

УДК 664.9

**Федишин Я. І.**, к.ф.-м.н., професор ©

ЛНУВМБТ ім. С.З. Гжицького, Львів

**Гембара Т.В.**, к.т.н., доцент (taras.gembara.@ gmail.com.)

НУ «Львівська політехніка», Львів

**Федишин Т.Я.**, к.вет.н., доктор філософії

## ОПТИМАЛЬНЕ УПРАВЛІННЯ ТЕПЛОФІЗИЧНИМ ПРОЦЕСОМ СТЕРИЛІЗАЦІЇ ЗА МІНІМІЗАЦІЄЮ ПРЯМИХ ПИТОМИХ ТЕПЛОВИХ ВИТРАТ ІЗ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯМ ХАРЧОВОЇ ЦІННОСТІ

*Розроблено методику визначення температурно-часових режимів стерилізації. Її основу складає розв'язок задачі оптимального управління технологічним теплофізичним процесом стерилізації в автоклавах неперервної дії. В результаті запропоновано температурно-часові режими стерилізації при мінімальних витратах теплової енергії. Отримано також задану харчову цінність та органолептичні властивості м'ясних консервів. При тому забезпечена розрахункова мікробіологічна безпека. Запропоновані алгоритми управління враховують окремі стохастичні фактори.*

**Ключові слова:** оптимізація, управління, ймовірність, мінімізація, витрати тепла, харчова цінність, органолептичні властивості, теплопровідність, температуропровідність, стерилізація.

**Вступ.** Технологічні процеси теплової обробки харчових продуктів як об'єкти для математичного моделювання та управління, з точки зору фундаментальних наукових досліджень, є складними стохастичними системами з розподіленими параметрами. Для задач стерилізації м'ясних консервів розв'язано ряд задач математичного моделювання [1-5], де враховано теплофізичні властивості робочих середовищ стерилізаційних апаратів та м'ясних консервів, які при точній постановці задачі в певному діапазоні температур є нелінійними. При оцінці мікробіологічної безпеки продукту ефективною виявилась методика розрахунку концентрації мікробних клітин, температури та тривалості її підтримування в елементарному об'ємі, який найповільніше нагрівається. Закономірно вважається, якщо мікроорганізми в цьому об'ємі загинуть, то будуть знищені і в будь-якій частині продукту. Водночас проводять оцінку харчової цінності продукту, зазвичай в його поверхневих шарах. Проблема математичного програмного забезпечення сучасних систем управління становить значний науково-практичний інтерес [6,7], при тому ставляться підвищені вимоги до адекватності та верифікації математичних моделей. На базі математичної моделі будуються алгоритми управління, які встановлюють залежність дій управління від вихідних параметрів та кінцевого стану керованого процесу. Така залежність неоднозначна, бо кінцевий стан процесу може бути досягнутий

при різних діях управління, зокрема в наших дослідженнях при різних температурно-часових режимах стерилізації. Тому потрібно знайти саме той режим, який забезпечить мінімальні вартісні витрати, а це можуть бути наприклад теплові енерговитрати на стерилізацію або деякі втрати харчової цінності продукту теплообробки. Очевидно для отримання якісних алгоритмів управління потрібно враховувати ряд стохастичних факторів: статистичну динаміку процесу, ймовірнісні характеристики вихідних величин, що визначають мікробіологічну безпеку та харчову цінність.

**Матеріали і методи.** Чисельні методи розв'язування задач теплопровідності, методи математичної теорії управління.

**Результати дослідження.** Задача управління технологічним об'єктом – автоклавом неперервної дії – полягає у визначенні керуючих змінних, які повинні забезпечити наперед заданий стан кінцевого продукту при мінімальному вартісному критерії управління, або лише при забезпеченні вказаного стану. Можливість розв'язку задачі управління залежить від структури керуючих змінних. Якщо кількість керуючих змінних не менша за кількість вимог на параметри кінцевого продукту, то для таких об'єктів можна сформулювати і розв'язати задачу оптимального управління. Для технологічного процесу стерилізації м'ясних консервів є можлива постановка задачі оптимального управління, якщо прийняти вимоги до температури на поверхні і в центрі консервів. При тому ставиться завдання мінімізації енерговитрат при забезпеченні заданих кваліметричних характеристик. Звернемо увагу на те, що на дисперсію температурного поля продукту, окрім теплофізичних факторів нагрівання, впливає неминуча неоднорідність перепаду температур на поверхні і в центрі консерви, залежно від розміщення у кошику. Отже виникає необхідність в розробці ефективного методу і алгоритму управління процесом стерилізації при якісному нагріванні, що передбачає дотримання вказаних вимог.

