

**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ КОМПЛЕКСЫ И СИСТЕМЫ**

УДК 621.3.07

**А.В.Григорьев**

**ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ КООРДИНАТАМИ  
АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ**

Известно множество вариантов управления координатами асинхронного электродвигателя (АД). Но лишь некоторые из этих вариантов нашли широкое применение и, по сути, являются стандартами современного электропривода [1, 2]. К ним относятся: скалярное частотное управление, предложенное М.П.Костенко в 1925 г.; поле-ориентированное управление (FOC – Field Oriented Control), впервые представленное Ф. Блашке (F.Blaschke) в 1971 г.; прямое управление моментом (DTC - Direct Torque Control), полученное М.Депенброком (M. Depenbrock) в 1985 г. [3] и независимо И.Такахаши и Т.Ногучи (I.Takahashi, T.Noguchi) в 1986 г..

Неоспоримым достоинством первого варианта является его простота, поэтому он вполне удовлетворяет требованиям электроприводов с медленно изменяющейся нагрузкой и небольшим диапазоном регулирования. Но для электропривода, где требуются хорошие динамические показатели, он неприменим. В этом случае целесообразно использовать один из вариантов векторного управления. Недостатком векторных вариантов управления является чувствительность к изменению параметров АД (в особенности активных сопротивлений обмоток статора и ротора). Менее чувствительным к изменению параметров является вариант - прямое управление моментом (DTC). Кроме того, он обеспечивает наискорейшее регулирование электромагнитного момента и потока статора АД.

Существует также множество работ, посвященных применению теории оптимального управления к решению задачи управления координатами АД [4, 5]. Достоинством предложенных конструкций управляющих устройств является их универсальность с точки зрения выбора цели управления (будь то регулирование электромагнитного момента или потокосцеплений).

В связи с этим сформулируем задачу управления переменными АД как задачу минимизации некоторого функционала, записанного в интегральной форме и выражающего цель управления в общем виде

$$J = \inf \int_{t_0}^{t_1} f^0(\overline{\Psi}_s, \overline{\Psi}_r, \overline{U}_s, \overline{U}_r, \omega) dt .$$

Состояние АД будем описывать системой дифференциальных связей (1), определяющих характер изменения фазовых координат (составляющих векторов потокосцеплений статора ( $\Psi_{su}, \Psi_{sv}$ ) и ротора ( $\Psi_{ru}, \Psi_{rv}$ ) по осям синхронной системы координат  $u-v$ ) с выделением в них управляющих воздействий - составляющих напряжений статора и ротора по осям координатной системы -  $U_{su}, U_{sv}, U_{ru}, U_{rv}$ :

$$\begin{cases} \frac{d\Psi_{su}}{dt} = U_{su} - R_s \left( \frac{\Psi_{su}}{L_s'} - \frac{k_r}{L_s'} \Psi_{ru} \right) + \omega_0 \Psi_{sv}, \\ \frac{d\Psi_{sv}}{dt} = U_{sv} - R_s \left( \frac{\Psi_{sv}}{L_s'} - \frac{k_r}{L_s'} \Psi_{rv} \right) - \omega_0 \Psi_{su}, \\ \frac{d\Psi_{ru}}{dt} = U_{ru} - R_r \left( \frac{\Psi_{ru}}{L_r'} - \frac{k_s}{L_r'} \Psi_{su} \right) + (\omega_0 - p\omega) \Psi_{rv}, \\ \frac{d\Psi_{rv}}{dt} = U_{rv} - R_r \left( \frac{\Psi_{rv}}{L_r'} - \frac{k_s}{L_r'} \Psi_{sv} \right) - (\omega_0 - p\omega) \Psi_{ru}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\omega$  - круговая частота вращения ротора двигателя;  $R_s, R_r, L_s', L_r', k_s, k_r$  - активные сопротивления статора, ротора, переходные индуктивности статора и ротора, коэффициенты электромагнитной связи статора и ротора соответственно.

