Эффективный метод расчета освещенности с использованием функции распределения вероятности для генерации лучей

Копылов Э.А.
НТВЦ, Институт Прикладной Математики им. М.В.Келдыша РАН
Москва, Россия

Аннотация

В работе предложена реализация эффективного метода Монте Карло расчета глобальной освещенности. В отличии от традиционной реализации, метод трассирует лучи не с источников света, а с поверхностей освещенных объектов, трансформируя прямую освещенность в функцию распределения вероятности для генерации вторичных лучей. Используемый подход учитывает пространственное и поверхностное поглощение света пришедшее от каждого источника, в том числе поглощение на текстурированных поверхностях. Предлагаемый метод позволяет достичь такого же уровня точности расчета вторичной освещенности как и традиционный метод, но с значительно меньшим количеством трассируемых лучей, а значит и с выигрышем по времени.

Ключевые слова: *глобальное освещение, Монте Карло, квази-Монте Карло, карта фотонов, карта освещенности, First Shot.*

1. ВВЕДЕНИЕ

Базовыми понятиями в задачах расчета глобальной освещенности служит разделение освещения на прямое, имеющее место вследствие падения на поверхность прямого света от источников, и вторичное, создаваемое переотражениями и преломлениями света от других освещенных поверхностей. Модель распространения света, методы вычисления и характер освещения различны для каждой из компонент. Если компонента прямого освещения может быть вычислена аналитически, то для расчета вторичной освещенности используются методы численного интегрирования пригодные для задач с высокой размерностью. Являясь предметом современных исследований в области расчета излучательности [1, 2, 3, 4] метод Монте Карло, чрезвычайно эффективный для многомерного интегрирования, позволяет получить несмещенное решение с наперед заданной точностью, а стохастические алгоритмы на его основе поддерживают перенос световой энергии между поверхностями любых оптических свойств практически не вызывая вычислительной сложности.

Уравнение рендеринга [5] описывает излучательность $L(\vec{x},\omega)$ в точке поверхности $\vec{x}$ по направлению ω и имеет рекуррентный вид $L(\vec{x},\omega) = L^e(\vec{x},\omega) + IL(\vec{x},\omega)$, где L^e светимость от источников света, а интегральный оператор I описывает взаимодействие с поверхностью света пришедшего от других освещенных поверхностей. Идея, положенная в основу стохастического метода решения уравнения рендеринга, состоит в испускании фотонов в соответствии с физическими законами переноса световой энергии и регистрации взаимодействия фотонов с объектами сцены. Траекторий световых частиц (фотонов) прослеживаются на всех этапах существования, от момента их генерации источниками света и до поглощения или выхода из сцены. Направление, в котором испускается фотон, длина волны и стартовая позиция на источнике света определяются стохастически, с помощью псевдослучайной последовательности чисел, согласно фотометрическому распределению энергии источника и его геометрической форме. Как правило, фотон несет постоянный квант энергии, поэтому сам источник также выбирается случайно, пропорционально мощности излучения света. Траектория фотона трассируется до первого пересечения с поверхностью, после чего дальнейшее поведение фотона определяется свойствами поверхности и генерируемыми псевдослучайными числами. При любой неоднозначности выбора, как то направление диффузного отражения или выбор используемого свойства поверхности из заданной комбинации свойств, используется принцип рулетки. Освещенность поверхности, как и ее излучательность в заданном направлении, реконструируется на основе накопленной информации об зарегистрированных на поверхности фотонах.

2. ПРЕДЫДУЩИЕ РАБОТЫ

Стохастические алгоритмы трассировки используют два основных вида структур данных для регистрации фотонов: *карту фотонов* и *карту освещенности*. Концепция фотонных карт, предложенная Йенсеном [6, 7], предполагает сохранение индексов индивидуальных фотонов в сцене в глобальной структуре данных вместе с информацией о направлении и точке пересечения луча с поверхностью. Для вычисления излучательности $L(\vec{x},\omega)$ в заданной точке $\vec{x}$ для направления ω необходимо найти n ближайших фотонов и взять взвешенную сумму вклада каждого фотона в излучательность по направлению ω. Поиск фотонов эффективен при использовании сбалансированного *kD*-дерева.

