

УДК 62-187.3

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ
МЕХАНІЗМУ ПІДЙОМУ ВАНТАЖУ МОСТОВОГО КРАНА**

©Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О.

Національний університет біоресурсів і природокористування України

У статті описано процес побудови математичної багатоетапної моделі руху динамічної системи „механізм підйому вантажу – вантаж – основа”. Для кожного етапу знайдені диференціальні рівняння руху та крайові умови руху елементів досліджуваної системи. Наводяться умови переходу від одного етапу до іншого. Розроблена математична модель описує рух чотирьох приведених мас системи. Описана функція приводного (гальмівного) зусилля, яка діє у системі. Вказано цілі для яких може бути використана розроблена математична модель.

Ключові слова: підйом вантажу, математична модель, рівняння руху, крайові умови, зусилля.

Ловейкин В. С., Ромасевич Ю. А. «Математическое моделирование работы механизма подъема груза мостового крана».

В статье описан процесс построения математической многоэтапной модели движения динамической системы „механизм подъема груза – груз – основа”. Для каждого этапа найдены дифференциальные уравнения движения и граничные условия движения элементов исследуемой системы. Приведены условия перехода от одного этапа к другому. Разработанная математическая модель описывает движение четырех приведенных масс системы. Описана функция приводного (тормозного) усилия, действующего в системе. Указаны цели для которых может быть использована разработанная математическая модель.

Ключевые слова: подъем груза, математическая модель, уравнения движения, краевые условия, усилия.

Loveikin V. S., Romasevich Yu. O. „Mathematical modeling of the mechanism lifting of a bridge crane”.

The article describes the process of constructing a mathematical model of multi-step motion of a dynamical system „lifting mechanism – load – the foundation”. For each stage are founded differential equations of motion and boundary conditions of motion of the studied system elements. The conditions of the transition from one stage to another are stated. The mathematical model describes the motion of the four mass of the system. A drive (braking) force, witch acting in system, is described. Stated purposes for which the mathematical model may be used.

Key words: lifting cargo, mathematical model, the equations of motion, boundary conditions, forces.

1. Постановка проблеми

При проектуванні механізмів та окремих елементів мостового крана необхідно мати інформацію про зусилля, які будуть в них діяти. Звичайно, вказати точно величину зусиль

неможливо, однак, можна їм дати певну оцінку. Для цього необхідно провести математичне моделювання режимів роботи механізмів крана. Складання математичної моделі руху кранових механізмів може бути виконано за допомогою відомих методів: принципу д'Аламбера, методу віртуальних переміщень або із використанням рівнянь Лагранжа другого роду. Загалом рівняння руху будь-якого кранового механізму – нелінійні. Нелінійність диференціальних рівнянь руху механізмів вантажопідйомних машин викликані різного роду нелінійними залежностями, які в них входять: одними можна знехтувати (наприклад, використати припущення, що на рух вантажу повітря не впливає), інші замінити на лінійні залежності (наприклад, прийняти, що деформація елементів механізму описується законом Гука). Інші нелінійні залежності у диференціальних рівняннях руху механізмів мостового крана не вдається „усунути”. Наприклад, якщо замінити приводне зусилля асинхронного двигуна, яке описується нелінійною функцією, постійною величиною, то це може призвести до значного відхилення теоретичних та експериментальних показників. Таким чином, розробка та дослідження математичної моделі руху динамічної системи „механізм підйому вантажу – вантаж – основа” є актуальною задачею, яка дає змогу оцінити невідомі динамічні фактори у цій системі.

2. Аналіз останніх досліджень та публікацій

У праці М.С. Комарова [1] для дослідження динаміки руху механізму підйому вантажу використано тримасову динамічну модель (виведені рівняння зосереджених мас: приводу, моста та вантажу). Автор не враховує дисипативні властивості реальної конструкції, а зовнішнє зусилля прийняте постійною величиною. Результати приведені у праці [1] можна використати для першого наближення динамічних розрахунків механізму підйому вантажу.