Возмущающим воздействием будем считать круговую частоту вращения ротора  $\omega$ . Это допустимо, если цель управления будет связана исключительно с состоянием *только* двигателя.

Условие введения управления со стороны статора (ротора) требует или наличия в подынтегральной функции  $f^0$  информации о состоянии статора (ротора), или присутствия управлений, или того и другого вместе. В противном случае следует ожидать аналитической неразрешимости задачи.

Решение можно получить, используя принцип максимума Л.Понтрягина [6]. При этом требуется образование вспомогательной функции:

$$H(\overline{\Psi_s}, \overline{\Psi_r}, \overline{U_s}, \overline{U_r}, \omega_0, \omega) = \psi_1(t) \left[ U_{su} - R_s \left( \frac{\Psi_{su}}{L_s'} - \frac{k_r}{L_s'} \Psi_{ru} \right) + \omega_0 \Psi_{sv} \right] + \\ + \psi_2(t) \left[ U_{sv} - R_s \left( \frac{\Psi_{sv}}{L_s'} - \frac{k_r}{L_s'} \Psi_{rv} \right) - \omega_0 \Psi_{su} \right] + \psi_3(t) \left[ U_{ru} - R_r \left( \frac{\Psi_{ru}}{L_r'} - \frac{k_s}{L_r'} \Psi_{su} \right) + (\omega_0 - p\omega) \Psi_{rv} \right] + \\ + \psi_4(t) \left[ U_{rv} - R_r \left( \frac{\Psi_{rv}}{L_r'} - \frac{k_s}{L_r'} \Psi_{sv} \right) - (\omega_0 - p\omega) \Psi_{ru} \right] + \psi_0 f^0(\overline{\Psi_s}, \overline{\Psi_r}, \overline{U_s}, \overline{U_r}, \omega);$$

где  $\psi_i$  - компоненты вспомогательной вектор - функции  $\psi$ .

Условие абсолютного экстремума для задач, линейных относительно управляющих воздействий может быть записано в виде:

$$\psi_1 U_{su} \rightarrow \max, \psi_2 U_{sv} \rightarrow \max, \psi_3 U_{ru} \rightarrow \max, \psi_4 U_{rv} \rightarrow \max.$$

Если управление двигателем производится со стороны статора, то условия оптимальности процесса управления после нахождения аналитических конструкций и координатных преобразований для  $\psi_i$  будут выглядеть следующим образом:

— в неподвижной системе координат  $\alpha$ - $\beta$

$$U_{s\alpha} = \begin{cases} U_{s \max}, & \psi_0 \frac{L_s'}{R_s} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{s\alpha}} \geq 0, \\ -U_{s \max}, & \psi_0 \frac{L_s'}{R_s} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{s\alpha}} < 0, \end{cases} \quad U_{s\beta} = \begin{cases} U_{s \max}, & \psi_0 \frac{L_s'}{R_s} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{s\beta}} \geq 0, \\ -U_{s \max}, & \psi_0 \frac{L_s'}{R_s} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{s\beta}} < 0, \end{cases} \quad (2)$$

где  $U_{s \max}$  - максимально возможное значение составляющей вектора напряжения статора;

— в системе координат d-q, неподвижной относительно ротора

$$U_{sd} = \begin{cases} U_{s \max}, & -\psi_0 \frac{L_s'}{R_s k_r} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rd}} \geq 0, \\ -U_{s \max}, & -\psi_0 \frac{L_s'}{R_s k_r} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rd}} < 0, \end{cases} \quad U_{sq} = \begin{cases} U_{s \max}, & -\psi_0 \frac{L_s'}{R_s k_r} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rq}} \geq 0, \\ -U_{s \max}, & -\psi_0 \frac{L_s'}{R_s k_r} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rq}} < 0. \end{cases} \quad (3)$$

Если управление производится со стороны ротора, то условия оптимальности процесса управления :

