

*И. А. БАГМУТ*, ст. преп., НТУ «ХПИ»

## **НАСТРОЙКА ФИЛЬТРА КАЛМАНА В ЗАДАЧЕ КОРРЕКЦИИ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ В ИНТЕГРИРОВАННОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ**

Виконано аналіз впливу налаштування фільтра Калмана на ефективність оцінювання інструментальних похибок інерціального блоку в інтегрованій навігаційній системі. На основі результатів даного аналізу сформульовані рекомендації з налаштування фільтра, що дозволяють підвищити точність і адекватність оцінювання інструментальних похибок у порівнянні з теоретичним налаштуванням. Представлені результати імітаційного моделювання, що свідчать про високу ефективність рекомендованого налаштування.

The analysis of the impact of adjustment Kalman filter for the effectiveness of estimating instrumental errors of the inertial unit in the integrated navigation system was made. The recommendations for setting up the filter, based on the results of this analysis, improving the accuracy and adequacy of the estimation of instrument errors, compared with a theoretical setting were formulated. The simulation results showing the high efficiency of the recommended settings were presented.

Выполнен анализ влияния настройки фильтра Калмана на эффективность оценивания инструментальных погрешностей инерциального блока в интегрированной навигационной системе. На основе результатов данного анализа сформулированы рекомендации по настройке фильтра, что позволяет повысить точность и адекватность оценивания инструментальных погрешностей в сравнении с теоретической настройкой. Представлены результаты имитационного моделирования, которые свидетельствуют о высокой эффективности рекомендованной настройки.

**Введение.** В настоящее время интегрированные инерциально-спутниковые навигационные системы (ИИСНС) являются наиболее перспективными системами, позволяющими определять навигационные и динамические параметры воздушных летательных аппаратов (ВЛА) [1]. Такие системы основаны на комплексировании информации инерциальных навигационных систем (ИНС) и измерений, поступающих от спутниковых навигационных систем (СНС). Основным математическим аппаратом, используемым для комплексирования и коррекции информации в ИИСНС, является фильтр Калмана (ФК) [2]. Составной частью метода коррекции инерциальных измерений является алгоритм оценивания инструментальных погрешностей (ИП) инерциального блока (ИБ) навигационной системы. К основным инструментальным погрешностям ИД относятся: дрейфы гироскопов (ГС), смещение нуля акселерометров (АК), погрешности масштабных коэффициентов и углы несоосности. На эффективность оценивания ИП влияет так называемая настройка ФК, которая состоит в выборе матриц интенсивностей входных и измерительных шумов системы, а также начального значения матрицы ковариаций ошибок оценивания.

В настоящее время проблема выбора рациональной настройки ФК в на-

учной литературе практически не рассмотрена. Стоит отметить работу [3], в которой представлены результаты исследования настройки фильтра Калмана на эффективность оценивания ИП инерциальных датчиков. Однако в этой работе использована упрощенная стационарная «одноканальная» модель ошибок инерциальной навигации, тогда как на практике, как правило, применяют более полные нестационарные модели [4].

**Цель и постановка задачи.** Целью данной работы является проведение анализа влияния различных вариантов настройки фильтра Калмана на эффективность оценивания инструментальных погрешностей инерциального блока ИИСНС и разработка рекомендаций по настройке фильтра.

**Изложение материала.** Для определенности примем, что в инерциальном блоке ИИСНС находится тройка ортогонально расположенных гироскопов и тройка ортогонально расположенных акселерометров. Оси чувствительности датчиков совпадают с осями жестко связанной с ВЛА ортогональной системой координат, в дальнейшем называемой базовой системой координат (БСК).

Модели ошибок измерений гироскопов зададим следующим образом:

$$\delta\omega_X(t) = \Delta\omega_X + \xi_X(t); \quad \delta\omega_Y(t) = \Delta\omega_Y + \xi_Y(t); \quad \delta\omega_Z(t) = \Delta\omega_Z + \xi_Z(t); \quad (1)$$

$$\Delta\omega_i = 0, \quad i \in \{X, Y, Z\},$$

где  $\delta\omega_X, \delta\omega_Y, \delta\omega_Z$  – проекции ошибки измерения вектора абсолютной угловой скорости вращения ВЛА на оси БСК;  $\Delta\omega_X, \Delta\omega_Y, \Delta\omega_Z$  – систематические дрейфы ГС;  $\xi_X(t), \xi_Y(t), \xi_Z(t)$  – случайные составляющие ошибок измерений ГС.