Робота [2] С.А. Казака присвячена динаміці кранів мостового типу. Автор проводить розрахунки навантажень у елементах крана при реостатному регулюванні приводу механізму підйому вантажу. Для найпростіших дво- та тримасових моделей системи „механізм підйому вантажу - вантаж” С.А. Казак знайшов формули, за якими можна проводити визначення зусиль у пружних елементах системи.

М.М. Гохберг у теоретичних дослідженнях динаміки підйому та опускання вантажу, які наведені у роботі [3], використав двомасову динамічну модель. У цій же роботі М.М. Гохберг наводить порівняння декількох розрахункових методик визначення динамічного коефіцієнту деформації канату, на якому закріплений вантаж.

У праці М. Шеффлера, Х. Дресінга та Ф. Курта [4] використано одно- та багатомасові динамічні моделі механізму підйому вантажу. Ними розроблена багатоетапна математична модель процесу підйому вантажу, яка дала змогу знайти вирази для коефіцієнтів динамічності каната і моста крана.

У роботі [5] В.Ф. Гайдамака провів розрахунки зусиль, які виникають у елементах механізму підйому вантажу. Механізм підйому представлений у вигляді двомасової динамічної моделі. Для режиму посадки вантажу автор використовує кусочно-постійну функцію зміни гальмівного зусилля, яку можна використовувати лише наближено.

В роботі [6] М.А. Лобов встановив причини розбіжності теоретично визначених та експериментально вимірених зусиль в елементах механізму підйому вантажу. До таких причин належать: зміна модуля пружності гнучкого підвісу при його навантаженні; неточність визначення коефіцієнтів дисипації системи; спосіб закріплення вантажу на гнучкому підвісі; жорсткість основи на яку опускається або з якої підіймається вантаж; вид самого вантажу (монолітний або кусковий); характер зміни приводного зусилля.

У роботі [7] Л.Я. Будіков побудував тримасову динамічну модель механізму підйому вантажу та відповідну їй математичну модель. У цій роботі розроблено метод знаходження виразів для розрахунку максимальних зусиль у канаті та крановому мості. Розробка методу пов'язана з багаторазовим аналітичним інтегруванням диференціальних рівнянь руху механізму підйому вантажу.

Майже у всіх приведених роботах використана статична механічна характеристика приводного двигуна, яка вносить у розрахунки певні похибки. Загалом, відсутні роботи в яких математична модель процесу вертикального переміщення вантажу описана у повній мірі (весь цикл опускання-підйому вантажу).

3. Постановка мети та задач дослідження

Метою роботи полягає в розробці математичної моделі руху механізму підйому вантажу із вантажем на гнучкому підвісі з врахуванням динамічної дії на вантаж основи, на яку виконується його посадка (підіймання). У відповідності до мети необхідно вирішити такі задачі: 1) побудувати динамічну модель руху досліджуваної системи; 2) побудувати математичну модель механічної частини системи; 3) побудувати математичну модель електричної частини системи; 4) проаналізувати отриману математичну модель та вказати основні напрямки її застосування.

4. Виклад основного матеріалу

Перший етап у дослідженні динаміки підйому (опускання) вантажу – це побудова динамічної моделі досліджуваної системи. При побудові динамічної моделі малоістотними факторами нехтують (процес абстрагування), а інші – навпаки ідеалізують (процес ідеалізації). На рис. 1 показана динамічна модель досліджуваної системи.

При побудові динамічної моделі, що зображена на рис. 1, були прийняті такі припущення:

- 1) рух всіх елементів досліджуваної системи відбувається у вертикальній площині, тобто розглядається плоска задача;
- 2) приведені маси вантажу, моста, основи і приводу механізму підйому вантажу постійні і зосереджені;
- 3) коефіцієнти жорсткості каната, кранового моста та основи є постійними, всі інші елементи системи мають нескінченну жорсткість;
- 4) дія зовнішніх природних факторів (пориви вітру, зміна механічних властивостей при зміні температури навколишнього середовища) не враховується;
- 5) сили опору в механізмі підйому вантажу приймають постійними.

