

ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 623.746.-519+681.5.09+681.5.015

*О. В. Баранов***УПРАВЛЕНИЕ КВАДРОКОПТЕРОМ
В АВАРИЙНЫХ РЕЖИМАХ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ**Санкт-Петербургский государственный университет, Российская Федерация,
199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

В статье вводится понятие аварийного режима и рассматривается задача управления беспилотным летательным аппаратом (БПЛА) — квадрокоптером в аварийном режиме функционирования. Основной особенностью аварийного режима управления автономным БПЛА является затруднение или невозможность приема сигналов от спутников глобальных навигационных систем. Это может произойти в случае попадания аппарата в электромагнитное поле различных технических объектов, в условиях плотной городской застройки или высокогорья, а также в арктических районах. В военной сфере необходимость наличия особого режима продиктована возможным воздействием на БПЛА средств «радиоэлектронной борьбы». В настоящей работе рассматриваются несколько различных подходов к решению задачи. Приводятся результаты численного моделирования процесса аварийной посадки аппарата с использованием критерия качества. Предлагается схема подмены навигационного сигнала путем внедрения инерциальной навигационной системы без аппаратной модификации аппарата. Библиогр. 17 назв. Ил. 4.

Ключевые слова: БПЛА, квадрокоптер, аварийный режим, оптимальное управление.

*O. V. Baranov***QUADROCOPTER CONTROL IN EMERGENCY MODE**St. Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab.,
St. Petersburg, 199034, Russian Federation

In this paper the concept of quadcopter control in emergency mode problem is introduced and considered. Emergency control mode for the autonomous UAV can be characterized primarily by the difficulty or impossibility of receiving signals from global satellite navigation systems. This can happen if the UAV falling into the electromagnetic field of various technical objects, in dense urban or high mountains, and also in arctic regions. In the military area, presence of the special regime is dictated by the possibility of using electronic warfare devices. Several different approaches to solving the problem is offered. The results of numerical simulation of the emergency landing using a quality criteria are presented. The scheme of spoofing the navigation signal by integrating inertial measurement unit without hardware modification is proposed. Refs 17. Figs 4.

Keywords: UAV, quadcopter, emergency mode, optimal control.

Баранов Олег Владимирович — аспирант; o.baranov@spbu.ru

Baranov Oleg Vladimirovich — post-graduate student; o.baranov@spbu.ru

© Санкт-Петербургский государственный университет, 2016

Введение. В настоящей работе рассматриваются беспилотные летательные аппараты (БПЛА) вертолетного типа с четырьмя роторами — квадрокоптеры. В силу своих конструктивных особенностей они получили широкое распространение в различных сферах деятельности. Среди всех типов современных БПЛА именно квадрокоптеры и различные их модификации (БПЛА вертолетного типа с четным количеством роторов) обладают самой высокой маневренностью и стабильностью полета, имея при этом относительно невысокую стоимость изготовления базовой несущей платформы. Возможность квадрокоптера неподвижно висеть в одной точке делает его идеальным средством для наблюдения за различными объектами.

В то же время для БПЛА такого типа необходима сложная система стабилизации положения аппарата в пространстве [1, 2]. Для решения этой задачи на борту БПЛА устанавливается специализированная система управления полетом, включающая в себя множество высокочувствительных датчиков [2, 3]. Работа большинства из них зависит от состояния среды, окружающей квадрокоптер. Так, в условиях даже относительно слабого электромагнитного поля, создаваемого, например, вышками связи, электронный компас, размещенный на борту аппарата, будет выдавать ложные результаты позиционирования. В условиях плотной городской застройки, высокогорья и в арктических районах затруднен прием сигналов от спутников глобальных навигационных систем (GPS/ГЛОНАСС). В военной сфере ситуация с нестабильной работой датчиков (и бортовой электроники в целом) может быть связана с целенаправленным воздействием на БПЛА так называемых «средств радиоэлектронной борьбы».

В настоящее время, теория и практика построения квадрокоптеров достаточно хорошо разработана [2, 4–7]. Серийно изготавливаются множество моделей полетных контроллеров и других комплектующих для самостоятельной сборки аппаратов.

Актуальность. Наряду с БПЛА самолетного типа квадрокоптеры широко применяются для решения задачи контроля за протяженными линейными объектами (газо- и нефтепроводами, линиями электропередач) [5]. Существующие нормы на использование радиочастот для гражданских БПЛА сильно ограничивают максимальную дистанцию уверенной радиосвязи между квадрокоптером и его оператором.

