УДК 621.39

ЛОЗИНСКАЯ В.Н., аспирант (ДонНТУ)

Способ описания процессов в телекоммуникационных сетях с использованием аппарата Max-plus алгебра

Введение

Постоянно изменяющиеся объем и структура трафика телекоммуникационных сетей создали необходимость для качественного изменения механизмов управления сетью. Возможность управления ресурсами сети заложено в следующих концепциях: TMN [1], CORBA [2], TINA [3] и MPLS [4]. Во всех концепциях процесс контроля работы сети можно представить в два этапа: мониторинг и анализ. На первом этапе выполняется сбор данных о сети. Второй этап, в зависимости от средств, используемых для анализа, может быть как отдельным автоматизированным агентом, так и сложной экспертной системой. Итак, разнообразное количество приложений, большое число пользователей, определенные требования к качеству обслуживания тех или иных приложений – основная причина использования именно экспертных систем в современных сетях управления.

Для корректной работы такой системы необходима адекватная оценка реакции телекоммуникационной сети на произошедшее событие. Таким образом, задачи математического представления процессов, а также моделирование состояний сети в зависимости от того или иного события являются актуальными.

Постановка задачи

Функции канального уровня модели взаимодействия открытых систем отражаются в таких параметрах как время передачи пакета на выходной порт (для технологии пакетной коммутации), время сбора пачки данных (для технологий пачечной оптической коммутации). Рассмотрим оба случая

В кабельной электронной сети передачи данных на несколько портов коммутатора поступают потоки пакетов. Если необходимый выходной порт коммутатора свободен, то осуществляется коммутация пакета. Если нет, то заявка остается в выходном буфере коммутатора. Если выходной буфер коммутатора заполнен, то пакет удаляется коммутатором.

На данный момент, в оптоэлектронной сети передачи данных, коммутатор основан на опто-электрнно-оптическом преобразовании [5]. Это означает, что на входной порт коммутатора, оптический, поступают пачки пакетов. Затем происходит преобразование заголовка пакета (пачки) в электронную форму, осуществляется коммутация, обратное преобразование сигнала в оптическую форму и передача на соответствующий выходной порт коммутатора. Ко времени поступления пачки на выходной порт, оптическим коммутатором резервируется длина волны, на которой будет осуществляться передача. Если есть зарезервированная полоса, то пачка передается, если нет, то пачка удаляется.

Таким образом, возникает задача о представлении процессов коммутации в виде моделей, которые будут отображать особенности процесса.

Общий подход к моделированию процессов

Рассмотрим перечисленные выше процессы с точки зрения систем массового обслуживания.

Приемники портов коммутатора можно рассматривать как источники пакетов, которые затем поступают на передатчики соответствующих портов. Таким образом, состояния системы обслуживания будут зависеть от предшествующего состояния через текущее. Положим, что потоки от приемников к передатчикам ординарные. Тогда для описания вероятностной модели СМО может использоваться аппарат, разработанный А.А. Марковым [6]. Итак, в общем виде уравнение баланса для стационарного режима будет иметь вид:

$$\lambda_{k-1}p_{k-1} + \mu_{k+1}p_{k+1} = (\lambda_k + \mu_k)p_k\,, \quad (1)$$

где λ_k - интенсивность попадания системы в k-ое состояние; μ_k - интенсивность, с которой система покидает k-ое состояние; p_k - вероятность попадания системы в k-ое состояние.

В общем виде вероятность попадания системы в k-ое состояние:

$$p_k = \frac{\lambda_0\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_{k-1}}{\mu_1\mu_2\mu_3\ldots\mu_k}p_0 = p_0\prod_{i=0}^{k-1}\frac{\lambda_i}{\mu_{i+1}} \quad (2)$$

из условия нормировки

$$\sum_{k=0}^{\infty}p_k = 1,\; p_0 = \frac{1}{1+\sum\limits_{k=1}^{\infty}\prod\limits_{i=0}^{k-1}\frac{\lambda_i}{\mu_{i+1}}}. \quad (3)$$

