

УДК 681.51

## АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВУХЗВЕННЫМ РОБОТОМ-МАНИПУЛЯТОРОМ НА БАЗЕ МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КОМПЕНСАТОРА<sup>1</sup>

А.А. Маргун<sup>а</sup>, К.А. Зименко<sup>а</sup>, Д.Н. Базылев<sup>а</sup>, А.А. Бобцов<sup>а</sup>, А.С. Кремлев<sup>а</sup>

<sup>а</sup> Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (Университет ИТМО), Санкт-Петербург, Россия, alexeimargun@gmail.com.

Рассматривается задача управления двухзвенным роботом-манипулятором в условиях возмущающих воздействий и неточно известных параметров системы. На основе метода последовательного компенсатора предложен метод адаптивного независимого управления двухзвенным роботом-манипулятором. Данный метод предполагает адаптивную настройку коэффициентов последовательного компенсатора, а его независимость заключается в управлении каждым звеном манипулятора отдельно от других. При этом нелинейное влияние других звеньев рассматривается как некоторое ограниченное внешнее возмущение в канале управления. Уравнение динамики манипулятора получено при помощи метода Эйлера–Лагранжа, при этом также учитывалось влияние динамики самих двигателей манипулятора. Поскольку предложенный метод обладает простотой инженерной реализации по сравнению с другими адаптивными методами управления манипуляторами, то его использование на реальных объектах в промышленности представляется привлекательным. В ходе моделирования рассматриваемого метода было допущено, что возмущающие воздействия имеют вид смещенного гармонического сигнала. Проведено моделирование для системы двухзвенного манипулятора с предложенным регулятором. Результаты моделирования подтверждают эффективность метода в условиях внешних и внутренних возмущений. Проведено сравнение рассматриваемого метода с управлением ПД-регулятором. В ходе моделирования было продемонстрировано, что предложенный подход обеспечивает более низкое значение ошибки выходного сигнала, чем управление манипулятором с помощью ПД-регулятора.

**Ключевые слова:** манипулятор, адаптивное управление, управление по выходу.

## ADAPTIVE CONTROL OF TWO-LINK ROBOT MANIPULATOR BASED ON THE METHOD OF CONSECUTIVE COMPENSATOR<sup>1</sup>

A.A. Margun<sup>a</sup>, K.A. Zimenko<sup>a</sup>, D.N. Bazylev<sup>a</sup>, A.A. Bobtsov<sup>a</sup>, A.S. Kremlev<sup>a</sup>

<sup>а</sup> Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics (ITMO University), Saint Petersburg, Russia, alexeimargun@gmail.com

The paper deals with the issue of control for a two-link robot manipulator under disturbances and inaccurately known parameters of the system. A method for adaptive independent control of the two-link robot manipulator based on the method of consecutive compensator is proposed. Adaptability is provided by adaptive adjustment coefficients of the consecutive compensator, and its independence consists in independent control of each link of the manipulator separately from the others. Meanwhile, non-linear effect of other links is considered as a limited external disturbance in the control channel. Dynamic equation of the manipulator was received by the Euler-Lagrange method, taking into account the effect of dynamics of manipulator engines. Since the proposed method has the simplicity of engineering implementation as compared to other adaptive methods of controlling manipulators, its usage on real objects in industry seems to be attractive. During the method simulation it was assumed that disturbances have the form of shifted harmonic signal. A series of simulations for a two-link manipulator system was conducted with the proposed controller. Simulation results confirm the effectiveness of this method in terms of external and internal disturbances. Comparison of this method with the PD controller was made. During the simulations, it was demonstrated that the proposed approach provides lower output error value than manipulator control using PD controller.

**Keywords:** manipulator, adaptive control, output control.

### Введение

Развитие высоких технологий привело к повсеместному использованию робототехники в различных сферах человеческой деятельности, таких как легкая и тяжелая промышленность, лесозаготовки, освоение космоса, медицина, образование и т.д. [1–7]. Такое развитие требует разработки высокоэффективных методов управления, обладающих простотой инженерной реализации.

