ТРОПОСФЕРНАЯ И СТРАТОСФЕРНАЯ ПОПРАВКИ РАДИОСЛЕЖЕНИЯ ИСЗ

Ю. Саастамойнен

В обозначениях рис. 1 влияние запаздывания электромагнитных волн в непроводящих слоях нижней атмосферы учитывается следующей поправкой в расстоянии:

$$\Delta s = \int_{(P_1P')} (n-1)\,ds = \int_{r_1}^{r'} (n-1)\sec z\,dr. \tag{1}$$

Эта поправка должна вычитаться из наблюденного расстояния, чтобы получить истинную длину пути лучей.

Поскольку z, вообще говоря, не постоянно вдоль пути лучей, но зависит от рефракции в соответствии с известным законом

$$nr\sin z = n_1 r_1 \sin z_1 = \mathrm{const}, \tag{2}$$

для интегрирования выражения (1) необходимо найти подходящую формулу для $\sec z$. Положив для краткости $nr/n_1r_1 = y$, имеем

$$\sin^2 z = (\sec^2 z_1 - 1)/(y^2 \sec^2 z_1),$$

$$\cos^2 z = (y^2\sec^2 z_1 - \sec^2 z_1 + 1)/(y^2\sec^2 z_1),$$

$$\sec z = y\sec z_1\left[1 + \sec^2 z_1\left(y^2 - 1\right)\right]^{-1/2} =$$

$$= y\sec z_1 - [y(y^2-1)\sec^3 z_1]/2 + \ldots$$

Считая далее, что

$$y \approx \frac{r}{r_1} = 1 + \frac{1}{r_1}(r - r_1),$$

$$y(y^2-1) \approx \frac{2}{r_1}(r - r_1),$$

находим в качестве первого приближения

$$\sec z = \sec z_1 - (1/r_1)(\sec^3 z_1 - \sec z_1)(r - r_1). \tag{3}$$

Теперь уравнение (1) будет таким:

$$\Delta s = \sec z_1 \int_{r_1}^{r'} (n-1)\,dr - \frac{\sec z_1 \operatorname{tg}^2 z_1}{r_1} \int_{r_1}^{r'} (n-1)(r-r_1)\,dr. \qquad (4)$$

Поправку расстояния можно теперь выразить как функцию двух интегралов, величина которых находится описанным ниже образом.

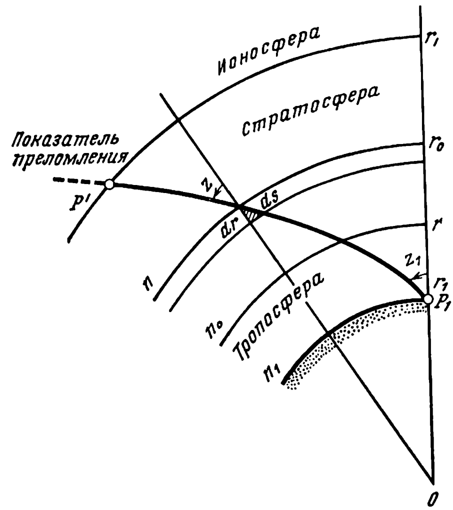

Рис. 1. Схема прохождения радиоволн в атмосфере, состоящей из сферических слоев

Интеграл $\int_{r_1}^{r'} (n-1)\,dr$

В физической метеорологии атмосфера рассматривается как смесь двух идеальных газов: сухого воздуха и водяного пара. Если обозначить полное давление через p, парциальное давление водяного пара e, абсолютную температуру T, то плотности двух указанных составляющих атмосферы по закону идеального газа будут

$$\rho_d = \frac{p-e}{RT}, \qquad \rho_w = \frac{e}{R_w T},$$

где R и R_w — газовые постоянные. Плотность смеси, очевидно, равна $\rho_d + \rho_w$, или

$$\rho = \frac{p}{RT} - \left(1 - \frac{R}{R_w}\right)\frac{e}{RT}.$$

Для атмосферы, находящейся в гидростатическом равновесии, давление p, измеряемое на некоторой высоте, равно общему весу воздуха, содержащегося в вертикальном параллелепипеде с единичным поперечным сечением и высотой от наблюдаемой точки до верхнего края атмосферы. В соответствии с этим

$$\int_{r_1}^{r'} \rho dr = \frac{1}{R}\int_{r_1}^{r'}\left(\frac{p}{T}\right)dr - \frac{1}{R}\left(1-\frac{R}{R_w}\right)\int_{r_1}^{r'}\left(\frac{e}{T}\right)dr = \frac{p_1}{g}, \tag{5}$$

где g — местное значение силы тяжести.