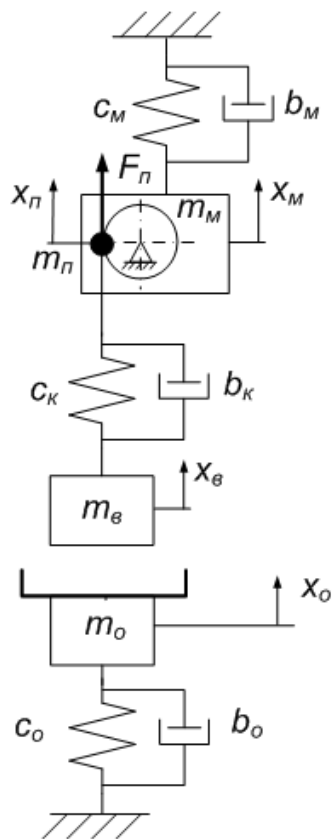


Рис. 1 – Динамічна модель системи „механізм підйому вантажу – вантаж – основа”:

c_o, c_k, c_m – приведені коефіцієнти жорсткості основи, вантажних канатів та моста крана відповідно; b_o, b_k, b_m – приведені коефіцієнти дисипації основи, вантажних канатів та моста крана відповідно; m_o, m_e, m_n, m_m – приведені маси основи, вантажу, приводу механізму підйому вантажу та кранового моста відповідно; x_o, x_e, x_n, x_m – узагальнені координати відповідних мас; F_n – приведене до барабана зусилля приводу механізму підйому вантажу

приведена маса приводу збільшує свою координату, а приведена маса моста опускається, оскільки зусилля натягу канату діє на неї у напрямку до вантажу. Крім того, можна припустити, що рух маси вантажу та приведеної маси основи відбувається синхронно, що означає рівність їх узагальнених координат. Початковими умовами руху приведеної маси приводу для другого етапу є кінцеві умови для першого. Для приведених мас вантажу та моста справедливі такі початкові умови:

Приведені припущення є загальноприйнятими і не призводять до значних відхилень теоретичних розрахунків від експериментальних.

Для того, щоб здійснити математичне моделювання роботи системи доцільно цикл „підйом-опускання” вантажу розділити на декілька етапів. При переході від одного етапу до іншого структура математичної моделі змінюється оскільки різні приведені маси починають рух у різні моменти часу. Крім того, для спрощення аналізу побудуємо окремо математичні моделі механічної та електричної частин системи.

Прийmemo у дослідженнях, що робота механізму підйому вантажу починається з режиму підйому. Тоді на першому етапі циклу підйом-опускання вантажу відбувається вибір слабину канату, яка створена для можливості закріплення вантажу. На цьому етапі рухається лише приведена маса приводу. Рівняння її руху описується диференціальним рівнянням другого порядку:

$$m_n \ddot{x}_n = F_n. \quad (1)$$

Крапка над символом означає диференціювання за часом. Початковими умовами руху приведеної маси приводу є нульові:

$$x_n(0) = \dot{x}_n(0) = 0. \quad (2)$$

Значна кількість дослідників динаміки підйому вантажу мостовим краном [2, 3] приймають припущення, що протягом першого етапу руху двигун встигає досягнути швидкості, яка близька до швидкості ідеального холостого ходу. Таке припущення використовується для того, щоб провести розрахунки найважчого режиму роботи механізму підйому вантажу. Кінцевим моментом першого етапу є момент коли слабина канату повністю вибрана.