В модельном ряду полетных контроллеров для квадрокоптеров практически у всех крупных производителей имеются версии оборудования, позволяющие осуществлять автономный полет без участия оператора [8]. Однако во всех без исключения случаях такого использования БПЛА подразумевается, что и в момент запуска, и на всем протяжении пути аппарата ему доступно определение своих координат с помощью систем спутниковой навигации (как правило, системы GPS). Отметим, что, в силу естественной ограниченности энерговооруженности спутника, транслируемый им высокочастотный навигационный сигнал может быть легко заглушен наземной установкой, энергетические возможности которой несравненно выше.

Известно, что квадрокоптер теряет возможность автономной работы, если невозможно определение его местоположения в пространстве с применением спутниковых систем навигации при одновременной потере (или изначальной невозможности) связи с оператором. Такую ситуацию следует считать аварийным режимом работы БПЛА.

В то же время существуют математические модели управления БПЛА, которые не подразумевают обязательно использовать сигналы от спутниковых навигационных систем, а также некоторых других датчиков [1, 2]. В настоящей работе предложен один из возможных вариантов интеграции математических моделей полета в систему управления БПЛА с целью повышения «живучести» аппарата.

3. Система управления. Общая постановка задачи. Рассмотрим роль различных элементов системы управления аппаратом при автономном его управлении. На современные квадрокоптеры могут устанавливаться следующие датчики (сенсоры): 1) цифровой барометр (требует калибровки перед вылетом); 2) трехосевой гироскоп; 3) трехосевой акселерометр; 4) электронный компас (магнитомер) различных модификаций (требует калибровки перед вылетом); 5) аппаратура спутникового позиционирования (GPS/ГЛОНАСС/Бейдоу); 6) лазерные измерители расстояния (редко).

В случае автономного полета, даже при условии верной калибровки датчиков № 1 и 4, полет квадрокоптера возможен только при штатной работе системы № 5. Существенно важными являются данные датчика № 1: они незаменимы для верной ориентации аппарата в пространстве при остановках и малых скоростях движения. Датчик № 4 используется в качестве вспомогательного определителя высоты, основным источником данных по высоте остается система спутниковой навигации (№ 5). Датчик № 6, как правило, включается в работу одним из последних. В силу ближнего радиуса действия он помогает избежать столкновения.

Потеря сигнала от спутников фактически «ослепит» автономный БПЛА. В этом случае будет невозможно не только выполнить полетное задание, но и автоматически возвратиться на точку старта. Штатными алгоритмами существующих контроллеров управления БПЛА в этом случае, как правило, подразумевается следующее поведение [8, 9]: 1) неподвижное «зависание» в точке потери сигнала до момента его восстановления; 2) аварийная посадка при критическом уровне заряда батарей или запаса топлива в баках (при использовании энергетической установки на топливных элементах).

Таким образом, задача управления БПЛА в аварийном режиме может быть в общем виде сформулирована как задача управления аппаратом при отсутствии сигнала от внешней навигационной системы (или при ее неисправности).

Предлагаются несколько подходов к решению данной задачи: использование математической модели квадрокоптера для непосредственного управления исполнительными механизмами в обход неисправных датчиков и замена сигнала от неработающего датчика данными, полученными в результате обработки данных с других датчиков. Возможен также и синергетический подход.

Математическое моделирование процесса управления. Основные параметры квадрокоптера представлены на рис. 1 [1].

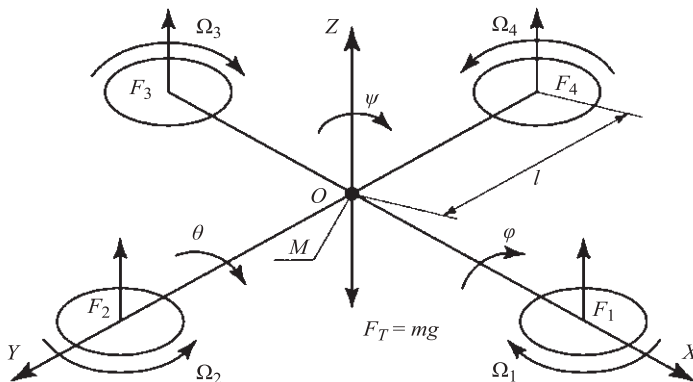


Рис. 1. Расчетная схема квадрокоптера

На аппарат действуют подъемные силы двигателей F_1, F_2, F_3, F_4 , сила тяжести F_T . Точка M — центр масс аппарата (совпадает с геометрическим центром), l — расстояние от центра аппарата до точки приложения подъемных сил. Стрелками $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$ показаны направления вращения винтов.

Неподвижная система координат жестко связана с землей: ось X показывает на север, Y — на запад, Z — вверх по отношению к земле. Подвижная система координат жестко связана с корпусом аппарата: ось X направлена вдоль направления движения квадрокоптера вперед, Y — по направлению квадрокоптера влево, Z — вверх. Обе системы координат правосторонние [2].

