

УДК 630\*32:519.873

**Н.Ю. Юдина, Р.А. Щеглов**

Юдина Надежда Юрьевна родилась в 1955 г., окончила в 1973 г. Воронежский государственный университет, кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной техники и информационных систем Воронежской государственной лесотехнической академии. Имеет более 20 печатных трудов в области САПР лесозаготовок.

E-mail: unu@list.ru



Щеглов Роман Александрович родился в 1976 г., окончил в 1999 г. Воронежскую государственную лесотехническую академию, ассистент кафедры технологии и оборудования лесопромышленного комплекса. Имеет более 10 печатных трудов в области механизации процесса лесовосстановления.

E-mail: ra\_sh@mail.ru



**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ  
В СИСТЕМЕ ГИДРОПРИВОДОВ РАБОЧИХ ОРГАНОВ  
ЛЕСНЫХ МАШИН**

Разработана математическая модель, описывающая в динамике работу гидропривода машин лесного хозяйства; определены фактические значения давления, хода штока гидроцилиндра; рассчитаны силовой баланс гидродвигателя, угловая скорость гидромотора, а также погрешности, связанные с утечкой жидкости через уплотнения различных агрегатов.

*Ключевые слова:* гидропривод, гидроцилиндр, гидросистема, математическая модель.

Системы гидропривода рабочих органов лесных машин построены, как правило, из стандартизованных, унифицированных элементов: гидроцилиндров, гидромоторов, распределителей, клапанов, насосов. Анализ схем показал, что практически отсутствуют варианты, когда было бы включено более трех гидродвигателей. Число насосов, питающих рабочей жидкостью действующий фрагмент гидросхемы, обычно равно 1 (исключение составляет сучкорезная машина ЛП-33).

Следовательно, анализ работы любой гидросистемы привода можно представить как поочередный анализ работы ее фрагментов, в каждом из которых не более трех гидродвигателей и один насос. Поскольку используемые гидроагрегаты в разных схемах совершенно идентичны по принципу действия, то математическое описание их работы будет одинаковым по структуре для разных фрагментов и разных гидросхем.

Для описания и анализа нами выбран фрагмент гидросхемы привода, включающий в себя 3 гидроцилиндра, 1 гидромотор, 1 насос с разгрузочно-предохранительным клапаном и тремя распределителями (по одному на линии питания каждого гидродвигателя).

Обычно при проектировании и описании системы гидропривода используют статическое представление о характере нагрузки на гидродвигатели и реакции гидросистемы на эти нагрузки. Полагают, что давление в гидросистеме мгновенно установится таким, что гидроцилиндры и гидромоторы начнут преодолевать приложенные нагрузки и придут в движение. Скорость движения выходных звеньев гидродвигателей назначается заранее и обеспечивается тем расходом, который насос подает в гидросистему. Так, при отсутствии нагрузок устанавливается низкое давление. При проектной нагрузке и выбранных рабочих размерах гидроцилиндров в системе должно действовать расчетное давление. Справедливо беспокоясь о преодолении неучтенных динамических нагрузок, проектировщик увеличивает исходную статическую нагрузку в 1,15 – 1,30 раза.

Целью проводимого исследования является построение имитационной модели, которая бы учитывала давление в системе и давала возможность проведения силового баланса гидродвигателя. При этом должно быть учтено не только возможное изменение внешней статической нагрузки, но и дополнительная инерционная нагрузка, вызванная перемещением масс, присоединенных к выходным звеньям гидродвигателей.

Это означает, что необходимо связать три одновременно протекающих процесса:

- изменение давления в гидросистеме;
- перемещение  $dS$  поршней в гидроцилиндрах и ротора гидромотора, связанное с текущим изменением давления;
- возникновение инерционных сил, зависящих от ускорений, которые, в свою очередь, являются второй производной от перемещения.

Связующим звеном между этими тремя процессами служит баланс объемов жидкости и гидросистемы. Это означает, что объем жидкости, в течение интервала времени  $dt$  поступающий из насоса в гидросистему, где к этому моменту уже было какое-то начальное давление  $p_{нач}$ , должен найти себе место в гидросистеме, отодвинув поршни и повернув ротор гидромотора. При этом надо учесть, что часть поступившего объема будет одновременно затрачиваться на компенсацию неизбежных утечек в уплотнениях включенных агрегатов гидросистемы и сжатия той жидкости, которая уже находилась в гидросистеме к моменту начала интервала времени  $dt$ ; на заполнение дополнительно возникшего объема гидросистемы из-за деформации стенок жестких и гибких магистралей, если в интервале  $dt$  возникло повышенное давление  $dp$ .

Среднее давление в системе в интервале  $dt$  составит  $p_{нач} + dp / 2$ , этим давлением будет преодолеваться внешняя статическая и инерционная нагрузки. Если давление в системе будет недостаточно для преодоления нагрузки, перемещений на гидродвигателях не будет. Величина  $dp$  при этом будет значительной. Если давление в системе становится больше давления настройки предохранительного клапана, то он приоткроется, и в балансе объемов надо будет учесть количество жидкости, которое уйдет из системы через клапан.

