

УДК (621:62-755:62-251)(075.8)

## ПРИНЦИПЫ ВЕРОЯТНОСТНОГО АНАЛИЗА БАЛАНСИРОВКИ ГИБКИХ РОТОРОВ ТУРБОКОМПРЕССОРОВ

© 2011 Н.В. Корнеев

Поволжский государственный университет сервиса, г. Тольятти

Поступила в редакцию 10.03.2010

В статье рассматриваются основные принципы вероятностного анализа балансировки гибких роторов турбокомпрессоров. Приводится методика оценки эффективности низкочастотной балансировки, основанная на данных вероятностного расчета начального и остаточного дисбаланса. Отражены результаты численного анализа существующих и новых методов балансировки, проведенного по указанной методике на основании экспериментальных данных.

Ключевые слова: вероятностный анализ, дисбаланс, балансировка, турбокомпрессор, ротор

Обычно ротор выполняется в виде осесимметричного тела, ось симметрии которого совпадает с осью вращения. Казалось бы, подобные тела не должны иметь дисбаланса, и, следовательно, при вращении не может возникать динамических реакций. Однако в результате различных случайных погрешностей изготовления и сборки, неоднородности материала и по ряду других причин всегда имеются небольшие отклонения от идеальной геометрии [1, 2, 4-7]. Именно они и являются причиной дисбаланса.

В силу таких погрешностей каждая из обрабатываемых поверхностей изделия выполняется с некоторыми радиальными или торцевыми биениями, а центры масс соответствующих объемов – с радиальными отклонениями (эксцентриситетами) относительно оси вращения.

К числу таких (первичных) погрешностей относятся биения технологической базы, используемой в процессе обработки, относительно конструкционной, биения обрабатываемой поверхности, связанное с неравномерностью припуска на обработку, биения, вызываемые погрешностями изготовления технологической оснастки, и другие [1, 3, 5-6]. Сюда же следует отнести и многочисленные погрешности центрирования деталей ротора, неизбежно возникающие при сборке.

Таким образом, значение статического дисбаланса роторного узла определится как векторная сумма:

$$\vec{U} = \sum_j \sum_i m_i \vec{\varepsilon}_{ij}, \quad (1)$$

где  $j$  соответствует виду погрешности;  $i$  – номер одного из выделенных объемов;  $m_i$ ,  $\vec{\varepsilon}_{ij}$  – массы и эксцентриситеты объемов.

Соотношение (1) имеет важное значение в

*Корнеев Николай Владимирович, доктор технических наук, доцент кафедры социально-культурного сервиса. E-mail: niccuper@mail.ru*

задачах вероятностного анализа и прогнозирования дисбаланса.

Целью вероятностного анализа неуравновешенности роторов является [1, 3, 5-6]:

- выделение некоторой совокупности случайных величин (погрешностей механической обработки деталей, сборки ротора и центрирования валопровода, температурных деформаций, оказывающих наибольшее влияние на величину дисбаланса;

- изыскание конструктивных технологических путей снижения уровня дисбаланса;

- исследование законов распределения плотностей вероятностей для основных количественных характеристик неуравновешенности, а также динамических реакций изделия на эту неуравновешенность.

Особое значение в вопросах вероятностного анализа и расчета дисбалансов имеет закон распределения Релея. Как известно, с таким распределением связаны задачи, которые приводят к исследованию вероятности попадания случайной точки в круг радиуса  $\rho$  при условии, что координаты указанной точки ( $x$ ,  $y$ ) являются независимыми нормально распределенными случайными величинами со среднеквадратичными отклонениями  $\sigma(x) = \sigma(y) = \sigma$  и математическими ожиданиями, равными нулю:  $m(x) = m(y) = 0$ .

