S. Franchino, R. Lauriola, A. Pacifico, M. R. Corbo, M. Sinigaglia // Food and Nutrition Sciences – 2012. – № 3 – P. 55–63.

22. Grover S. Probiotics for human health – new innovations and emerging trends [Text] / S. Grover, H. M. Rashmi, A. K. Srivastava, V. K. Batish // Gut Pathogens.– 2012. – № 4:15 – P. 1–14.

23. Тарасенко Н. А. Кратко о пребиотиках: история, классификация, получение, применение [Текст] / Н. А. Тарасенко, Е. В. Филиппова // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 6-1. – С. 33–35.

24. Храмцов А. Г. Лактулоза и функциональное питание. Клиническое исследование продуктов, обогащённых лактулозой. Лактулоза и детское питание [Текст] / А. Г. Храмцов, В. Д. Харитонов, И. А. Евдокимов // Молочная пром–сть. – 2002. – № 7. – С. 23–24.

25. Храмцов А. Г. Лактулоза и функциональное питание. Нормализация микрофлоры – основная задача в решении проблемы ухудшающегося здоров'я населения [Текст] / А. Г. Храмцов, В. Д. Харитонов, И. А. Евдокимов // Молочная пром–сть. – 2002. – № 5. – С. 41–42.

26. Храмцов А. Г. Лактулоза и функциональное питание. Развитие рынка функционального питання. История лактулозы [Текст] / А. Г. Храмцов, В. Д. Харитонов, И. А. Евдокимов // Молочная пром–сть. – 2002. – № 6. – С. 29–30.

27. Лактулоза. Назначение и использование [Текст] / В. Д. Харитонов, Ю. И. Филатов, Д. С. Мищенко и др. // Молочная пром-сть. – 2000. – № 7. – С. 16–19.

28. Лечебно-профилактические свойства молочних продуктов, обогащённых лактулозой [Текст] / В. Е. Родоман, В. И. Максимов, В. В. Бондаренко и др. // Молочная пром–сть. – 2002. – № 2. – С. 39–40.

Стаття надійшла до редакції 20.04.2015

УДК 664.9

Федишин Я. І., к.ф.-м.н., професор ©
ЛНУВМтаБТ імені С.З. Гжицького, Львів, Україна
Гембара Т. В., к.т.н., доцент (taras.gembara.@ gmail.com.)
ЛНУ «Львівська політехніка», Львів, Україна
Федишин Т. Я., к.вет.н., доктор філософії

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ В ОПТИМАЛЬНОМУ УПРАВЛІННІ ТЕПЛОФІЗИЧНИМ ПРОЦЕСОМ СТЕРИЛІЗАЦІЇ

Розроблено уточнену методику визначення температурно-часових режимів стерилізації в автоклавах неперервної дії. Її основу складає розв'язок задачі оптимального управління технологічним теплофізичним процесом стерилізації за допомогою чисельних методів. При тому забезпечена розрахункова мікробіологічна безпека. Запропоновані алгоритми різницевих методів забезпечують мінімальнi витрати теплової енергії, харчову цінність та органолептичні властивості.

Ключові слова: *чисельні методи, різницевий метод, оптимізація, управління, мінімізація, витрати тепла, харчова цінність, органолептичні властивості, теплопровідність, стерилізація.*

УДК 664.9

Федишин Я. И., к.ф.-м.н., профессор
ЛНУВМБТ им. С.З. Гжицкого, Украина
Гембара Т. В., к.т.н., доцент (taras.gembara. @ Gmail.com.)
ЛНУ «Львовская политехника», Украина
Федишин Т. Я., к.вет.н., доктор философии

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ В ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ СТЕРИЛИЗАЦИИ

Разработана уточненная методика определения температурно-временных режимов стерилизации в автоклавах непрерывного действия. Ее основу составляет решение задачи оптимального управления технологическим теплофизическим процессом стерилизации с помощью численных методов. При этом обеспечена расчетная микробиологическая безопасность. Предложенные алгоритмы разностных методов обеспечивают минимальные затраты тепловой энергии, пищевую ценность и органолептические свойства.