Аналогичным образом зададим модели ошибок измерений акселерометров:

$$\delta a_X(t) = \Delta a_X + \zeta_X(t); \quad \delta a_Y(t) = \Delta a_Y + \zeta_Y(t); \quad \delta a_Z(t) = \Delta a_Z + \zeta_Z(t); \quad (2)$$

$$\Delta a_i = 0, \quad i \in \{X, Y, Z\},$$

где  $\delta a_X, \delta a_Y, \delta a_Z$  – проекции ошибки измерения вектора кажущегося ускорения ВЛА на оси БСК;  $\Delta a_X, \Delta a_Y, \Delta a_Z$  – систематические смещения нулей АК;  $\zeta_X(t), \zeta_Y(t), \zeta_Z(t)$  – случайные составляющие ошибок измерений АК.

Дрейф ГС  $\Delta\omega_X, \Delta\omega_Y, \Delta\omega_Z$  и смещение нуля АК  $\Delta a_X, \Delta a_Y, \Delta a_Z$  считаются константами, реализуемые случайным образом из известного диапазона в каждом запуске навигационной системы.

Случайные составляющие ошибок измерений гироскопов  $\bar{\xi}(t)$  и акселерометров  $\bar{\zeta}(t)$  представляют собой гауссовы стационарные случайные процессы с нулевым средним и диагональной матрицей интенсивности  $Q^{\xi}_{(3 \times 3)}$  для гироскопов и  $Q^{\zeta}_{(3 \times 3)}$  для акселерометров.

Рассмотрим математическую модель динамического процесса функционирования системы.

Вектор состояния системы  $\bar{x}$  включает ошибки определения навигационных параметров ВЛА, вычисленные инерциальной системой, а также инструментальные погрешности инерциальных датчиков:

$$\bar{x} = (\delta\lambda \ \delta\varphi \ \delta h \ \delta v_N \ \delta v_H \ \delta v_E \ \delta\psi \ \delta\theta \ \delta\gamma \ \Delta\omega_X \ \Delta\omega_Y \ \Delta\omega_Z \ \Delta a_X \ \Delta a_Y \ \Delta a_Z)^T, \quad (3)$$

где  $\delta\lambda$ ,  $\delta\varphi$ ,  $\delta h$  – ошибки определения географической долготы  $\lambda$ , широты  $\varphi$  и высоты  $h$  ВЛА над поверхностью земного эллипсоида;  $\delta v_N$ ,  $\delta v_H$ ,  $\delta v_E$  – ошибки определения вектора относительной скорости ВЛА в проекциях на оси местной географической системы координат;  $\delta\psi$ ,  $\delta\theta$ ,  $\delta\gamma$  – ошибки определения курса  $\psi$ , тангажа  $\theta$  и крена  $\gamma$  ВЛА.

Измерениями системы являются ошибки определения координат и скоростей ВЛА, полученные как разность между значениями, вычисленными на основе данных СНС и данных ИНС:

$$\bar{z} = (\delta\lambda \ \delta\varphi \ \delta h \ \delta v_N \ \delta v_H \ \delta v_E)^T. \quad (4)$$

Математическая модель динамического процесса функционирования системы в дискретной форме, с учетом соотношений (1)–(4) имеет вид:

$$\bar{x}_{k+1} = \Phi_{k+1,k} \cdot \bar{x}_k + W_{k+1,k} \cdot \bar{w}_k; \quad (5)$$

