

## **СТАРТОВЫЕ УСТРОЙСТВА. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЗАПУСКА БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА**



***Григорий Сергеевич Аленченков** – Ижевск, Россия, ГОУ  
ВПО «Ижевский государственный технический  
университет», аспирант.*

*Информация для контактов:*

*тел: 8 (909) 059-11-29; (3412) 42-77-40;*

*e-mail: k5\_85@mail.ru*

В настоящее время беспилотные летательные аппараты нашли широкое применение и выполняют обширный спектр как гражданских, так и специальных задач. Для взлета малоразмерных беспилотных летательных аппаратов широко используются пусковые устройства типа катапульты, позволяющие обеспечить быстрый и эффективный взлет указанных летательных аппаратов с силовой установкой сравнительно небольшой мощности [1, 2].

Основные требования, предъявляемые к катапультам:

– надежность, которая заключается в работоспособности механизма в разных климатических условиях, исключении повреждения дорогостоящего летательного аппарата;

– эргономичность, связанная с минимизацией массогабаритных характеристик, простотой использования, минимальным временем развертывания и свертывания, отсутствием шума;

– высокие эксплуатационные качества, заключающиеся в долговечности, ремонтпригодности, пригодности к утилизации.

Чаще всего применяется способ взлета малоразмерных беспилотных летательных аппаратов с катапульты, оборудованной тележкой, перемещаемой разгонным устройством (приводом) по направляющим. Перед запуском с помощью стыковочного устройства летательный аппарат присоединяют к тележке, расположенной на катапulte в стартовом положении, а после ее разгона до требуемой скорости летательный аппарат отсоединяют от тележки, а тележку останавливают.

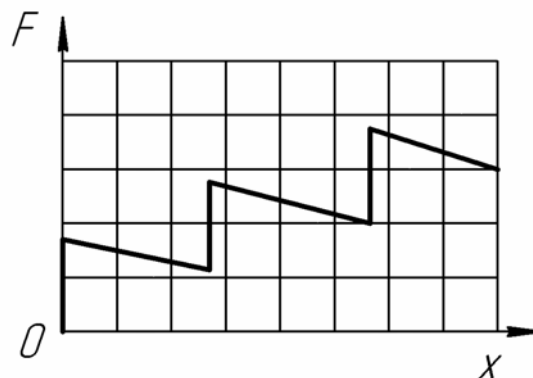
Для беспилотных летательных аппаратов малых и средних размеров (5–1000 кг) обычно используются пневматические катапульты или катапульты на основе упругих элементов, чаще всего резиновых тросов. Такие катапульты применяются при ограниченном пространстве и для

обеспечения постоянных параметров запуска, что позволяет исключить человеческий фактор, связанный с квалификацией оператора.

Однако резиновый двигатель имеет ряд недостатков. Характеристика деформации резинового шнура при растяжении не является прямолинейной и, кроме того, отличается от характеристики восстановления. В свою очередь, характеристика восстановления резины зависит от времени, в течение которого резина находилась в деформированном состоянии, и от относительной деформации резины.

Убывающий закон движущей силы во время старта заставляет повышать прочность конструкции летательного аппарата из-за ударных нагрузок, что соответственно требует повышенной прочности летательного аппарата в и, как следствие, снижает полезную нагрузку.

Решением этой проблемы может быть построение импульсной катапульты, где двигатели включаются в работу поочередно по мере движения летательного аппарата [3], введение дополнительных передаточных механизмов, использование амортизирующих элементов между вагонеткой и летательным аппаратом, комбинирование методов или поиск другого принципа запуска (рис. 1).