Вимогу якісного нагрівання сформулюємо математичним виразом:

$$\min Y = m_1 M[(T_n - T_3)^2] + m_2 M[(\Delta T - \Delta T_3)^2], \quad (1)$$

де  $M$  - математичне сподівання;  $m_1, m_2$  - вагові коефіцієнти;  $T_n, T_3$  - температура поверхні (розглядається як випадкова) і відповідна задана температура поверхні;  $\Delta T, \Delta T_3$  - температурний перепад (розглядається як випадковий) і відповідний заданий температурний перепад.

Вимоги до оптимального технологічного процесу зведемо до мінімізації енерговитрат  $E$  на стерилізацію в технологічному циклі:

$$\min E = n_1 \Delta Q + n_2 C_n, \quad (2)$$

де  $\Delta Q$  - питомі витрати тепла;  $C_n$  - відносні втрати споживчих властивостей, які виражаються відносно заданої кваліметричної характеристики (можливе також використання стерилізаційного ефекту);  $n_1, n_2$  - вартісні коефіцієнти.

Отримати формальний розв'язок задачі синтезу управління процесом нагрівання в технологічному процесі із запропонованими критеріями практично неможливо в такій постановці, через відсутність в даний час необхідної значної кількості відповідних емпіричних даних. Тому пропонується розділити задачу на дві простіші і розглядати окремо задачу управління кінцевим станом продукту в стохастичній постановці, а також задачу мінімізації енерговитрат на нагрівання для стаціонарних режимів нагрівання. Результати розв'язку задачі оптимізації стаціонарних режимів нагрівання у вигляді оптимальних температурно-часових режимів стерилізації вважаються вихідними величинами в задачі управління кінцевим станом. Розроблені алгоритми управління нагріванням робочого середовища автоклаву повинні забезпечувати мінімум критерію за формулою (1).

Сформулюємо основні критерії управління нагрівання робочого середовища автоклаву в умовах випадкових збурюючих факторів:

1) забезпечити максимум ймовірності потрапляння температурного розподілу  $T(x, l_n)$ , отриманого після завершення технологічного процесу стерилізації консервів у автоклаві в задану множину кінцевих станів  $\Phi$ :

$$\max P[T(x, l_n) \in \Phi], \quad (3)$$

а множину  $\Phi$  визначимо за співвідношенням:

$$\Phi = \{T(x, l_n) : T_m \leq T(S, l_n) \leq T_M, \Delta T(x, l_n) \leq \Delta T\}; \quad (4)$$

2) мінімізувати математичне сподівання квадратів відхилень параметрів (обраних) температурного розподілу від заданих величин:

$$\min\{m_1 M[(X_1 - X_1^*)^2] + m_2 M[(X_2 - X_2^*)^2]\}, \quad (5)$$

де обраними  $X_1, X_2$  можуть бути температура поверхні і температурний перепад, середня температура консерви і температурний перепад та ін.;  $X_1^*, X_2^*$  - задані значення параметрів.

Математичне сподівання квадрата відхилення випадкової величини від заданої представимо співвідношенням:

$$M[(X - X^*)^2] = D_x + (m_x - X^*)^2, \quad (6)$$

$D_x, m_x$  - відповідно дисперсія і математичне сподівання випадкової величини  $X$ .

Якщо за допомогою управління нагріванням робочого середовища автоклава можна отримати рівність математичного сподівання заданому значенню, то другий доданок в цій формулі дорівнює нулю і задача зводиться до мінімізації дисперсії випадкової величини  $X$ .

Якщо не вдається зменшити значення дисперсії випадкової величини, то при виборі оптимального управління можна прийняти менш жорсткі умови рівності математичних сподівань параметрів процесу заданим значенням:

$$M[X_1] = X_1^*, \quad (7)$$

$$M[X_2] = X_2^*, \quad (8)$$

також задача оптимального управління за заданим критерієм в строгій постановці повинна включати ряд обмежень технічної та технологічної природи. Зокрема алгоритми управління повинні враховувати обмеження на вектор управління:

$$V; V_i^m \leq V_i \leq V_i^M; i = 1, n, \quad (9)$$

де  $V_i^m, V_i^M$  - відповідно мінімально і максимально допустимі температури в  $i$ -тих зонах автоклава.

З метою недопущення перегрівання приповерхневих шарів консервів, що погіршує їх харчову цінність, важливо ввести обмеження на температуру поверхні, яке запишемо у стохастичному вигляді:

$$P(T(x, t) \big|_{x=0, S} \geq T^*) \leq \varepsilon, \quad (10)$$

тобто ймовірність того, що температура поверхні (де  $t$  - час) перевищить  $T^*$ , не повинна бути більшою за  $\varepsilon$ . Завдання синтезу алгоритмів управління температурним режимом нагрівання полягає в розробці таких алгоритмів, які б забезпечували мінімум критерію (1), при обмеженнях на управління (9) і зміні стану (10).