Управление двухзвенным роботом-манипулятором является задачей определения во времени входных воздействий, приводящих к желаемому движению. В качестве входных воздействий в зависимости от модели синтеза регуляторов, могут быть использованы силовое воздействие или момент, создаваемые исполнительными механизмами, или же входные воздействия самих механизмов, например, напряжение, подаваемое на электродвигатель. Желаемое движение задается в виде последовательных конечных позиций схвата или в виде непрерывного пути.

На сегодняшний день существует множество способов управления манипуляторами. Выбор конкретного способа может оказать существенное влияние на качество полученной системы и, следовательно, на область ее применения. Кроме того, на выбор управления существенное влияние оказывает механическая конструкция самого робота.

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации МК-464.2013.8  
This work was supported by the Russian Federation President Grant МК-464.2013.8

Технологическое развитие конструкции роботов увеличивает их производительность и расширяет спектр их применения, но приводит к необходимости применения более сложных подходов в управлении. Большинство используемых методов управления базируется на априорно известной точной математической модели [8–11], но на практике роботы имеют отклонения параметров от номинальных, неучтенные внешние и внутренние возмущения, а также неучтенную динамику. В связи с этим зачастую предпочтение отдается робастным и адаптивным методам управления [11, 12]. Однако методы адаптивного управления обладают сложной структурой и высоким динамическим порядком, что в ряде практических задач является неприемлемым. В связи с этим такие методы не получили широкого распространения в промышленности.

В настоящей работе предлагается использовать метод последовательного компенсатора [12, 13] для управления манипуляторами в условиях нестационарности параметров и внешних возмущающих воздействий. Предложенный метод обладает простотой инженерной реализации, благодаря чему представляется привлекательным его использование на реальных объектах.

### Постановка задачи

Уравнение динамики манипулятора, полученное при помощи метода Эйлера–Лагранжа, имеет следующий вид [8]:

$$\mathbf{D}(q)\ddot{q} + \mathbf{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \mathbf{g}(q) = \tau,$$

где  $\mathbf{D}$  – матрица инерции;  $\mathbf{C}$  – матрица кориолисовых и центробежных сил;  $\mathbf{g}$  – матрица потенциальных сил;  $\tau$  – момент сил, действующий на звено манипулятора;  $q$  – обобщенные координаты. В качестве исполнительных устройств будем рассматривать двигатели постоянного тока, так как данный тип приводов является наиболее распространенным среди промышленных манипуляторов. Момент сил, создаваемый двигателем, определяется следующим образом [8]:

$$\tau_m = K_1 \Phi i_a,$$

где  $\tau_m$  – момент, создаваемый двигателем;  $\Phi$  – магнитный поток;  $i_a$  – ток, проходящий через обмотки ротора;  $K_1$  – некоторая физическая константа. ПротивозЭДС определяется выражением [8]

$$V_b = K_2 \Phi \omega_m, \tag{1}$$

где  $\omega_m$  – угловая скорость вращения ротора;  $K_2$  – коэффициент пропорциональности.

Схематично принцип работы двигателя представлен на рис. 1.

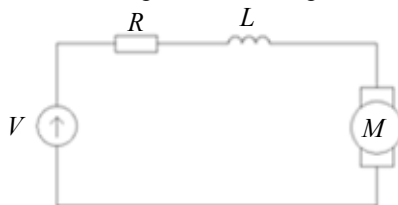


Рис. 1. Схема двигателя постоянного тока:  $V$  – напряжение на обмотках;  $L$  – индуктивность обмоток;  $R$  – сопротивление обмоток;  $M$  – двигатель постоянного тока

Обозначим через  $\theta_m$  позицию ротора, связанную с обобщенной координатой робота через передаточное число редуктора,  $\theta_m = r \cdot q_i$ ,  $\tau_l$  – момент нагрузки.