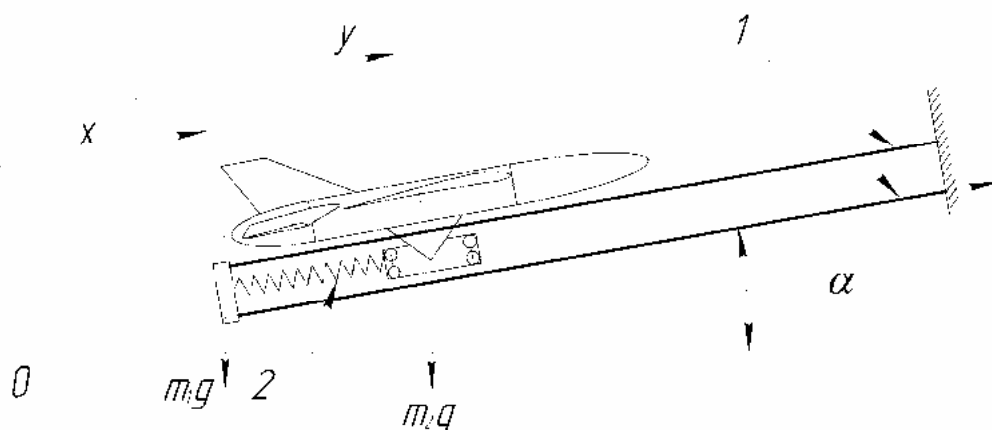


**Рис. 1. Зависимость движущей силы при импульсной компоновке катапульты от перемещения  $x$**

В качестве примера рассмотрим движение тележки с летательным аппаратом в момент запуска с катапульты, оборудованной дополнительным упругим элементом [4]. В качестве двигателя выступает идеальный резиновый трос. При этом приняты следующие допущения: все тела в системе абсолютно твердые; упругие тросы и элементы невесомы, при растяжении подчиняются закону Гука; учитывается движение тележки и летательного аппарата; направляющие катапульты неподвижны; силы трения, колебания и ударные воздействия не учитываются. Расчетная схема представлена на рис. 2.

При составлении дифференциальных уравнений движения системы с двумя степенями свободы приняты следующие обозначения:  $m_1$  – приведенная масса дополнительного инерционного элемента и упругого

троса;  $m_2$  – приведенная масса летательного аппарата и тележки (в общей математической модели трение скольжение и качения в тележках зависит от конструктивных особенностей и учитывается коэффициентами фиктивности);  $x$  – перемещение инерционного элемента, отсчитываемое от положения равновесия;  $y$  – перемещение каретки с летательным аппаратом от положения равновесия;  $c_1$  – жесткость резинового троса;  $c_2$  – жесткость инерционного элемента.



**Рис. 2. Расчетная схема:**  
**1 – двигатель; 2 – амортизирующий упругий элемент**

Для составления дифференциальных уравнений движения воспользуемся уравнениями Лагранжа II рода:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dT}{dx} \right) - \frac{dT}{dx} = Q_x; \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{dT}{dy} \right) - \frac{dT}{dy} = Q_y.$$

Начальные условия:  $x_0 = -L_0$ ;  $\dot{x}_0 = 0$ ;  $y_0 = 0$ ;  $\dot{y}_0 = 0$ .

Определим кинетическую энергию системы:

$$T = T_1 + T_2 = m_1 \dot{x}^2 / 2 + m_2 \dot{y}^2 / 2.$$

Определим обобщенные силы:

$$Q_x = (-(m_1 + m_2)g \sin \alpha - c_1(\lambda_{01} + x) - c_2(\lambda_{02} + x - y)) \delta x / \delta x;$$

$$Q_y = (-m_2 g \sin \alpha - c_2(\lambda_{02} + y - x)) \delta y / \delta y.$$

Подставим полученные выражения в уравнения Лагранжа. Рассмотрим состояние системы в равновесии:  $x_0 = 0$ ;  $\dot{x}_0 = 0$ ;  $y_0 = 0$ ;  $\dot{y}_0 = 0$ ;  $Q_x = 0$ ;  $Q_y = 0$ ;

$$0 = -(m_1 + m_2)g \sin \alpha - c_1 \lambda_{01} - c_2 \lambda_{02}; \quad 0 = -m_2 g \sin \alpha - c_2 \lambda_{02}.$$

Получим систему дифференциальных уравнений:

$$m_1 \ddot{x} = -c_1 x - c_2 (x - y);$$

$$m_2 \ddot{y} = -c_2 (y - x)$$

Запишем дифференциальные уравнения в виде.

$$a_{11} \ddot{x} + a_{12} \ddot{y} + c_{11} x + c_{12} y = 0;$$

$$a_{21} \ddot{x} + a_{22} \ddot{y} + c_{21} x + c_{22} y = 0,$$

где  $a_{11} = m_1$ ;  $a_{12} = 0$ ;  $a_{21} = 0$ ;  $a_{22} = m_2$ ;  $c_{11} = c_1 + c_2$ ;  $c_{12} = -c_2$ ;  $c_{21} = -c_2$ ;  $c_{22} = c_2$ .