Ключевые слова: *численные методы, разностный метод, оптимизация, управление, минимизация, расходы тепла, пищевая ценность, органолептические свойства, теплопроводность, стерилизация.*

UDC 664.9

Fedyshyn Y., Ph.D., professor
LNUVMBT them. S. Z. Gzhytsky, Lviv, Ukraine
Hembara T., Ph.D., associate professor
Lviv National University «Lviv Polytechnic», Lviv, Ukraine
Fedyshyn T., Ph.D.

NUMERICAL METHODS IN OPTIMAL CONTROL OF THERMAL STERILIZATION PROCESS

A detailed method for determining the temperature and time regimes of sterilization in autoclaves continuous modes.Its basis is solving optimal control of thermal sterilization process using numerical methods. While the microbiological safety secured design. Algorithms of difference methods provide minimum heat energy consumption, nutritional value and organoleptic properties.

Key words: *Numerical methods, difference method, optimization, control, minimization, costs of heat, nutritional value, organoleptic properties, thermal conductivity, sterilization.*

Вступ. Для інженерних розрахунків температурно-часових режимів стерилізації м’ясних консервів розв’язано ряд задач математичного моделювання [1–3] наближеними аналітичними методами, де враховано теплофізичні властивості робочих середовищ стерилізаційних апаратів та м’ясних консервів, які при точній постановці задачі в певному діапазоні температур є нелінійними. Наприклад, для встановлення мікробіологічної безпеки продукту ефективною виявилась методика розрахунку концентрації мікробних клітин, температури та тривалості її підтримування в елементарному об’ємі, який найповільніше нагрівається. Проблема математичного програмного забезпечення альтернативних розрахунків чисельними методами становить значний науково-практичний інтерес, враховуючи, що ставляться підвищені вимоги до адекватності та верифікації математичних моделей. На базі математичної моделі та її реалізації будуються алгоритми управління, а саме температурно-часові режими стерилізаціїї, тому актуальним завданням є розробка чисельних методів поряд із аналітичними.

Матеріали і методи. Чисельні методи розв'язування задач теплопровідності, різницевий метод, математичне програмне забезпечення.

Результати дослідження. Для процесу стерилізації м'ясних консервів, що як правило, у стерилізаційній камері нагріваються нерівномірно (залежно від їхнього розташування) існує взаємозалежність між інтенсивністю нагрівання консервів, на поверхні яких найнижчий та найвищий градієнт температури. Тому можна умовно оцінити температурне поле на прикладі однієї консерви, уникнувши значною мірою багатьох обчислень. З метою розробки чисельних методів розрахунку температурного поля розглянемо загальну постановку задачі. Для розподілу температури T в тілі, що займає об'єм V, обмежене поверхнею $\sum$, баланс тепла Q виражається рівнянням

$$\frac{\partial q_i}{\partial x_i} - Q + \rho c \frac{dT}{dt} = 0, \quad (i=1,2,3), \tag{1}$$

де q_i –потік тепла в напрямку x_i, $Q=Q(x_i,t)$ – джерело тепла, $\rho c \frac{\partial T}{\partial t}$ – зміна тепла при зміні температури $T=T(x_i,t)$, ρ, c – густина та теплоємність м'ясопродукту. Записуючи вираз для потоків тепла в напрямках x_i $q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}$, де λ – коефіцієнт теплопровідності отримуємо рівняння балансу (1) у вигляді

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}) + Q - \rho c \frac{dT}{dt} = 0 \ . \tag{2}$$

Рівняння (2) описує розподіл температур в області з незалежними змінними x_i, t. Для вирішення задач нестаціонарної теплопровідності до рівняння (2) необхідно додати початкові умови, що характеризують розподіл температури в деякий початковий момент часу t_0 і граничні умови на межі області $\sum$, які зводяться до двох основних типів:

- задання температури $\overline{T}(x_i,t)$ на частині межі $\sum_T$

$$T - \overline{T} = 0 \quad на \quad \sum_T \tag{3}$$

- задання потоку $\overline{q}$ на частині Σ_q по нормалі до межі n

$$q_n - \overline{q} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} - \overline{q} = 0 \quad на \ \sum_q . \tag{4}$$

У разі стаціонарних процесів теплопровідності розподіл температур не залежить від часу і рівняння (2) спрощується до виду

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}) + Q = 0 \ , \tag{5}$$

де $T=T(x_i)$, $Q=Q(x_i)$.