Коэффициент преломления для прохождения электромагнитных волн во влажном воздухе есть

$$n-1=\frac{(n_0-1)T_0}{p_0}\left(\frac{q}{T}\right)-c_w\left(\frac{e}{T}\right)+c'_w\left(\frac{e}{T^2}\right), \tag{6}$$

где n_0 — коэффициент преломления сухого воздуха при давлении p_0 и температуре T_0, а c_w и c'_w — константы. Теперь интеграл по высоте можно легко определить, использовав формулу (5):

$$\int_{r_1}^{r'}(n-1)\,dr=\frac{(n_0-1)T_0}{p_0}\int_{r_1}^{r'}\left(\frac{p}{T}\right)dr - c_w\int_{r_1}^{r'}\left(\frac{e}{T}\right)dr + c'_w\int_{r_1}^{r'}\left(\frac{e}{T^2}\right)dr.$$

Имеем

$$\int_{r_1}^{r'}(n-1)\,dr=\frac{(n_0-1)RT_0}{p_0 g}p_1+\left[\frac{(n_0-1)T_0}{p_0}\left(1-\frac{R}{R_w}\right)-c_w\right]\times$$
$$\times\int_{r_1}^{r'}\left(\frac{e}{T}\right)dr + c'_w\int_{r_1}^{r'}\left(\frac{e}{T^2}\right)dr. \tag{7}$$

Это уравнение выражает значение нашего интеграла через наземное давление p_1 с поправкой, учитывающей наличие в воздухе паров воды. Отбрасывая связанные с влажностью члены, которые даже при очень крайних условиях влияют не более чем на 10%, имеем

$$\int_{r_1}^{r'}(n-1)\,dr \approx \frac{R}{g}(n_1-1)T_1. \tag{7a}$$

Интеграл $\int_{r_1}^{r'}(n-1)(r-r_1)\,dr$

Для оценки этого интеграла требуются некоторые соображения о вертикальной структуре атмосферы. Поскольку рефракционный член, зависящий от рассматриваемого интеграла, очень мал, нас вполне удовлетворит некоторая общая идея о вертикальном распределении давления и температуры.

В большей части тропосферы, или от уровня моря до высоты около 10 км, температура падает чрезвычайно равномерно (слабые отклонения имеют место для разных широт и разных времен года), хотя в полярных районах имеется инверсия, т. е. там температура, наоборот, сначала возрастает с высотой. Интегрирование гидростатического уравнения жидкости

$$dp = -g\rho dr$$

при условиях

$$\rho = p/RT, \qquad (8)$$
$$T = T_1 + \beta (r - r_1),$$

где $\beta = dT/dr$ (вертикальный градиент температуры) предполагается константой, дает такое выражение для давления:

$$p = p_1 (T/T_1)^{-g/R\beta}. \qquad (9)$$

Отсюда следует, что отношение давления к температуре таково:

$$p/T = (p_1/T_1)(T/T_1)^{m'},$$

где $m' = -g/R\beta - 1$ есть константа. Теперь коэффициент рефракции задается как

$$n - 1 = (n_1 - 1)(T/T_1)^{m'}. \qquad (10)$$

Преобразуя (8), получаем

$$r - r_1 = \frac{T - T_1}{\beta} = \frac{T_1}{\beta}(T/T_1 - 1),$$

откуда

$$\int (n - 1)(r - r_1)\, dr = \frac{n_1 - 1}{\beta^2} \int (T/T_1 - 1)(T/T_1)^{m'} dT.$$

Этот интеграл может быть выражен через элементарные функции; выполнив некоторые преобразования, получаем

$$\int_{r_1}^{r_0} (n - 1)(r - r_1)\, dr = \frac{R^2}{g^2 (1 - R\beta/g)} \left[(n_1 - 1) T_1^2 - \left(n^0 - 1\right) T^{02}\right] -$$
$$- \frac{R}{g}(n^0 - 1)(r^0 - r_1) T^0. \qquad (11)$$

Это выражение имеет место при любых постоянных $\beta \neq g/R$, включая случай $\beta = 0$.

Над тропосферой имеется термически отличный от нее слой, в котором температура остается примерно постоянной или даже возрастает с высотой. Этот изотермический слой (стратосфера), имеющий значение для рефракции радиоволн, простирается до самой ионосферы, т. е. до высоты около 50 км. Он отделен от тропосферы поверхностью, называемой тропопаузой, на которой температурный коэффициент тропосферы β довольно резко падает до нуля.