Частное решение будем искать в виде:  $x = A_1 \sin(kt + \alpha)$ ;  $y = A_2 \sin(kt + \alpha)$ . Вторая производная:  $\ddot{y} = -k^2 A_2 \sin(kt + \alpha)$ ;  $\ddot{x} = -k^2 A_1 \sin(kt + \alpha)$ . Подставив частные решения в дифференциальные уравнения движения и отбросив одинаковый для всех членов множитель, получим:

$$A_1(c_{11} - k^2 a_{11}) + A_2(c_{12} - k^2 a_{12}) = 0;$$

$$A_1(c_{21} - k^2 a_{21}) + A_2(c_{22} - k^2 a_{22}) = 0,$$

или

$$\Delta(k^2) = \begin{vmatrix} c_{11} - k^2 a_{11} & c_{12} - k^2 a_{12} \\ c_{21} - k^2 a_{21} & c_{22} - k^2 a_{22} \end{vmatrix} = 0.$$

После преобразования и подстановки коэффициентов

$$\Delta(k^2) = (c_1 + c_2 - k^2 m_1)(c_2 - k^2 m_2) - c_2^2 = 0$$

Введем следующие обозначения:  $n_1^2 = \frac{c_1 + c_2}{m_1}$ ;  $n_2^2 = \frac{c_2}{m_2}$  и приведем уравнение частот к виду:

$$k^4 - (n_1^2 + n_2^2)k^2 + \frac{c_2}{c_1 + c_2}n_1^2n_2^2 = 0$$

Введя ещё одну замену:  $\chi^2 = \frac{c_2}{c_1 + c_2}$ , получаем квадраты частот главных колебаний:

$$k_1^2 = \frac{1}{2}[n_1^2 + n_2^2 - \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)^2 + 4\chi^2n_1^2n_2^2}];$$

$$k_2^2 = \frac{1}{2}[n_1^2 + n_2^2 + \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)^2 + 4\chi^2n_1^2n_2^2}]$$

Решение дифференциальных уравнений в общем виде:

$$x = x_1 + x_2 = A_1(c_{22} - k_1^2a_{22})\sin(k_1t + \alpha_1) - A_2(c_{12} - k_2^2a_{12})\sin(k_2t + \alpha_2);$$

$$y = y_1 + y_2 = -A_1(c_{21} - k_1^2a_{21})\sin(k_1t + \alpha_1) + A_2(c_{11} - k_2^2a_{11})\sin(k_2t + \alpha_2),$$

или

$$x = x_1 + x_2 = A_1(c_2 - k_1^2m_2)\sin(k_1t + \alpha_1) + A_2(c_2)\sin(k_2t + \alpha_2);$$

$$y = y_1 + y_2 = +A_1(c_2)\sin(k_1t + \alpha_1) + A_2(c_1 + c_2 - k_2^2m_1)\sin(k_2t + \alpha_2),$$

где постоянные коэффициенты  $A_1, A_2, \alpha_1, \alpha_2$  могут быть определены из начальных условий:  $\dot{x}_0 = 0$ ;  $\dot{y}_0 = 0$ ;  $x_0 = -L_0$ ;  $y_0 = -L_0$ .