Розглянемо технологічний процес стерилізації м'ясних консервів, які як правило, у стерилізаційній камері нагріваються нерівномірно (залежно від їх розташування). Але, знову ж таки, існує взаємозалежність між інтенсивністю нагрівання консервів, на поверхні яких найнижчий та найвищий градієнт температури. Отже, напрошується висновок про те, що можна умовно оцінити витрати тепла на прикладі однієї консерви, уникнувши значних обчислень.

Необхідні для вимог оптимальності процесу (2) питомі витрати тепла  $\Delta Q$  на нагрівання консервів циліндричної чи прямокутної форми знайдемо за формулою:

$$\Delta Q = c\rho(T_{cep}(t) - T_0), \quad (11)$$

де  $T_{cep}$ ,  $T_0$  - відповідно середньооб'ємна (середня) та початкова температура.

Середня температура обчислюється у радіальній системі координат  $(r, z)$  з початком відліку у центрі за формулою для обмеженого циліндра:

$$T_{cep}^{(c)} = \frac{2}{R_0^2 l} \int_0^{R_0} \int_0^h r T(r, z, t) dr dz; \quad (12)$$

де  $T(r, z, t)$  - температурне поле,  $R_0, h$  - радіус і висота консерви. Температурне поле визначалось із розв'язку відповідної задачі теплопровідності [1].

Як показують тестові розрахунки, при інтенсивному теплообміні, який характеризується критерієм Біо  $Bi$  на поверхні при  $Bi = 100$  порівняно з випадком  $Bi = 5$ , витрачається більше тепла.

Наприклад, при нагріванні в центрі продукту до температури  $110^\circ\text{C}$  для тари №1 на  $3.5 \cdot 10^3 \text{ кДж/кг}$ , а для тари №9 на  $5 \cdot 10^3 \text{ кДж/кг}$ . За умови інтенсивного теплообміну час нагрівання менший у першому випадку на 4 хв., у другому – на 20 хв. Аналіз результатів розрахунків показує, що у тарі №1, з точки зору економії енерговитрат, перевагу має нагрівання при  $Bi = 5$ , а для тари №9, мабуть, таке нагрівання не забезпечить економії, бо значно зросте тривалість процесу і, відповідно, зростуть непрямі витрати. Тому перевагу має режим  $Bi = 100$ . Очевидно, що розрахунок з метою забезпечення мінімальних прямих енерговитрат має зміст лише при забезпеченні високих теплоізоляційних властивостей стерилізаційної камери.

Методика оптимального управління застосована для виробництва консервів “Яловичина тушкована” I-го сорту у циліндричній металевій стандартній тарі №9. Консерви стерилізувались у камері автоклаву періодичної дії АВ-4, в нагрівачому (пароповітряному) середовищі з коефіцієнтом вологи 0,1. Для вибору режиму стерилізації встановлювали такі дані: початкова температура консервів  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ; коефіцієнт теплообміну між нагрівачим середовищем та консервами  $\alpha = 700 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}$ ; коефіцієнт теплопровідності консервів  $\lambda = 0,47 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ ; коефіцієнт температуропровідності консервів  $a = 1,39 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ ; їх висота  $2h = 0,045 \text{ м}$ , радіус  $R_0 = 0,0367 \text{ м}$ . У таблиці подано дані отриманих параметрів температурно-часових режимів термічної стерилізації, кваліметричних та техніко-економічних показників за даними [8,9].

З таблиці видно, що м'ясні консерви з однаковими кваліметричними

характеристиками отримані за однакових температур стерилізації, але для консервів з попередньою стерилізацією прянощів затрачається менше часу на технологічний процес від 1 до 6 хвилин. При тому техніко-економічні показники витрат тепла є кращими за рахунок такої економії часу, наприклад в таблиці це зазначено для різних режимів стерилізації як зменшення прямих витрат тепла на нагрівання 1 кг консервів 1,02 -7,83 МДж. Порівняно з відомими способами стерилізації, із врахуванням додаткової поправки на витрати тепла для попередньої стерилізації прянощів, отримано вищі техніко-економічні показники виробництва м'ясних консервів, а саме: зниження питомих витрат тепла на 2-6 %.

