

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ ТОЧЕК ХОЛОДИЛЬНИКА МНЛЗ

Ю.А. Шамрай, магистрант, Е.В. Ошовская, канд. техн. наук,
В.А. Сидоров, доктор техн. наук
Донецкий национальный технический университет

Разработана математическая модель для определения траекторий движения контрольных точек на подвижных балках холодильника МНЛЗ. Приведена оценка адекватности математической модели. Представлены результаты расчёта траекторий.

Ключевые слова: холодильник МНЛЗ, подвижные балки, гидроцилиндр, рычажный механизм, траектория, математическая модель.

Для перемещения и охлаждения заготовки, получаемой на МНЛЗ, используются холодильники с шагающими балками и гидравлическим приводом (рисунок 1).

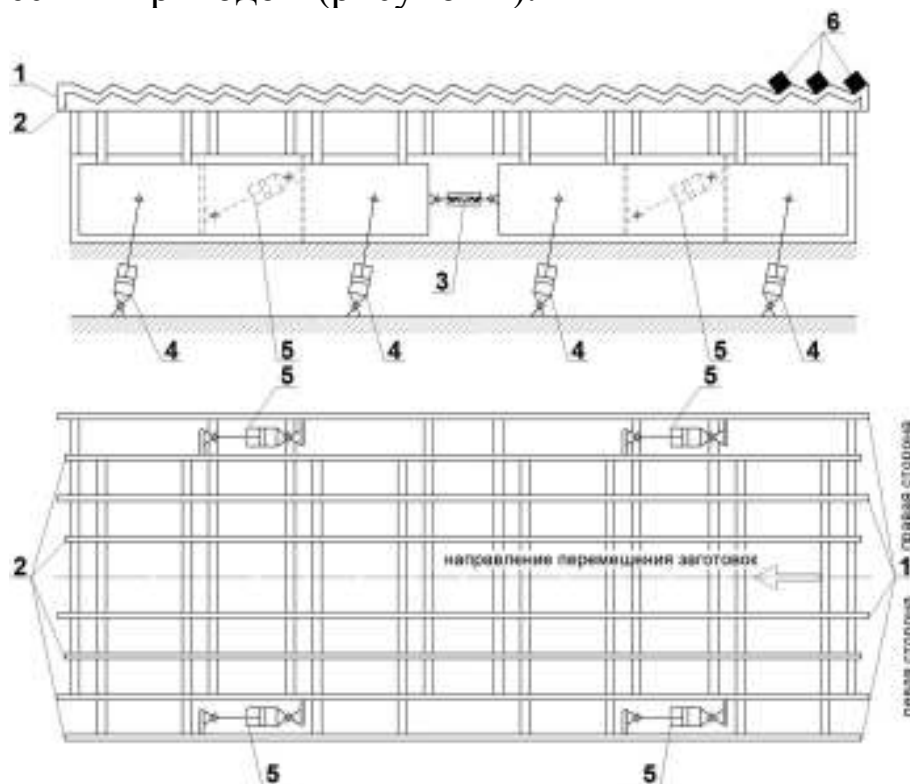


Рисунок 1 – Принципиальная схема холодильника МНЛЗ:
1 – неподвижные балки; 2 – подвижные балки; 3 – фаркопф;
4 – гидроцилиндры вертикального перемещения подвижных балок;
5 – гидроцилиндры горизонтального перемещения подвижных балок; 6 – заготовки

Одним из основных требований к данной машине является синхронная работа гидроцилиндров вертикального перемещения, участвующих в передвижении одной балки, так как это влияет на перемещение заготовок и на распределение нагрузок, действующих на крепление гидроцилиндра горизонтального перемещения балки. Контролировать функционирование гидроцилиндров можно по давлению в поршневой и штоковой полостях, а также по параметрам вибрации. Авторами предлагается дополнить указанные параметры отслеживанием траекторий движения контрольных точек на подвижных балках холодильника. Для распознавания технического состояния гидропривода холодильника и выявления отклонений в работе необходимо иметь «эталонные» траектории движений контрольных точек подвижных балок, рассчитать которые возможно аналитически.