Формальний запис сукупності рівнянь, що описують стаціонарну задачу теплопровідності, можна представити у вигляді:

$$A(T) = DT + Q = 0; \qquad D = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\lambda \frac{\partial}{\partial x_i}\right);$$

$$B(T) = \begin{cases} G_1 T - \bar{q} = 0 \quad на \quad \Sigma_q; \qquad G_1 = -\lambda \dfrac{\partial}{\partial n} \\ G_2 T - \bar{T} = 0 \quad на \quad \Sigma_T; \qquad G_2 = 1 \end{cases} \tag{6}$$

У випадку м'ясопродукту в точній постановці задача теплопровідності є нелінійною, бо коефіцієнт теплопровідності залежить від температури. Це значно ускладнює задачу, тому приймемо сталу величину λ, тоді співвідношення (5) буде лінійне

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} + Q(x_i) = 0. \tag{7}$$

При дослідженні процесів теплопровідності в двовимірній постановці $(x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad T = T(x, y), \quad Q = Q(x, y))$ отримаємо відповідні рівняння

$$\lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + Q(x_i y) = 0 \quad ,$$

$$T - \bar{T} = 0 \;\; на \;\; \Sigma_T \tag{8}$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} + \bar{q} = 0 \quad на \quad \Sigma_q$$ (Σ_T, Σ_q -частини межі області *V*).

В одномірній задачі $(x_1 = x)$ отримаємо:

$$\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} + Q = 0 \qquad (0 \le x \le L)$$

$$T - \bar{T} = 0 \;\; ; \qquad x = 0\,; \;\; x = L \tag{9}$$

$$\lambda \frac{dT}{dx} + \bar{q} = 0 \;\; ; \quad x = 0\,; \;\; x = L$$

Серед чисельних методів розв'язання задач математичної фізики оберемо різницевий метод. Тоді розглянута область апроксимується сітковою областю, а значення похідних шуканих функцій замінюються різницевими виразами через значення цих функцій у вузлах сітки. Далі для кожного вузла сіткової області складаються відповідні різницеві аналоги вихідних функціональних рівнянь, складаються різницеві аналоги заданих граничних умов і завдання зводиться до розв'язку системи алгебраїчних рівнянь. Для різницевої аппроксимації функцій в одномірній задачі для функції $f(x)$ в околі $x+\Delta x$ використаємо розклад в ряд Тейлора. Нехай $f(x)$ задана значеннями $f_i = f(x_i)$ $(i = 0,1 \ldots n)$, $\Delta x = x_{i+1} - x_i$.

Використовуючи тільки два члени розкладу отримаємо:

$$f_{i+1} = f(x_i + \Delta x) = f_i + f_i'\Delta x + \frac{f''\Delta x^2}{2}\Big|_{i+\theta},$$

де $\theta = 0 \le \theta \le 1$

$$f_i' = \frac{f_{(i+1)} - f_i}{\Delta x} - f''\frac{\Delta x}{2}\Big|_{i+\theta}, \text{ або}$$

$$f_i' = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} + 0(\Delta x) \qquad (10)$$

Похибка становить $|\delta| \le \dfrac{\Delta x}{2}\max|f''|_{i,i+1}$. Таке представлення похідної є апроксимацією першої похідної різницею вперед. З відповідних міркувань отримаємо апроксимацію похідної різницею назад

$$f_i' = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} + 0(\Delta x) \qquad (11)$$

Для обчислень вищої точності можна записати вирази в вузлах i-1,i+1

$$f_{i+1} = f_i + f_i'\Delta x + f_i''\frac{\Delta x^2}{2} + f'''\frac{\Delta x^3}{6}\Big|_{i+\theta_1}, \quad 0 \le \theta_1 \le 1 \qquad (12)$$

$$f_{i-1} = f_i - f_i'\Delta x + f_i''\frac{\Delta x^2}{2} - f'''\frac{\Delta x^3}{6}\Big|_{i-\theta_2}, \quad 0 \le \theta_2 \le 1 \qquad (13)$$

З різниці цих виразів отримаємо

$$f_i' = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} + 0(\Delta x^2)\ . \qquad (14)$$

Похибка δ в такому випадку буде $|\delta| \le \dfrac{\Delta x^2}{6}\max|f'''|_{i-1,i+1}$. А для другої похідної отримаємо

$$f_i'' = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta x^2} + 0(\Delta x^2), \qquad (15)$$

де $|\delta| \le \dfrac{\Delta x^2}{12}\max|f''''|_{i-1,i+1}$.