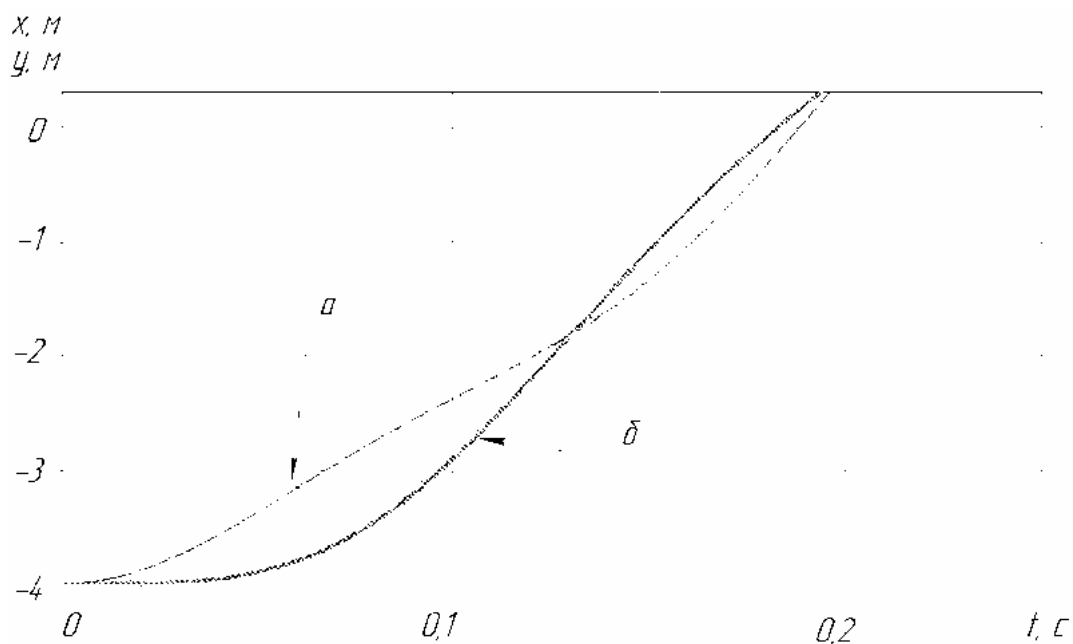
Коэффициенты формы (отношение амплитуд):

$$\beta_1 = -\frac{c_{12} - k_1^2a_{12}}{c_{11} - k_1^2a_{11}} = \frac{A_1^{(1)}}{A_2^{(1)}}; \quad \beta_2 = -\frac{c_{22} - k_2^2a_{22}}{c_{21} - k_2^2a_{21}} = \frac{A_1^{(2)}}{A_2^{(2)}}.$$

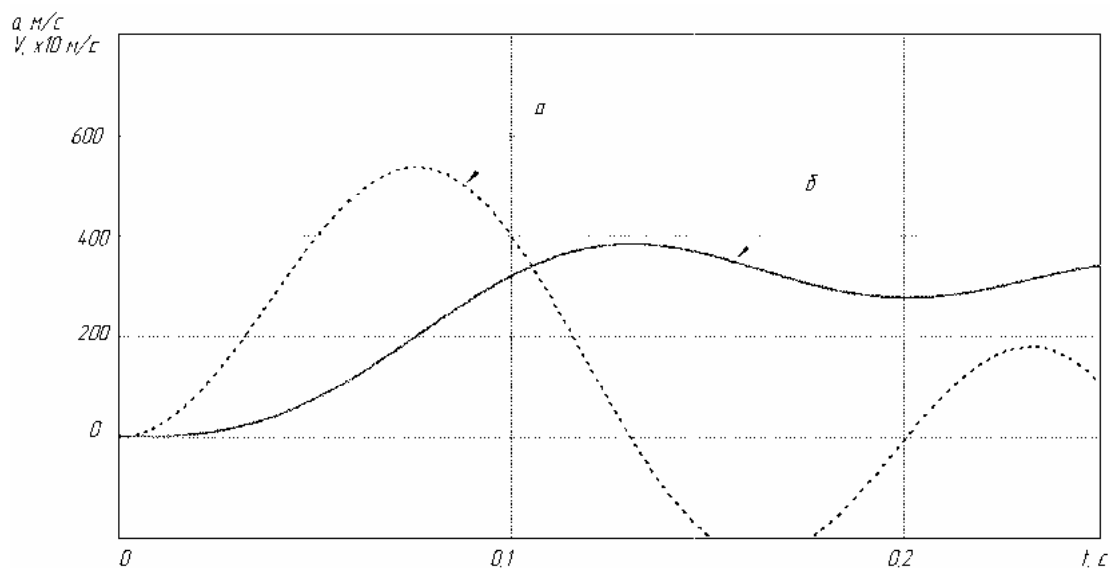
Решение дифференциальных уравнений показано на рис. 3 и 4. Для расчета были взяты следующие данные: масса дополнительного

