end{cases}$$
(1.36)

где A1 – значение зенитной задержки в ночное время, зафиксированное на величине 5 нс, A2 – амплитуда функции косинуса для дневных величин, A3 – фаза, соответствующая пику функции косинуса, зафиксированная на величине 50400 с, что соответствует 14 часам по местному времени, A4 – период функции косинуса (> 72000 с).

Значения параметров A2 и A4 даются в навигационном сообщении, передаваемом каждым спутником через четыре коэффициента полиномиальной функции:

$$A_{2} = \sum_{i=0}^{3} \alpha_{i-1} \cdot \Phi_{m}^{i-1}$$
$$A_{4} = \sum_{i=0}^{3} \beta_{i-1} \cdot \Phi_{m}^{i-1}$$

где Фт – геомагнитная широта подионосферной точки (рис. 1.3), выраженная в полуциклах):

$$\Phi_m = \Phi_i + 0.064 \cdot \cos(\lambda_i - 1.617), \qquad (1.39)$$

Фі и λі – широта и долгота пользователя в полуциклах. (Чтобы получить величину в «радианах», нужно «полуциклы» умножать на 2π .) Члены α являются коэффициентами кубического уравнения для представления величины вертикальной задержки, а члены в являются коэффициентами кубического уравнения, представляющего период ионосферной модели.



Рис. 1.4. Изменение ионосферной задержки в течение суток в модели Клобучара.

Пользователь выполняет следующую последовательность вычисления.

1. Зная свою широту и долготу (можно приближённо), а также положение спутника в пространстве, пользователь вычисляет высоту и азимут линии направления визирования на спутник.

2. Считая, что средняя высота ионосферы 350 км, пользователь вычисляет широту и долготу для точки пересечения линии визирования и ионосферы (подионосферная точка).

3. Далее вычисляют геомагнитную широту подионосферной точки. Имея географическую широту и долготу подионосферной точки, вычисляют угол между точкой и северным геомагнитным полюсом; величина в 900 минус этот угол определяет геомагнитную широту. Геомагнитная широта подобна обычной широте за исключением того, что географический полюс заменяется геомагнитным полюсом (его географическая широта 78.3°N, долгота 291.0°E). 4. С полученной выше информацией пользователь вычисляет вертикальную задержку сигнала через уравнение (1.35). Наконец, эта задержка должна быть увеличена через фактор наклона, то есть функцию угла высоты направления на спутник.

Восемь ионосферных коэффициентов, поступающих от спутника, выбираются из 370 наборов по 8 параметров. Эти параметры являются функциями сезонных применений и уровня солнечного излучения. Имеется 37 10-суточных групп для сезонов года, а в каждой группе есть по 10 наборов параметров, связанных с величиной солнечной активности. Выбор набора для засылки на спутник производят на Главной станции контроля в Колорадо-Спрингс.

Коэффициент наклона для бортовой модели выражается через высоту спутника над горизонтом h как

$$OF_I(h) = 1.0 + 16(0.53 - h)^3$$
(1.40)

где выражается в полуциклах (1 полуцикл=180° или π радиан). Это выражение является упрощением формулы (1.30). Мотивация для упрощения объясняется желанием сделать выражение проще, что было важно для процессоров 1970-х.

Считается, что бортовая модель уменьшает ошибку измерения дальностей из-за нескомпенсированной ионосферной задержки примерно на 50%. В средних широтах остаточная задержка может достигать 10 м в течение суток и намного больше при высокой солнечной активности.