Таким же чином можна отримати вирази для похідних вищих порядків, наприклад

$$f_i''' \cong \frac{f_{i+2} - 2f_{i+1} + 2f_{i-1} - f_{i-2}}{2\Delta x^3}\ ; \qquad (16)$$

$$f_i'''' \cong \frac{f_{i+2} - 4f_{i+1} + 6f_i - 4f_{i-1} + f_{i-2}}{\Delta x^4}\ . \qquad (17)$$

Така методика може бути використана для побудови різницевих апроксимацій частинних похідних і в двовимірному випадку, зокрема в околі вузла i, k для функції $f(x,y)$ можна записати:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cong \frac{f_{i+1,k} - 2f_{i,k} + f_{i-1,k}}{\Delta x^2}; \tag{18}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \cong \frac{f_{i,k+1} - 2f_{i,k} + f_{i,k-1}}{\Delta y^2}; \tag{19}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \cong \frac{f_{i+1,k+1} + f_{i-1,k-1} - f_{i-1,k+1} - f_{i+1,k-1}}{4\Delta x \Delta y}. \tag{20}$$

Як приклад розглянемо розв'язк задачі теплопровідності в одновимірному випадку. Нехай потрібно визначити функцію $T(x)$, що задовольняє (9), відрізок, на якому шукається функція, розбивається певним числом рівновіддалених точок з координатами $x_l \ (l = 0,1...L)$, $x_0 = 0$, $x_L = L$, $x_{l+1} - x_l = \Delta x$. Для всіх внутрішніх точок сітки складається аналог вихідного диференціального рівняння на основі застосування формул кінцево-різницевого подання другої похідної. У типовому вузлі x_l :

$$k(T_{l+1} - 2T_l + T_{l-1}) / \Delta x^2 = -Q_l. \tag{21}$$

Якщо на кінцях відрізка задані значення температури $\overline{T}_0$ і $\overline{T}_L$, то в першому і останньому вузлах рівняння не складаються, а в другому і передостанньому рівняннях відомі значення температури переносяться в праву частину

$$\begin{aligned} -T_0 + 2T_1 - T_2 &= Q_1 \cdot \frac{\Delta x^2}{k}; \\ -T_L + 2T_{L-1} - T_{L-2} &= Q_{L-1} \cdot \frac{\Delta x^2}{k} \end{aligned} \tag{22}$$

Система L-1 алгебраїчних рівнянь для L-1 невідомих значень T_l в узлах сіткової області запишеться:

$$\begin{aligned} 2T_1 - T_2 &= Q_1 \Delta x^2 / k + \overline{T}_0 \\ -T_1 + 2T_2 - T_3 &= Q_2 \Delta x^2 / k \\ -T_2 + 2T_3 - T_4 &= Q_3 \Delta x^2 / k \\ &\vdots \\ -T_{L-2} + 2T_{L-1} &= Q_{L-1} \Delta x^2 / k + \overline{T}_L \end{aligned} \tag{23}$$

У матричному вигляді систему рівнянь можна записати

$$[K]\{\varphi\} = \{R\}, \tag{24}$$

де $\{\varphi\}$ - вектор $\{\varphi\}^T = (T_1, T_2 ... T_{L-1})$, $[K]$ – матриця системи

$$[K]=\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & \cdot & & & \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & \cdot & & & \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \cdot & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & \\ & & & & & \cdot & -1 & 2 & -1 \\ & & & & & & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} \tag{25}$$

$\{R\}$ – вектор правих частин системи

$$\{R\}=\begin{vmatrix} Q_1\Delta x^2/k+\overline{T}_0 \\ Q_2\Delta x^2/k \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ Q_{L-1}\Delta x^2/k+\overline{T}_L \end{vmatrix} \tag{26}$$