Дифференциальное уравнение, описывающее ток в обмотках, имеет вид

$$L \frac{di_a}{dt} + Ri_a = V - V_b. \tag{2}$$

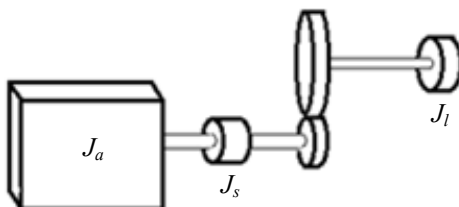


Рис. 2. Модель двигателя с редуктором

Как правило, для увеличения создаваемого момента сил двигатель подсоединяют к редуктору (рис. 2) с большим передаточным числом ( $r \approx 200$ ). Запишем уравнение динамики двигателя с учетом редуктора [6]:

$$J_m \frac{d^2\theta_m}{dt^2} + B_m \frac{d\theta_m}{dt} = \tau_m - \frac{\tau_l}{r} = K_m i_a - \frac{\tau_l}{r}. \quad (3)$$

Как и в [8], обозначим через  $J_m = J_g + J_l$  сумму моментов инерции привода и редуктора.

Перепишем формулы (2), (3) с использованием (1):

$$(Lp + R)I_a(p) = V(p) - K_b p\theta_m(p) + \varepsilon_1, \quad (4)$$

$$(J_m p^2 + B_m p)\theta_m(p) = K_i I_a(p) - \frac{\tau_l(p)}{r} + \varepsilon_2, \quad (5)$$

где  $p$  – оператор дифференцирования;  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – некоторые затухающие составляющие, порожденные ненулевыми начальными условиями. Отсюда найдем передаточные функции двигателя по координате и по силе, пренебрегая значениями малых величин:

$$\frac{\theta_m(p)}{V(p)} = -\frac{K_m}{p(J_m p + B_m + K_b K_m / R)},$$

$$\frac{\theta_m(p)}{\tau_l(p)} = -\frac{1}{p(J_m p + B_m + K_b K_m / R)}.$$

Объединяя (4) и (5), получим дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее привод постоянного тока:

$$J_m \ddot{\theta}_m(t) + \left( B_m + \frac{K_b K_m}{R} \right) \dot{\theta}_m = \frac{K_m}{R} V(t) - \frac{\tau_l(t)}{r}.$$

Представим уравнение движения каждого звена манипулятора с двигателями постоянного тока в виде

$$\sum_{j=1}^n d_{jk}(q)\ddot{q}_j + \sum_{i,j=1}^n c_{ijk}(q)\dot{q}_i\dot{q}_j + g_k(q) = \tau_k, \quad (6)$$

$$J_{mk} \ddot{\theta}_{mk} + \left( B_{mk} + \frac{K_{bk} K_{mk}}{R_k} \right) \dot{\theta}_{mk} = \frac{K_{mk}}{R_k V_k} - \frac{\tau_k}{r_k}. \quad (7)$$

Выполним замену переменных:

$$f_k = \frac{1}{r_k} \sum_{j \neq k} \ddot{q}_j + \sum_{i,j} c_{ijk} \dot{q}_i \dot{q}_j + g_k.$$

Заметим, что коэффициент при  $\ddot{\theta}_{mk}$  является нелинейной функцией, зависящей от конфигурации манипулятора. Тем не менее, редуктор с большим передаточным числом снижает влияние этой величины, в результате чего его заменяют средней величиной, приближенной к выражению  $J_{mk} + \frac{1}{r_k^2} d_{kk}(q)$  [8].