Движение квадрокоптера можно считать суммой поступательного движения центра масс и сферического движения тела относительно центра масс. Такое движение может быть описано следующей системой дифференциальных уравнений [1]:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= V_x, \quad \frac{dy}{dt} = V_y, \quad \frac{dz}{dt} = V_z, \\ m \frac{dV_x}{dt} &= (\sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi) U_1, \\ m \frac{dV_y}{dt} &= (\sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi) U_1, \\ m \frac{dV_z}{dt} &= U_1 \cos \theta \cos \phi - mg, \\ \frac{d\Theta}{dt} &= \omega_\theta, \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega_\psi, \quad \frac{d\phi}{dt} = \omega_\phi, \\ I_{xx} \frac{d\omega_\phi}{dt} &= (I_{yy} - I_{zz}) \omega_\theta \omega_\psi - J_{TP} \omega_\theta \Omega + U_2, \\ I_{yy} \frac{d\omega_\theta}{dt} &= (I_{zz} - I_{xx}) \omega_\psi \omega_\phi + J_{TP} \omega_\phi \Omega + U_3, \\ I_{zz} \frac{d\omega_\psi}{dt} &= (I_{xx} - I_{yy}) \omega_\psi \omega_\theta + U_4. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь x, y, z — координаты центра масс робота, V_x, V_y, V_z — проекции вектора линейной скорости робота, θ — угол тангажа, ϕ — угол крена, ψ — угол рыскания, ω_θ — угловая скорость тангажа, ω_ψ — угловая скорость рыскания, m — масса робота, I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} — моменты инерции вокруг осей x, y и z соответственно, U_1, U_2, U_3, U_4 — каналы управления БПЛА, Ω — общая скорость четырех винтов, J_{TP} — общий вращательный момент инерции вокруг оси винта [1, 2]:

$$J_{TP} = J_P + \eta N^2 J_M, \tag{2}$$

где J_M — момент инерции пропеллера; N — передаточное отношение редуктора; η — КПД редуктора. Как правило, в БПЛА на электрической тяге редуктор не используется, т. е. $N = \eta = 1$ (см. (2)).

Приведем уравнения связи каналов управления U_1, U_2, U_3, U_4 со скоростями вращения винтов $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$ [1, 2]:

$$\begin{aligned} U_1 &= b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2), \quad U_2 = lb(-\Omega_2^2 + \Omega_4^2), \\ U_3 &= lb(-\Omega_1^2 + \Omega_3^2), \quad U_4 = d(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2), \end{aligned} \tag{3}$$

$$\Omega = -\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4,$$

где l — расстояние между центром квадрокоптера и центром пропеллера; b и d — аэродинамические составляющие тяги и коэффициента сопротивления соответственно. Квадрокоптер приводится в движение подсистемой приводов, а именно за счет вращения пропеллеров, скорости вращения которых можно выразить из системы уравнений

$$\begin{aligned}\Omega_1 &= \sqrt{\frac{1}{4b}U_1 - \frac{1}{2bl}U_3 - \frac{1}{4d}U_4}, \\ \Omega_2 &= \sqrt{\frac{1}{4b}U_1 - \frac{1}{2bl}U_2 + \frac{1}{4d}U_4}, \\ \Omega_3 &= \sqrt{\frac{1}{4b}U_1 + \frac{1}{2bl}U_3 - \frac{1}{4d}U_4}, \\ \Omega_4 &= \sqrt{\frac{1}{4b}U_1 + \frac{1}{2bl}U_2 + \frac{1}{4d}U_4}.\end{aligned}\tag{4}$$

Таким образом, можно определить задачу управления квадрокоптером как задачу построения стратегии управления скоростями вращения четырех моторов $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$ (см. (4)) так, чтобы обеспечить асимптотически устойчивое положение квадрокоптера x_0, y_0, z_0 с удержанием одного из углов (например, угла рыскания ϕ_0). При этом сама точка x_0, y_0, z_0 выбирается в соответствии с полетным заданием.

Отметим, что рассмотренная модель является математической моделью некоторого «идеального» аппарата с четырьмя винтами, движущегося в среде без возмущений. Именно она дает представление о характере изменения наблюдаемых величин во времени, а также об их зависимостях. Эмпирический подбор констант в модели позволяет достаточно точно приблизить расчетные результаты к наблюдаемым на реальном аппарате [9–11], однако полностью заменить систему управления квадрокоптером, построенную на датчиках, такой системой невозможно. Это объяснимо в силу ограниченной точности механического исполнения, зависимости базовых параметров наборной аппаратуры от температуры, влажности, уровня заряда батарей, возмущений внешней среды и т. д.