В работе [1] представлена математическая модель кинетических параметров холодильника МНЛЗ, позволяющая рассчитывать положение шарниров крепления гидроцилиндров, их линейные скорости и ускорения. При этом в конструкции холодильника была выделена структурная группа (рисунок 2), представляющая собой рычажный механизм с параллелограммной системой АВЕF.

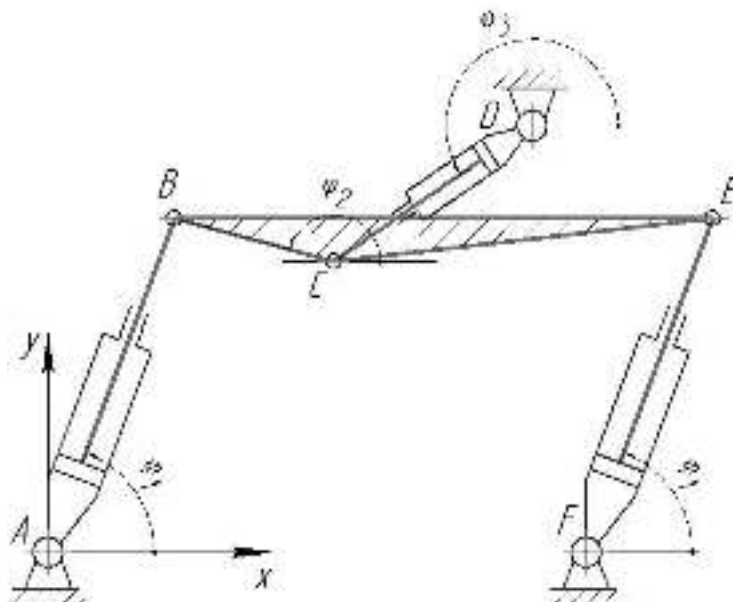


Рисунок 2 – Расчётная схема структурной группы холодильника

В данной структурной группе гидроцилиндры вертикального перемещения балок представлены звеньями АВ и FE, а гидроцилиндр горизонтального перемещения – звеном CD. Точки В, С и Е соответствуют центрам осей крепления цилиндров на подвижной балке. При синхронной работе гидроцилиндров вертикального

перемещения длины звеньев АВ и FE равны, т.е. $l_{AB}=l_{FE}$. Углы φ_i ($i=1\dots3$) характеризуют положение звеньев механизма в произвольный момент времени. Определение угла φ_1 в зависимости от хода гидроцилиндра вертикального перемещения сводится к нахождению корней уравнения 4-й степени с последующим выбором одного из значений, что является наиболее трудоёмкой процедурой в описанной математической модели [1] и не всегда приводит к однозначному решению.

В данной статье представлена усовершенствованная математическая модель для определения углов положения звеньев и траекторий движения шарниров рычажного механизма, выделенного в структуре холодильника МНЛЗ.

При разработке модели рассматривался контур ABCD, представляющий собой часть структурной группы (рисунок 2). Анализ цикла движения холодильника, который включает 4 этапа:

- 1) подъём подвижных балок вместе с заготовками (рабочий ход – выдвигание штоков гидроцилиндров вертикального перемещения);
- 2) горизонтальное перемещение подвижных балок (рабочий ход – выдвигание штоков гидроцилиндров горизонтального перемещения);
- 3) опускание подвижных балок в исходное положение (холостой ход – втягивание штоков гидроцилиндров вертикального перемещения);
- 4) горизонтальное перемещение подвижных балок в исходное положение (холостой ход – втягивание штоков гидроцилиндров горизонтального перемещения),

позволил сформировать 4 расчётные схемы для контура ABCD (рисунок 3) и выявить их подобие – каждая из схем представляет собой четырёхзвенный механизм с качающимся гидроцилиндром.

На этапах 1 и 3 звено АВ имеет переменную длину, которая зависит от хода гидроцилиндра вертикального перемещения, при этом звено CD имеет фиксированную длину и может поворачиваться вокруг точки D. При выдвигании и втягивании штока гидроцилиндра горизонтального перемещения (этап 2 и 4) изменяется длина звена CD, а звено АВ имеет постоянную длину и совершает качательное движение вокруг точки А. Звено ВС (принадлежащие подвижной балке холодильника) в исправном механизме совершает плоскопараллельное движение.

