УДК 629.7.06

МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ МАНИПУЛЯТОРА

Н.В. Шариков

Рассматриваются вопросы описания и моделирования процессов движения двухзвенного манипулятора при создании кинематической и динамической модели и оценки его быстродействия.

Ключевые слова: двухзвенный манипулятор, моделирование, система управления, кинематическая цепь, динамическая модель.

При проектировании робототехнических комплексов (РТК) штамповки возникает задача обеспечения их высокой производительности. Производительность РТК штамповки зависит от быстродействия роботов, удаляющих отштампованные детали в тару и перемещающие заготовки в штамп. На этих операциях, как правило, используются роботы простейшей кинематической структуры.

Проектирование роботов с заданными техническими характеристиками сопряжено с необходимостью обеспечения требуемых динамических характеристик, быстродействия системы, точностью воспроизведения заданных траекторных движений, стабильностью движения. Одним из путей достижения заданных характеристик является использование при проектировании и настройке роботов имитационного моделирования.

Метод моделирования позволяется существенно сократить время проектирования за счет уменьшения числа итераций при поиске решения на этапе эскизного проектирования. Моделирование процессов протекающих в робототехнических системах, позволяет получить эквивалент сигналов, действующих в роботах, учесть влияние различных факторов на робот и его звенья, оценить устойчивость, быстродействие, точность, оптимизировать отдельные блоки всю робототехническую систему в целом. Современные методы моделирования динамики робототехнических систем предполагают построение адекватной реальному роботу математической модели динамики и кинематики.

Динамическая модель робота позволяет оценить не только его конструктивные характеристики, но и быстродействие (время регулирования), характер динамических процессов (монотонный, апериодический, колебательный), оценить взаимовлияние звеньев при их совместном движении, выявить характер процессов изменения скорости и моментов.

Для исследования процессов в манипуляторе необходимо, прежде всего, составить его кинематическую модель, то есть модель связывающую перемещенье его звеньев с положением центра схвата в абсолютном пространстве.

Для указания местоположения точки в трехмерном пространстве достаточно определить её координаты в абсолютной (неподвижной) системе координат. При описании положения твердого тела с ним связывают собственную (связанную) систему координат. Три координаты начала связанной системы координат и три параметра, задающих ориентацию осей связанной системы координат по отношению к абсолютной (например, углы Эйлера), однозначно определяют положение связанной системы координат в абсолютной.

В международной практике большое распространение получил метод, основанный на использовании систем координат Денавита-Хартенберга. Предлагаемая работа посвящена моделированию динамических процессов в двухзвенном манипуляторе, применяющимся на операциях штамповки.

Исследуемый манипулятор, состоящий из двух звеньев: звена поворота вокруг вертикальной оси с обобщенной координатой q_1, и звена сдвига вдоль горизонтальной оси с обобщенной координатой q_2. Перемещение этих координат определяет положение манипулятора. Для описания кинематики манипулятора решим прямую (ПЗП) и обратную (ОЗП) задачи о положении.

Решение этих задач используется при построении рабочей зоны манипулятора. Также полученная система уравнений является исходной для решения последующих кинематических задач. Решение представляет собой совокупность нелинейных функций, которые устанавливают связь между обобщенными и декартовыми координатами манипулятора. На рис. 1 представлена кинематическая схема манипулятора.

Кодирование кинематической цепи проведем по методу Денавита-Хартенберга. Запишем уравнения связей абсолютных и относительных координат манипулятора и составим уравнения ПЗП:

- в общем виде

$$\bar{r}_B^8 = \begin{matrix} 0 \\ a \\ 0 \\ 1 \end{matrix}; \quad \bar{r}_B^0 = \bar{r}_B^8 \times B; \; B = \prod_{i=0}^{8} A_{i-1,i};$$