Изложенный методологический подход к определению динамики параметров гидросистемы достаточно корректен и должен дать вполне достоверные результаты. Это объясняется тем, что из всего набора процессов, происходящих в гидросистеме, не учтены лишь волновые процессы, т. е. те, которые связаны со скоростью распространения волны давления в магистрали. Будь это сделано, описывающая система уравнений резко усложнилась бы. Однако на рассматриваемом интервале времени  $dt$  давление не изменится, так как на него накладываются колебания давления звуковой частоты. Перемещения на эти колебания давления не реагируют.

В рассматриваемой схеме длина магистрали от насоса до распределителей обычно невелика, поэтому гидравлическими потерями можно пренебречь, следовательно

$$p_{1.0} = p_{2.0} = p_{3.0} = p_{к.к} = p_n,$$

где  $p_{1.0}, p_{2.0}, p_{3.0}$  – текущее значение давления на входе соответственно в первый, второй, третий гидроцилиндры;

$p_{к.к}$  – давление на клапан;

$p_n$  – начальное давление.

Гидравлические потери в магистрали от входа в распределитель до гидродвигателя пропорциональны квадрату расхода и могут быть связаны с параметрами расчетного режима. Например, в первой линии

$$\frac{p_n - p_{1.2}}{p_n^* - p_{1.2}^*} = \left( \frac{dS_1 / dt}{u_1^*} \right)^2, \quad (1)$$

где  $p_n^*$  – расчетное начальное давление;

$p_{1.2}^*$  – расчетное давление на входе в гидродвигатель (первая линия);

$\frac{dS_1}{dt} = u_1$  – текущая скорость поршня;

$u_1^*$  – скорость поршня на расчетном режиме первой линии.

Вместо соотношения расходов в уравнении (1) использовано равное ему соотношение скоростей.

Давление на входе в гидродвигатель

$$p_{1.2} = p_n - (p_n^* - p_{1.2}^*) \left( \frac{dS_1 / dt}{u_1^*} \right)^2. \quad (2)$$

С учетом того, что в сливной линии давление на выходе нулевое, получаем давление за гидродвигателем:

$$p_{1.3} = p_{1.2}^* \left( \frac{dS_1 / dt}{u_1^*} \right)^2, \quad (3)$$

где  $p_{1.3}^*$  – расчетное давление за гидродвигателем.

Аналогично имеем для двух других линий:

$$p_{2.2} = p_1 - (p_1^* - p_{1.2}^*) \left( \frac{dS_2 / dt}{u_2^*} \right)^2; \quad (4)$$

$$p_{2.3} = p_{2.3}^* \left( \frac{dS_2 / dt}{u_2^*} \right)^2; \quad (5)$$

$$p_{3.2} = p_n - (p_n^* - p_{3.2}^*) \left( \frac{d\varphi_3 / dt}{2\pi n_m^*} \right)^2; \quad (6)$$

$$p_{3.3} = p_{3.3}^* - \left( \frac{d\varphi_3 / dt}{2\pi n_1^*} \right)^2, \quad (7)$$

где  $\frac{dS_2}{dt} = u_2$  – текущая скорость поршня;

$u_2^*$  – скорость поршня в расчетном режиме второй линии;

$n_1^*$  – число оборотов вала.

В последних двух соотношениях использованы угловые скорости вала мотора:  $\frac{d\varphi_3}{dt} = \omega_3$  – текущая и  $2\pi n_1^* = \omega_3^*$  – расчетная.

Необходимо учесть величину утечек через уплотнения различных агрегатов. Например, в насосе

$$Q_{ут.н} = Q_{ут.н}^* \sqrt{\frac{p_n}{p_n^*}}, \quad (8)$$

где  $Q_{ут.н}^*$  – паспортная величина утечек при расчетном давлении.

Аналогично считают для остальных распределителей.

При подключении гидромотора учитывают утекающий расход:

$$Q_{ут.м} = Q_{ут.м}^* \sqrt{\frac{p_n}{p_n^*}} \quad (9)$$

Из формул (8), (9) следует, что суммарные утечки жидкости в системе

$$Q_{ут} = k_{ут} \sqrt{p_n}, \quad (10)$$

где  $k_{ут} = \sum \frac{Q_{ут.и}}{\sqrt{p_n^*}}$  (зависит от набора агрегатов  $i$ , подключенных в данный

момент к давлению за насосом).

При анализе силового баланса в гидродвигателях необходимо рассмотреть силы, которые возникают по обе стороны поршня при перепаде давления:  $F_p$  – сила, направленная на преодоление статической нагрузки  $F_c$ ;  $F_{тр}$  – сила трения в уплотнениях; сила инерции.