Последующее рассмотрение представленных расчётных схем позволило привести их к одной обобщающей схеме четырёхзвенного рычажного механизма (рисунок 4) с шарнирами в точках 1, 2, 3 и 4.

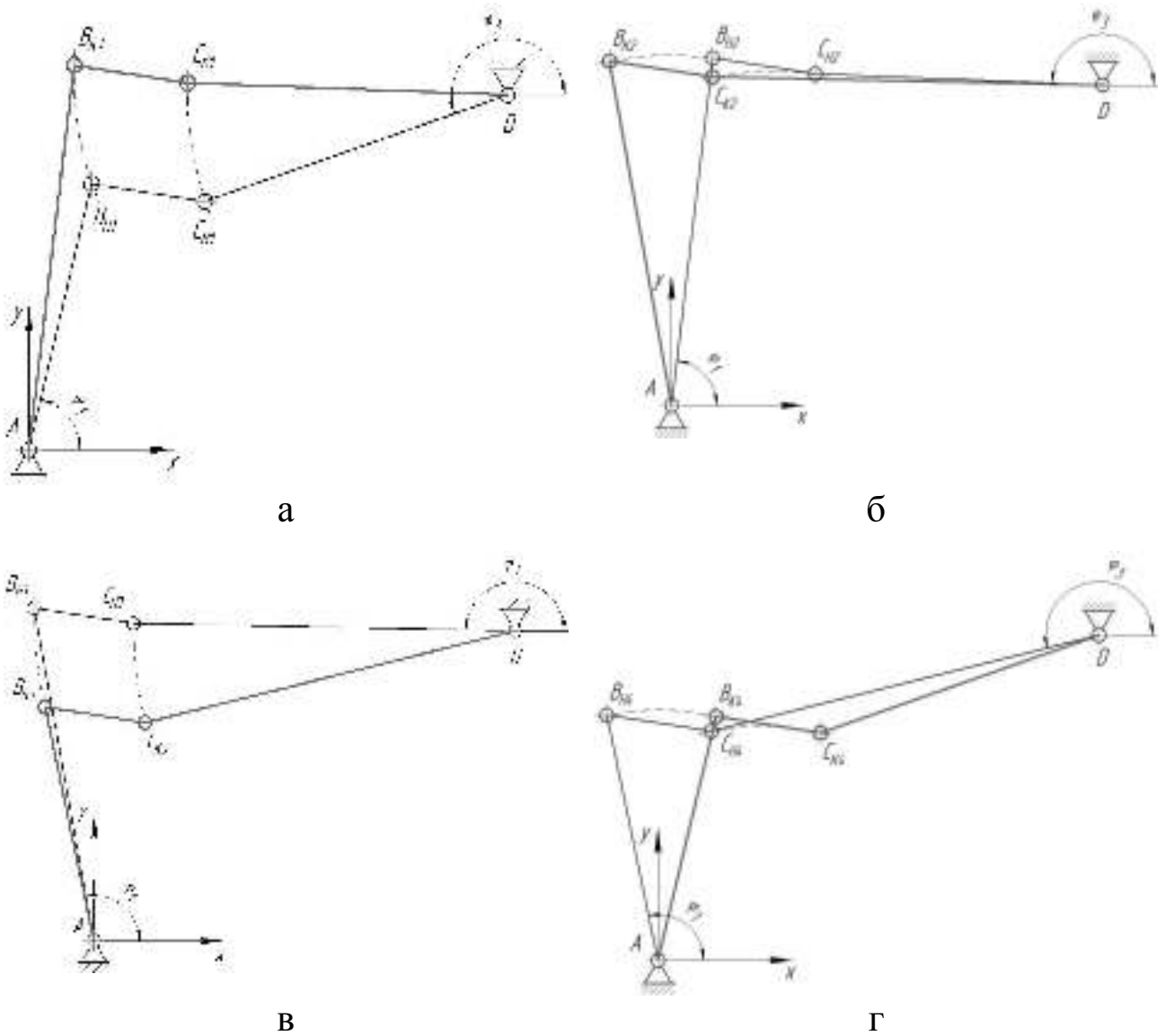
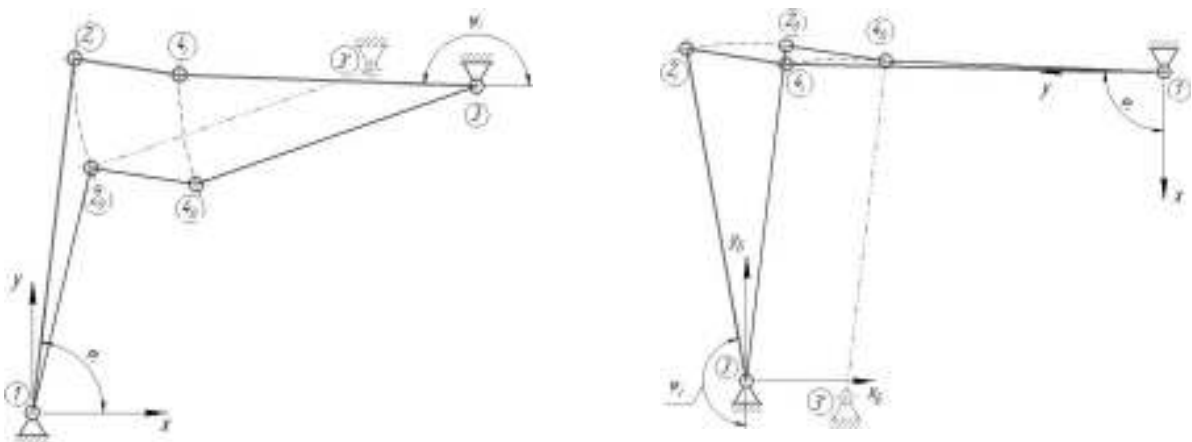