- с конкретными значениями параметров

$$A_{01} = \begin{matrix} \cos q_1 & 0 & \cos q_1 & 0 \\ \sin q_1 & 0 & -\cos q_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \qquad A_{12} = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix};$$

$$B = A_{01} \times A_{12}; \bar{r}_B^0 = \bar{r}_B^8 \times B.$$

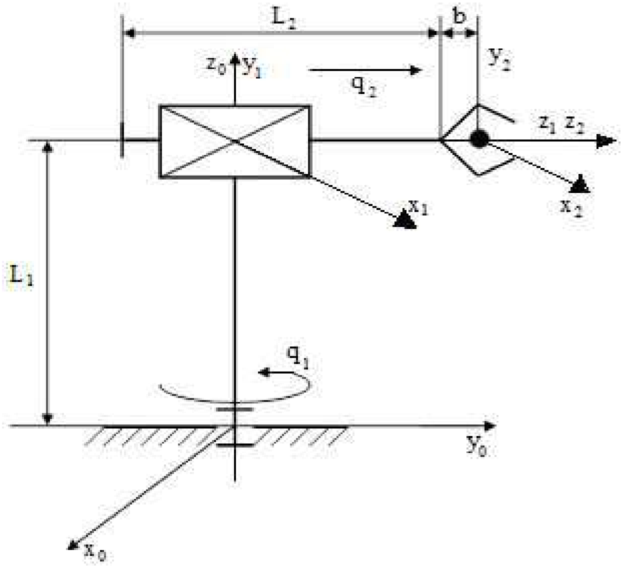


Рис. 1 Кинематическая схема манипулятора

Таким образом:

$$X = q_2 \cos q_1$$

$$Y = q_2 \sin q_1 \ .$$

$$Z = L_1$$

Получим уравнения кинематики манипулятора:

Звено №1:

$$x_1 = const,\ y_1 = const,\ z_1 = const = L_1;$$

$$V_{1x} = 0, V_{1y} = 0, V_{1z} = 0;$$

$$\omega_{1x} = 0; \omega_{1y} = 0; \omega_{1z} = \dot{q}_1.$$

Звено №2:

$$x_1 = q_2 \cos q_1,\ y_1 = q_2 \sin q_1,\ z_1 = const = L_1;$$

$$V_{2x} = \dot{q}_1 \cos q_1 - \dot{q}_1 q_2 \sin q_1, V_{2y} = \dot{q}_1 \sin q_1 + \dot{q}_1 q_2 \cos q_1, V_{1z} = 0;$$

$$\omega_{1x} = 0; \omega_{1y} = 0; \omega_{1z} = \dot{q}_1.$$

Получаем общую скорость звена выдвижения:

$$V_{2x}^2 + V_{2y}^2 = (\dot{q}_2 \cos q_1 - \dot{q}_1 q_2 \sin q_1)^2 + (\dot{q}_2 \sin q_1 - \dot{q}_1 q_2 \cos q_1)^2 =$$

$$= (\dot{q}_2 \cos q_1)^2 - 2\dot{q}_2 \dot{q}_1 q_2 \sin q_1 \cos q_1 + (\dot{q}_1 q_2 \sin q_1)^2 + (\dot{q}_2 \sin q_1)^2 +$$

$$+ 2\dot{q}_2 \dot{q}_1 q_2 \sin q_1 \cos q_1 + (\dot{q}_1 q_2 \cos q_1)^2 =$$

$$= \dot{q}_2^2 (\cos q_1^2 + \sin q_1^2) + q_2^2 \dot{q}_1^2 (\cos q_2^2 + \sin q_2^2) = \dot{q}_2^2 + q_2^2 \dot{q}_1^2$$

Обратная позиционная задача или обратная задача кинематики состоит в определении обобщенных координат робота по заданному положению и ориентации его выходного звена (схвата).Существуют различные методы решения обратной задачи кинематики, однако все они сопряжены с решением систем трансцендентных уравнений.

Воспользуемся тригонометрическим методом решения этой задачи

$$\begin{cases} x = (q_2 + b)\cos(q_1) \\ y = (q_2 + b)\sin(q_1) \end{cases}.$$

Найдем из системы уравнений q_1, для этого разделим y/x, тогда получаем

$$\frac{y}{x} = \mathrm{tg}(q_1).$$

Очевидно, что угол поворота первого звена можно найти как

$$q_1 = \arctan({}^{y}\!/\!{}_{x}).$$

Для нахождения q_2 воспользуемся тождеством $r^2 = x^2 + y^2$, тогда получим: $x^2 + y^2 = (q_2 + b)^2 \cos^2 q_1 + (q_2 + b)^2 \sin^2(q_1)$, очевидно что $\cos^2 q_1 + \sin^2 q_1 = 1$, тогда в итоге получаем $x^2 + y^2 = (q_2 + b)^2$, отсюда $q_2 = \sqrt{x^2 + y^2} - b$.