При ограниченном размере буфера (Рис.1), например в N пакетов, положим в формулы (2) и (3) следующие условия:

$$\lambda_k = \begin{cases}\lambda, k < N\\ 0, k \ge N\end{cases} \text{ и } \mu_k = \mu\,.$$

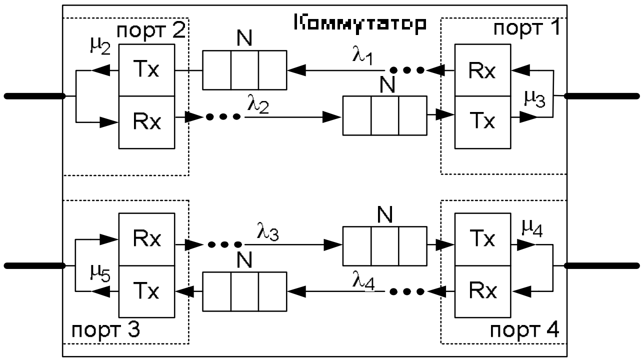

Рис.1 .Модель коммутатора

Тогда

$$p_0 = \left[1+\sum_{k=1}^{N}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k\right]^{-1} = \left[1+\frac{\left(\lambda/\mu\right)\left(1-\left(\lambda/\mu\right)^N\right)}{1-\left(\lambda/\mu\right)}\right]^{-1} = (4)$$

$$= \frac{1-\left(\lambda/\mu\right)}{1-\left(\lambda/\mu\right)^{N+1}}$$

$$p_k = \begin{cases}\dfrac{1-\left(\lambda/\mu\right)}{1-\left(\lambda/\mu\right)^{N+1}}\cdot\left(\lambda/\mu\right)^k, 0 \le k \le N\\ 0, k < 0, k > N\end{cases}. \quad (5)$$

По формуле Литтла можно найти среднее время пребывания в системе:

$$\overline{T} = \frac{1}{\lambda}\overline{N} = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{\lambda/\mu}{1-\lambda/\mu} - \left(\frac{(N+1)\cdot\left(\lambda/\mu\right)^{N+1}}{1-\left(\lambda/\mu\right)^{N+1}}\right)\right). \quad (6)$$

Полученные выражения справедливы для каждого из портов коммутатора.

Для оптического коммутатора выражения (4-6) имеют другой вид, т.к. в системе есть общая очередь в его электронной части. Это вызвано необходимостью выдерживать режим «расписания». Итак, система трансформируется в представленную на Рис.2

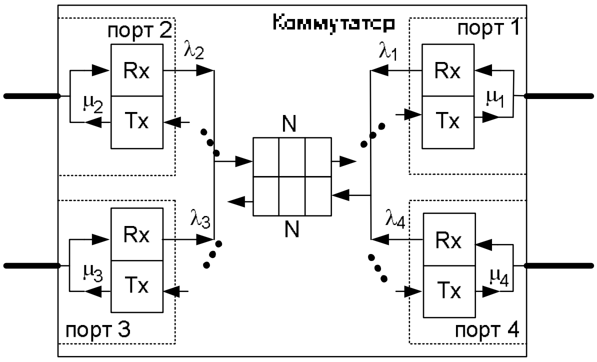

Рис. 2 .Модель электронной части оптического коммутатора

Для такого вида модели формулы (4-6) будут иметь следующий вид:

$$p_k = p_0 n\left(\frac{\lambda}{n\mu}\right)^k \qquad (7)$$

$$p_0 = \frac{1-\dfrac{\lambda}{n\mu}}{1+\dfrac{\lambda}{n\mu}}, \qquad (8)$$

где λ - интенсивность поступления пакетов, μ - интенсивность освобождения передатчиков портов коммутатора, n - число портов коммутатора. Среднее время пребывания пакета в коммутаторе с n портами:

$$\overline{T}_n = \frac{\overline{N}_n}{\lambda} = \frac{n\cdot\dfrac{\lambda}{\mu}}{1-\left(\dfrac{\lambda}{n\mu}\right)^n}. \qquad (9)$$

Такой вид аналитического описания процессов обладает рядом недостатков:

–можно описать процессы, если они подчинены определенному закону распределения (экспоненциальный закон распределения);

–нельзя отобразить топологию сети;

–описываемые характеристики – статические;

–нельзя отобразить динамику процесса во времени.