Рисунок 3 – Расчётные схемы рычажного контура ABCD на этапах движения 1 – 4 (а – г)



а

б

Рисунок 4 – Обобщающая расчётная схема четырёхзвенного механизма для этапов движения холодильника 1, 3 (а) и 2, 4 (б)

В данном механизме звено 1-2 соответствует гидроцилиндру, имеет переменную длину и совершает качательное движение вокруг точки 1. Положение звена 1-2 определяется углом φ_i . Звено 3-4 в процессе движения характеризуется неизменной длиной и поворачивается относительно точки 3, его положение описывается углом ψ_i . Звено 2-4 с фиксированной длиной движется плоскопараллельно.

При составлении математического описания обобщающего механизма в качестве исходных данных приняты:

- 1) координаты точек 1 и 3 – $(x_1; y_1)$, $(x_3; y_3)$;
- 2) координаты точек 2 и 4 в начальном положении – $(x_{2_0}; y_{2_0})$, $(x_{4_0}; y_{4_0})$;
- 3) приращение длины звена 1-2, соответствующее максимальному ходу гидроцилиндра вертикального перемещения ($s_{в.макс}$) или горизонтального перемещения ($s_{г.макс}$) – Δl_{12} .

Положение точки 4 относительно точки 2 в процессе движения сохраняется и может быть описано расстояниями:

$$\Delta x_{24} = x_{4_0} - x_{2_0} ; \Delta y_{24} = y_{4_0} - y_{2_0} . \quad (1)$$

Точка 3' – воображаемый центр поворота точки 2 – задается координатами:

$$x_{3'} = x_{2_0} + \Delta x_{34_0} , \quad y_{3'} = y_{2_0} + \Delta y_{34_0} , \quad (2)$$

где Δx_{34_0} , Δy_{34_0} – расстояния по осям x и y между точкой 3 и точкой 4 в начальном положении:

$$\Delta x_{34_0} = x_3 - x_{4_0} , \quad \Delta y_{34_0} = y_3 - y_{4_0} . \quad (3)$$

Расстояния между точками 1, 2, 3, 3' и 4 в начальном положении механизма:

$$\begin{aligned}
l_{34_0} &= \sqrt{(x_3 - x_{4_0})^2 + (y_3 - y_{4_0})^2} , \\
l_{13'} &= \sqrt{(x_1 - x_{3'})^2 + (y_1 - y_{3'})^2} , \\
l_{12_0} &= \sqrt{(x_1 - x_{2_0})^2 + (y_1 - y_{2_0})^2} .
\end{aligned} \tag{4}$$

Длина звена 1-2 является переменной и изменяется в диапазоне от l_{12_0} до $l_{12_0} + \Delta l_{12}$. Текущее положение звена 1-2 с длиной l_{12_i} характеризуется углом φ_i .