Другий етап руху системи починається з моменту коли в канаті починає з’являтися зусилля. При цьому, як показує аналіз рис. 1, рухаються всі приведені маси системи: вантаж та приведена маса основи починають підніматись,

$$\begin{cases} x_{\epsilon}(t_1) = -\frac{(m_{\epsilon} + m_o)g}{c_o}; \\ x_M(t_1) = -\frac{m_M g}{c_M}; \\ \dot{x}_M(t_1) = \dot{x}_{\epsilon}(t_1) = 0, \end{cases} \quad (3)$$

де t_1 – тривалість першого етапу. Початкове положення вантажу визначається з таких міркувань: на початку руху вантаж знаходиться на основі і на неї діє її власна вага та вага вантажу. Сума ваги вантажу та основи, яка знаходиться у чисельнику першого виразу системи (3), компенсується пружним зусиллям основи, яке рівне добутку узагальненої координати вантажу x_{ϵ} і коефіцієнта жорсткості основи c_o . Аналогічно знаходиться початкове положення приведеної маси моста: вага приведеної маси моста на початку її руху компенсується пружним зусиллям у мості, яке рівне добутку його узагальненої координати x_M та коефіцієнта пружності моста c_M .

Диференціальні рівняння, які описують рух системи мають такий вигляд:

$$\begin{cases} m_n \ddot{x}_n + F_{\kappa} = F_n; \\ m_M (\ddot{x}_M + g) + F_{\kappa} + F_M = 0; \\ (m_{\epsilon} + m_o)(\ddot{x}_{\epsilon} + g) - F_{\kappa} + F_o = 0. \end{cases} \quad (4)$$

де F_{κ}, F_o, F_M – відповідно зусилля у канаті (зусилля розтягу каната), зусилля у основі та зусилля у крановому мості. Зусилля F_{κ}, F_o та F_M описуються такими виразами:

$$\begin{cases} F_{\kappa} = b_{\kappa} (\dot{x}_n + \dot{x}_M - \dot{x}_{\epsilon}) + c_{\kappa} ((x_n - x_n(t_1)) + \\ + (x_M - x_M(t_1)) - (x_{\epsilon} - x_{\epsilon}(t_1))); \\ F_o = b_o \dot{x}_{\epsilon} + c_o x_{\epsilon}; \\ F_M = b_M \dot{x}_M + c_M x_M. \end{cases} \quad (5)$$

На початку другого етапу зусилля натягу канату повинно бути нульовим. Для забезпечення цієї умови поточні узагальнені координати приведених мас приводу, моста та вантажу у виразі для F_{κ} віднімаються від їх початкових значень (3). Момент відриву вантажу від основи є кінцем другого етапу і початком третього. Кінцеві умови для другого етапу є початковими для третього. Математична модель третього етапу представлена у вигляді системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} m_n \ddot{x}_n + F_{\kappa} = F_n; \\ m_M (\ddot{x}_M + g) + F_{\kappa} + F_M = 0; \\ m_{\epsilon} (\ddot{x}_{\epsilon} + g) - F_{\kappa} + F_o = 0; \\ m_o (\ddot{x}_o + g) + F_o = 0. \end{cases} \quad (6)$$

На цьому етапі маса вантажу рухається окремо від приведеної маси основи. Математично це виражено четвертим рівнянням у системі (6) – воно не залежить від інших рівнянь. Більше того, рівняння руху основи є однорідним, а його розв’язок є коливним та затухаючим. Тривалість третього етапу визначається необхідною висотою підйому вантажу.

Четвертий етап характеризується гальмуванням приводу за допомогою електромеханічних колодкових гальм. Рівняння руху на цьому етапі співпадають із

рівняннями (6) з тією лише різницею, що змінюється функція F_n (більш детально про це буде сказано пізніше). Момент закінчення четвертого етапу визначається із умови рівності нулю швидкості руху приведеної маси приводу.