инерционного элемента  $m_1 = 40$  кг; масса летательного аппарата с тележкой  $m_2 = 40$  кг;  $c_1 = 6\,000$  Н·м;  $c_2 = 30\,000$  Н·м.

Расцепление летательного аппарата и каретки катапульты в данном случае происходит в момент времени  $t \sim 1,25$  с, когда дополнительный инерционный элемент возвращается в начальное положение относительно каретки, а скорость каретки достигает первого максимума. При этом летательный аппарат совершает разгон на участке 2,2 м.



**Рис. 3. Зависимость обобщенной координаты  $x$  от времени  $t$  ( $a$ ); зависимость обобщенной координаты  $y$  от времени  $t$  ( $b$ )**



**Рис. 4. Зависимость ускорения летательного аппарата  $a_y$  от времени  $t$  ( $a$ ); зависимость скорости летательного аппарата  $V_y$  от времени  $t$  ( $b$ )**

В качестве второго примера рассмотрим решение дифференциальных уравнений со следующими параметрами (рис. 5 и 6):  $m_1 = 4$  кг;  $m_2 = 40$  кг;  $c_1 = 3500$  Н·м;  $c_2 = 300\,000$  Н·м;

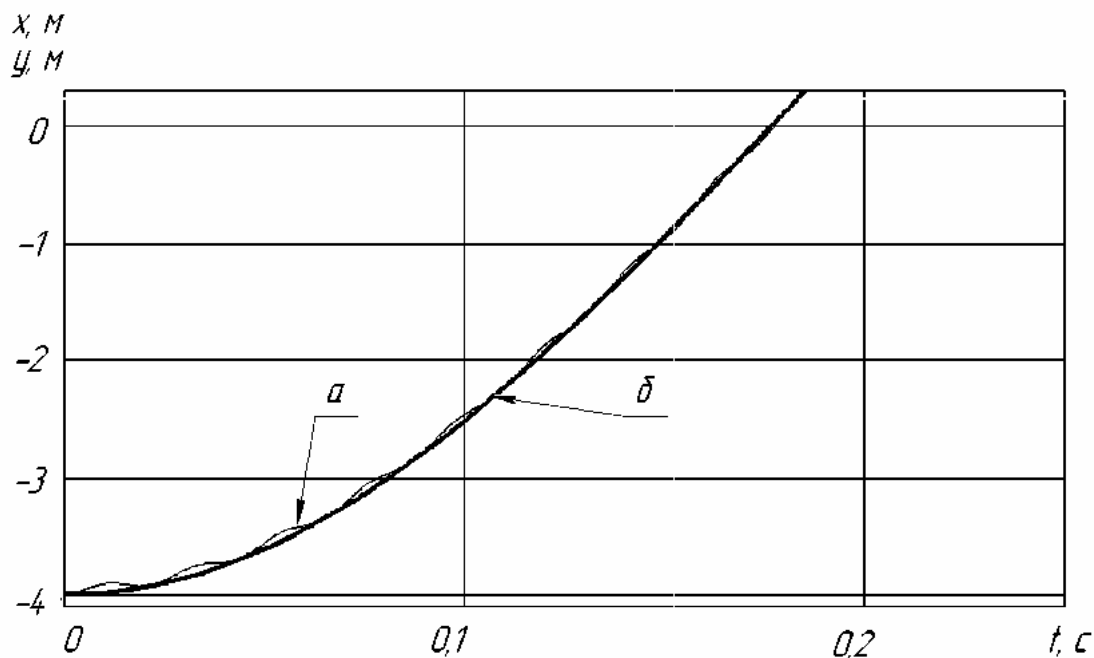


Рис. 5. Зависимость обобщенной координаты  $x$  от времени  $t$  ( $a$ ); зависимость обобщенной координаты  $y$  от времени  $t$  ( $\delta$ )