При такой постановке задачи интегральная и дифференциальная функции распределения вероятностей случайной величины  $\rho \geq 0$  определяются формулами:

$$F(\rho) = 1 - \exp\left(-\frac{\rho^2}{2\alpha^2}\right);$$

$$f(\rho) = F'(\rho) = \frac{\rho}{\alpha^2} \exp\left(-\frac{\rho^2}{2\alpha^2}\right).$$

Параметр распределения  $\alpha$  и другие числовые характеристики – мода  $\mu$ , математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение – связаны здесь соотношениями:

$$\mu = \alpha; m(\rho) = 1,25\alpha; \sigma(\rho) = 0,655\alpha.$$

Линейная функция от системы случайных векторов  $\vec{\rho}_1 \dots \vec{\rho}_n$ , имеющих релеевское распределение:

$$\vec{R} = \sum A_i \vec{\rho}_i,$$

подчиняется тому же распределению с параметром:

$$\alpha[R] = \left[ \sum_i A_i^2 \alpha^2(\rho_i) \right]^{0,5}.$$

Пусть  $P_0$  – вероятность того, что значение случайной величины  $\rho$ , имеющей релеевское распределение, выйдет за пределы некоторого интервала  $0 \leq \rho \leq \rho_0$ . Тогда

$$P_0 = \exp\left(-\frac{\rho_0^2}{2\alpha^2}\right); \rho_0 = \alpha \sqrt{2 \ln \frac{1}{P_0}}.$$

Принимая  $\rho_0 = K\alpha(\rho)$ , где  $K$  – некоторый коэффициент, значением которого можно варь-

ировать, найдем  $K = \sqrt{2 \ln \frac{1}{P_0}}$ .

Значения вероятностей  $P_0$ , полученных при различных  $K$  приведены в таблице.

Как видно из табл., для случайной величины, подчиняющейся закону распределения Релея, практически все поле рассеивания, с точностью до долей процента, укладывается в интервале  $0 \dots 3,5\alpha$ .

Отметим три наиболее важные для задач прогнозирования дисбалансов схемы суммирования компланарных векторных величин [1, 5-7, 9].

1. Фазы слагаемых векторов  $\vec{r}_i$  распределены по закону равномерной плотности в интервале  $0 \dots 2\pi$ , а модули детерминированы.

2. Модули слагаемых векторов являются независимыми случайными величинами, а фазы равномерно распределены в указанном выше интервале.

3. Фазы слагаемых векторов детерминированы и соответствуют точкам деления окружности на некоторое число равных частей, а модули – нормально распределенные случайные величины с одинаковыми математическими ожиданиями и среднеквадратическими отношениями:  $m(r), \sigma(r)$ .

Модули суммарных векторов во всех этих

случаях подчиняются распределению Релея с параметрами [1, 5-7, 9]:

$$\alpha_1 = \left( 0,5 \sum_{i=1}^n r_i^2 \right)^{0,5};$$

$$\alpha_2 = \left( 0,5 \sum_{i=1}^n (r_i^2 + \sigma_i^2) \right)^{0,5};$$

$$\alpha_3 = [0,5n\sigma^2(r)]^{0,5}.$$

С необходимостью вероятностной оценки эффективности низкочастотной балансировки мы сталкиваемся в следующих случаях:

- при выборе и обосновании метода балансировки для изделий, находящихся на стадии проектирования и отработки технологии;

- при оценке эффективности балансировки роторов, например, диско-барабанного типа, конструкция которых не позволяет выполнить детерминирование начального дисбаланса по результатам каких-либо измерений на низкочастотных балансировочных станках.

Во всех этих случаях эффективность низкочастотной балансировки представляется некоторой вероятностной характеристикой, определяемой, например, значением предельного (т.е. отвечающего заданной вероятности) уровня вибрации, возбуждаемой остаточным дисбалансом, или долей роторов из некоторой выборки, для которых уровень вибрации оставался бы в пределах установленной нормы. Таким образом, речь идет о некоторой среднестатистической оценке эффективности низкочастотной балансировки. Такая оценка может быть получена на основании данных вероятностного расчета начального и остаточного дисбалансов [1, 5-7, 9]. В данном случае мы рассматриваем эффективность низкочастотной балансировки гибкого ротора с центральным валом. Методика такой балансировки приведена в [4].

Следует учесть, что динамический расчет полноразмерного изделия может оказаться чрезвычайно сложным и недостаточно надежным вследствие неточной информации относительно большого числа исходных данных. Эту трудность можно избежать, если определять относительную эффективность низкочастотной балансировки не в условиях полноразмерного изделия, а для ротора, установленного на абсолютно жестких опорах [1, 5-7, 9]. Тогда в качестве критериев эффективности могут высту-

Таблица. Значения вероятностей  $P_0$

K	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
$P_0$	0,324	0,135	0,044	0,011	0,0022	0,0003

пять коэффициенты, отражающие степень снижения динамических прогибов или реакций, достигаемую в результате балансировки.