Таблиця

**Алгоритми управління режимів термічної стерилізації**

Температура стерилізації $T_c, ^\circ\text{C}$	Час стерилізації $t, \text{хв}$	$t$ у хв, за попередньої стерилізації прянощів	Харчова цінність консервів (відносна біологічна цінність за лабільністю білків до ферментативного гідролізу), у с	Коефіцієнт оцінки органолептичних властивостей у с	Зменшення прямих витрат тепла на нагрівання 1 кг консервів у МДж
112	108	102	1168	1975	7,83
113	107	102	1214	2010	7,02
114	105	101	1252	2133	6,97
115	103	99	1321	2464	6,02
116	99	95	1321	2528	5,78
117	96	93	1420	2688	4,65
118	94	92	1482	2920	3,8
119	92	90	1544	3179	2,34
120	90	91	1616	3473	1,02
121	88	88	1679	3804	0,00

Слід також підкреслити, що таке зниження спостерігається в діапазоні температур стерилізації 110-120 $^\circ\text{C}$ , а при вищих температурах ефективність використання оптимального управління стрімко зменшується.

**Висновки.** Розроблено метод комплексної оцінки ефективності температурно-часового режиму стерилізації на основі використання попередніх статистичних даних санітарно-мікробіологічних показників м'ясних консервів за летальністю мікрофлори, кваліметричними характеристиками та витратами теплової енергії на стерилізацію, що дає змогу отримувати готовий продукт при мінімальних енерговитратах з прогнозованими якісними показниками. В основі методу розв'язок відповідної задачі оптимального управління із врахуванням окремих стохастичних властивостей системи. Широке поле наукових досліджень для подальшого удосконалення управління дає використання системного аналізу в кожному окремому випадку експлуатаційних показників технологічного обладнання. Лише викликає застереження той факт, що значне зменшення енерговитрат на стерилізацію м'ясних консервів при забезпеченні задовільних санітарно-мікробіологічних показників може призвести до зниження харчової

цінності продукту, а саме: знизити відносну біологічну цінність продукту внаслідок недостатньої термообробки, особливо в його центральній частині.

#### Література

1. Федішин Я.І., Гембара Т.В., Федішин Т.Я. Дискретне математичне моделювання теплофізичного процесу стерилізації із застосуванням модифікованих біофізичних характеристик термостійкості та летальності // Науковий вісник ЛНУВМ та БТ ім.С.З. Гжицького – 2012. – Том 14, №2, Частина 3. – с. 276-281.
2. Zee Jun Ho, Singh Raresh K., Larkin John W. Determination of lethality and processing time in a continuous sterilization system containing particulates // J. Food Eng. – 1990. – Vol. 11, №1. – P. 67-92.
3. Бурдо О.Г., Федішин Т.Я., Гембара Т.В., Демків Т.М. Використання закону Арреніуса для теплофізичного розрахунку процесу стерилізації м'ясних консервів // Наукові праці Одеської держ. академ. харч. технол. – 2001. – Вип.22. – С.152-159.
4. Математические модели и ЭВМ в микробиологической практике / Ю.П. Малаленко, Ф.В. Мушин, В.А. Романовская и др./ Отв. Ред. В.И. Максимов, Р.И. Гвоздяк. - Киев: Наук. Думка, 1980. – 195с.
5. Соколов А.А., Адонин А.Л., Исаев М.К., Гушин Б.П. Определение пищевой ценности мясных продуктов при термической обработке // Мясная индустрия СССР. – 1980. – №10. – С. 38-39.
6. Mayne D.Q., Rawlings J.B., Rao C.V., Sokaert P.O.M. Constrained model predictive control: Stability and optimality // Automatica. – 2000. – 36. – p. 789—814.
7. Wang H., Li G., Lei Y., Zhao Y., Dai Q., Wang J. Mathematical heat transfer model research for the improvement of continuous casting slab temperature // The Iron and Steel Institute of Japan (ISIJ) International. – 2005. – Vol.45, №9. – P. 1291—1296.
8. Аналітичний розрахунок температурно-часових режимів стерилізації м'ясних консервів / Р.Й. Кравців, Я.І. Федішин, Т.М. Гембара, Т.М. Демків. – Л: “Світ”, 1998. – 80 с.
9. Гембара Т.В., Федішин Я.І., Федішин Т.Я. Управління тепловою обробкою м'яса за параметрами біологічної цінності // Науковий вісник ЛДАВМ ім. С.З. Гжицького. – Львів – 2003. – Т.5, №1. – С. 149 - 152.

#### Summary

*The method for determining the temperature and time regimes sterilization was established. Its foundation is the solution of the problem of optimal control of the technological process of thermal sterilization in autoclaves continuous action. The proposed temperature-time regimes sterilization with minimal heat. Try also given nutritional value and organoleptic properties of canned meat. While the design is equipped microbiological safety. The proposed control algorithms take into account some stochastic factors.*

Рецензент – д.т.н., професор Ціж Б.Р.