$$\bar{z}_k = H \cdot \bar{x}_k + \bar{\gamma}_k, \quad (6)$$

где  $\Phi_{(15 \times 15)}$  – переходная матрица системы;  $W_{(15 \times 6)}$  – матрица чувствительности системы к внешним случайным воздействиям;  $\bar{w}_{(6)} = (\xi_X \ \xi_Y \ \xi_Z \ \zeta_X \ \zeta_Y \ \zeta_Z)^T$  – вектор случайных воздействий с диагональной матрицей интенсивностей  $Q_{(6 \times 6)} = \text{diag}(Q^{\xi}, Q^{\zeta})$ ;  $H_{(6 \times 15)} = [I_{(6 \times 6)} \ 0_{(6 \times 9)}]$  – матрица связи,  $I$  – единичная матрица;  $\bar{\gamma}_{(6)}$  – вектор случайных шумов измерений системы, представляющий собой гауссов случайный процесс с нулевым средним и диагональной матрицей интенсивностей  $R_{(6 \times 6)}$ .

Переходная матрица системы  $\Phi$  вычисляется на основе соотношения

$$\Phi_{k+1,k} = I + \Delta t \cdot A_{k+1}, \quad (7)$$

где  $\Delta t$  – период обновления выходных данных инерциальных датчиков (в качестве базового принят равный 0,01 сек);  $A_{(15 \times 15)}$  – матрица задающая динамику системы.

Первые девять строк матрицы  $A$  представляют собой соответствующие коэффициенты при компонентах вектора  $\bar{x}$ , взятых из правых частей уравнений полной нестационарной модели ошибок инерциальной навигации [4]. Остальные 6 строк данной матрицы нулевые, так как инструментальные погрешности инерциальных датчиков считаются константами.

Комплексирование и коррекция информации в системе реализуется по следующему алгоритму:

- 1) Вычисление переходной матрицы  $\Phi$ .
- 2) Вычисление матрицы чувствительности системы по внешним слу-

чайным воздействиям  $W$ :

$$W_{k+1,k} = \Delta t \cdot \left. \frac{df}{dW} \right|_{t=t_{k+1}},$$

где  $f$  – функциональная зависимость, представляющая алгоритм «идеальной работы» ИНС [4];

3) Вычисление априорного значения вектора состояния  $\hat{x}_{k+1}^-$ :

$$\hat{x}_{k+1}^- = \Phi_{k+1,k} \cdot \hat{x}_k^+,$$

где  $\hat{x}_k^+$  – апостериорное значение вектора состояния.

4) Вычисление априорной ковариационной матрицы ошибок оценивания  $P_{k+1}^-$ :

$$P_{k+1}^- = \Phi_{k+1,k} \cdot P_k^+ \cdot \Phi_{k+1,k}^T + W_{k+1,k} \cdot Q \cdot W_{k+1,k}^T,$$

5) При наличии обновленных данных от приемника СНС (в качестве базового принят интервал обновления равный 1 сек), вычисляются апостериорные значения вектора состояния и ковариационной матрицы ошибок:

$$K = P_{k+1}^- \cdot H^T \cdot (H \cdot P_{k+1}^- \cdot H^T + R)^{-1};$$

$$\hat{x}_{k+1}^+ = \hat{x}_{k+1}^- + K \cdot (\bar{z}_{k+1} - H \cdot \hat{x}_{k+1}^-);$$

$$P_{k+1}^+ = (I - K \cdot H) \cdot P_{k+1}^-,$$

иначе апостериорные значения вектора состояния и ковариационной матрицы ошибок принимаются равными априорным:

$$\hat{x}_{k+1}^+ = \hat{x}_{k+1}^-, \quad P_{k+1}^+ = P_{k+1}^-.$$

Следует отметить, что фильтр Калмана является оптимальным в смысле минимума суммы квадратов математических ожиданий ошибок оценки вектора состояния системы при условии, что вектор случайных воздействий  $w$  и помехи измерений  $\bar{v}$  являются некоррелированными и представляют собой гауссовский белый шум [5]. Однако на практике, случайные шумы присутствующие в измерениях инерциальных датчиков и приемника СНС не являются белыми, что является особенностью применения фильтра Калмана в задаче коррекции инерциальных измерений в ИИСНС.

Для исследования влияния настройки фильтра Калмана на эффективность оценивания ИП введем критерии эффективности.