Другой подход, получивший название метода *карты освещенности*, состоит в регистрации энергии фотонов на сетке покрывающей грани геометрических примитивов в сцене. Эта концепция была предложена Хекбертом в контексте двунаправленной трассировки лучей с использованием текстур излучательности *Rexes* [8]. В любой момент времени освещенность в j-элементе сетки карты может быть вычислена как:

$I_j = S_j^{-1} \cdot m_j \cdot \Phi$, где m_j – количество фотонов зарегистрированных на j–элементе, Φ – энергия одного фотона, S_j – площадь j–элемента сетки. Метод карты освещенности предполагает представление оптических характеристик любой поверхности сцены в виде линейной комбинации диффузных и зеркальных свойств (зеркальное отражение и преломление световых лучей на поверхности рассматриваются в рамках зеркальных свойств). Карта освещенности в этом методе не зависит от точки наблюдения. Конечное изображение формируется на этапе обратной трассировки луча, учитывающем излучательность на видимых зеркальных поверхностях и трансформирующем освещенность диффузных поверхностей, накопленную в карте освещенности, в излучательность по *закону Ламберта*.

Предельная точность расчета излучательности упомянутыми стохастическими алгоритмами трассировки фотонов с псевдослучайным датчиком чисел зависит погрешности введенных данных и конечной точности представления чисел в компьютере, а скорость сходимости составляет $O(N^{-1/2})$. Для ускорения вычислений, в частности, были предложены квази-Монте Карло алгоритмы [9, 10]. В отличие от интеграции Монте Карло с использованием псевдослучайной последовательности, скорость сходимости интегрирования с использованием квазислучайной последовательности зависит от кратности интеграла. Это объясняется увеличением величины невязки квазислучайных последовательностей с ростом числа измерений. При достаточно большом количестве точек N, невязка Монте Карло интегрирования с d-мерной квазипоследовательностью оценивается как $O(N^{1}log^{d}N)$. Если же количество точек не достаточно велико, невязка больше и практически равна невязке псевдослучайной последовательности, т.е. $O(N^{-1/2})$ [11].

Скорость сходимости численного Монте Карло интегрирования с использованием как псевдо- так и квази-последовательности также зависит от гладкости интегрируемой функции. Наибольший вклад в нарушение гладкости вносит компонента прямого освещения (резкие тени, высокий градиент освещенности), а в еще большей степени – прямое освещение точечными источниками света. Вычисление прямого освещения не представляет сложности, поэтому логичным шагом представляется исключение точечных источников из стохастического алгоритма вообще. В работах [12, 13, 14] предлагается метод замены точечных источников *(“first-shot”* method). Суть его в следующем: рассмотрим искомую излучательность в виде $L = L^{ep} + L^{np}$, где L^{ep} - светимость точечных (или близких к точечным) источников света, вычисляемая аналитически, а L^{np} - светимость площадных источников вместе с излучательностью полученной от вторичного освещения. Из уравнения рендеринга получим:

$$L = L^{ep} + L^{np} = L^{e} + I(L^{ep} + L^{np}).$$

Заменяя светимость точечных источников на светимость элементов сетки поверхностей ими освещенных (IL^{ep}) получим новый набор источников света: $L^{e*} = L^{e} - L^{ep} + IL^{ep}$. Таким образом, численное интегрирование применяется для модифицированной задачи вычисления $L^{np} = L^{e*} + IL^{np}$ с более гладкой интегрируемой функцией. Как указано в [12], для диффузных поверхностей хранение IL^{ep} требует одного числа на элемент сетки. На практике, однако, существуют поверхности со свойствами отличными от диффузных, а для них IL^{ep} уже является функцией зависящей от направления. В работе [12] предлагается хранить освещенность полученную каждым элементом сетки от каждого точечного источника отдельно, тогда искомая IL^{ep} будет вычислена на основе хранимых данных “по требованию” для заданного направления.

3. ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА

Заметим, что часть фотонов равномерно распределенных по направлениям вокруг источника света в стохастическом алгоритме трассировки не попадает на поверхности сцены вообще, а часть вносит вклад в прямое освещение которое может быть более эффективно вычислено аналитическими методами. Такие фотоны назовем несущественными для метода вычисления. Помимо издержек связанных непосредственно с их трассировкой, источник неэффективности

численного интегрирования методом Монте Карло связан с отсутствием гладкости подынтегральной функции для точечных источников, а также неоптимальным использованием генерируемых случайных чисел из квази-последовательности (для квази-Монте Карло метода), что, как известно, отрицательно влияет на скорость сходимости.

В настоящей работе предлагается реализация стохастического алгоритма трассировки фотонов в которой каждый фотон является существенным для вычисления. Принципиальным моментом в настоящей работе является кусочно-линейное представление прямой освещенности. Алгоритм является двух шаговым.