Применительно к управлению аппаратом в аварийном режиме модель может быть использована следующим образом. Еще до момента взлета аппарата на земле бортовой компьютер аппарата или наземный вычислитель решает систему уравнений (1) и получает необходимые значения U_1, U_2, U_3, U_4 и $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$ в соответствии с установленным полетным заданием. Далее, в случае потери сигнала спутниковой навигационной системы происходят переключения управления двигателями аппарата на величины

$$\Omega_i^A = \Omega_i + \Omega_i^S, \quad i = \overline{1, 4},\tag{5}$$

где Ω_i^A — новые, аварийные угловые скорости вращения моторов, а Ω_i^S — необходимые для стабилизации аппарата от внешних возбуждений добавки, вычисляемые полетным контроллером штатно, в соответствии с показаниями бортовых датчиков № 2–4.

Пример. Математическое моделирование в среде MATLAB показало, что система (1) может применяться для задачи стабилизации полета [4], а также для задачи перевода аппарата в заданную точку.

Приведем результаты моделирования возможной ситуации с выводом квадрокоптера из аварийной ситуации (точка потери связи (10,5,15)) на точку старта (точка (0,0,0)). В продолжение ранее проведенных исследований задача была разрешена адаптивным методом [4, 7, 12] с критерием качества

$$\int_0^T \sum_{i=1}^4 |U_i| \rightarrow \min.$$

Здесь T — момент времени завершения полета.

Выбор критерия качества такого вида объясняется тем, что при посадке аппарата в неблагоприятных условиях следует минимизировать интегральные величины всех управляющих сигналов, таким образом получая максимальную экономию топлива или заряда батарей на случай возможного восстановления связи.

На рис. 2 представлена траектория движения аппарата, на рис. 3 приведены

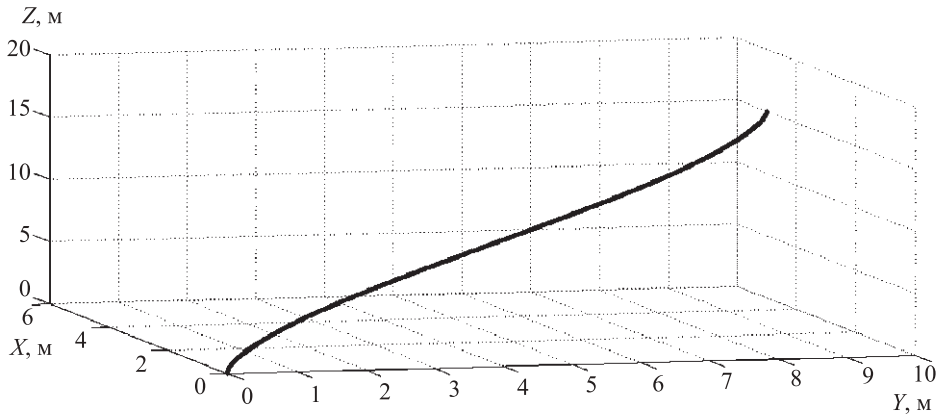


Рис. 2. Перемещение квадрокоптера

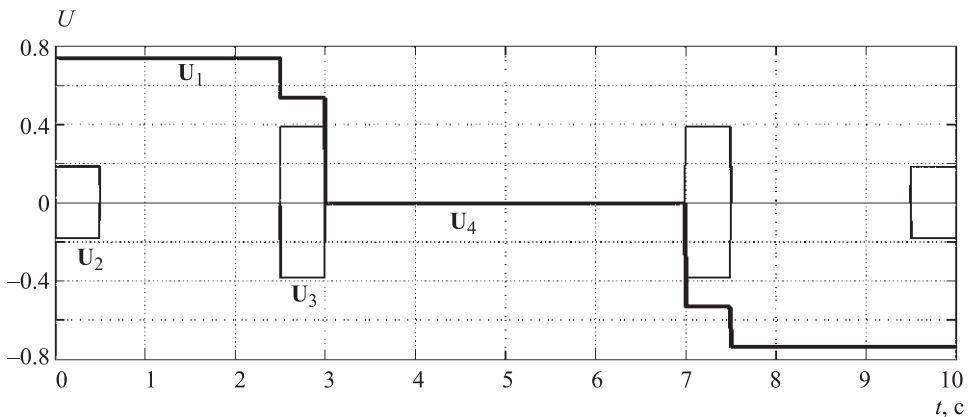


Рис. 3. Управляющие сигналы

построенные управляющие сигналы. Для расчета использовались следующие параметры: $m = 1$ кг, $l = 0.6$ м, $b = 26.5 \cdot 10^{-6}$ Н·с², $d = 0.6 \cdot 10^{-6}$ Н·мс², $I_{xx} = I_{yy} = I_{zz} = 0.1$ Н·мс², $J_{TP} = 0.005$ Н·мс², скорость вращения пропеллеров — 5000 об./с.

Вид построенных управляющих сигналов (кусочно-непрерывные функции) обусловлен выбором метода [12, 16] и критерия качества.