Под эффективностью оценивания будем понимать сходимость ошибок вырабатываемых фильтром оценок значений ИП к нулю. Данный критерий будем называть прямым. Однако таким критерием можно пользоваться только в условиях моделирования, когда известны истинные значения инструментальных погрешностей. Поскольку алгоритмы оценивания являются неотъемлемой частью программно-математического обеспечения ИИСНС, необходимо также сформулировать критерии эффективности, построенные на основе имеющейся в системе информации. Такие критерии будем называть

косвенными. Основным косвенным критерием можно считать сходимость оценок среднего квадратичного отклонения (СКО), полученного в ковариационном блоке ФК, к некоторым значениям. Для того, чтобы пользоваться таким критерием, необходимо показать его адекватность, под которой понимается соответствие оценочного СКО фактической ошибке оценивания. Для оценки адекватности воспользуемся характеристикой адекватности  $K_{2\sigma}$  [3], суть которой – доля фактических ошибок оценивания вектора состояния, не превысивших удвоенное оценочное СКО на всем промежутке времени функционирования системы. Очевидно, что адекватность такого критерия зависит от настройки фильтра.

Для анализа влияния настройки фильтра Калмана на адекватность и эффективность оценивания инструментальных погрешностей инерциального блока навигационной системы выполнен численный эксперимент. Стратегия проведения эксперимента заключается в проведении компьютерного моделирование функционирования ИИСНС при использовании различных вариантов настройки ФК отличных от «теоретической», то есть соответствующей характеристикам фактически действующих шумов в системе, а также фактическим интервалам неопределенности исходных значений оцениваемых параметров. В процессе моделирования вычисляется значение характеристики адекватности  $K_{2\sigma}$  и усредненное значение СКО оценки компоненты вектора состояния  $\bar{\sigma}$ . Очевидно, чем меньше значение данной величины при высоком значении характеристики  $K_{2\sigma}$ , тем выше эффективность оценивания.

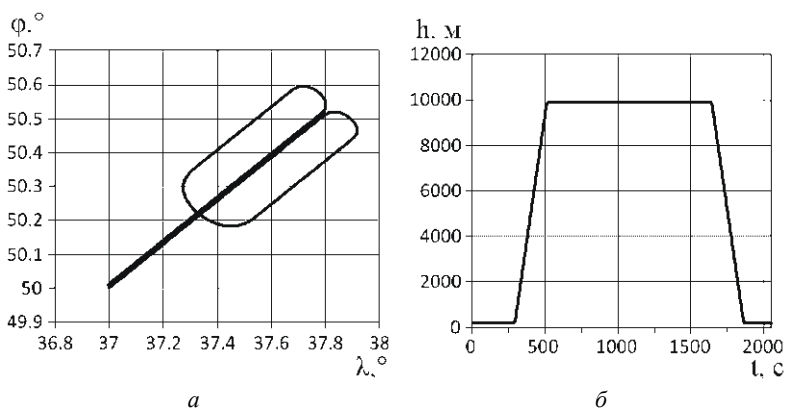


Рисунок 1 – Горизонтальная траектория (а) и высотный профиль (б) движения ВЛА

Эксперимент проведен в три этапа. На каждом этапе значение одной из матриц  $P$ ,  $Q$  и  $R$  менялось в диапазоне от 5 % до 200 % от теоретического, а значения остальных двух матриц соответствовали их теоретическим значениям. Так на первом этапе в каждом запуске значения матриц  $Q$  и  $R$  соответствовали фактически действующим шумам, а начальное значение матрицы  $P$

менялось в указанном диапазоне. На втором этапе изменялось значение матрицы  $Q$ , а на третьем этапе – значение матрицы  $R$ . Моделирование проводилось для программы полета, синтезированной с помощью имитационной модели движения [6]. Длительность полета – 2050 с. Горизонтальная траектория и высотный профиль движения ВЛА представлены на рис. 1.

При моделировании истинные значения дрейфа гироскопов задавались на уровне 1 град/час, смещения акселерометров  $0,001 \text{ м/с}^2$ , интенсивности шумов гироскопов на уровне 1 (град/час)<sup>2</sup>, интенсивности шумов акселерометров на уровне  $10^{-6} \text{ (м/с}^2\text{)}^2$ .