Для определения угла φ_i рассматривалось движение точки 2, которая перемещается по дуге окружности с воображаемым центром в точке 3' с координатами $(x_{3'}; y_{3'})$ и радиусом $l_{2_03'} = l_{34_0}$, что описывается уравнением:

$$(x_{2_i} - x_{3'})^2 + (y_{2_i} - y_{3'})^2 = l_{2_03'}^2 , \tag{5}$$

где x_{2_i} , y_{2_i} – текущие координаты точки 2.

Одновременно точка 2 принадлежит звену 1-2, поэтому её координаты можно найти по выражениям:

$$x_{2_i} = x_1 + l_{12_i} \cdot \cos \varphi_i , \tag{6}$$

$$y_{2_i} = y_1 + l_{12_i} \cdot \sin \varphi_i . \tag{7}$$

После подстановки (6), (7) в (5) и замены $\sin \varphi_i = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_i}$ получаем:

$$\begin{aligned}
&-2(x_{3'} - x_1) \cdot l_{12_0} \cdot \cos \varphi_i - 2(y_{3'} - y_1) \cdot l_{12_0} \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_i} = \\
&= l_{2_03'}^2 - l_{12_i}^2 - l_{13'}^2 .
\end{aligned} \tag{8}$$

Вводя переменные

$$A_i = -2(x_{3'} - x_1) \cdot l_{12_0} ; B_i = -2(y_{3'} - y_1) \cdot l_{12_0} ; C_i = l_{2_03'}^2 - l_{12_i}^2 - l_{13'}^2 , \tag{9}$$

выражение (8) принимает вид

$$A_i \cdot \cos \varphi_i + B_i \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_i} = C_i . \quad (10)$$

Выполнив разделение слагаемых и возведение в квадрат, выражение (10) сводится к квадратному уравнению:

$$a_2 z^2 + a_1 z + a_0 = 0 , \quad (11)$$

где a_0, a_1, a_2 – коэффициенты, значения которых вычисляются по формулам

$$a_2 = A_i^2 + B_i^2 ; \quad a_1 = -2 \cdot A_i \cdot C_i ; \quad a_0 = C_i^2 - B_i^2 ; \quad (12)$$

$$z - \text{переменная, } z = \cos \varphi_i . \quad (13)$$

Текущее значение угла φ_i соответствует корню уравнения (11) и находится по выражению:

$$\varphi_i = \arccos z_1 = \arccos \left(\frac{-a_1 - \sqrt{D}}{2a_2} \right) , \quad (14)$$

где D – дискриминант уравнения, $D = a_1^2 - 4a_2a_0$.

По найденному значению угла φ_i по формулам (6) и (7) рассчитываются координаты точки 2 ($x_{2_i}; y_{2_i}$), а затем координаты точки 4:

$$x_{4_i} = x_{2_i} + \Delta x_{24} , \quad y_{4_i} = y_{2_i} + \Delta y_{24} . \quad (15)$$

Угол ψ_i , характеризующий положение звена 3-4, вычисляется по выражениям:

$$\psi_i = \begin{cases} \pi + U_{34_i}, & \text{если } y_{4_i} < y_3; \\ \pi + U_{34_i}, & \text{если } y_{4_i} \geq y_3, \end{cases} \quad (16)$$

где U_{34_i} – угол равный

$$U34_i = \operatorname{arctg} \left| \frac{y_3 - y_{4_i}}{x_3 - x_{4_i}} \right|. \quad (17)$$

Приведенные зависимости (1) – (17) составляют основу усовершенствованной математической модели для определения углов положения звеньев и траекторий движения шарниров рычажного механизма, выделенного в структуре холодильника МНЛЗ (рисунок 2). Вычисления по формулам (1)-(17) выполняются 4 раза – для каждого этапа движения холодильника (рисунок 3), при этом учитывается расположение шарниров А, В, С, D и их соответствие точкам 1, 2, 3 и 4 в обобщающем механизме (таблица). Исходными данными усовершенствованной математической модели выступают: 1) координаты точек А, D – $(x_A; y_A)$, $(x_D; y_D)$; 2) координаты точек В, С в начальном положении – $(x_{B0}; y_{B0})$, $(x_{C0}; y_{C0})$; 3) максимальный ход гидроцилиндра вертикального перемещения – $s_{в.маx}$; 4) максимальный ход гидроцилиндра горизонтального перемещения – $s_{г.маx}$.

