

Иванова А.П., Павлов С.И., Воронков А.И., Васильева М.А.

НАХОЖДЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ПРИГОТОВЛЕНИЯ ОДНОРОДНЫХ СЫПУЧИХ СМЕСЕЙ

В работе излагаются основные принципы использования методики оптимизации технологических процессов. Авторы ведут читателя от общих и уже известных принципов математической статистики к решению более сложных задач по определению и построению оптимальной области проектирования многофакторных экспериментов. С геометрической точки зрения это нахождение оптимальной параметрической области при помощи построения накладывающихся плоских графиков. В данной статье на основе уравнения Колмогорова-Фокера-Планка представлена математическая модель процесса смешения сыпучих компонентов.

Решение оптимизационных задач, связанных с технологическими процессами, часто сопряжено с рядом сложностей, основанных на построении многомерных геометрических объектов, представленных моделями E_n^+ (расширенного Евклидова пространства размерности $n > 3$).

В частности при изучении основ интенсификации процесса вибросмешения сыпучих ингредиентов возникает необходимость в построении оптимальной параметрической области. Это связано с тем, что данный процесс может быть объективно оценен по целому набору параметров эффекта ($k > 4$), где k - число параметров эффекта, каждый из которых в свою очередь зависит от комплекса параметров процесса, определяемого физико-механическими (ФМ), конструктивно-технологическими (КТ), режимными (РП) и другими свойствами. При этом следует иметь в виду, что формирование параметров эффекта идет по трем основным направлениям, характеризующим: объем всего процесса, материально-энергетические расходы и качество выпускаемого продукта. Все эти направления должны быть скорректированы математической моделью и исходя из полученных условий, выделена область оптимальных решений [1].

Использование результатов анализа исследуемого процесса вибросмешения сыпучих компонентов, дало возможность сформировать следующие параметры эффекта:

- вибрационный импульс (I);(кгм/сек),
- мощность, расходуемую на смешение (N);(квт),
- энергоемкость процесса (w);(Дж/кг),
- производительность (Q);(кг/сек),
- энергию, идущую на полный цикл смешения ; (Дж) ,
- степень однородности смеси (M); (%)

Функционально связанные группы параметров процесса с параметрами эффекта составляют основу моделирования данной технологической системы. Определение и построение оптимальной области по вышеперечисленному набору параметров может быть реализовано при использовании кинематического метода в многомерном пространстве. Будем считать все объекты пространства, как k - поверхности ($k = 0, n-1$), где n - размерность рассматриваемого пространства, тогда точка в новых терминах будет 0-поверхностью, линия 1-поверхностью, а привычная для трехмерного пространства поверхность определится, как 2-поверхность.

Объект размерности (n-1) получил название гиперповерхности [2]. В общем случае можно рассматривать конструирование поверхности как результат перемещения V- поверхности (образующей) по U- поверхности (направляющей) при условии ($v \in E_4^+$), что их размерность ниже, чем (n-1). Тогда конструирование поверхности в трехмерном пространстве можно рассматривать, как перемещение одной 1-поверхности по другой 1-поверхности.

Представление модели оптимальной области к оптимизационным задачам, часто решаемым при исследовании технологических процессов, относится задача принятия решения о принадлежности заданного набора технологических параметров X_i области, обеспечивающей оптимальное протекание процесса определенного одним или же несколькими параметрами эффекта $Y_k, k=1...m$ [3].

С геометрической точки зрения эта задача может быть сформулирована следующим образом: определить принадлежность точек (определяющих оптимальное протекание технологического процесса) области Δ^{n+1} , расположенной в (n+1)-мерном парамет-

рическом пространстве E_{n+1}^+ , где n - число технологических параметров X_i области.

Нахождение области обобщенного параметра оптимизации (4), является достаточно сложной задачей, решение которой может основываться на применении метода граничных испытаний [4] и использовании полученной в результате этого информации, например:

$$Y_{i \min} = f_{\min}(X_i), Y_{i \max} = f_{\max}(X_i).$$

Учитывая, что на сформированные параметры эффекта воздействуют параметры процесса и обрабатывая эмпирические данные, можно получить граничные зависимости каждого параметра эффекта от параметров процесса, которые представляют собой систему плоских графиков, построенных по эмпирическим данным.

Например: зависимость степени однородности смеси (М %) от мощности, расходуемой на смешение (N) (квт), и вибрационного импульса (I) (кгм/сек), представляется графически, системой, отражающей непосредственное воздействие режимных параметров процесса (в частности частоты колебаний корпуса системы w , и угла развода дебалансов α , которые поочередно вводятся в разряд constant).

Для построения модели оптимальной Δ области, расположенной в E_{n+1}^+ , логично построить линии (w, α), относящиеся к этой поверхности, ограничивающей искомую область. В соответствии с [5] можно предположить, что Δ область ограничивается выпуклым многогранником, образованным проецирующими гиперцилиндрами, с одномерными плоскими направляющими (w_i, α_i) и гиперплоскостями Ω_1, Ω_2 , ортогональными оси OZ, образованными в результате введения ограничений, накладываемых на параметры эффекта, которые устанавливаются технологическими условиями. Ограничения могут вводиться и иначе, т.е. при использовании многомерной функции желательности, "Функции Харингтона" [6], устанавливающей зависимость между количественными значениями параметров и их качественным определением, которые и являются ориентирами для ввода ограничений. Наличие ограничений на параметры процесса подразумевает, что известны функции ограничивающие данную область. Если рассматриваемые параметры процесса: физико-механические обозначить $\Phi_1(X_1, X_2 \dots X_n)$, конструктивно-технологические $\Phi_2(\beta_1, \beta_2 \dots \beta_n)$, режимные $\Phi_3(\gamma_1, \gamma_2 \dots \gamma_n)$ и т.д. это формирование оптимальной области может начаться с вывода зависимости: $f(\Phi_1, \Phi_2 \dots \Phi_n) = 0$.