Подставим уравнение (6) в (7):

$$\left( J_{mk} + \frac{1}{r_k^2} d_{kk}(q) \right) \ddot{\theta}_{mk} + \left( B_{mk} + \frac{K_{bk} K_{mk}}{R_k} \right) \dot{\theta}_{mk} = \frac{K_{mk}}{R_k} V_k - f_k. \quad (8)$$

В полученной системе нелинейные составляющие системы  $f_k$  рассматриваются как некоторое ограниченное внешнее возмущение в канале управления. Введем также замену переменных:

$$B_{effk} = B_{mk} + \frac{K_{bk} K_{mk}}{R_k}, \quad u_k = \frac{K_{mk}}{R_k} V_k.$$

Преимущество полученной модели заключается в линейности динамики привода. Из уравнения (8) получим

$$W(p) = \frac{1}{J_{eff} p^2 + B_{eff} p} \quad (9)$$

и построим схему (рис. 3).

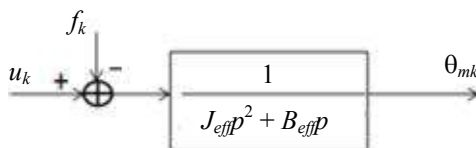


Рис. 3. Схема звена манипулятора

В данной работе ставится задача адаптивного управления манипулятором в условиях нестационарных параметров и внешних возмущающих воздействий.

**Метод последовательного компенсатора**

Рассмотрим линейную систему в форме «вход–выход»:

$$\theta_m(t) = \frac{b(p)}{a(p)}[u(t) + w(t)],$$

где  $p = d/dt$  – оператор дифференцирования,  $u(t)$  – сигнал управления,  $w(t)$  – известное возмущение, измеряется выходная переменная  $\theta_m(t)$ , но не ее производные;  $b(p) = b_m p^m + \dots + b_1 p + b_0$ ;  $a(p) = p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0$  – полиномы с неизвестными параметрами,  $m \leq n-1$ , передаточная функция  $\frac{b(p)}{a(p)}$  имеет относительную степень  $\rho = n - m$ , полином  $b(p)$  – гурвицев и коэффициент  $b_m > 0$ .

Командный сигнал  $\theta_m^*(t)$ , доступный измерению, а также его производные с первой по  $\rho$ -ю ограничены:

$$\left| \frac{d^i \theta_m^*(t)}{dt^i} \right| \leq C_0 < \infty,$$

где  $i = \overline{0, \rho}$ .

Применительно к возмущению положим, что функция  $w(t)$  возрастает не более чем экспоненциально и относительно нее задана мажоранта  $\omega(t) \geq |w(t)|$ .

Основываясь на результатах работ [12–15], выберем закон управления следующим образом:

$$u_k = -(\mu + \psi)\alpha(p)\hat{e}, \tag{10}$$

где  $\mu$  и гурвицев полином  $\alpha(p)$  степени  $\rho-1$  рассчитываются из соображений строгой вещественной положительности передаточной функции  $H(p) = \frac{b(p)\alpha(p)}{a(p) + \mu b(p)\alpha(p)}$ , функция  $\psi = \psi(t)$  предназначена для парирования влияния возмущения и повышения точности слежения за командным сигналом, а функция  $\hat{e}$  формируется алгоритмом вида

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \sigma \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 = \sigma \xi_3, \\ \dots \\ \dot{\xi}_{\rho-1} = \sigma(-k_1 \xi_1 - k_2 \xi_2 - \dots - k_{\rho-1} \xi_{\rho-1} + k_1 e), \end{cases} \tag{11}$$

$$\hat{e} = \xi_1, \tag{12}$$

где  $e = \theta - \theta^*$  – ошибка,  $\sigma > \mu + \psi$ , коэффициенты  $k_i$  рассчитываются из требований асимптотической устойчивости системы (11) при  $e = 0$ .