Алгоритм метода выбрал следующую стратегию управления. В верхней точке аппарат «отпускается» и начинает контролируемо снижаться. Управления U_2, U_3 одновременно включаются для сдвига аппарата в направлении точки посадки. Далее аппарат снижается в заданном направлении под действием силы тяжести вплоть до момента следующего включения управления U_1 (точка $t = 7$ с): набранная аппаратом вертикальная скорость «гасится» перед посадкой.

Решение позволяет практически отказаться от использования канала управления U_4 , а также минимизировать управление на промежутке $3 < t < 7$ с, который назовем «промежутком падения».

Замечание. На реальном аппарате угловые скорости Ω_i , $i = \overline{1,4}$, не будут равны нулю даже на промежутке падения, так как в зависимости от внешних возмущений всегда будут вычисляться необходимые стабилизирующие добавки Ω_i^S по формуле (5). Получение отрицательных U_1 объясняется особенностью метода и его реализации (линеаризация и др.). При внедрении на реальный аппарат необходимо использовать абсолютную величину [7, 12, 16, 17], устранив таким образом несоответствие полученного управления с формулой (3).

Таким образом, может быть достигнут положительный эффект от внедрения процедуры расчета движения аппарата по математической модели с использованием критерия качества. При заранее известных контрольных точках можно строить оптимальную стратегию управления на весь маршрут движения, что особенно важно в аварийных режимах работы.

Подмена сигнала. Установленный на БПЛА набор датчиков, измеряющих чисто гравитационные характеристики (а значит, менее подверженных влиянию электромагнитного излучения), достаточно обширен. На борту есть измерители ускорений (№ 3) и измерители углов (№ 2). Как было показано выше, рассматриваемая задача управления БПЛА является аварийной, т. е. возникает после штатного старта, непосредственно в полете аппарата. Будем считать, что как минимум в рамках процедуры штатного старта происходит захват координат точки старта с использованием спутниковых систем навигации (№ 5). Именно такой режим рекомендуется ведущими производителями полетных контроллеров. Случай, когда работа систем спутникового позиционирования БПЛА нарушена через какое-то время после старта, является аналогичным с точки зрения дальнейших построений.

Опишем ситуацию, когда известны относительно точные координаты аппарата x_0, y_0, z_0 вплоть до времени t_0 . Рассмотрим время t :

$$t_0 < t < t_k,$$

где t_k — критическое время, под которым понимается расчетный момент израсходования топлива или заряда батарей. В это время сведения о координатах аппарата от спутниковых систем навигации уже не поступают, однако по-прежнему известны величины $V_x, V_y, V_z, \theta, \phi, \psi, \omega_\theta, \omega_\psi$. Они могут быть получены путем обработки сигналов с гироскопов и акселерометров, т. е. известен весь необходимый набор исходных данных для расчета координат аппарата путем их интегрирования.

Фактически речь идет о создании наборной инерциальной навигационной системы (ИНС, IMU) [10, 11].

Приведем основные результаты для построения такой системы.

ИНС моделируют уравнения движения объекта — уравнения Ньютона для движения материальной точки в инерциальной системе координат [10, 11]

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{g} + \mathbf{p}, \quad (6)$$

где \mathbf{r} — радиус-вектор точки в инерциальной системе отсчета; \mathbf{g} — вектор гравитационного ускорения в месте положения точки, являющийся функцией положения объекта (т. е. имеем $\mathbf{g}(\mathbf{r})$); \mathbf{p} — вектор ускорения от действия внешних сил, т. е. вектор кажущегося ускорения. Навигационные координаты получаются двукратным интегрированием уравнений

$$\dot{\mathbf{r}} = \int_{t_0}^t (\mathbf{g} + \mathbf{p}) d\tau, \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \int_{t_0}^t \dot{\mathbf{r}} d\tau. \quad (7)$$

Алгоритм интегрирования вместе с функциональной зависимостью $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ есть исходная информация; \mathbf{p} — первичная информация, измеряемая датчиками; начальные значения вектора \mathbf{r}_0 и его производной $\dot{\mathbf{r}}_0$, необходимые при интегрировании, есть начальная информация. Очевидно, что инерциальной первичной информации в принципе достаточно для решения навигационной задачи.

Реализация решения навигационной задачи в ИНС связана с операциями не над векторными (6), а над скалярными величинами, которыми являются текущие значения первичной информации. Естественно, что и навигационные алгоритмы, реализуемые в полетном контроллере, также суть скалярные операции. В связи с этим для разработки навигационного алгоритма необходимо выполнить замену исходных уравнений инерциальной навигации (6) и (7) на систему скалярных уравнений. При этом существенную роль играет вид первичной информации, который зависит от положения базового трехгранника осей чувствительности инерциальных датчиков [15].