В соответствии с данными, приведенными в [1, 3, 4-6] примем, что статические ( $U_j$ ) или моментные ( $V_j$ ) дисбалансы каждого диска, являясь случайными по своей природе, подчиняются закону распределения Релея с одинаковыми для всех дисков параметрами:

$$P(U) = \frac{U}{\alpha(U)} \exp\left(-\frac{U^2}{2\alpha^2(U)}\right); \quad P(V) = \frac{V}{\alpha(V)} \exp\left(-\frac{V^2}{2\alpha^2(V)}\right).$$

Тогда динамические реакции опор ротора и его прогибы, выраженные в виде линейных функций указанных дисбалансов, будут подчиняться тому же закону.

Пусть  $\alpha(r_m)$ ,  $\alpha(r_{m0})$  – параметры распределений вероятностей прогибов в некоторой точке контроля, полученные, соответственно, для отбалансированного и неотбалансированного ротора. Тогда эффективность балансировки можно оценить отношением:

$$\gamma_m = \alpha(r_m) / \alpha(r_{m0}). \quad (2)$$

Далее примем во внимание следующее. При релеевском распределении предельное значение случайной величины, отвечающее заданной вероятности, прямо пропорционально параметру распределения. Если  $\Phi_0$  есть вероятность того, что случайная величина  $X$ , имеющая релеевское распределение, выйдет за пределы отрезка  $[0; x_0]$ , то величины  $\Phi_0$  и  $x_0$  будут связаны соотношением:  $x_0 = \alpha(X) \sqrt{2 \ln(1/\Phi_0)}$ . Например, при  $\Phi_0 = 0,0022$   $x_0 = 3,5 \alpha(x)$ . Учитывая данное соображение, можно заменить выражение (2) следующим образом:  $\gamma_m = r^m / r_0^m$ , где  $r^m$ ,  $r_0^m$  – предельные прогибы в точке  $m$ , отвечающие заданной вероятности.

Пусть  $U_j$ ,  $V_j$  ( $j=1,2,\dots,n$ ) – предельные значения статического и моментного дисбалансов  $j$ -го диска;  $D_{kj}$ ,  $G_{kj}$  – соответствующие им дисбалансы корректирующих масс, полученные при заданном способе балансировки ( $k=1,2,\dots,n_1$ ,  $n_1$  – число плоскостей коррекции). Обозначим далее  $r_{j0}^{(m)}$ ,  $h_{j0}^{(m)}$  – предельные значения прогибов, возбуждаемые дисбалансами  $U_j$ ,  $V_j$ , соответственно, в некоторой  $m$ -й точке контроля. Для их расчета воспользуемся системами уравнений:

$$\left. \begin{aligned} r_i - \omega^2 \sum_{s=1}^n m_s r_s \alpha_{is} &= \omega^2 U_j \alpha_{ij}; \\ i, s &= 1, 2, \dots, n; \end{aligned} \right\};$$

$$\left. \begin{aligned} h_i - \omega^2 \sum_{s=1}^n m_s h_s \alpha_{is} &= \omega^2 V_j \beta_{ij}; \\ i, s &= 1, 2, \dots, n; \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

где  $\alpha_{ij}$  и  $\beta_{ij}$  – статические коэффициенты податливости.

Отсюда будут найдены искомые прогибы  $r_{j0}^m$ ,  $h_{j0}^m$  ( $m \in n$ ), соответствующие предельным статическому и моментному дисбалансам  $j$ -го диска для неотбалансированного ротора. Расчет по (3) повторяется  $n$  раз, причем дисбалансы  $U_j$ ,  $V_j$  последовательно приписываются первому, второму и т.д. дискам, после чего суммарное значение предельного прогиба в точке  $m$  определяется так:

$$r_0^m(\omega) = \left[ \sum_{j=1}^n \left[ \left( r_{j0}^m(\omega) \right)^2 + \left( h_{j0}^m(\omega) \right)^2 \right] \right]^{0.5}.$$