Обозначив параметры атмосферы на тропопаузе через p^0, T^0, ... и интегрируя гидростатическое уравнение при условии $\rho = p/RT^0$, получаем такое выражение для давления:

$$p = p^0 e^{m(r-r^0)}, \tag{12}$$

где e — основание натуральных логарифмов, а $m = -g/RT^0$ есть константа. Аналогично

$$n - 1 = (n^0 - 1)\, e^{m(r-r^0)}. \tag{13}$$

Очевидно, что

$$\int_{r^0}^{r'} (n-1)(r-r_1)\, dr = \int_{r^0}^{r'} (n-1)(r-r^0)\, dr + (r^0 - r_1) \int_{r^0}^{r'} (n-1)\, dr.$$

Для $\beta = 0$ в стратосфере уравнение (11) дает

$$\int_{r^0}^{r'} (n-1)(r-r^0)\, dr = \frac{R^2}{g^2}(n^0-1)\, T^{02};$$

далее, с учетом выражения (7а), для полного стратосферного интеграла получаем

$$\int_{r^0}^{r'} (n-1)(r-r_1)\, dr = \frac{R^2}{g^2}(n^0-1)\, T^{02} + \frac{R}{g}(n^0-1)(r^0-r_1)\, T^0. \tag{14}$$

Сумма выражений (11) и (14) окончательно для величины полного интеграла по атмосфере дает

$$\int_{r_1}^{r'} (n-1)(r-r_1)\, dr = \frac{R^2}{g^2}\left[\frac{(n_1-1)\, T_1^2 - (R\beta/g)(n^0-1)\, T^{02}}{1 - R\beta/g}\right]. \tag{15}$$

Это выражение имеет место при нормальных условиях, когда вертикальное распределение температуры в тропосфере является линейной функцией высоты.

Интегралы $\int_{r_1}^{r'} (e/T)\, dr$ и $\int_{r_1}^{r'} (e/T)^2\, dr$

Количество и распределение водяных паров в атмосфере сильно меняются в зависимости от условий испарения и конденсации. Однако давление паров уменьшается с высотой в почти той же мере, как и общее давление, хотя и быстрее. Для средних условий на средних широтах можно очень приблизительно написать (хотя это в среднем для условий по всем сезонам и совпадает с данными наблюдений)

$$e = e_1 (T/T_1)^{-4g/R\beta}. \tag{16}$$

Теперь получаем

$$\int_{r_1}^{r'} \left(\frac{e}{T}\right) dr = \frac{R}{4g} e_1, \tag{17}$$

$$\int_{r_1}^{r'} \left(\frac{e}{T^2}\right) dr = \frac{1}{4g/R + \beta} \frac{e_1}{T_1}. \tag{18}$$

Эти выражения дают вполне удовлетворительную оценку интегралов, зависящих от влажности, для определения интеграла (7).

Можно теперь объединить все полученные нами результаты, и на основе уравнения (4) получить следующее выражение для оценки поправки расстояния:

$$\begin{aligned}\Delta s = {} & \frac{(n_0 - 1) R T_0}{p_0 g} p_1 \sec z_1 - \frac{(n_0 - 1) R^2 T_0}{r_1 p_0 g^2} \times \\ & \times \left[\frac{p_1 T_1 - (R\beta/g)\, p^0 T^0}{1 - R\beta/g}\right] \sec z_1 \operatorname{tg}^2 z_1 + \left[\frac{(n_0 - 1) R T_0}{4 p_0 g}\left(1 - \frac{R}{R_w}\right) - \right. \\ & \left. - \frac{R c_w}{4g} + \left(\frac{c'_w}{4g/R + \beta}\right) \frac{1}{T_1}\right] e_1 \sec z_1. \end{aligned} \tag{19}$$

Уравнение (19) имеет место и в микроволновом диапазоне и для лазерных частот; иными словами, оно дает значение поправки за рефракцию во всех случаях, когда коэффициент преломления выражается соотношением (6).

Приложение уравнения (19) к радиослежению ИСЗ

Коэффициент преломления воздуха. В метрических единицах формула Эссена и Фрума, принятая в [120], для показателя преломления воздуха в случае микрорадиоволн записывается так:

$$(n - 1)\, 10^6 = 77{,}624\,(p/T) - 12{,}92\,(e/T) + 371900\,(e/T^2), \tag{20}$$

где p — полное давление, e — парциальное давление водяных паров (в миллибарах), а T — абсолютная температура в градусах Кельвина. В соответствии с этим можно принять

$$(n_0 - 1)T_0/p_0 = 77{,}624 \cdot 10^{-6},$$
$$c_w = 12{,}92 \cdot 10^{-6},$$
$$c'_w = 371900 \cdot 10^{-6}$$

в качестве констант уравнения (19) для преломления влажного воздуха.