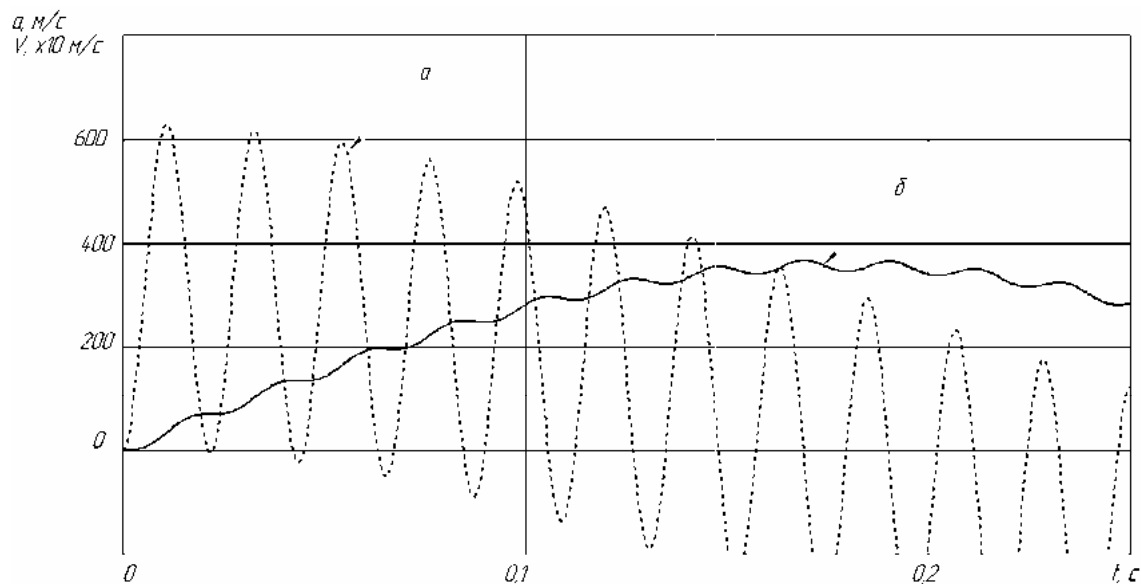


Рис. 6. Зависимость ускорения летательного аппарата  $a_y$  от времени  $t$  ( $a$ ); зависимость скорости летательного аппарата  $V_y$  от времени  $t$  ( $\delta$ )

Как видно из графиков, при аналогичной инерционной нагрузке на летательный аппарат, разгон до требуемой скорости  $\sim 38$  м/с происходит на участке длиной 4 м. Наблюдаются негативные вибрационные нагрузки.

Таким образом, математическая модель старта беспилотного летательного аппарата с катапульты, оборудованной дополнительным инерционным элементом, позволяет определить параметры элементов конструкции, обеспечивающие плавное безударное ускорение летательного аппарата, что снижает требования к прочности летательного аппарата и дает возможность увеличить полезную нагрузку аппарата, или увеличить запас прочности и жесткости.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исследования способов пуска дистанционно пилотируемых летательных аппаратов / Сб. статей. [Пер. с англ.] – М.: ОНТИ МАИ, 1983 г.
2. Основы проектирования ракет класса «воздух-воздух» и авиационных катапультных установок для них / Под ред. В. А. Нестерова. – М.: МАИ, 1999. – 792 с.
3. Аленченков Г. С. Импульсная катапульта с дополнительными упругими элементами // Техника XXI века глазами молодых ученых и специалистов : матер. IX всерос. науч.-технич. конф. студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых (16 апреля 2010 г., Тула). – Тула: Изд-во ТулГУ, 2010. – С. 196 – 201.
4. Аленченков Г. С. Конструкции пусковых установок летательных аппаратов // ЛОМОНОСОВ-2010: Материалы Международного молодежного научного форума (12 – 15 апреля 2010 г). [Электронный ресурс] – М.: МАКС Пресс, 2010. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) ISBN 978-5-317-03197-8.