Результаты моделирования представлены на рис. 2-4.

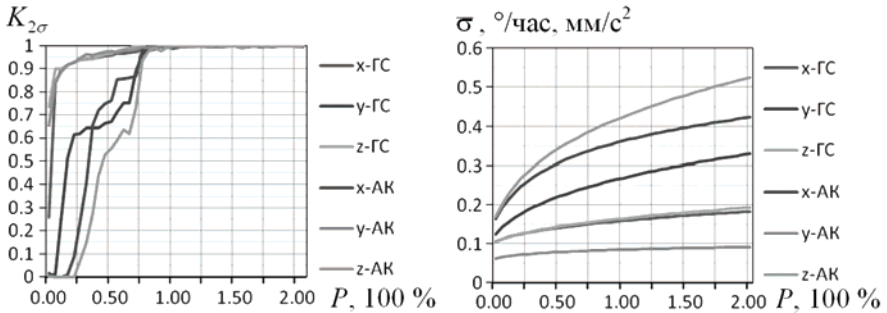


Рисунок 2 – Зависимость характеристики адекватности  $K_{2\sigma}$  и усредненного оценочно-го СКО ИП  $\bar{\sigma}$  от матрицы  $P$

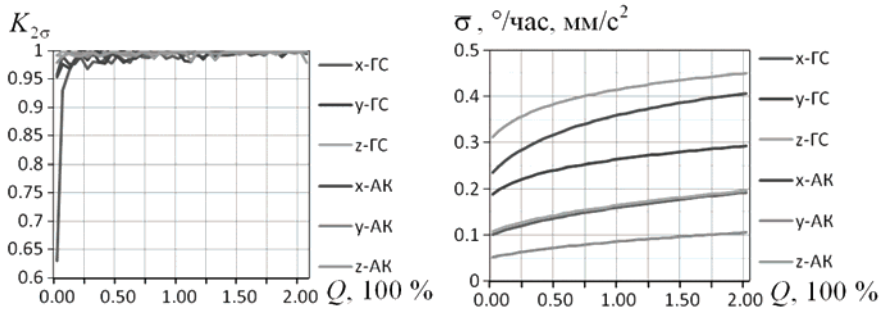


Рисунок 3 – Зависимость характеристики адекватности  $K_{2\sigma}$  и усредненного оценочно-го СКО ИП  $\bar{\sigma}$  от матрицы  $Q$

Как видно из графиков, с увеличением значения матриц  $P$ ,  $Q$  и  $R$  растет значение характеристики  $K_{2\sigma}$ , то есть повышается адекватность критерия. При значении матриц  $P$ ,  $Q$  и  $R$ , равным «теоретическим» и более, значение данной характеристики превышает 0,95. Таким образом, выбранный критерий эффективности оценивания – сходимость СКО, является адекватным, и доступным для практического использования. С увеличением значения ука-

занных матриц практически неограниченно растут значения усредненных СКО ошибок оценивания, что, является негативным фактором, так как в этом случае снижается точность вырабатываемых фильтром оценок.

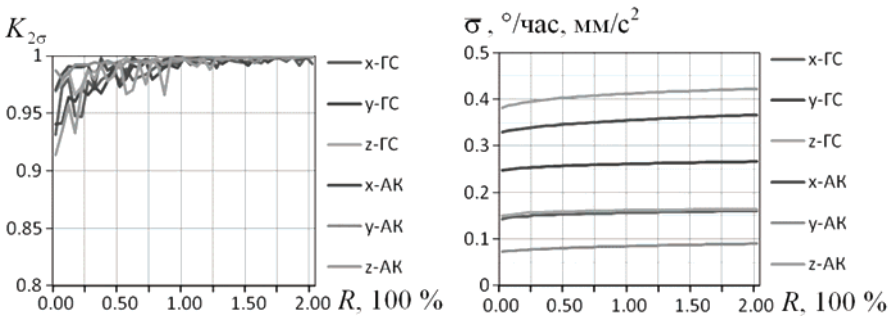


Рисунок 4. Зависимость характеристики адекватности  $K_{2\sigma}$  и усредненного оценочного СКО ИП  $\bar{\sigma}$  от матрицы  $R$