На п'ятому етапі руху системи маса вантажу, а також приведені маси основи та кранового моста, виконують вільні коливання (всі диференціальні рівняння руху елементів системи є однорідними). Для цього етапу справедлива рівність $F_k = F_n$, яка означає, що зусилля у канаті повністю компенсує зусилля створюване гальмівними колодками. Таким чином, математична модель п'ятого етапу має наступний вигляд:

$$\begin{cases} m_m(\ddot{x}_m + g) + F_k + F_m = 0; \\ m_g(\ddot{x}_g + g) - F_k + F_o = 0; \\ m_o(\ddot{x}_o + g) + F_o = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Тривалість п'ятого етапу визначається умовою переміщення вантажу у горизонтальному напрямку на місце його розвантаження.

На шостому етапі виконується опускання вантажу, при цьому гальмові колодки відокремлюються від гальмівного шківів і ротор двигуна починає обертатись у іншу сторону. Рух динамічної системи описується системою диференціальних рівнянь (6). Початкові умови для цього етапу є кінцевими для п'ятого. Зазначимо, що протягом п'ятого етапу вільні коливання основи, моста та вантажу встигають затухнути, тому початкові умови руху приведених мас моста, вантажу і основи для шостого етапу можна із достатнім ступенем точності записати у такому вигляді:

$$\begin{cases} x_m(t_6) = -\frac{(m_g + m_m)g}{c_m}; \\ x_g(t_6) = x_m(t_6) - \frac{m_g g}{c_k}; \\ x_o(t_6) = 0; \\ \dot{x}_m(t_6) = \dot{x}_n(t_6) = \dot{x}_g(t_6) = \dot{x}_o(t_6) = 0, \end{cases} \quad (8)$$

де t_6 – момент часу закінчення п'ятого і початку шостого етапу. Кінець шостого етапу визначається моментом дотикання вантажу до основи.

Сьомий етап руху динамічної системи характеризується сумісним переміщенням маси вантажу та приведеної маси основи. Протягом цього етапу зусилля натягу канату зменшується до нуля і вага вантажу повністю „передається” на основу. Для цього етапу справедлива система диференціальних рівнянь (4). Початкові умови для розв'язування цієї системи диференціальних рівнянь є кінцевими умовами для шостого етапу.

На восьмому етапі руху динамічної системи відбувається збігання канату для створення його слабину. Тривалість цього етапу може бути різною в залежності від того який вантаж транспортується. Початкові умови для восьмого етапу є кінцевими для сьомого. Математична модель руху окремих мас представляється системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} m_n \ddot{x}_n = F_n; \\ m_m(\ddot{x}_m + g) + F_m = 0; \\ (m_g + m_o)(\ddot{x}_g + g) + F_o = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Дев'ятий етап руху системи характеризується накладанням гальма. У кінці цього етапу приведена маса приводу має нульову швидкість (зупинка двигуна).

Математичні моделі руху системи для восьмого та дев'ятого етапів є однаковими. Початкові умови руху окремих мас для дев'ятого етапу є кінцевими для восьмого.

Таким чином, розроблено дев'ятиетапну математичну модель руху динамічної системи „механізм підйому вантажу – вантаж – основа”, яка дає змогу досліджувати діючі у елементах системи зусилля. Тепер перейдемо до моделі зміни приводного (гальмівного) зусилля F_n .

Для моделювання електричної частини системи використаємо рівняння асинхронного електричного двигуна [8]:

$$\begin{cases} \frac{di_{1\alpha}}{dt} = \frac{1}{\delta L_1} (u_{1\alpha} - i_{1\alpha} R_1 + k_r e_{2\alpha}); \\ \frac{di_{1\beta}}{dt} = \frac{1}{\delta L_1} (u_{1\beta} - i_{1\beta} R_1 - k_r e_{2\beta}); \\ \frac{di_{2\alpha}}{dt} = -\frac{1}{\delta L_2} ((u_{1\alpha} - i_{1\alpha} R_1) k_s + e_{2\alpha}); \\ \frac{di_{2\beta}}{dt} = -\frac{1}{\delta L_2} ((u_{1\beta} - i_{1\beta} R_1) k_s - e_{2\beta}); \\ \frac{3}{2} p L_{12} (i_{1\beta} i_{2\alpha} - i_{1\alpha} i_{2\beta}) \frac{i_{nep} \eta_{nep}}{r_{\delta ap}} = F_n, \end{cases} \quad (10)$$