Как правило, установленные на БПЛА датчики выполнены по МЭМС технологии и жестко связаны с корпусом аппарата, т. е. речь идет о создании бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) [14]. Сигнал с таких датчиков подвержен влиянию помех, имеет в своем составе «шум». Для минимизации влияния помех перед интегрированием к сигналу с датчиков применяются специальные фильтры, например фильтр Калмана или альфа-бета-фильтр.

Таким образом, предлагаемая к внедрению система подмены сигнала работает по представленному на рис. 4 алгоритму.

Получение полноценной ИНС на аппарате исключает необходимость использования спутниковых навигационных систем, т. е. фактически ИНС полностью заменяет датчик № 5.

Данный подход требует дальнейшего исследования на реальном аппарате. Ключевыми факторами для возможности реализации схемы подмены сигнала (внедрения ИНС) являются: 1) характер зашумленности первичных данных для разных типов датчиков в различных режимах полета; 2) возможности полетного контроллера по обработке полученных данных в режиме реального времени; 3) скорость нарастания ошибки навигационных данных с течением времени.

Синергия. Синергетический подход к решению задачи аварийного управления квадрокоптером может быть осуществлен путем замыкания системы (1) скалярными

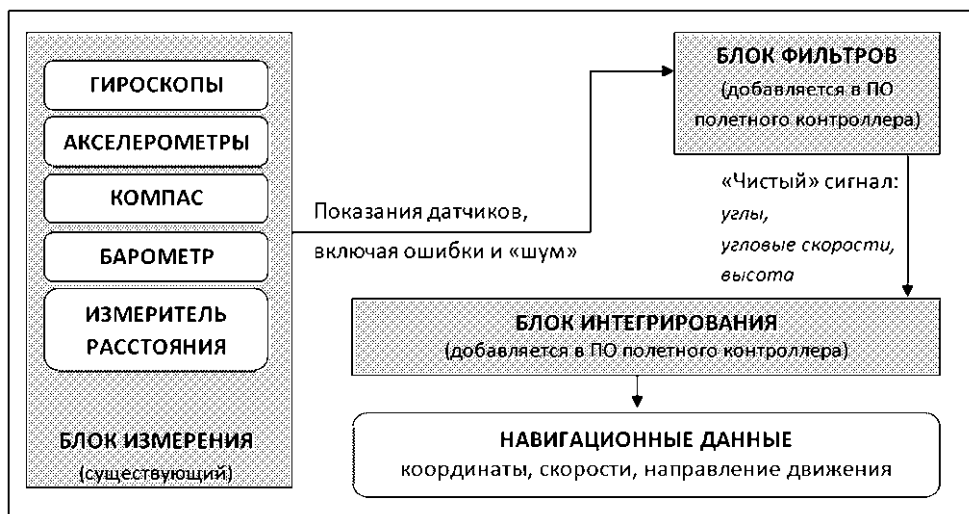


Рис. 4. Принципиальная схема системы подмены сигнала

составляющими (x, y, z) вектора \mathbf{r} , вычисленными по формуле (7) начиная с момента времени t_0 (момент потери сигнала от спутниковых систем навигации).

Заключение. В настоящей работе сформулирована задача управления квадрокоптером в аварийном режиме, проведено математическое моделирование процесса аварийной посадки аппарата с использованием критерия качества. Показан способ интеграции расчетных данных в систему управления реальным аппаратом. Рассмотрен вопрос внедрения ИНС на квадрокоптер без дополнительных аппаратных модификаций аппарата. Приведена схема работы системы подмены навигационного сигнала.

Следует отметить, что в научной литературе по теме либо рассматриваются исключительно модельные задачи с применением различных математических методов [3, 14, 16], либо описывается подход, при котором возникающие проблемы решаются путем установки дополнительных устройств и датчиков. При этом во втором случае слабо используются наработки и результаты математического моделирования, учитывающие специфику каждого из типов БПЛА. В этом заключена особенность предлагаемого синергетического подхода.

Открытых данных по работе ИНС на квадрокоптерах мало. В частных проектах и исследованиях по данной тематике, как правило, применяются готовые решения в области ИНС [15]. При этом технические характеристики дополнительно устанавливаемых датчиков редко отличаются от уже имеющихся на БПЛА в составе системы стабилизации, т. е. их внедрение нерационально. Кроме того, готовые навигационные блоки, как правило, не позволяют тонко управлять процессом навигации, ибо их программное обеспечение закрыто. Таким образом, исключается возможность реализации синергетического подхода к управлению аппаратом. Этот подход также требует дополнительного изучения на реальном аппарате.

Литература

1. Скляр А. А., Скляр С. А. Синергетический подход к управлению беспилотным летательным аппаратом в среде с внешними возмущениями // Изв. Южн. фед. ун-та. Технические науки. 2012. № 8. С. 159–170.