В результате получаем систему уравнений для нахождения обобщенных координат:

$$\begin{cases} q_1 = arctg({}^{y}\!/\!{}_{x}) \\ q_2 = \sqrt{x^2 + y^2} - b \end{cases}.$$

Совокупность изменяющихся во времени величин $q = \{q_1, q_2, ...q_n\}$, набор которых однозначно определяет взаимоположение звеньев робота, а следовательно, конфигурацию механической системы, называют обобщенными координатами. Для голономных механических систем число обобщенных координат n совпадает с числом степеней свободы.

Кроме кинематики большой интерес для исследователя представляет анализ динамики роботов. При выводе уравнений динамики робота в аналитическом виде могут быть использованы формализмы Лагранжа или Аппеля. В случае использования формализма Лагранжа необходимо вывести аналитические выражения для кинетической энергии и обобщенных сил, в случае использования формализма Аппеля – для энергии, ускорений, и преобразованных обобщенных сил. Для определения кинетической энергии МС необходимо в общем случае определить скорости центров масс всех твердых тел, составляющих систему и векторы угловых скоростей твердых тел. Кинетическая энергия твердого тела является инвариантом по отношению к преобразованию абсолютных систем координат.

Это позволяет вывести формулу преобразования тензора инерции при повороте

$$J_{ic} = M_{ic}[J_{ic}]M_{ic}^{T}.$$

После того как кинетическая энергия для каждого звена МС будет описана аналитически необходимо найти общую кинетическую энергию всей системы:

$$T = T_{OM} + \sum_{i=1}^{n} T_i .$$

Находим кинетическую энергию каждого звена:

$$T_1 = \frac{J_{1z}}{2}\dot{q}_1^2;$$

$$T_2 = \frac{m_0}{2}(\dot{q}_2^2 + \dot{q}_1^2 q_2^2) + \frac{J_{2z}}{2}\dot{q}^2 + \frac{m_2}{2}[\dot{q}_2^2 + \dot{q}_1^2 (q_2 - a)^2].$$

Моменты инерции звеньев:

$$J_{1z} = J_{z1};$$

$$J_{2z} = J_{z2} + m_0 q_2^2.$$

Примем

$$J_\Sigma = J_{z1} + J_{z2}.$$

После преобразований и подстановок получим:

$$T = \frac{J_\Sigma}{2}\dot{q}_1^2 + \frac{m_0 + m_2}{2}\dot{q}_2^2 + \frac{1}{2}\dot{q}_1^2(m_0 q_2^2 + m_2 q_2^2 - 2m_2 q_2 a + a^2).$$

Уравнения Лагранжа для каждого звена получим, дифференцируя общую кинетическую энергию системы поочередно по $\dot{q}_1, q_1, \dot{q}_2, q_2$.

В результате этой операции получим следующие уравнения звеньев:

<u>Звено №1:</u>

$$(J_\Sigma \ddot{q}_1 + [m_0 q_2^2 + m_2 (q_2 - a)^2] \cdot \ddot{q}_1 + 2m_2 (q_2 - a)\dot{q}_2 \dot{q}_1 + 2m_0 q_2 \dot{q}_2 \dot{q}_1 = M - M_c.$$

<u>Звено №2:</u>

$$(m_2 + m_0)\ddot{q}_2 - m_2 (q_2 - a)\dot{q}_1^2 - m_o q_2 \dot{q}_1^2 = F_2 - F_{mp}. \quad (1)$$

Объединим полученные уравнения в систему:

$$\begin{cases} \ddot{q}_1 = \dfrac{M - M_c - 2[m_0 q_2 + m_2(q_2 - a)]\dot{q}_2\dot{q}_1}{J_\Sigma + (m_2 + 2m_3)q_2^2} \\ \ddot{q}_2 = \dfrac{F_2 - F_{mp} + [m_0 + m_2(q_2 - a)]q_1^2}{(m_2 + m_0)} \end{cases}. \qquad (2)$$