На первом шаге аналитически вычисляется прямая освещенность от точечных источников света (конический и параллельный источник света - частный случай точечного источника) в узлах сетки. Для каждого источника света используется отдельная таблица значений и свое адаптивное разбиение для тех элементов сетки, внутри которых вычисленная освещенность меняется нелинейно. В дальнейшем будем рассматривать только треугольные элементы сетки. Адаптивное разбиение проводится рекурсивно на два, три, или четыре треугольника, а критерием разбиения треугольника служит линейность аппроксимации прямого освещения на его поверхности. Как нетрудно заметить, этот критерий в том числе разбивает треугольники по границам тени. Алгоритм показанный ниже рекурсивно проводит адаптивное разбиение без избыточного образования тупых треугольников.

Алгоритм 1. Рекурсивная функция для адаптивного разбиения треугольника ΔABC

```
if  (размер треугольника ниже порогового)
  return;
D := GetCenter(A,B,C);
Id = GetIlluminance(D);
Ia = GetIlluminance(A);
Ib = GetIlluminance(B);
Ic = GetIlluminance(C);
```

```
Im = (Ia + Ib + Ic) / 3;
if  (Id ≅Im)
  return;   // освещенность линейно распределена
// треугольник ∆ABC будет разбит
if (в треугольнике ∆ABC нет тупого угла)  {
  Разбить ∆ABC на ∆ABD, ∆BCD, ∆CAD;
  return;
  }
Пусть ∠A > 90°, тогда [B,C] – самое длинное ребро ∆ABC;
E = GetCenter(B, C);
Ie = GetIlluminance(E);
if (| Ie - (Ib + Ic) / 2 | > | Id –Im |  &&  | Id - (Ia + Ie) / 2 | > | Id –Im |)   {
   // максимальный градиент освещения на одном из ребер ∆ABC
   Разбить ∆ABC на ∆AFG, ∆BEF, ∆CGE, ∆FEG
   Где  F = GetCenter(A, B), G = GetCenter(A, C);
   }
else
   Разбить ∆ABC на ∆ABE, ∆AEC;
```

Ключевым моментом в предлагаемом алгоритме является то, что на этапе построения функции распределения вероятности для выбора пары треугольник-источник, мы можем учесть возможное поглощение света и свести к минимуму вероятность возникновения поглощения при генерации события, а следовательно, метод не тратит время на трассировку лучей которые заведомо будут поглощены еще до учета их вклада во вторичное освещение. С учетом поглощения световой энергии K_a на треугольнике, для каждой пары треугольник-источник вычисляется коэффициент эмиссии: $E(m,n) = K_a * S_m * I(m,n)$, где S_m – площадь треугольника m, $I(m,n)$ - освещенность на треугольнике m создаваемая источником света n. В случае текстурированных треугольников в зависимости от количества текселей покрывающих треугольник используется либо общий коэффициент поглощения для текстуры (поглощение вычисленное для самого яркого текселя), либо производится сканирование покрывающих текселей с целью определить коэффициент поглощения более точно.

На втором шаге выполняется трассировка фотонов методом Монте Карло. Случайно выбранный треугольник в паре с источником света его освещающим порождают световой луч, стартовая позиция которого выбирается случайно в соответствии с билинейно меняющимся освещением на поверхности. Выбор пары треугольник-источник проходит в соответствии с функцией распределения вероятности построенной пропорционально коэффициенту эмиссии $E(m,n)$. При этом те источники света для которых аналитическое вычисление коэффициента эмиссии не проводилось (т.е. площадные источники света) входят отдельными элементами в общую функцию распределения вероятности пропорционально своей мощности. В случае не диффузной поверхности для выбора направления фотона используется информация о направлении с которого треугольник освещается.

Алгоритм 2. Генерация позиции фотона на треугольнике $\Delta P_0P_1P_2$

Предположим освещение (излучательность) билинейно интерполируется между узлами треугольной сетки. Рассмотрим треугольник сетки с вершинами P_0, P_1, P_2 и вычисленными на них значениями освещения A, B, C соответственно (Рис. 1).

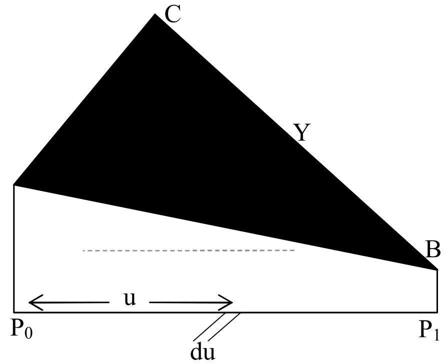

Рис. 1.