Например, для первого гидроцилиндра определим силу, направленную на преодоление статической нагрузки:

$$F_{p1} = p_{1.2} \frac{\pi D_1^2}{4} - p_{1.3} \frac{\pi(D_1^2 - d_1^2)}{4} = F_{cl} + F_{тр} \cdot \text{sign}(dS_1) + m_1 \frac{d^2 S_1}{dt^2}, \quad (11)$$

где  $D_1$  и  $d_1$  – диаметры штока толкателя, стандартное соотношение  $d_1/D_1 \approx 0,5$ ;  $m_1$  – масса первого клапана.

Внешняя статическая нагрузка может быть постоянной или меняться при движении поршня от  $S_1$  до  $S_{\max}$  – ход штока гидроцилиндра. Сила трения в уплотнениях на расчетном режиме по статистике составляет около 6 % от  $F_{p1}^*$  – расчетное значение  $F_p$ . При этом на других режимах одна половина силы трения постоянна, другая – линейно зависит от рабочего давления. Поэтому

$$F_{тр1} = 0,03F_{p1}^* + 0,03F_{p1}^* \frac{p_H}{p_H^*} = 0,03F_{p1}^* \left(1 + \frac{p_H}{p_H^*}\right). \quad (12)$$

Знак силы трения зависит от направления перемещения поршня.

С учетом (2), (3), (12) из (11) получаем

$$p_H - \left(\frac{dS_1}{dt}\right)^2 \frac{p_H^* - (p_{1.2}^* - 0,75p_{1.3}^*)}{(u_1^*)^2} = \frac{4F_{cl}}{\pi D_2^2} + 0,03[p_H^* - (p_{1.2}^* - 0,75p_{1.3}^*)] \times \\ \times \left(1 - \frac{p_H}{p_H^*}\right) \cdot \text{sign}(dS_1) + m_1 \frac{d^2 S_1}{dt^2} \frac{4}{\pi D_1^2}. \quad (13)$$

Проведем аналогичные расчеты для второго и третьего гидроцилиндров.

Для гидромотора подобное соотношение получается из условия равенства моментов на роторе:

$$p_H - \left(\frac{d\varphi_3}{dt}\right)^2 \frac{p_H^* - (p_{3.2}^* - p_{3.3}^*)}{(2\pi n_{m1}^*)^2} = \frac{2\pi M_{c3}}{q_{m3}} + \\ + p_H^* - (p_{3.2}^* - p_{3.3}^*)(1 - \eta_{мех}^*) \cdot \text{sign}(dS_1) + \frac{2\pi J_3}{q_{m3}} \frac{d^2 \varphi}{dt^2}. \quad (14)$$

Здесь  $\eta_{мех}^*$  – механический КПД гидромотора в расчетном режиме.

Соотношения (13), (14) можно использовать для определения изменения  $p_H$ ,  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $\varphi_3$  во времени.

Общее решение в виде конечных формул давления, перемещений и скоростей получить невозможно, поскольку коэффициенты в уравнениях не постоянны, а изменяются во времени. Получить решение в данном случае можно для конкретных исходных данных численным интегрированием уравнений. Подготовка уравнений к решению сводится к их линеаризации, т.е. в конечном интервале времени  $\Delta t$  изменение всех параметров системы представляется линейным. В достаточно малом интервале времени  $\Delta t$  такое

допущение вполне корректно и позволяет связать начальные и конечные значения параметров.

Решение сводится к подбору величины  $\Delta p$ , позволяющей получить такие значения  $\Delta S_1$ ,  $\Delta S_2$ ,  $\Delta \varphi_3$ ,  $\Delta x$ , которые в сочетании с этим  $\Delta p$  удовлетворяли бы условию

$$q_n n_n \Delta t = \left( k_{yt} \sqrt{p_{нач} + \frac{\Delta p}{2}} + Q_{кл} \right) \Delta t + \Delta W_1 \Delta W_2 \Delta W_3, \quad (15)$$

где

$q_n$  – рабочий объем насоса;

$n_n$  – частота вращения насоса;

$Q_{кл}$  – объем жидкости, проходящей через клапан;

$\Delta W_1, \Delta W_2, \Delta W_3$  – объем жидкости, поступивший соответственно в первый, второй и третий гидроцилиндры.

Значение  $\Delta p$  подбирают последовательным приближением. Точность решения можно считать удовлетворительной, когда разница между левой и правой частями уравнения (15) будет не более 0,1 % от левой части.

*N.Yu. Yudina, R.A. Shcheglov*

#### **Mathematical Process Simulation in Hydraulic Drives System of Operating Elements in Forest Machines**

The mathematical model is developed describing in dynamics the operation of hydraulic drive for forest machines; the actual pressure values and hydrocylinder shaft stroke are determined; the power balance and angular velocity of hydraulic engine are calculated as well as defects caused by fluid leakage through sealing of different units.

Keywords: hydraulic drive, hydrocylinder, hydraulic system, mathematical model.