Для полученной выше передаточной функции манипулятора (9) регулятор (10)–(12) примет вид

$$u_k = -(\mu + \psi)\alpha(p)\xi_1, \mu + \psi = k, \tag{13}$$

$$\dot{\xi}_1 = \sigma(-k_1 \xi_1 + k_1 e).$$

Адаптивной настройкой коэффициентов  $\mu$ ,  $\psi$ ,  $\sigma$  является их увеличение до тех пор, пока не будет выполнено следующее целевое условие [12]:

$$|e(t)| < \Delta \text{ для некоторого } t \geq t_1,$$

где  $\Delta$  – некоторое положительное число, которое можно уменьшить, выбрав соответствующий закон управления. Для реализации этой идеи можно воспользоваться алгоритмом настройки [12]

$$\tilde{k}(t) = \int_{t_0}^t \lambda(\tau) d\tau,$$

где  $\tilde{k} = \mu + \psi$ , а функция  $\lambda(t)$  рассчитывается следующим образом:

$$\lambda(t) = \begin{cases} \lambda_0, & \text{при } |e(t)| > \Delta, \\ 0, & \text{при } |e(t)| \leq \Delta, \end{cases}$$

где  $\lambda_0 > 0$ . Учитывая, что  $\sigma > \mu + \psi$ , выберем  $\sigma$  следующим образом:

$$\sigma = \sigma_0 \tilde{k}^2,$$

где  $\sigma_0 > 0$ .

Таким образом, уравнения (13) представляют закон адаптивного управления по выходу манипулятором в условиях нестационарных параметров и внешних возмущающих воздействий.

### Результаты моделирования

В рамках работы было проведено моделирование для манипулятора с двумя вращательными звеньями, функционирующего в условиях внешних и внутренних возмущающих воздействий. Поскольку большинство составляющих, пренебрегаемых на этапе составления математических моделей, можно представить в виде констант и гармоник [8, 9], было принято допущение, что возмущения представляют собой смещенные гармонические сигналы. В качестве иллюстрации работоспособности предложенного метода приведем один из результатов моделирования.

В полученной системе (9) примем  $J_{eff} = 5$  и  $B_{eff} = 7$ . Коэффициенты последовательного компенсатора выберем равными  $k = 25$ ,  $k_1 = 2$  и  $\sigma = 50$ , а также сравним полученный результат с широко распространенным методом пропорционально-дифференциального регулятора (ПД-регулятора) в условиях внешнего смещенного гармонического воздействия  $10 + \sin(2t + 0,2) + 2\sin(4t + 0,3)$ . Результаты моделирования показаны на рис. 4, 5. На рис. 4 представлены графики ошибки для метода последовательного компенсатора  $e_{comp}$  и для метода ПД-регулятора  $e_{PD}$ . На рис. 5 представлены графики выходной переменной для метода последовательного компенсатора  $\theta_{comp}$ , метода ПД-регулятора  $\theta_{PD}$  и желаемого значения выходной переменной  $\theta^*$ .