Точки треугольника $P_0P_1P_2$, например, могут быть параметризованны следующим образом:

$p = P_0 + u(P_1 - P_0) + v(P_2 - P_0)$, где $u \in [0,1), v \in [0,1)$

Ниже приведено вычисление случайных величин u и v для освещения билинейно распределенной на треугольнике $P_0P_1P_2$.

Рассмотрим бесконечно малое сечение пирамиды $P_0P_1P_2ABC$ в произвольной точке u выбранной на P_0P_1. $X = A(1-u) + Bu$ и $Y = C(1-u) + Bu$ суть значения интерполяции освещения в граничных точках сечения. Выберем функцию плотности вероятности (PDF) $\rho(u)$ для освещения пропорционально объему сечения:

$$\rho(u)du \sim dV = \frac{X+Y}{2}(P_2 - P_0)(1-u)du$$

$$\rho(u)du = k(X+Y)(1-u)du$$

Подставляя известные значения для X и Y, и выполняя требование нормализации для PDF получаем:

$$k\int_0^1 (A + C + 2Bu - Au - Cu)(1-u)du = 1$$

$$k\int_0^1 (Au^2 + Cu^2 - 2Bu^2 + 2Bu - 2Au - 2Cu + A + C)du = 1$$

$$k\int_0^1 \left((A + C - 2B)u^2 - 2(A + C - B)u + A + C\right)du = 1$$

$$k\left[\frac{u^3}{3}(A + C - 2B) - u^2(A + C - B) + u(A + C)\right]_0^1 = 1$$

$$\frac{k}{3}(A + C - 2B) + B = 1$$

$$k = \frac{3}{A + C + B}$$

Таким образом,

$$\rho(u) = \frac{3}{A+C+B}(1-u)(A+C+2Bu-Au-Cu)$$

Интегрируя функцию плотности вероятности $\rho(u)$ получим функцию распределения вероятности $P(u)$:

$$P(u) = \int_0^u \rho(\xi)d\xi = \frac{3}{A+B+C}\int_0^u (1-\xi)(A+C+2B\xi-A\xi-C\xi)d\xi$$

$$P(u) = \frac{3}{A+B+C}\int_0^u \left(\xi^2(A+C-2B)-2\xi(A+C-B)+A+C\right)d\xi$$

$$P(u) = \frac{3}{A+B+C}\left[\frac{\xi^3}{3}\left(A+C-2B\right)-\xi^2\left(A+C-B\right)+\xi(A+C)\right]_0^u$$

$$P(u) = \frac{u^3(A+C-2B)-3u^2(A+C-B)+3u(A+C)}{A+B+C}$$

Обращая функцию распределения относительно равномерно распределенной случайной величины $\alpha = U_{[0,1]}$, получим:

$$\alpha = P(u)$$

$$u^3(A+C-2B)-3u^2(A+C-B)+3u(A+C)-\alpha(A+B+C)=0$$

или

$$u^3(S-3B)-3u^2(S-2B)+3u(S-B)-\alpha S=0,$$ где

$$S = A+B+C.$$

Решение кубичного уравнения, например *методом Кардано*, выбранное в полуинтервале [0, 1), дает значение параметра u, параметр v генерируется с линейным распределением для соответствующего сечения.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ

Метод расчета освещенности с использованием функции распределения вероятности для генерации лучей был применен для стохастического алгоритма трассировки фотонов методом Монте Карло с использованием квазислучайной последовательности чисел. Изображения (Рис. 2,3) были построены обратной трассировки луча с использованием карт освещенности.

Построение функции распределения вероятности для выбора пар треугольник-источник вместе с расчетом коэффициентов эмиссии для тестовой сцены на Рис. 2 составило 2.3 секунды, продолжительность трассировки фотонов методом Монте Карло – 18.6 секунды. Оценка погрешности метода составила 5%. Количество трассируемых фотонов – 1310720, количество регистрируемых пересечений – 3219274. Для той же оценки погрешности, классический метод трассировал 3407872 фотонов с 5132864 зарегистрированными пересечениями за 34 секунды. Следует заметить, время на расчет коэффициентов эмиссии и построение функции распределения вероятности было затрачено немногим более чем требуется для вычисления прямого освещения аналитическим методом. Для сцены изображенной на Рис. 2 разбиение треугольной сетки было достаточно мелким – не более 1% от размера сцены.