Таблица – Соответствие между обозначениями шарниров, точек и переменными в исходном и обобщающем механизмах

Номер этапа движения	Соответствие между обозначениями шарниров и точек				Приращение длины звена 1-2, Δl_{12}	Соответствие между углами	
	1	2	3	4		φ	ψ
1	А	В	D	С	$s_{в.маx}$	φ_1	φ_3
2	D	С	А	В	$s_{г.маx}$	$\varphi_3 = \frac{3}{2}\pi - \varphi$	$\varphi_1 = \frac{3}{2}\pi - \psi$
3	А	В	D	С	$-s_{в.маx}$	φ_1	φ_3
4	D	С	А	В	$-s_{г.маx}$	$\varphi_3 = \frac{3}{2}\pi - \varphi$	$\varphi_1 = \frac{3}{2}\pi - \psi$

Проверка адекватности разработанной математической модели была выполнена с помощью физической модели (рисунок 5), имитирующей часть холодильника МНЛЗ, соответствующую структурной группе, представленной на рисунке 2. Модель включала подвижную и неподвижную балки, два гидроцилиндра вертикального перемещения и один гидроцилиндр горизонтального перемещения.

Траектория движения точек подвижной балки фиксировалась путём непосредственной отрисовки. Для этого на поверхности подвижной балки перпендикулярно её продольной оси закреплялся маркер, а перед физической моделью неподвижно устанавливался лист бумаги. Далее на физической модели имитировался цикл движения холодильника. Полученное на бумаге изображение с траекторией движения сканировалось и оцифровывалось. На рисунке 6 приведены траектория движения шарнира В, полученная аналитически, и траектория, зафиксированная на физической модели. Максимальная абсолютная погрешность составила 5 мм, относительная погрешность при сопоставлении с ходом гидроцилиндров – 11,1 %, что является допустимым.