На основе приведенных результатов, а также результатов, полученных при дальнейшем исследовании рассматриваемой проблемы, можно сделать следующие рекомендации по настройке фильтра Калмана:

- 1) Оптимальным является выбор «теоретического» начального значения матрицы  $P$ . В этом случае обеспечивается высокая адекватность оценивания.
- 2) Значение матрицы  $Q$  целесообразно занизить в 8 раз. При этом уменьшатся ошибки оценивания без снижения адекватности оценок.
- 3) Значение матрицы  $R$  целесообразно завысить в 10 раз. Точность оценивания уменьшится незначительно, тогда, как адекватность повысится.

В дальнейшем такая настройка фильтра называется «рекомендуемой».

Следует отметить, что приведенные рекомендации справедливы и для результатов моделирования, полученных на основе моделирования других программ полета, и согласуются с результатами работы [3].

Представляет практический интерес сравнить точность функционирования ИИСНС в автономном режиме (при отсутствии коррекции ИНС по данным СНС) при использовании теоретической и рекомендуемой настройки фильтра Калмана. В качестве интегральной ошибки функционирования воспользуемся координатной радиальной ошибкой:

$$\delta r = \sqrt{(r_{x2} - r_{x1})^2 + (r_{y2} - r_{y1})^2 + (r_{z2} - r_{z1})^2},$$

где  $r_{x1}, r_{y1}, r_{z1}$  – проекции истинного радиус-вектора ВЛА на оси геоцентрической неподвижной декартовой СК, вычисленные в имитационной модели движения;  $r_{x2}, r_{y2}, r_{z2}$  – проекции радиус-вектора ВЛА, вычисленные по алгоритмам инерциальной навигации с коррекцией по высоте.

На рис. 5 представлена горизонтальная траектория полета ВЛА, на основе которой было выполнено имитационное моделирование работы ИИСНС

в интегрированном режиме с временным отсутствием спутниковых сигналов с использованием теоретической и рекомендуемой настройки ФК. Результаты моделирования представлены на рис.6-8.

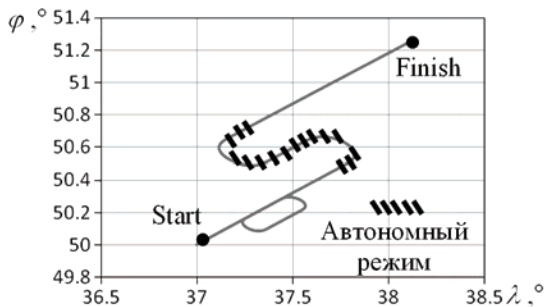


Рисунок 5 – Горизонтальная траектория движения ВЛА

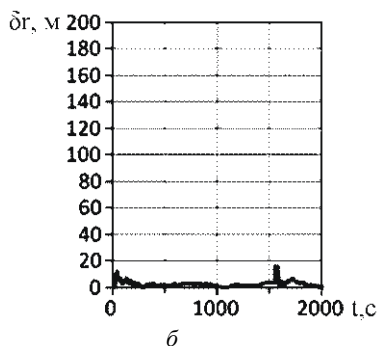
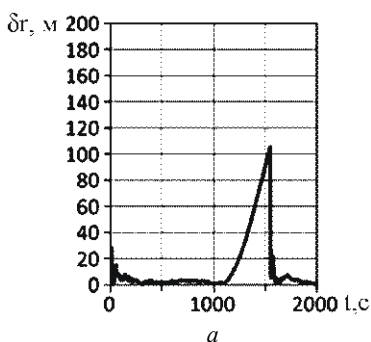


Рисунок 6 – Координатная радиальная ошибка при теоретической (а) и рекомендуемой (б) настройках фильтра Калмана