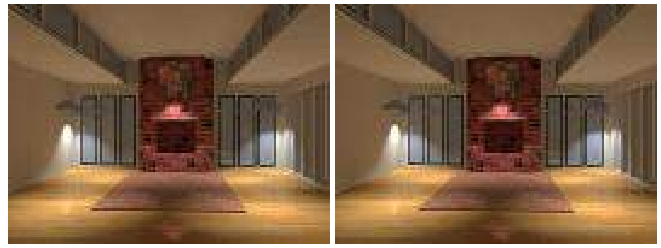

Рис. 2. В сцене 9 источников света и 64499 треугольников. Левая картинка – оптимизированный алгоритм, правая – классический.

Для тестовой сцены на Рис. 3 построение функции распределения вероятности для выбора пар треугольник-источник вместе с расчетом коэффициентов эмиссии для тестовой сцены на Рис. 2 составило 79 секунд, что в 2.77 раза больше времени вычисления прямого освещения аналитическим методом (28.5 секунд). Однако выигрыш на трассировке фотонов составил 3.25 раза. Замедление в вычислении коэффициентов эмиссии вызвано адаптивным делением крупных треугольников в сцене.

Рис. 3. В сцене 9 источников света и 224921 треугольников. Левая картинка – оптимизированный алгоритм, правая – классический.

Как показывают тестовые сцены, оптимизированный алгоритм несет издержки на фазе построения функции распределения вероятности в сценах с крупными треугольниками. Однако издержки окупаются эффективной трассировкой фотонов на этапе вычисления глобальной освещенности.

Эффективная реализация “first-shot” метода расчета глобальной освещенности с использованием адаптивного вычисления прямого освещения с билинейной интерполяцией на треугольной сетке позволяет достичь значительного выигрыша по времени без ущерба точности моделирования.

5. ЛИТЕРАТУРА

[1] S.N.Pattanaik, S.P.Mudur. *Computation of global illumination by monte carlo simulation of the particle model of light. Third Eugrographics Workshop on Rendering, pages 71-83, May 1992.*

[2] P.Shirley, B.Wade, P.Hubbard, D.Zareski, B.Walter, D.P.Greenberg. *Global illumination via density estimation. In P.Hanrahan and W.Purgathofer, editors, Rendering*

Techniques'95, pages 219-230. Eugrographics, Springer-Verlag, June 1995.

[3] L.Neumann, W.Purgathofer, R.F.Tobler, A.Neumann, P.Elias, M.Feda, X.Pueyo. *The stochastic ray method for radiosity. In P.Hanrahan and W.Purgathofer, editors, Rendering Techniques'95, pages 206-218. Eugrographics, Springer-Verlag, June 1995.*

[4] M.Feda. *A Monte Carlo approach for Galerkin radiosity. The Visual Computer, 12(8):390-405, 1996. ISSN 0178-2789.*

[5] J.T.Kajiya. *The rendering equation. In Computer Graphics (SIGGRAPH'86 Proceedings), pages 143-150, 1986.*

[6] H.W.Jensen. *Global illumination using photon maps. In X.Pueyo and P.Shroder, editors, Eurographics Rendering Workshop 1996, pages 21-30, New York City, NY, June 1996. Eurographics, Springer Wien. ISBN 3-211-82883-4.*

[7] H.W.Jensen. *Rendering caustics on non-lambertian surfaces. Computer Graphics Forum, 16(1):57-64, 1997. ISSN 0167-7055.*

[8] P.S.Heckbert. *Adaptive radiosity textures for bidirectional ray tracing. Computer Graphics (SIGGRAPH'90 Proceedings), volume 24, pages 145-154, August 1990.*

[9] S.Heirich, A.Keller. *Quasi-Monte Carlo Methods in Computer Graphics Part II: The Radiance Equation. Technical Report 243/94, 1994.*

[10] L.Szirmay-Karlos. *Monte-carlo methods in global illumination. Institute of Computer Graphics, Vienna University of Technology, 1999.*

[11] W.Morokoff, R.E.Caflisch. *Quasi-random sequences and their discrepancies. SIAM J.Sci.Stat.Computing, 1995.*

[12] L.Szirmay-Karlos, W.Purrathofer. *Global ray-bundle tracing with hardware acceleration. In Rendering Techniques'98, pages 247-258. 1998.*

[13] M.Sbert, X.Pueyo, L.Neumann, W.Purrathofer. *Global multipath Monte Carlo algorithms for radiosity. Visual Computer, pages 47-61, 1996.*

[14] F.Castro, R.Martinez, M.Sbert. *Quasi Monte-Carlo and extended first-shot improvements to the multi-path method. In Spring Conference on Computer Graphics'98, pages 91-102, 1998.*