Рассмотрим теперь ротор, отбалансированный в  $(N+2)$  плоскостях коррекции с учетом условий устранения динамических прогибов в точках  $p$  и  $q$ . Здесь динамические прогибы  $r_j^m(\omega)$ ,  $h_j^m(\omega)$  для заданной угловой скорости будут найдены из уравнений:

$$\sum_k^{n_1} D_{kj} = -U_j; \quad \sum_k^{n_1} D_{kj} x_k = -U_j x_j;$$

$$r_i - \omega_0^2 \sum_{s=1}^n m_s r_s \alpha_{is} - \omega_0^2 \sum_{k=1}^{n_1} D_{kj} \alpha_{ik} = \omega_0^2 U_j \alpha_{ij}. \quad (4)$$

$$\sum_k^{n_1} G_{kj} = 0; \quad \sum_k^{n_1} G_{kj} x_k = -G_j;$$

$$h_i - \omega_0^2 \sum_{s=1}^n m_s h_s \alpha_{is} - \omega_0^2 \sum_{k=1}^{n_1} G_{kj} \alpha_{ik} = \omega_0^2 V_j \beta_{ij}, \quad (5)$$

где  $i, s = 1, 2, \dots, n$ ;  $k = 1, 2, \dots, n_1$ ;  $\omega_0$  – расчетная угловая скорость, для которой выполняются заданные динамические условия:  $r_p(\omega_0) = r_q(\omega_0) = 0$ ,  $h_p(\omega_0) = h_q(\omega_0) = 0$ , и которая соответствует максимальной эксплуатационной частоте вращения.

Расчет по (4) и (5) повторяется  $n$  раз отдельно для каждого из дисбалансов  $U_j$ ,  $V_j$ , и в результате будут найдены соответствующие им корректирующие массы  $D_{kj}$ ,  $G_{kj}$ . На следующем этапе определяются динамические прогибы  $r_j^m(\omega)$ ,  $h_j^m(\omega)$  для отбалансированного ротора в заданном диапазоне угловых скоростей с помощью уравнений:

$$r_i(\omega) - \omega^2 \sum_{s=1}^n m_s r_s(\omega) \alpha_{is} = \omega^2 \left[ U_j \alpha_{ij} + \sum_{k=1}^{n_1} D_{kj} \alpha_{ik} \right]; \quad (6)$$

$$h_i(\omega) - \omega^2 \sum_{s=1}^n m_s h_s(\omega) \alpha_{is} = \omega^2 \left[ V_j \beta_{ij} + \sum_{k=1}^{n_1} G_{kj} \alpha_{ik} \right]; \quad (7)$$

причем  $i, s = 1, 2, \dots, n$ ;  $k = 1, 2, \dots, n_1$ ;  
 $\omega \in [0; \omega_0]$

Расчет по (6) и (7) повторяется для каждого из указанных дисбалансов, после чего находим

суммарное значение предельного прогиба в заданной контрольной точке и для заданной угловой скорости:

$$r^m(\omega) = \left[ \sum_{j=1}^n \left[ \left( r_j^m(\omega) \right)^2 + \left( h_j^m(\omega) \right)^2 \right] \right]^{0.5}$$

Далее рассчитывается коэффициент эффективности балансировки:

$$\gamma^m(\omega) = r^m(\omega) / r_0^m(\omega). \quad (8)$$

Аналогично выполняется вероятностная оценка эффективности балансировки по базовой технологии. Такая оценка представляется чрезвычайно важной, т.к. она позволяет сделать вывод о целесообразности перехода на новый комбинированный способ балансировки в (N+2) плоскостях коррекции.

Базовая технология включает в себя следующие операции [1, 4-7, 9]: балансировка центрального вала в сборе с коррекцией дисбаланса за счет съема материала в двух заранее оговоренных плоскостях; сборка и балансировка первого промежуточного балансировочного узла, включающего в себя вал и два смежных рабочих колеса компрессора; сборка и балансировка второго, третьего и т.д. промежуточных балансировочных узлов, причем каждый последующий узел отличается от предыдущего двумя дополнительными смежными рабочими колесами. При этом, в отличие от предлагаемой технологии, на каждом этапе выполняется не только измерение, но и коррекция дисбалансов в плоскостях, которые проходят через центры масс вновь устанавливаемых колес.

При базовой технологии статические дисбалансы колес устраняются из числа факторов, вызывающих динамический прогиб. Однако такими факторами остаются моментные дисбалансы и связанные с ними соответствующие корректирующие массы.