Отже вихідна задача визначення невідомих функцій замінюється заданням системи рівнянь відносно дискретних значень $T_1 \ldots T_{L-1}$. Тобто метод дає значення функцій у вузлах сіткової області, але не дає значення функцій між точками, тобто диференціальне рівняння апроксимується тільки в обмеженому числі точок. Розглянемо випадок, при якому на одному з кінців відрізка задано потік тепла

$$\lambda\frac{dT}{dx}=-\overline{q} \qquad \text{при} \quad x=L. \tag{27}$$

Тоді значение температури T_L виявляється невідомим для визначення всіх вузлових температур і необхідно додати до системи (23) ще одне рівняння, записавши в кінцевих різницях рівняння (27) у вузлі $x=L$. Якщо апроксимувати похідну різницею назад, то рівняння (27) набуде вигляду

$$(T_L-T_{L-1})/\Delta x=-\overline{q}/\lambda \tag{28}$$

В таблиці представлено для порівняння результати розрахунків температурно-часових режимів стерилізації з використанням різницевих методів та аналітичного розрахункового методу за теплофізичними та геометричними даними [1]. Спостерігається цілком задовільна кореляція, що свідчить про вагому перспективу розширення області створення відповідних інженерних методик розрахунку режимів стерилізації.

Висновки. Розроблено чисельний різницевий метод оцінки ефективності температурно-часового режиму стерилізації м’ясних консервів за летальністю мікрофлори, кваліметричними характеристиками та витратами теплової енергії на стерилізацію, що дає змогу отримувати готовий продукт при мінімальних енерговитратах з прогнозованими якісними показниками. Як вихідні дані використано розроблені раніше результати розрахунків аналітичними методами. Також зроблене порівняння ефективності альтернативних чисельних методів. Результати можуть бути використані для відповідного математичного програмного забезпечення інженерних розрахунків у технології стерилізації.

Таблиця

Розрахункові температурно-часові режими стерилізації

Температура стерилізації (похибка%) T_c, °С	Час стерилізації t , хв. (похибка%)	Харчова цінність консервів (відносна біологічна цінність за лабільністю білків до ферментатив-ного гідролізу) у с	Коефіцієнт оцінки органолептичних властиво-стей у с	Зменшення прямих витрат тепла на нагрівання 1 кг консервів у МДж
112 (1,5)	108(2,1)	1168	1975	7,83
113(1,5)	107(2,1)	1214	2010	7,02
114(1,4)	105(2,0	1252	2133	6,97
115(1,3)	103(2,0)	1321	2464	6,02
116(1,3)	99(1,9)	1321	2528	5,78
117(1,3)	96(1,9)	1420	2688	4,65
118(1,3)	94(1,9)	1482	2920	3,8
119(1,2)	92(1,8)	1544	3179	2,34
120(1,2)	90(1,8)	1616	3473	1,02

Література

1. Федишин Я. І., Гембара Т. В., Федишин Т. Я. Дискретне математичне моделювання теплофізичного процесу стерилізації із застосуванням модифікованих біофізичних характеристик термостійкості та летальності // Науковий вісник ЛНУВМ та БТ ім. С. З. Гжицького – 2012. – Том 14, №2, Частина 3. – с. 276–281.

2. Бурдо О. Г., Федишин Т. Я., Гембара Т. В., Демків Т. М. Використання закону Арреніуса для теплофізичного розрахунку процесу стерилізації м’ясних консервів // Наукові праці Одеської держ. академ. харч. технол. – 2001. – Вип. 22. – С.152–159.

3. Гембара Т. В., Федишин Я. І., Федишин Т. Я. Управління тепловою обробкою м’яса за параметрами біологічної цінності // Науковий вісник ЛДАВМ ім. С. З. Гжицького. – Львів – 2003. – Т.5, №1. – С. 149–152.

Стаття надійшла до редакції 29.04.2015

УДК 539.621.548.

Ціж Б. Р., д.т.н., професор ©
E-mail: tsizhb@.ukr.net
Львівський національний університет ветеринарної медицини та біотехнологій імені С. З. Ґжицького, Львів, Україна
Університет Казимира Великого в Бидгощі, Польща

РІДКОКРИСТАЛІЧНІ МОДУЛЯТОРИ СВІТЛА З ОРГАНІЧНОЮ ФОТОКЕРОВАНОЮ МАТРИЦЕЮ

Представлені результати підбору матеріалів, технологій і топології тонкоплівкових структур для рідкокристалічних модуляторів світла з фотокерованими матрицями. Показано, як за допомогою оптимізації складу, конструкції і властивостей тонкоплівкових складових світлокерованих рідкокристалічних транспарантів можна суттєво покращити їхні робочі характеристики, зокрема, спростити і прискорити процеси записування і