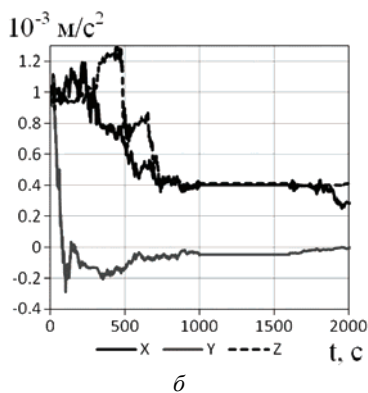
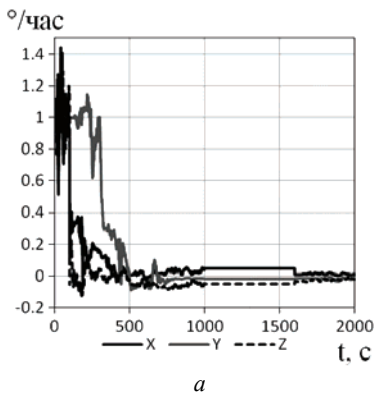


Рисунок 7 – Ошибки оценивания дрейфа ГС (а) и смещения нуля АК (б), при использовании теоретической настройки ФК



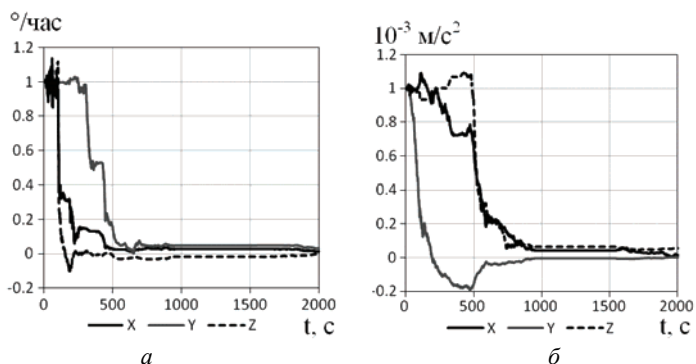


Рисунок 8 – Ошибки оценивания дрейфа ГС (а) и смещения нуля АК (б), при использовании рекомендуемой настройки ФК

Как видно (см. рис. 6), использование рекомендуемой настройки фильтра Калмана по сравнению с теоретической позволяет снизить ошибку навигации практически на 80 %. Снижение координатной ошибки в автономном режиме обусловлено более эффективным оцениванием и коррекцией инструментальных погрешностей в интегрированном режиме (см. рис. 7, 8).

**Выводы.** Установлено, что рекомендуемая в работе настройка фильтра Калмана по сравнению с теоретической повышает эффективность коррекции инерциальных измерений в ИИСНС. Полученные результаты можно использовать при разработке и усовершенствовании программно-математического обеспечения интегрированных инерциально-спутниковых навигационных систем.

**Список литературы:** 1. Кушельман В. Я. Будущее точной навигации – за интегрированными системами / В. Я. Кушельман, А. А. Фомичев // АвиаСоюз. – 2005. – Июнь-июль, №3(5). – С. 50-53. 2. Степанов О. А. Интегрированные инерциально-спутниковые системы навигации / О. А. Степанов // Гироскопия и навигация. – 2002. – № 1 (36). – С. 23-45. 3. Успенский В. Б. Настройка фильтра Калмана в задаче комплексирования информации в интегрированной навигационной системе / В. Б. Успенский, А. Д. Асютин // Вісник НТУ «ХПІ». – Харків: НТУ «ХПІ», 2010. – № 67. – С. 51-57. 4. Багмут И. А. Наблюдаемость инструментальных погрешностей инерциального блока в интегрированной навигационной системе / И. А. Багмут // Вісник НТУ «ХПІ». – Харків: НТУ «ХПІ», 2009. – № 23. – С. 3-14. 5. Кузовков Н. Т. Модальное управление и наблюдающие устройства / Кузовков Н. Т. – М., «Машиностроение», 1976. – 184 с. 6. Брославец Ю. Ю. Имитационная модель движения летательного аппарата / Ю. Ю. Брославец, А. А. Фомичев, А. Б. Колчев [и др.] // Материалы IX Санкт-Петербургской межд. конф. по интегрированным навигационным системам. – СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2002. – С. 107-109.

Поступила в редколлегию 10.06.2011