Пусть  $k$  – номер балансируемого узла,  $(2k-1)$  и  $2k$  – номера образующих этот узел рабочих колес (нумерация ведется от левой опоры) Тогда прогибы, создаваемые моментным дисбалансом  $(2k-1)$  колеса и соответствующих ему корректирующих масс определяются из уравнений:

$$h_i - \omega^2 \sum_{s=1}^n m_s h_s \alpha_{is} = \omega^2 V \left( \beta_{i,2k-1} + \frac{\alpha_{i,2k} - \alpha_{i,2k-1}}{l_k} \right), \quad (9)$$

причем  $i, s = 1, 2 \dots n$ ;  $l_k$  – расстояние между центрами масс указанных колес.

Динамические прогибы от моментного дисбаланса  $2k$  колеса будут найдены аналогично:

$$h_i - \omega^2 \sum_{s=1}^n m_s h_s \alpha_{is} = \omega^2 V \left( \beta_{i,2k} + \frac{\alpha_{i,2k} - \alpha_{i,2k-1}}{l_k} \right), \quad (10)$$

причем  $V$  – предельное (с заданной вероятнос-

тью) значение моментного дисбаланса, принимаемое здесь для всех дисков одинаковым.

Из уравнений (9) и (10) найдем прогибы  $h_{m,2k-1}$  и  $h_{m,2k}$ , т.е. прогибы в  $m$ -й точке контроля, создаваемые моментными дисбалансами колес  $(2k-1)$  и  $2k$ , соответственно. Суммарный прогиб, создаваемый всеми моментными дисбалансами будет равен:

$$r_m = \left[ \sum_{k=1}^{n_1} \left( h_{m,2k-1}^2 + h_{m,2k}^2 \right) \right]^{0.5}$$

Далее определяется коэффициент эффективности  $\gamma^m(\omega)$  по (8).

На рис. 1 изображены графики зависимости  $\gamma^m(\omega)$  построенные по результатам расчета, проводимого для базовой (кривая 1) и для предлагаемой технологиям (кривая 2) для роторов компрессорных агрегатов “Синтезгаз” 103J463B5 (рис. 1), 2BCL-306a (рис. 2). Предельные значения моментного и статического дисбалансов были приняты равными  $V=10^{-4}$ кг·м<sup>2</sup> и  $U=10^{-4}$ кг·м. Точка контроля прогибов принималась на расстоянии 0,4l от левой опоры.

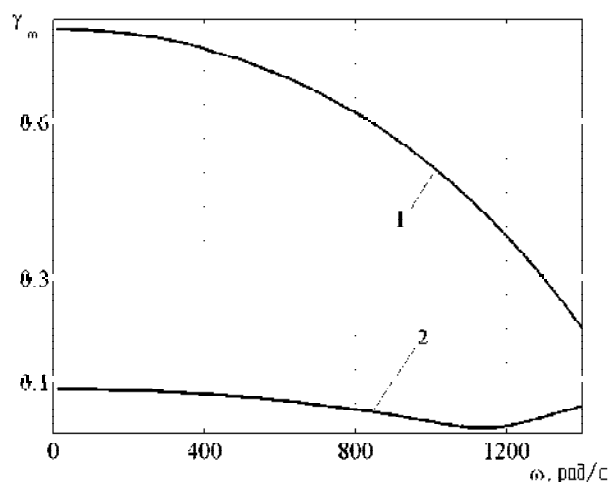


Рис. 1. Результаты расчета  $\gamma^m(\omega)$  для ротора турбокомпрессора 103J463B5

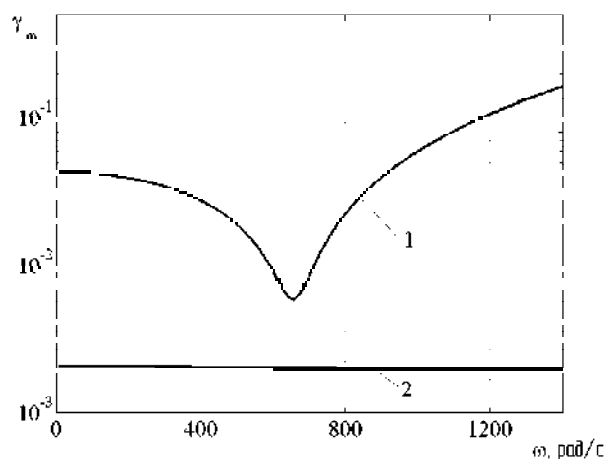


Рис. 2. Результаты расчета  $\gamma^m(\omega)$  для ротора турбокомпрессора 2BCL-306a

## ВЫВОДЫ

1. Из анализа приведенных результатов можно заключить, что эффективность балансировки в (N+2) плоскостях коррекции значительно превышает эффективность, достигаемую по базовой технологии. При этом трудоемкость предлагаемых методов балансировки заметно меньше, по сравнению с базовой технологией. Все это позволяет сделать вывод о целесообразности перехода на новые способы уравнивания, которые способствуют существенному снижению виброактивности роторных систем и, кроме того, заметно снижают трудоемкость балансировки.