Приводим полученную систему к нормальной форме Коши, заменяя $\dot{q}_n = p$:

$$\begin{cases} \dot{p}_1 = \dfrac{M_1 - M_c - 2[m_0 q_2 + m_2(q_2 - a)]p_2 p_1}{J_\Sigma + m_0 q_2^2 + m_2(q_2 - a)^2} \\ \dot{p}_2 = \dfrac{F_2 + (m_2 + 2m_3)p_1^2 q_2}{(m_2 + m_3)} \\ \dot{q}_1 = p_1 \\ \dot{q}_2 = p_2 \end{cases}. \qquad (3)$$

Анализируя полученную систему уравнений, составим модель динамики манипуляционной системы в пакете MathWorks MATLAB в частности в его компоненте Simulink. На рис. 2. представлена динамическая модель манипуляционной системы, полученная на основе уравнений (3). Модель является обобщенной и может быть использована для исследования роботов с различными параметрами, определяющими массогабаритные характеристики манипулятора.

Целью моделирования является определение быстродействия, характера протекающих процессов, определение взаимовлияния звеньев друг на друга при их одновременном движении и характера изменения скорости и моментов.

При моделировании были использованы следующие параметры: масса объекта манипулирования 2кг, скорость выдвижения схвата 0.6м/с, скорость поворота вокруг вертикальной оси 60°/с, остальные параметры были рассчитаны в процессе построения модели.

По результатам проведенных на модели исследований выявлены качественные оценки.

Время регулирования:

для модуля поворота

$$t_p = 0.8c;$$

для модуля выдвижения руки

$$t_p = 0.4c.$$

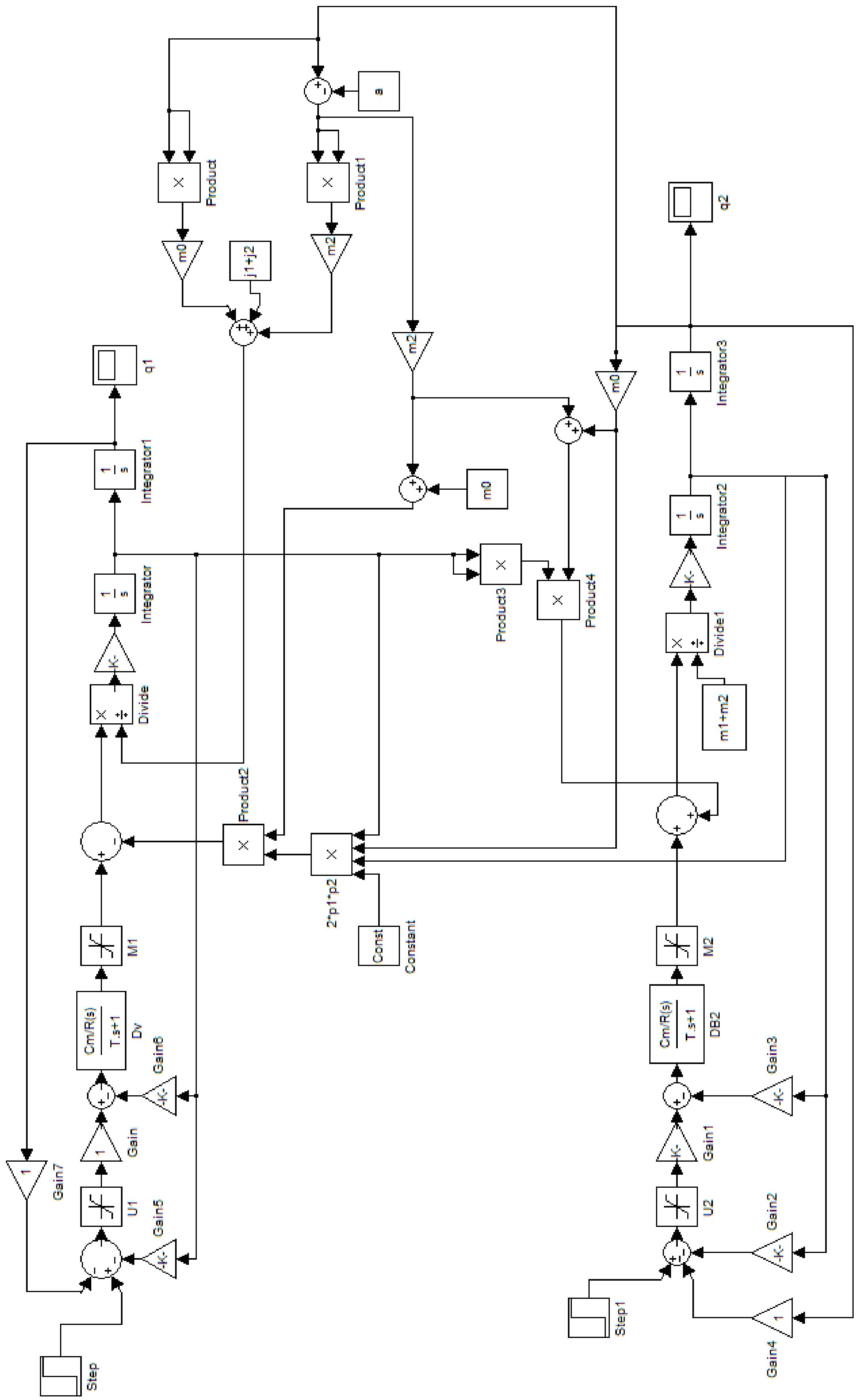


Рис.2 Динамическая модель манипуляционной системы

Перерегулирование:

$$\sigma = \frac{q_{\max} - q_{уст}}{q_{уст}} 100\%; \sigma = 0 \text{ - для модуля поворота}$$

$$\sigma = 0 \text{ - для модуля выдвижения руки}$$

Величина статической ошибки:

$$\xi = \frac{q_{жел} - q_{уст}}{q_{жел}}; \xi = 0 \text{ - для модуля поворота}$$

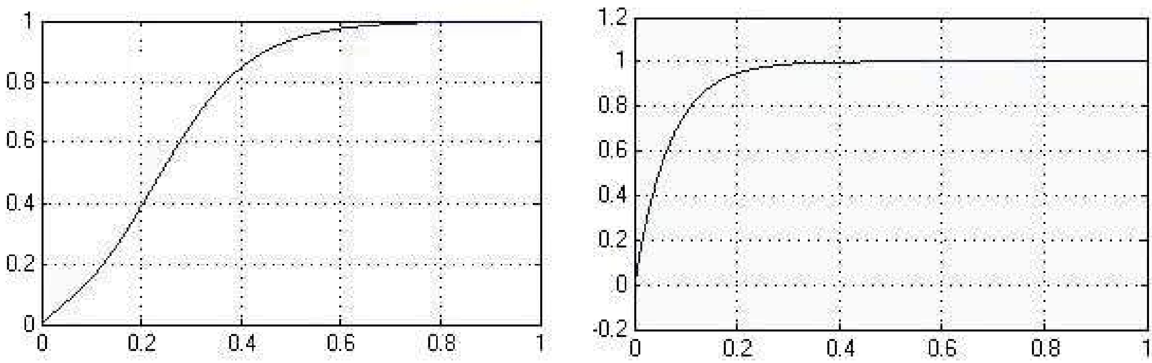
$$\xi = 0 \text{ - для модуля выдвижения}$$

Время нарастания переходного процесса:

$t_н = 0.8$ - для модуля поворота; $t_н = 0.4$ - для модуля выдвижения

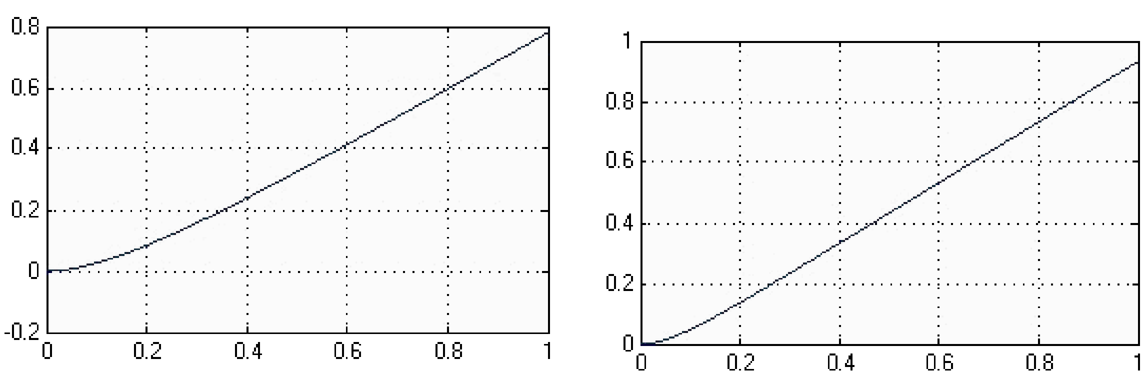
Результаты моделирования представлены на рис. 3, рис. 4, рис. 5.