Max-plus алгебра

Идемпотентной полугруппой называется множество M , снабженное коммутативной и ассоциативной операцией $\oplus$ (обобщенным сложением), обладающей нейтральным относительно этой операции элементом 0: $0 \oplus a = a$ для любого $a \in M$ и удовлетворяющих условию идемпотентности $a \oplus a = a$ для любого $a \in M$ [7]. Идемпотентная полугруппа называется идемпотентным полукольцом, если на ней определена еще одна ассоциативная операция $\otimes$(обобщенной умножение), обладающей нейтральным относительно этой операции элементом 1 и связанная с $\oplus$ законом дистрибутивности слева и справа:

$$a \otimes (b \oplus c) = a \otimes b \oplus a \otimes c, \qquad (10)$$

$$(b \oplus c) \otimes a = b \otimes a \oplus c \otimes a. \qquad (11)$$

Множество вещественных чисел $\underline{R}$, расширенное путем добавления элемента $\varepsilon = -\infty$, с заданными на нем $\oplus$ и $\otimes$, которые для любых $x, y \in \underline{R}$ определяются следующим образом:

$$x \oplus y = max(x, y), \qquad (12)$$

$$x \otimes y = x + y, \qquad (13)$$

причем

$$x \otimes \varepsilon = \varepsilon. \qquad (14)$$

Для матриц также существует идемпотентное полукольцо: для любых двух матриц $A = (a_{ij})$ и $B = (b_{ij})$ размера $l \times n$ и $n \times m$ для операции $\otimes$, выполнение рассматриваемых операций осуществляется по формуле:

$$\{A \oplus B\}_{ij} = a_{ij} \oplus b_{ij}, \qquad (15)$$

$$\{A \otimes B\}_{ij} = \bigoplus_{k=1}^{n} a_{ik} \otimes b_{kj} \qquad (16)$$

Также определены операции умножения матрицы на скаляр и сложение матрицы и скаляра. Так, для любого $\lambda \in \underline{R}$ и матрицы $A = (a_{ij})$ размера $l \times n$

$$\{\lambda \oplus A\}_{ij} = \lambda \oplus a_{ij}, \qquad (17)$$

$$\{\lambda \otimes A\}_{ij} = \lambda \otimes a_{ij}. \qquad (18)$$

Матрица $\mathcal{E}$, все элементы которой равны ε, является нейтральным элементом относительно операции $\oplus$, а матрица

E с элементами, равными 0 на главной диагонали и ε, вне ее, представляет собой единичную матрицу.

Новое представление процессов

Введем следующие обозначения. Пусть τ_{ik} - время обслуживания k-го пакета в i-ом передатчике; a_{ik} - время поступления k-го пакета в очередь i-ого передатчика; $x_i(k)$ - время начала передачи k-го пакета в сеть из i-ого передатчика. τ_{ik}, a_{ik} - заданные неотрицательные случайные величины. В начальный момент времени на передатчиках портов нет пакетов. Тогда процесс поступления и обслуживание пакетов в порту коммутатора можно описать уравнением [8]:

$$x_i(k) = \tau_{ik} \otimes \left(a_{ik} \oplus x_i(k-1)\right) = \tau_{ik} \otimes a_{ik} \oplus \oplus \tau_{ik} \otimes x_i(k-1). \quad (19)$$

Т.к. формирование очередей происходит независимо для каждого из передатчиков, т.е. очередь не является общей, то процесс моделирования значительно упрощается.