2. Во всех указанных выше случаях эффективность низкочастотной балансировки представляется некоторой вероятностной характеристикой, определяемой, значением предельного (т.е. отвечающего заданной вероятности) уровня вибрации, возбуждаемой остаточным дисбалансом, или долей роторов из некоторой выборки, для которых уровень вибрации оставался бы в пределах установленной нормы. Таким образом, вероятностная оценка эффективности балансировки может быть получена на основании данных вероятностного расчета начального и остаточного дисбалансов.

3. Динамический расчет полноразмерного изделия оказывается чрезвычайно сложным и недостаточно надежным вследствие неточной информации относительно большого числа исходных данных. Эту трудность можно избежать, если определять относительную эффективность низкочастотной балансировки не в условиях полноразмерного изделия, а для ротора, установленного на абсолютно жестких опорах. Тогда в качестве критериев эффективности могут выс-

тупать коэффициенты, отражающие степень снижения динамических прогибов или реакций, достигаемую в результате балансировки.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Корнеев Н.В.* Методы прогнозирования и снижения вибрации гибких систем турбоагрегатов. Монография. М.: Компания Спутник+, 2007, С. 157.
2. *Корнеев Н.В.* Многокритериальная оптимизация дисбаланса гибких роторных систем // Известия Самарского научного центра РАН. 2008. Т.9. №3. С. 830...834
3. *Корнеев Н.В.* Аналитическая и статистическая оптимизация уровня дисбаланса гибких систем турбоагрегатов // Машиностроитель, 2007. №12. С. 25...28
4. *Корнеев Н.В.* Технология динамической балансировки роторов турбоагрегатов // Известия Самарского научного центра РАН. 2009. Т. 11. №5. С. 216...221.
5. *Корнеев Н.В.* Методология прогнозирования дисбаланса деталей и узлов турбоагрегатов // Машиностроитель. 2006. №7. С. 19...21
6. *Корнеев Н.В.* Алгоритмы прогнозирования эксплуатационного дисбаланса роторов турбоагрегатов // Экономика и производство. 2006. №3. С. 71...75
7. *Корнеев Н.В.* Методология прогнозирования начального дисбаланса турбоагрегатов в условиях сборки // Техника машиностроения. 2006. №3. С. 72...75
8. *Корнеев Н.В.* Многокритериальная параметрическая оптимизация динамических характеристик роторных систем турбоагрегатов // Наука-производству. 2006. №6. С. 44...46
9. *Korneev N.V.* Forecasting of a vibration level of nonrigid rotary tables of compressor units from an out-of-balance with allowance for of series of the random mechanical, gaseous dynamic and operation factors. Programm Abstracts Internationaler Kongress&Fachmesse «Ökologische, Technologische und Rechtliche Aspekte der Lebensversorgung», EURO-ECO Hannover 2009, Europäische wissenschaftliche Gesellschaft e.V. in Hannover, Europäische Akademie der Naturwissenschaften e.V. in Hannover Leibniz Universität Hannover, Universität Bremen, P. 45...47

## PRINCIPLES OF PROBABILITY ANALYSIS OF TRIMMING OF NONRIGID ROTARY TABLES OF TURBOCOMPRESSORS

© 2011 N.V. Korneev

Volga State University of Service, Togliatti

In the article the philosophys of probability analysis of trimming of nonrigid rotary tables of turbocompressors are esteemed. The procedure of an assessment of efficacy of low frequency trimming, founded on datas of probability account of an initial and residual out-of-balance is resulted. The outcomes of a numerical analysis of existing and new methods of trimming are mirrored conducted on the indicated procedure it is ground of experimental data.

Keywords: probability analysis, out-of-balance, trimming, turbocompressor, rotary table