2. *Bresciani T.* Modeling, identification and control of a quadrotor helicopter: Master thesis. Sweden, Lund: Lund University, 2008. 184 p.
3. *Garcia Carrillo L. R., Dzul A., Lozano R., Pegard C.* Quad Rotorcraft Control: Vision-Based Hovering and Navigation. London; Heidelberg; New York; Dordrecht: Springer, 2012. 179 p.
4. *Popkov A. S., Smirnov N. V., Baranov O. V.* Real-time quadcopter optimal stabilization // Intern. Conference "Stability and Control Processes" in Memory of V. I. Zubov. Saint Petersburg, 2015, October 5–9. P. 123–125.
5. *Попов Н. И., Емельянова О. В.* Динамические особенности мониторинга воздушных линий электропередачи с помощью квадрокоптера // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 2. [Электрон. ресурс] URL: <http://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 04.02.2016).
6. *Попов Н. И., Емельянова О. В., Яцул С. Ф., Савин А. И.* Исследование колебаний квадрокоптера при внешних периодических воздействиях // Фундаментальные исследования. 2014. № 1. С. 28–32.
7. *Баранов О. В.* Моделирование процесса управления беспилотным летательным аппаратом — квадрокоптером // Процессы управления и устойчивость. 2015. Т. 2, № 1. С. 23–28.
8. Полетные контроллеры. [Электрон. ресурс] URL: http://multicopterwiki.ru/index.php/Полетные_контроллеры (дата обращения: 22.01.2016).
9. *Ефимов В.* Програмуем квадрокоптер на Arduino (ч. 1). [Электрон. ресурс] URL: <http://habrahabr.ru/post/227425/> (дата обращения: 22.01.2016).
10. *Ферсман П., Кашиш С., Крюгер Т., Шнеттер П., Вилкенс С.* Интегрированная навигационная система на основе МЭМС для адаптивного управления полетом беспилотного аппарата // Гироскопия и навигация. 2013. № 1. С. 3–18.
11. *Москаленко А.* Использование инерциальной навигационной системы (ИНС) с несколькими датчиками на примере задачи стабилизации высоты квадрокоптера. [Электрон. ресурс]. URL: <http://geektimes.ru/post/255736/> (дата обращения: 22.01.2016).
12. *Popkov A. S., Baranov O. V., Smirnov N. V.* Application of adaptive method of linear programming for technical objects control // 2 Intern. Conference on Computer Technologies in Physical and Engineering Applications (ICCTPEA). Ed. E. I. Veremey. Saint Petersburg, 2014. P. 141–142.
13. *Коваленко В. В.* Малогабаритная инерциальная система: учеб. пособие. Челябинск: Южн.-урал. гос. ун-т, 2010. 53 с.
14. *Бранец В. Н., Шмыглевский И. П.* Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. М.: Наука, 1992. 280 с.
15. *Хайанг Чао, Кэлвин Купманс, Лонг Ди, Янг Кван Чен.* Сравнительная оценка бюджетных инерциальных измерительных блоков для беспилотных летательных аппаратов. [Электрон. ресурс] URL: <http://blaskor.ru/ru/sravnitelnaya-otsenka-byudzhetnykh-inertsialnykh-izmeritelnykh-blokov-dlya-bespilotnykh-letatelnykh-apparatov.html> (дата обращения: 22.01.2016).
16. *Клюенков А. Л.* Реализация адаптивного метода в одной задаче оптимального управления // Процессы управления и устойчивость. 2015. Т. 2, № 1. С. 53–58.
17. *Смирнов Н. В., Соловьева И. В.* Применение метода позиционной оптимизации для многопрограммной стабилизации билинейных систем // Вестн. С.-Петербур. ун-та. Сер. 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2009. Вып. 3. С. 253–261.

References

1. *Sklyarov A. A., Sklyarov S. A.* Sinergeticheskij podkhod k upravleniyu bespilotnym letatel'ny'm apparatom v srede s vneshnimi vozmushheniyami [Synergistic approach to the quadcopter control in environment with external perturbations]. *News of SFedU. Technical science*, 2012, no. 8, pp. 159–170. (In Russian)
2. *Bresciani T.* Modeling, identification and control of a quadrotor helicopter. Master thesis. Sweden, Lund, Lund University, 2008, 184 p.
3. *Garcia Carrillo L. R., Dzul A., Lozano R., Pegard C.* Quad Rotorcraft Control: Vision-Based Hovering and Navigation. London, Heidelberg, New York, Dordrecht, Springer, 2012, 179 p.
4. *Popkov A. S., Smirnov N. V., Baranov O. V.* Real-time quadcopter optimal stabilization. *Intern. Conference "Stability and Control Processes" in Memory of V. I. Zubov*. Saint Petersburg, October 5–9, 2015, pp. 123–125.
5. *Popov N. I., Emel'yanova O. V.* Dinamicheskie osobennosti monitoringa vozduzhnykh linij e'lektroperedachi s pomoshh'yu kvadrokoptera [Dynamic features of overhead high-voltage lines monitoring by means of quadcopter]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya* [Modern problems of science and education], 2014, no. 2. Available at: <http://cyberleninka.ru/> (accessed: 04.02.2016). (In Russian)