де i_{nep} – передаточне число механізму підйому вантажу крана; $r_{\delta ap}$ – радіус канатного барабану; η_{nep} – ККД передач приводу механізму підйому вантажу ($\eta_{mex}=0,9$); $i_{1\alpha}$, $i_{1\beta}$ – проекції узагальненого вектора струму статора на нерухомі координатні осі α і β ; $i_{2\alpha}$, $i_{2\beta}$ – проекції узагальненого вектора струму ротора на нерухомі координатні осі α і β ; L_1 , L_2 – індуктивності статорної та роторної обмоток; L_{12} – взаємоіндукція; k_r і k_s – коефіцієнти магнітного зв'язку ротора та статора відповідно ($k_r = \frac{L_{12}}{L_2}$; $k_s = \frac{L_{12}}{L_1}$); p – кількість пар

полісів електричної машини; $u_{1\alpha}$, $u_{1\beta}$ – проекції узагальненого вектора напруги статора на координатні осі α і β ($u_{1\alpha} = U_{\max} \cos(2\pi \int f dt)$, $u_{1\beta} = U_{\max} \sin(2\pi \int f dt)$); U_{\max} – амплітуда фазної напруги живлення двигуна; f – частота напруги живлення двигуна; $e_{2\beta}$, $e_{2\alpha}$ – ЕРС, що індукуються потокозчепленнями ротора по осях α і β відповідно ($e_{2\alpha} = p \omega_{\delta\beta} (L_2 i_{2\beta} + L_{12} i_{1\beta}) + i_{2\alpha} R_2$, $e_{2\beta} = p \omega_{\delta\alpha} (L_2 i_{2\alpha} + L_{12} i_{1\alpha}) - i_{2\beta} R_2$); R_1 – активний опір статорної обмотки; R_2 – приведений до статора активний опір роторної обмотки; δ – коефіцієнт розсіювання ($\delta = 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{X_1}{2\pi f L_{12}}\right) \left(1 + \frac{X_2}{2\pi f L_{12}}\right)}$); X_1 – індуктивний опір статорної

обмотки; X_2 – приведений до статора індуктивний опір роторної обмотки. На першому, другому та третьому етапах двигун працює у режимі навантаження. На четвертому етапі двигун вимикається з мережі і відбувається накладання гальм, при цьому вважається, що

Піднімально-транспортні машини

зусилля гальм змінюється майже стрибкоподібно (тривалість накладання гальм з електромагнітами змінного струму не перевищує 0,015-0,02 секунди [9, 10]). Гальмівний момент, що пропорційний гальмівному зусиллю, для четвертого етапу визначається так [11]:

$$M_z = K_3 M_6 \eta_{пер}, \quad (11)$$

де K_3 – коефіцієнт запасу, який для середнього режиму роботи 5М механізму підйому вантажу приймається рівним $K_3=2$; M_6 – статичний момент при опусканні номінального вантажу (20 тон) приведений до вала двигуна ($M_6=834$ Нм). Для п'ятого етапу гальмівний момент визначається за такою залежністю:

$$M_z = F_k r_{бар} \eta_{мех} i_{пер}. \quad (12)$$

Для шостого, сьомого та восьмого етапів руху системи використовується система диференціальних рівнянь (10) коли частота напруги живлення та номінальна швидкість руху двигуна змінюють свої знаки на протилежні (стають від'ємними). Це означає, що чергування фаз мережі живлення змінилось і електромагнітне поле у статорі приводного двигуна змінило напрямок руху. Зазначимо, що протягом четвертого та дев'ятого етапів із формулами (11) та (12) у виразі приводного зусилля необхідно використовувати систему диференціальних рівнянь (10), тобто діюче на систему зусилля є сумою зусилля створюваного двигуном та гальмами. Це пов'язано з тим, що електромагнітні перехідні процеси у приводному двигуні на цих етапах ще тривають не дивлячись на те, що напруга живлення двигуна рівна нулю. Для того, щоб в повній мірі представити картину зміни приводного зусилля F_n наведемо таблицю 1, в якій зведені параметри частоти та напруги живлення двигуна, а також гальмівного моменту.

Таблиця 1 – Зміна параметрів двигуна а також гальмівного моменту протягом всього циклу „підйом-опускання” вантажу

Номер етапу	Напруга живлення двигуна $U_{дв}$, В	Частота напруги живлення двигуна $f_{дв}$, Гц	Номінальна швидкість обертання двигуна $n_{ном}$, об/хв	Гальмівний момент M_z
1.	380	50	575	0
2.				
3.				
4.	0			вираз (11)
5.				вираз (12)
6.	380	-50	-575	0
7.				
8.				
9.	0			вираз (11)

Висновки

У даній роботі розроблена математична модель динаміки руху системи „механізм підйому вантажу – вантаж – основа”. Дана модель може використовуватись для знаходження енергетичних та динамічних показників робота крана. Це необхідно для того, щоб проводити розрахунки елементів механізму підйому крана та основи, на яку виконується посадка

вантажів. Енергетичні показники, які можна визначити використовуючи математичну модель, дають змогу провести аналіз енергоефективності роботи крана та вказати заходи, що направлені на її підвищення. Розроблена математична модель представляє собою інструмент для розробки методів підвищення ефективності експлуатації вантажопідійомних кранів прольотного типу.

Список використаних джерел:

1. Комаров М. С. Динамика грузоподъемных машин / М. С. Комаров. – М. : Машиностроение, 1969. – 206 с.
2. Казак С. А. Динамика мостовых кранов / С. А. Казак. – М. : Машиностроение, 1968. – 331 с.
3. Гохберг М. М. Металлические конструкции подъемно-транспортных машин / М. М. Гохберг. – М. : Машиностроение, 1969. – 520 с.
4. Грузоподъемные краны. Кн. 2 / Шеффлер М., Дресиг Х., Курт Ф.; [пер. с нем. М. М. Рунов, В. Н. Федосеев]; под ред. М. П. Александрова. – М. : Машиностроение, 1981. – 287 с.
5. Гайдамака В. Ф. Грузоподъемные машины / В. Ф. Гайдамака. – К. : Вища школа, 1989. – 328 с.
6. Лобов Н. А. Динамика грузоподъемных кранов / Н. А. Лобов. – М. : Машиностроение, 1987. – 160 с.
7. Будиков Л. Я. Многопараметрический анализ динамики грузоподъемных кранов мостового типа / Л. Я. Будиков. – Луганск : Изд-во ВУГУ, 1997. – 210 с.
8. Штейнер Р. Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты / Р.Т. Штейнер. – Екатеринбург: УРО РАН, 2000. – 654 с.
9. Александров М. П. Тормозные устройства: справочник / М. П. Александров, А.Г. Лысяков, В.Н. Фадеев. – М. : Машиностроение, 1985. – 312 с.
10. Яуре А. Г. Крановый электропривод: справочник / А. Г. Яуре, Е. М. Певзнер. – М. : Энергоатомиздат, 1988. – 344 с.
11. Герасимьяк Р. П. Анализ и синтез крановых электромеханических систем / Р. П. Герасимьяк, В. А. Лещёв. – Одесса: СМІЛ, 2008. – 192 с.

Стаття надійшла до редакції 12 травня 2014 р.