Переход от местной силы тяжести к центроиду атмосферного столба. Величина g, необходимая для первого члена уравнения (19), может быть найдена по формуле силы тяжести:

$$g = 98{,}07\,(1 - 0{,}0026\cos\phi - 0{,}00031\bar{H}) \cdot 10^1 \text{ см/с}^2,$$

где ϕ — широта, а $\bar{H}$ — высота (в км) над уровнем моря центра гравитации вертикального столба атмосферы. Поскольку атмосферная плотность примерно пропорциональна показателю преломления $(n-1)$ сухого воздуха, высота центра гравитации над поверхностью Земли может быть выражена отношением

$$\bar{r} - r_1 = \int_{r_1}^{r'} (n-1)(r - r_1)\,dr \Big/ \int_{r_1}^{r} (n-1)\,dr,$$

или, с учетом (15) и (7a),

$$\bar{r} - r_1 = \bar{H} - H = \left(\frac{R}{g - R\beta}\right)[T_1 - (R\beta/g)(p^0 T^0/p_1)]. \qquad (21)$$

Вследствие параллельности тропопаузы поверхности Земли и наличия сезонных вариаций ее высоты имеет место корреляция между наземной температурой T_1 и давлением p^0 в тропопаузе; высокая температура сопровождается низким давлением, и наоборот. Это обстоятельство приводит к сглаживанию местных и сезонных вариаций высоты центра гравитации, и уравнение (21) для средних условий

$$\bar{H} = 7{,}3 + 0{,}9H,$$

где H обозначает высоту (в км) станции над уровнем моря, оказывается в пределах $\pm 0{,}4$ км точным для всех широт и времен года. В этом приближении формула силы тяжести выглядит так:

$$g = 97{,}84\,(1 - 0{,}0026\cos 2\phi - 0{,}00028H) \cdot 10 \text{ см/с}^2. \qquad (22)$$

Основываясь на достигнутой в настоящее время точности радиослежения ИСЗ, можно для всех широт и времен года принять

$$g = 97{,}84 \cdot 10 \text{ см/с}^2.$$

Определение зенитного расстояния z_1. Поскольку эффективная траектория радиоволн вследствие атмосферной рефракции искривлена, истинное зенитное расстояние ИСЗ, вычисляемое по орбитальным элементам, оказывается больше, чем видимое зенитное расстояние z_1, используемое в уравнении (19). Эта разность приблизительно задается следующей формулой:

$$\Delta z'' = \frac{16{,}0'' \operatorname{tg} z}{T}\left(q + \frac{4800e}{T}\right), \tag{23}$$

полученной обычным в теории астрономической рефракции методом [231]. Давления p и e измеряются в миллибарах на станции слежения, а T — абсолютная температура в кельвинах ($T = 273 + t\,°\mathrm{C}$).

Оценка второго члена уравнения (19). Второй член уравнения (19) представляет собой поправку, принимающую во внимание эффект сферической кривизны атмосферных слоев. Как и в случае уравнения (21), численное значение этого члена в значительной степени не зависит от климатических условий. Среднее его значение, таким образом, пригодно для всех широт и времен года.

Числовые значения поправки расстояния. Для вычисления числовых значений поправки радиослежения за тропосферную

Таблица 1

Коэффициент $\dfrac{R}{r_1 g}\left[\dfrac{p_1 T_1 - (R\beta/g)\,p^0 T^0}{1 - R\beta/g}\right]$

Высота над уровнем моря, км	Коэффициент при $\operatorname{tg}^2 z$	Высота над уровнем моря, км	Коэффициент при $\operatorname{tg}^2 z$
0	1,16	2,0	0,88
0,2	1,13	2,5	0,82
0,4	1,10	3	0,76
0,6	1,07	4	0,66
0,8	1,04	5	0,57
1,0	1,01	6	0,49
1,5	0,94		

и стратосферную рефракции перепишем уравнение (19) в такой форме:

$$\Delta s\,(\text{м}) = 0{,}002277 \sec z\,[p + (1255/T + 0{,}05)\,e - 1{,}16\,\mathrm{tg}^2 z], \quad (19\text{a})$$

где z — истинное зенитное расстояние ИСЗ, исправленное вычитанием поправки Δz, p — полное барометрическое давление, e — парциальное давление водяных паров (в миллибарах), а T — абсолютная температура. В табл. 1 приводятся числовые коэффициенты последнего члена уравнения (19а) для различных значений высоты станции над уровнем моря.

При выводе формулы поправка расстояния вследствие отбрасывания членов старших порядков вызывает ошибки порядка 0,1 м при максимальном зенитном расстоянии 80°. При $z > 80°$ формула (19а) становится недостаточно точной и ее применять не следует.