Полученные на модели количественные оценки достаточно близки к экспериментальным оценкам для двухзвенного робота с соответствующими массогабаритными характеристиками. Это позволяет надеется на работоспособность модели при оценке динамических показателей аналогичных роботов другой грузоподъемности и другими силоскоростными характеристиками.



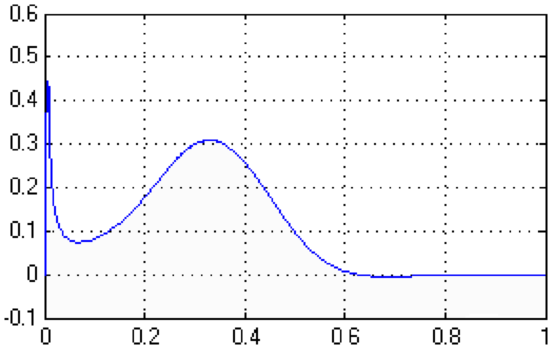
Обобщенная координата q_1 Обобщенная координата q_2

Рис. 3. Реакция системы на единичное ступенчатое воздействие

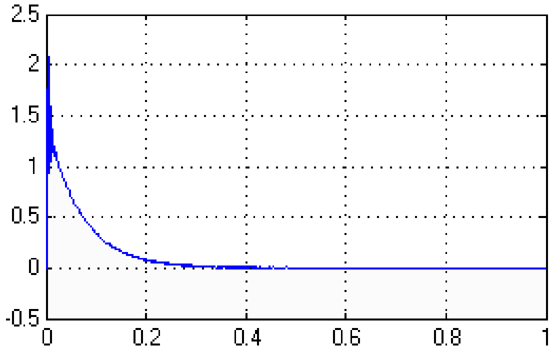


Обобщенная координата q_1 Обобщенная координата q_2

Рис.4. Реакция системы на линейно нарастающий сигнал



Изменение угловой скорости звена поворота



Изменение скорости звена выдвижения

Рис. 5. Изменение скоростей звеньев

Таким образом, разработанная модель двухзвенных роботов позволяет оценить их быстродействие в режиме переброски, характер протекающих процессов, и определить моменты взаимовлияния звеньев при их одновременном движении.

Список литературы

1. Зенкевич С.Л., Ющенко А.С. Основы управления манипуляционными роботами. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004. 480 с.

2. Кулешов В.С., Лакота Н.А. Динамика систем управления манипуляторами, М.: «Энергия», 1971 304 с.

3. Робототехника и гибкие автоматизированные производства. Кн. 5. Моделирование робототехнических систем и гибких автоматизированных производств / С.В. Пантюшин, В.М. Назаретов, О.А.Тягунов и др.; Под ред. И.М. Макарова. М.: Высш. Шк., 1986 175 с.

4. Пшихопов В.Х. Оптимальные по быстродействию траекторное управление электромеханическими манипуляционными роботами // Известия вузов. Электромеханика. 2007. № 1. С. 51 - 57.

Шариков Николай Владимирович, магистр, shar_ice_crew@mail.ru, Россия, Тула, Тульский Государственный Университет

MODELING OF CONTROLLED MOTION OF THE MANIPULATOR.

N.V. Sharikov

The problems of the description and simulation of two-link robot arm movement to create kinematic and dynamic models and to assess its performance.

Keywords: two-tier manipulator, modeling, control system, kinematic chain, the dynamic model.

Sharikov Nikolay Vladimirovich, master, shar_ice_crew@mail.ru, Russia, Tula, Tula State University.