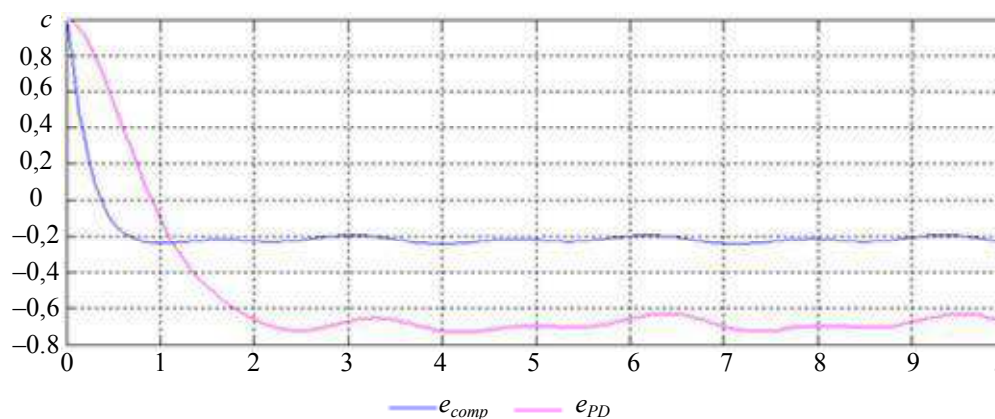


Рис. 4. Графики ошибки

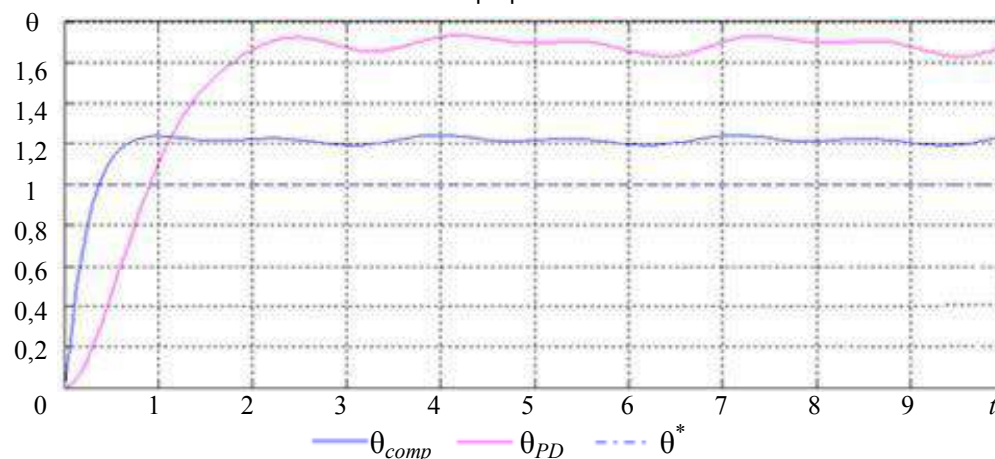


Рис. 5. Графики выходной переменной и желаемого значения выходной переменной

Коэффициенты последовательного компенсатора и ПД-регулятора выбирались из условия обеспечения одинаковых порядков величин управляющих сигналов. Из графиков моделирования следует, что значение ошибки выходного сигнала для системы с последовательным компенсатором значительно ниже, чем в системе с ПД-регулятором.

### Заключение

В работе предложен метод адаптивного независимого управления по выходу манипуляторами на основании метода последовательного компенсатора. Проведено моделирование для системы двухзвенного манипулятора с регулятором, в котором было принято допущение, что возмущающие воздействия имеют вид смещенного гармонического сигнала. Результаты моделирования подтверждают эффектив-

ность данного метода в условиях внешних и внутренних возмущений. Экспериментально продемонстрировано, что предложенный подход обеспечивает более низкое значение ошибки выходного сигнала, чем использование таких классических законов управления, как ПД-регулятор.