— в системе координат  $\alpha$ - $\beta$

$$U_{r\alpha} = \begin{cases} U_{r \max}, & -\psi_0 \frac{L_r'}{R_r k_s} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{s\alpha}} \geq 0, \\ -U_{r \max}, & -\psi_0 \frac{L_r'}{R_r k_s} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{s\alpha}} < 0, \end{cases} \quad U_{r\beta} = \begin{cases} U_{r \max}, & -\psi_0 \frac{L_r'}{R_r k_s} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{s\beta}} \geq 0, \\ -U_{r \max}, & -\psi_0 \frac{L_r'}{R_r k_s} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{s\beta}} < 0, \end{cases} \quad (4)$$

где  $U_{r \max}$  - максимально возможное значение составляющей вектора напряжения ротора;

— в системе координат d-q

$$U_{rd} = \begin{cases} U_{r \max}, & \psi_0 \frac{L_r'}{R_r} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rd}} \geq 0, \\ -U_{r \max}, & \psi_0 \frac{L_r'}{R_r} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rd}} < 0, \end{cases} \quad U_{rq} = \begin{cases} U_{r \max}, & \psi_0 \frac{L_r'}{R_r} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rq}} \geq 0, \\ -U_{r \max}, & \psi_0 \frac{L_r'}{R_r} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rq}} < 0. \end{cases} \quad (5)$$

При одновременном управлении со стороны статора и со стороны ротора (машина двойного питания) должны выполняться условия оптимального управления со стороны статора (2), (3) и со стороны ротора (4), (5).

В качестве примера рассмотрим задачу управления величиной электромагнитного момента АД. В этом случае целевой функционал будет:

$$J = \inf \int_{t_0}^{t_1} (M_3 - M)^2 dt,$$

где  $M_3, M$  - задаваемое и мгновенное значение электромагнитного момента АД соответственно;  $t_0, t_1$  - время начала и завершения процесса управления.

Если  $f^0 = (M_3 - M)^2$ , то условия (2), (3), (4) и (5) будут выглядеть:

— в системе координат  $\alpha$ - $\beta$

$$U_{s\alpha} = \begin{cases} U_{s\max}, & -\Psi_{r\beta}(M_3 - M) \geq 0, \\ -U_{s\max}, & -\Psi_{r\beta}(M_3 - M) < 0, \end{cases} \quad U_{s\beta} = \begin{cases} U_{s\max}, & \Psi_{r\alpha}(M_3 - M) \geq 0, \\ -U_{s\max}, & \Psi_{r\alpha}(M_3 - M) < 0, \end{cases}$$

$$U_{r\alpha} = \begin{cases} U_{r\max}, & \Psi_{r\beta}(M_3 - M) \geq 0, \\ -U_{r\max}, & \Psi_{r\beta}(M_3 - M) < 0, \end{cases} \quad U_{r\beta} = \begin{cases} U_{r\max}, & -\Psi_{r\alpha}(M_3 - M) \geq 0, \\ -U_{r\max}, & -\Psi_{r\alpha}(M_3 - M) < 0; \end{cases}$$

— в системе координат d-q

$$U_{sd} = \begin{cases} U_{s\max}, & -\Psi_{sq}(M_3 - M) \geq 0, \\ -U_{s\max}, & -\Psi_{sq}(M_3 - M) < 0, \end{cases} \quad U_{sq} = \begin{cases} U_{s\max}, & \Psi_{sd}(M_3 - M) \geq 0, \\ -U_{s\max}, & \Psi_{sd}(M_3 - M) < 0, \end{cases}$$

$$U_{rd} = \begin{cases} U_{r\max}, & \Psi_{sq}(M_3 - M) \geq 0, \\ -U_{r\max}, & \Psi_{sq}(M_3 - M) < 0, \end{cases} \quad U_{rq} = \begin{cases} U_{r\max}, & -\Psi_{sd}(M_3 - M) \geq 0, \\ -U_{r\max}, & -\Psi_{sd}(M_3 - M) < 0. \end{cases}$$