Покажем возможность представления процессов в оптической сети. Пусть τ_{ik} - время срабатывания коммутационной матрицы электронного коммутатора, $x_i(k)$ - время поступления пачки на несущую волну с i-го порта коммутатора. g_{ik} - время сбора k-ой пачки, a_{ik} - время поступления контейнера на входной порт коммутатора. Тогда динамика процесса в оптическом коммутаторе может быть описана при помощи уравнения:

$$x_i(k) = \tau_{ik} + g_{ik} + max\left[a_{ik}, x_i(k-1)\right]. \quad (20)$$

Перепишем данное уравнение динамики над идемпотентным полуполем $R_{\max}$.

$$x_i(k) = \tau_{ik} \otimes g_{ik} \otimes \left(a_{ik} \oplus x_i(k-1)\right) = \tau_{ik} \otimes g_{ik} \otimes \otimes a_{ik} \oplus \tau_{ik} \otimes g_{ik} \otimes x_i(k-1). \quad (21)$$

Данное уравнение справедливо для одного порта коммутатора. Для n портов коммутатора выражение примет следующий вид:

$$x_i(k) = \tau_{ik} \otimes g_{ik} \otimes \left(a_k \left[\bigoplus_{i=1}^{n} x_i^{-1}(k - r_i) \right]^{-1} \right), \quad (22)$$

где r_i - индекс состояний. Полученная математическая модель позволяет исследовать динамику работы оптического коммутатора, в зависимости от времени сбора пачек и задержки, вносимой коммутатором.

Заключение

Таким образом, впервые был предложен способ описания процессов, происходящих на втором уровне модели взаимодействия открытых систем в терминах Max-plus алгебра. Данные подход обладает рядом преимуществ перед другими, среди которых универсальность, простота, наглядность.

Предложены новые математические модели для описания работы оптического и неоптического коммутаторов с использованием аппарата Max-plus алгебра. Математическая модель электронного коммутатора отличается представлением очередей в передатчиках портов коммутатора в виде параллельных процессов. В математической модели оптического коммутатора учтены такие параметры как: время сбора пачки и общая очередь перед распределением по передатчикам портов коммутатора.

Результаты работы позволяют производить исследование динамики работы телекоммуникационных устройств и упростить процесс синтеза средств управления в телекоммуникационных системах.

Литература

1. Гребешков А.Ю. Управление сетями электросвязи по стандарту TMN: Учеб. пособие.– М.: Радио и связь, 2004 г. – 155 с.: ил.
2. Орфали Р., Харки Д., Эд-

вардс Д. Основы CORBA.-М.: Малип,1999.-318 с.

3. Соловьев С.П., Шнепс-Шнеппе М.А. TINA – новая концепция построения сетей связи // Электросвязь, 1997, №7. – С. 25 – 27.

4. Вивек Олвейн. Структура и реализация современной технологии MPLS. Руководство Cisco: Научно-популярное изд. – С.П.: «Вильямс», 2004 г. – 480 с.: ил.

5. Research in optical burst switching within the e-Photon/ONe network of excellence. [Электронный ресурс] / J. Aracil, N. Akar, S. Bjornstad, M. Casoni and others: - Режим доступа к ресурсу: http://www.ceid.upatras.gr/faculty/kvlachos/pubs/ELSEVIER%20OSN%20-%20OBS%20research.pdf

6. Крылов В.В., Самохвалова С.С. Теория телетрафика и ее приложения.- Спб.: БХИ-Петербург, 2005. – 288с.: ил.

7. Бессараб В.І. Математичні основи теорії дискретно-безперервних систем: монографія – Донецьк: ДВНЗ «ДонНТУ», 2011. – 40 с.

8. Бессараб В.І. Аналіз частотних характеристик дискретно-безперервних систем при застосуванні критичного графа динаміки / В.І. Бессараб, А.О. Воропаєва, В.М. Лозинська // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: "Обчислювальна техніка та автоматизація". Випуск 20 (182). - Донецьк, ДонНТУ, - 2011. - С. 96 – 101.

Аннотации:

Ключевые слова: система управления телекоммуникационной сетью, модель процессов коммутации, оптическая коммутация пачек, состояния системы, Max-plus algebra

Представлен способ описания процессов, относящихся ко второму уровню модели взаимодействия открытых систем в терминах Max-plus алгебры

Надано спосіб опису процесів, що відносяться до другого рівня моделі взаємодії відкритих систем в термінах Max-plus алгебри

Methods of process description due to the open systems interconnection basic reference model second layer in Max-plus algebra expressions is represented