### References

1. Borgul A., Margun A., Zimenko K., Kremlev A., Krasnov A. Intuitive control for robotic rehabilitation devices by human-machine interface with EMG and EEG signals. *17th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, MMAR 2012*. Miedzyzdroje; Poland, 2012, art. no. 6347901, P. 308-311. doi: 10.1109/MMAR.2012.6347901
2. Zimenko K., Margun A., Kremlev A. EMG real-time classification for robotics and HMI. *18th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, MMAR 2013*. Miedzyzdroje, Poland, 2013, art. no. 6669930, pp. 340-343.
3. Bazylev D., Pyrkin A. Stabilization of biped robot standing on nonstationary plane. *18th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, MMAR 2013*. Miedzyzdroje, Poland, 2013, art. no. 6669952, pp. 459-463.
4. Borgul A.S., Zimenko K.A., Margun A.A., Kremlev A.S. Mnogofunktsional'nyi aktivnyi protez ruki [Multifunctional active artificial arm]. *Izv. vuzov. Priborostroenie*, 2013, vol. 56, no. 4, pp. 86-89.
5. Borgul A.S., Bobtsov A.A., Kremlev A.S., Margun A.A., Zimenko K.A. Mnogofunktsional'nyi aktivnyi protez ruki [Multifunctional active artificial arm]. Patent RF, no. 127620, 2013.
6. Bobtsov A.A., Borgul A.S., Zimenko K.A., Margun A.A. Primenenie mekhatronnykh kompleksov v obuchenii avtomatizatsii i robototekhnike [Application of mechatronic systems in automation and robotics training]. *Distsionnoe i virtual'noe obuchenie*, 2013, no. 02, pp. 22-30.
7. Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Pyrkin A.A. Vnedrenie kompleksov promyshlennykh minipulyatsionnykh robotov v obrazovatel'nyi protsess [Implementation of industrial robot-manipulator setups in educational process]. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2013, no 1, pp. 43-45.
8. Spong M.W., Hutchinson S., Vidyasagar M. *Robot modeling and control*. John Wiley & Sons, 2005, 496 p.
9. Choset H., Lynch K.M., Hutchinson S., Kantor G.A., Burgard W., Kavraki L.E., Thrun S. *Principles of robot motion: theory, algorithms, and implementations*. MIT Press, 2005, 603 p.
10. LaValle S.M. *Planning algorithms*. Cambridge University Press, 2006. 842 p.
11. Bobtsov A.A., Nikiforov V.O. Adaptivnoe upravlenie po vykhodu: problematika, prikladnye zadachi i resheniya [Adaptive output control: subject matter, application tasks and solutions]. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2013, no. 1 (83), pp. 1-14.
12. Bobtsov A.A. *Adaptivnoe i robustnoe upravlenie neopredelennymi sistemami po vykhodu* [Adaptive and robust control of uncertain systems via output]. St. Petersburg, Nauka Publ., 2011, 174 p.
13. Bobtsov A.A., Kapitonov A.A., Nikolaev N.A. Control over the output of nonlinear systems with unaccounted-dynamics. *Automation and Remote Control*, 2010, vol. 71, no. 12, pp. 2497-2504. doi: 10.1134/S0005117910120015
14. Bobtsov A.A., Nagovitsina A.G. Adaptive control of linear nonstationary objects output. *Automation and Remote Control*, 2006, vol. 67, no. 12, pp. 2010-2020. doi: 10.1134/S0005117906120137
15. Bobtsov A.A., Nikolaev N.A. Fradkov theorem-based design of the control of nonlinear systems with functional and parametric uncertainties. *Automation and Remote Control*, 2005, vol. 66, no. 1, pp. 108-118.

**Маргун Алексей Анатольевич**

– лаборант, студент, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (Университет ИТМО), Санкт-Петербург, Россия, alexeimargun@gmail.com

**Зименко Константин Александрович**

– инженер, студент, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (Университет ИТМО), Санкт-Петербург, Россия, kostyazimenko@gmail.com

**Базылев Дмитрий Николаевич**

– лаборант, студент, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (Университет ИТМО), Санкт-Петербург, Россия, bazylevd@mail.ru

**Бобцов Алексей Алексеевич**

– доктор технических наук, профессор, декан, заведующий кафедрой, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (Университет ИТМО), Санкт-Петербург, Россия, bobtsov@mail.ru

**Кремлев Артем Сергеевич**

– кандидат технических наук, зам. декана, доцент, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (Университет ИТМО), Санкт-Петербург, Россия, kremlev\_artem@mail.ru

**Alexei A. Margun**

– Laboratory assistant, student, Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics (ITMO University), Saint Petersburg, Russia, alexeimargun@gmail.ru

**Konstantin A. Zimenko**

– Engineer, student, Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics (ITMO University), Saint Petersburg, Russia, kostyazimenko@gmail.com

*Dmitry N. Bazylev*

- Laboratory assistant, student, Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics (ITMO University), Saint Petersburg, Russia, bazylevd@mail.ru

*Alexei A. Bobtsov*

- D.Sc., Department head, Dean, Professor, Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics (ITMO University), Saint Petersburg, Russia, bobtsov@mail.ru

*Artem S. Kremlev*

- PhD, Deputy Dean, Associate professor, Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics (ITMO University), Saint Petersburg, Russia, kremlev\_artem@mail.ru

*Принято к печати 10.02.14*

*Accepted 10.02.14*