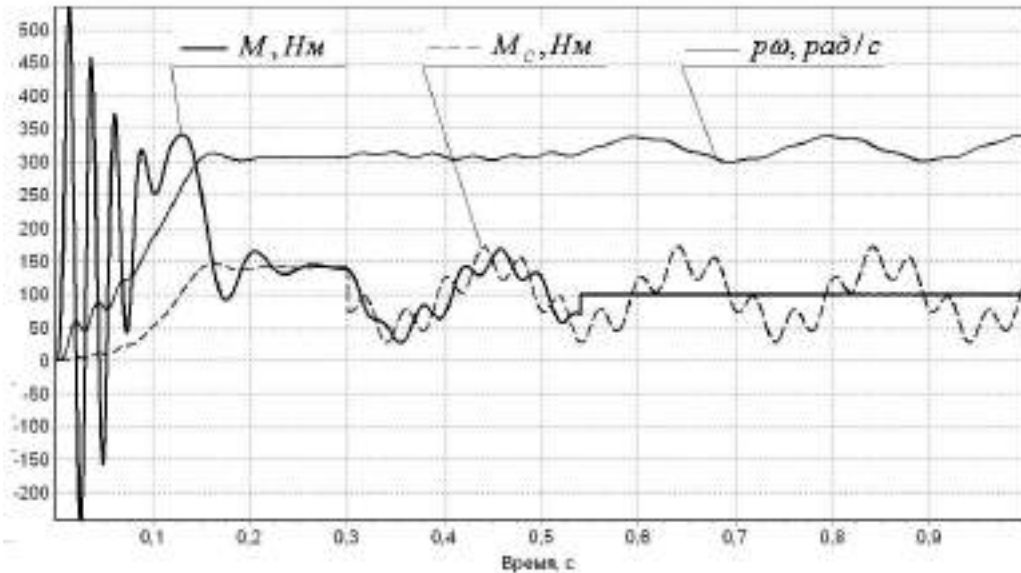


Рис. 1. Электромеханические процессы при управлении АД с целью поддержания постоянства электромагнитного момента

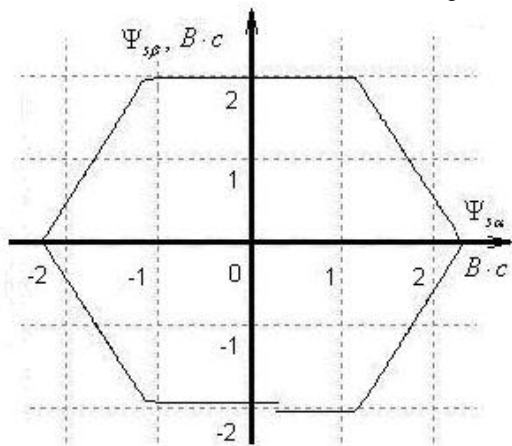


Рис. 2. Годограф потокосцепления статора

Результаты компьютерного моделирования электромеханических процессов АД ВРП160М4 при управлении электромагнитным моментом показаны на рис. 1 и рис. 2, где до 0,3 с на вал двигателя действует реактивный момент сопротивления  $M_c$ , который затем приобретает пульсирующий характер, а в 0,54 с начинается управление электромагнитным моментом АД с целью его стабилизации на уровне 100 Нм. Заданная цель достигается за время меньшее 0,001 с, и при этом формируется годограф потокосцепления статора (показан на рис. 2) в форме шестиугольника, что имеет место при классическом DTC.

Некоторые примеры использования алгоритма для получения аналитических кон-

струкций устройств управления координатами АД приведены в табл. 1, где  $\Psi_s^3, |\overline{\Psi}_s|, \Psi_r^3, |\overline{\Psi}_r|, \Psi_m^3, |\overline{\Psi}_m|$  - задаваемые и действительные значения амплитуд векторов потокосцеплений статора, ротора и главного магнитного потока соответственно.