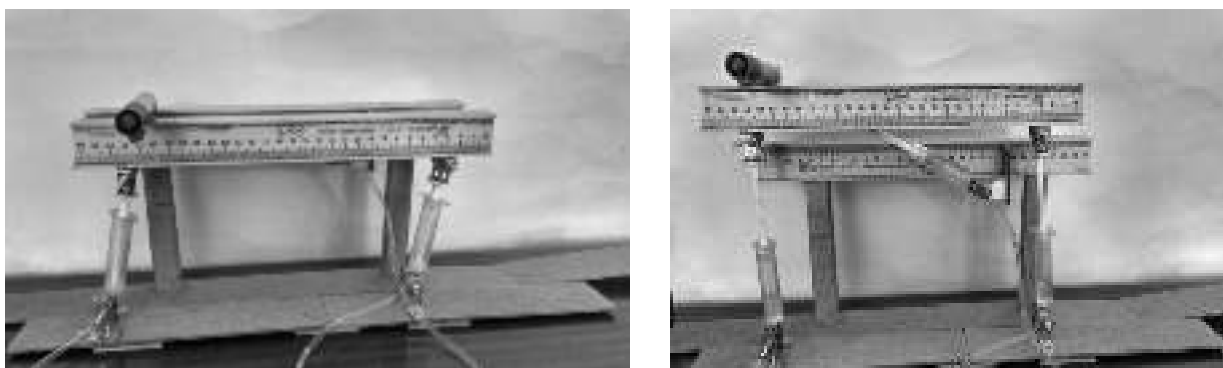


Рисунок 5 – Физическая модель части холодильника МНЛЗ

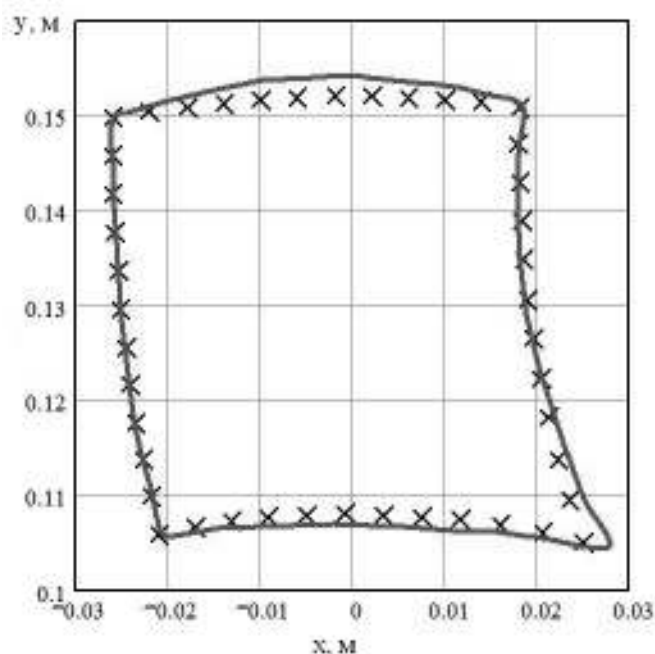


Рисунок 6 – Расчётная (x) и зафиксированная (—) на физической модели траектория движения шарнира В

Используя разработанную математическую модель, для реальной конструкции холодильника МНЛЗ были рассчитаны «эталонные» траектории движения точек, расположенных на подвижных балках, а именно, точек крепления гидроцилиндров вертикального и горизонтального перемещения (рисунок 7). Полученные траектории в дальнейшем будут сопоставлены с траекториями, полученными в условиях сталеплавильного цеха путём видеосъёмки цикла работы холодильника.

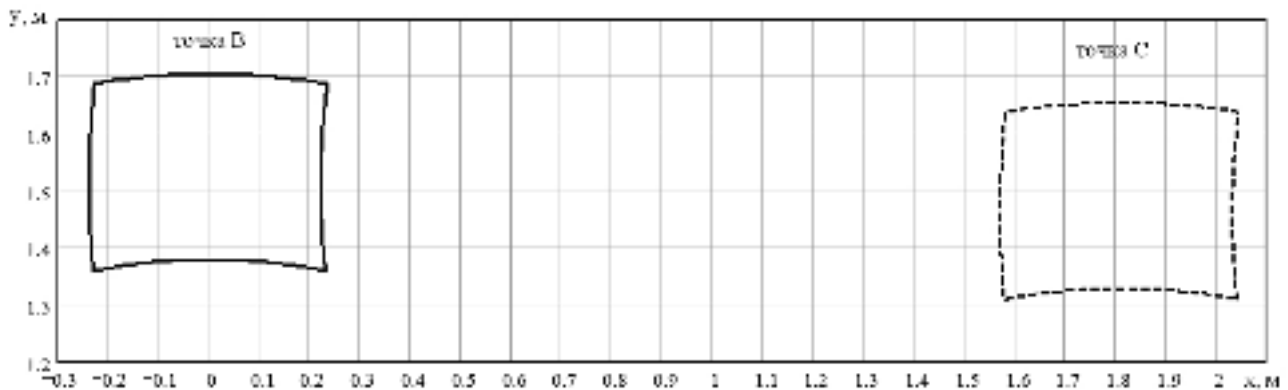


Рисунок 7 – «Эталонные» траектории движения точек крепления гидроцилиндров вертикального (точка В) и горизонтального (точка С) перемещения подвижных балок холодильника МНЛЗ

Таким образом, разработанная усовершенствованная математическая модель для определения траекторий движения контрольных точек на подвижных балках холодильника МНЛЗ является универсальной и менее трудоёмкой при выполнении вычислений, а получаемые результаты могут использоваться как при моделировании, так и при диагностировании неисправностей холодильника МНЛЗ с шагающими балками и гидроприводом.

Список источников.

1. Шамрай Ю.А. Математическая модель кинематических параметров холодильника МНЛЗ с шагающими балками / Ю.А. Шамрай, Е.В. Ошовская, В.А. Сидоров // Инновационные перспективы Донбасса, г. Донецк, 24-25 мая 2017 г. – Донецк: ДонНТУ, 2017. Т. 3: 3. Инновационные технологии проектирования, изготовления и эксплуатации промышленных машин и агрегатов. – 2017. – С. 113 - 118