Причем число функций соответствует числу сформированных параметров эффекта. Уравнения оптимальной области для каждого параметра эффекта могут быть записаны в следующем виде:

$$Y_{i \max} - |Y_{i \max}| + Y_{i \min} - |Y_{i \min}| + \sum (f(\Phi_n) - |f(\Phi_n)|) = 0,$$

где $Y_{i \max}, Y_{i \min}$ - наибольшее и наименьшее значение параметра эффекта, ограниченного гиперплоскостями (Ω_1, Ω_2),

$f(\Phi_n)$ - функция ограничений технологических параметров,

n - число параметров процесса.

Δ - область может быть получена пересечением оптимальных областей по каждому параметру эффекта, т. е. состоять из точек общих для всех оптимально исследуемых областей.

Кинематической основой описания процесса смешения [7], является аппарат теории случайных Марковских процессов. В основе расчетного уравнения лежит уравнение Колмогорова-Фокера-Планка, которое может быть сформировано следующим образом

$$\frac{\partial^* \rho}{\partial^* t} = D \frac{\partial^2 * \rho}{\partial^* h^2} + C \frac{\partial^* \rho}{\partial^* h}$$

где ρ - текущая плотность распределения вероятности изучаемого процесса,
 t - время.

h_n - высота разрыхленного слоя.

Исследование коэффициента макродиффузии D , позволяет аппроксимировать его зависимость вибрационного импульса (I) от времени (t). Решением данного уравнения является система разностных уравнений.

Математическая модель процесса смешения сыпучих компонентов в торообразном вибросмесителе с внутренней виброактивной поверхностью будет иметь полуэмпирическое выражение:

$$I = \frac{N}{E} * \Gamma * S_V;$$

$$I = \frac{m^2 * A * k_s}{\{4\pi^2 * R * r + 2\pi[(R_{1\sigma} + R_{2\sigma}) * L_G + (R_{1m} + R_{2m}) * L_m]\} * \rho n} * t * d_s$$

Для математического описания процессов (с распределенными параметрами), в которых распределенность имеется более чем по одной пространственной координате, используют дифференциальные уравнения. При этом исследование процесса описанного таким способом представляет достаточно сложную вычислительную задачу. Поэтому вместо математического описания объекта дифференциальными уравнениями его часто характеризуют системой конечных уравнений. Формально математически замена дифференциального уравнения разностными соотношениями, считается эквивалентной [6]. В нашем случае наиболее удобным является аппроксимация решений уравнения КФП, совокупностью уравнений регрессии, отражающих изменения внутренних параметров процесса. Уравнения регрессии представляются полиномом третьей степени:

$$I = 0,002439782t + 0,1137681w + 0,5297555A + \\ + 150,4265m - 8,736601Sv - 10,99592Г - \\ - 7,003101m^3 + 0,3900171Sv^3 + 1,456744Г^3 - \\ - 183,4394m^2 + 6,625337Sv^2 - 0,04901418Г^2 - \\ - 0,4239373m*Г + 13,30765m*Sv + \\ + 1,334867m*Sv*Г + 0,0017481081w*A - \\ - 61,03892$$

Адекватность проверяется по критерию Фишера на уровне значимости $\alpha = 0.001$. Проверка гипотезы о принадлежности двух

выборок одной и той же генеральной совокупности осуществляется с помощью двустороннего v - критерия (критерий Вилкоксона или Манна- Уитни) [6, 8]. Верификация модели проводится по значениям величины: вибрационного импульса (I), мощности расходуемой на смешение (N), энергии идущей на полный цикл смешения (E). Расхождение расчетных и экспериментальных величин не превышает 10 %.

Список использованной литературы

1. Карташов Л.П., Полищук В.Ю. Системный синтез технологических объектов АПК. Екатеринбург: УрОРАН, 1998. 185с. 2.
2. Розенфельд Б.А. Многомерные пространства.—М.: Наука, 1966.-647 с.
3. Бегларян В.Х. Проектирование приборов оптимальных по конструкторско-технологическим параметрам. - М.: Машиностроение, 1977.—119с.
4. Кушнаренко В.М., Павлов С.И., Филиппов Г.В. Моделирование коррозионного состояния технологических систем. - В журнале Защита металлов, т.28. м.: Российская АН, 1992.
5. Павлов С.И. Применение плоских эквивалентов многофакторных зависимостей при оптимизации режимов термической обработки деталей типа втулки. – В кн.: Кибернетика графики и прикладная геометрия поверхностей. –М.: МАИ, 1978. с. 81 - 83.
6. Ахназарова С.Л., Кафаров В.В. Методы оптимизации эксперимента в химической технологии - М.: Высш. шк.,1985.-327с., ил.
7. Ковтун В.Ф. Методы расчета новых конструкций низкочастотных вибрационных смесителей - Ярославль. 1988. Дисс. канд. техн. наук.
8. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем - искусство и наука - М.: Мир, 1978. –418 с.

Статья поступила в редакцию 9.11.99г.