6. Popov N. I., Emel'yanova O. V., Yacun S. F., Savin A. I. Issledovanie kolebanij kvadrokoptera pri vneshnikh periodicheskikh vozdeystviyakh [Research of oscillations of quadcopter under influence of external periodic disturbance]. *Fundamental'nye issledovaniya* [Fundamental research], 2014, no. 1, pp. 28–32. (In Russian)
7. Baranov O. V. Modelirovanie processa upravleniya bespilotnym letatel'nyim apparatom — kvadrokopterom [Modeling of the control process of quadcopter UAV]. *Processy upravleniya i ustojchivost'* [Control Processes and Stability], 2015, vol. 2, no. 1, pp. 23–28. (In Russian)
8. *Polyotnye kontrolyery* [Flight controllers]. Available at: http://multicopterwiki.ru/index.php/Polyotnye_kontrolyery (accessed: 22.01.2016). (In Russian)
9. Efimov B. *Programmiruem kvadrokopter na Arduino (chast' 1)* [On programming of Arduino-quadcopter]. Available at: <http://habrahabr.ru/post/227425/> (accessed: 22.01.2016). (In Russian)
10. Fyorsman P., Kashvix S., Kryuger T., Shnetter P., Vilkens S. Integrirovannaya navigacionnaya sistema na osnove ME'MS dlya adaptivnogo upravleniya poletom bespilotnogo apparata [MEMS-based integrated navigation system for adaptive flight control of unmanned aircraft]. *Giroskopiya i navigaciya* [Gyroscopy and Navigation], 2013, no. 1, pp. 3–18. (In Russian)
11. Moskalenko A. *Ispol'zovanie inercial'noj navigacionnoj sistemy (INS) s neskol'kimi datchikami na primere zadachi stabilizacii vysoty kvadrokoptera* [Using an IMU with multiple sensors on the problem of stabilization of quadcopter height]. Available at: <http://geektimes.ru/post/255736/> (accessed: 22.01.2016). (In Russian)
12. Popkov A. S., Baranov O. V., Smirnov N. V. Application of adaptive method of linear programming for technical objects control. *Intern. Conference on Computer Technologies in Physical and Engineering Applications (ICCTPEA)*. Ed. E. I. Veremey. Saint Petersburg, 2014, pp. 141–142.
13. Kovalenko V. V. *Malogabaritnaya inercial'naya sistema: uchebnoe posobie*. [Compact inertial system: a guide]. Chelyabinsk, SUSU Publ., 2010, 53 p. (In Russian)
14. Branec V. N., Shmyglevskij I. P. *Vvedenie v teoriyu besplatformennykh inercial'nykh navigacionnykh sistem* [Introduction to the theory of IMU]. Moscow, Nauka Publ., 1992, 280 p. (In Russian)
15. Xajang Chao, Kelvin Kupmans, Long Di, Yang Kvan Chen. *Sravnitel'naya ocenka byudzhetnykh inercial'nykh izmeritel'nykh blokov dlya bespilotnykh letatel'nykh apparatov* [Comparative analysis of budget inertial measurement unit for unmanned aerial vehicles]. Available at: <http://blaskor.ru/ru/sravnitelnaya-otsenka-byudzhetnykh-inercialnykh-izmeritelnykh-blokov-dlya-bespilotnykh-letatelnykh-apparatov.html> (accessed: 22.01.2016). (In Russian)
16. Klyuenkov A. L. Realizaciya adaptivnogo metoda v odnoj zadache optimal'nogo upravleniya [Implementation of an adaptive method for optimal control problem]. *Processy upravleniya i ustojchivost'* [Control Processes and Stability], 2015, vol. 2, no 1, pp. 53–58. (In Russian)
17. Smirnov N. V., Solov'eva I. V. Primenenie metoda pozicionnoj optimizacii dlya mnogo-programmnoj stabilizacii bilinejnykh sistem [Application of the positional optimization method for multi-program stabilization of bilinear systems]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 10. Applied mathematics. Computer science. Control processes*, 2009, issue 3, pp. 253–261. (In Russian)

Статья рекомендована к печати доц. А. П. Жабко.

Статья поступила в редакцию 22 декабря 2015 г.

Статья принята к печати 25 февраля 2016 г.