Таблица 1. Аналитические конструкции устройств управления

Координата АД	Цель управления $f^0$	$\frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{s\alpha}}$	$\frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{s\beta}}$	$\frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rd}}$	$\frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rq}}$
$M$	$(M_3 - M)^2$	$\Psi_{r\beta}(M_3 - M)$	$-\Psi_{r\alpha}(M_3 - M)$	$-\Psi_{sq}(M_3 - M)$	$\Psi_{sd}(M_3 - M)$
$\omega$	$\left(\frac{M - M_c}{J_H}\right)$	$-\Psi_{r\beta}(M - M_c)$	$\Psi_{r\alpha}(M_3 - M)$	$\Psi_{sq}(M - M_c)$	$-\Psi_{sd}(M - M_c)$
$\overline{\Psi}_s$	$(\Psi_s^3 -  \overline{\Psi}_s )^2$	$-\Psi_{s\alpha}(\Psi_s^3 -  \overline{\Psi}_s )$	$-\Psi_{s\beta}(\Psi_s^3 -  \overline{\Psi}_s )$	$-\Psi_{sd}(\Psi_s^3 -  \overline{\Psi}_s )$	$-\Psi_{sq}(\Psi_s^3 -  \overline{\Psi}_s )$
$\overline{\Psi}_r$	$(\Psi_r^3 -  \overline{\Psi}_r )^2$	$-\Psi_{r\alpha}(\Psi_r^3 -  \overline{\Psi}_r )$	$-\Psi_{r\beta}(\Psi_r^3 -  \overline{\Psi}_r )$	$-\Psi_{rd}(\Psi_r^3 -  \overline{\Psi}_r )$	$-\Psi_{rq}(\Psi_r^3 -  \overline{\Psi}_r )$
$\overline{\Psi}_m$	$(\Psi_m^3 -  \overline{\Psi}_m )^2$	$-\Psi_{m\alpha}(\Psi_m^3 -  \overline{\Psi}_m )$	$-\Psi_{m\beta}(\Psi_m^3 -  \overline{\Psi}_m )$	$-\Psi_{md}(\Psi_m^3 -  \overline{\Psi}_m )$	$-\Psi_{mq}(\Psi_m^3 -  \overline{\Psi}_m )$

Таким образом, предложенный алгоритм формирования аналитических конструкций устройств управления состоянием асинхронных электродвигателей позволяет получать физически реализуемые устройства управления минимальной сложности при различной целевой формулировке задач управления.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bocker Joachim, Mathapati Shashidhar.* State of the art of induction motor control / Electric Machines & Drives Conference, 2007. IEMDC '07. IEEE International, Publication Date: 3-5 May 2007 Volume: 2, on page(s): 1459-1464.
2. *Tripathi A., Anbarasu R.S., Somakumar R.* Control of AC Motor Drives: Performance Evaluation of Industrial State of Art and New Technique / Industrial Technology, 2006. ICIT 2006. IEEE International Conference on Publication Date: 15-17 Dec. 2006. On page(s): 3049-3054.
3. *Depenbrock Manfred.* Direct self-control of the flux and rotary moment of a rotary field machine: United States Patent, № 4,678,248, jul. 7, 1987. – sheets 4.
4. *А.В. Садовой, А.А. Дерез, Ю.Ю. Шрамко.* Релейная система векторного управления следящим электроприводом на базе машины двойного питания // Электротехника. М., 1999, №5. С. 47-51.
5. *Гаврилов П.Д., Ещин Е.К.* Общая задача оптимизации частотного управления асинхронным электродвигателем // Изв. вузов. Электромеханика.– 1979. №6. С.541–545.
6. *Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.* Математическая теория оптимальных процессов .-4-е изд. -М.: Наука,1983. -392 с.

□ Автор статьи:

Григорьев  
Александр Васильевич  
- аспирант каф. вычислительной  
техники и информационных  
технологий КузГТУ  
Тел. 8-913-402-29-66