

что связано с возможностью их реализации в математических системах Pascal и Maple [14, 15]. Отличия расчетных формул связаны только с выбором системы координат при расчетах.

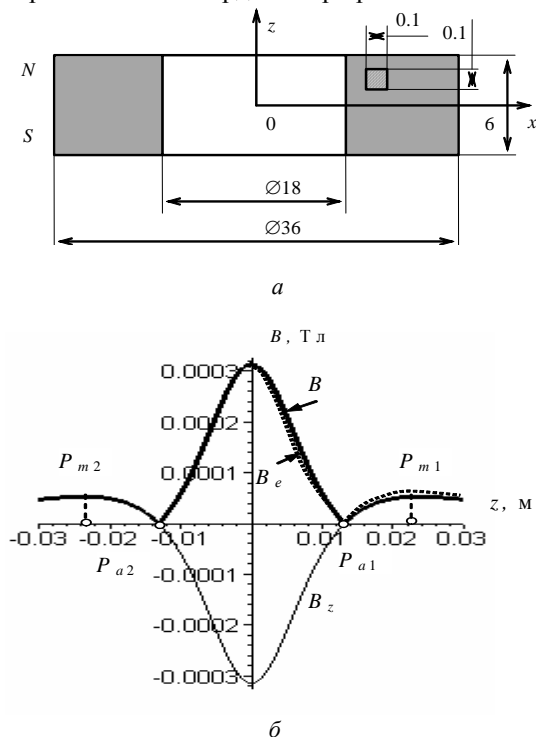


Рис. 1. Схема расположения постоянного магнита (а) и распределение индукции B_e магнитного поля по его оси (б)

Проведенные авторами расчеты компонент магнитной силы, действующей в осевой плоскости постоянного магнита на ферромагнитное тело выявляют два участка между парами соседних точек – нулевого поля и локального экстремума, на которых возможна магнитная левитация ферромагнитного тела. Распределение силы (пондеромоторной) F на одном из этих участков показано в виде кривой на рис. 2.

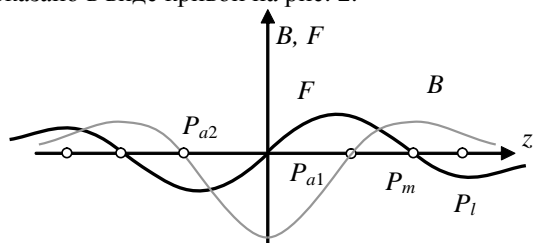


Рис. 2. Схема распределения силы F

Объяснить полученное распределение силы можно следующим образом. В указанных точках энергия МП равна нулю: в точках нулевого поля вследствие равенства нулю индукции, в точке локального экстремума вследствие равенства нулю производной от энергии.

Математическая запись этих положений дается известной формулой [16]:

$$F = -\frac{dW}{dz}, \quad (1)$$

где F – пондеромоторная сила; W – магнитная энергия; z – ось постоянного магнита.

Как видно на рис. 2, на участке $P_{a1} - P_m - P_l$ функция распределения радиальной силы характеризуется отрицательным наклоном, и точка P_m является точкой устойчивого равновесия (вдоль оси z). Такой же участок с отрицательным наклоном присутствует и для левой ветви функции с точкой P_{a2} .

Силовое действие стационарного МП постоянного магнита на пробное ферромагнитное тело проверялось экспериментально. Схема опыта следующая (рис. 3). В горизонтально расположенном постоянном магните 1 помещалась пробирка 2, внутри которой находился ферромагнитный шарик 3. При перемещении пробирки с шариком в вертикальном направлении и достижении областей между особыми точками шарик зависал в положениях 3 и 4. Стенки пробирки удерживали шарик от боковых перемещений. Тем самым получено экспериментальное подтверждение одномерной (по оси кольцевого постоянного магнита) левитации ферромагнитного тела.

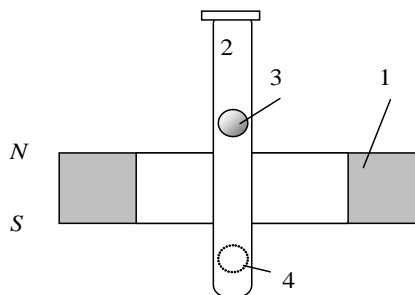


Рис. 3. Схема опыта по одномерной левитации ферромагнитного тела в магнитном поле кольцевого магнита

В результате анализа данных, приведенных в [4] и полученных в результате расчета, возникают следующие вопросы:

1. Наличие точек нулевого поля – это свойство постоянного магнита, как утверждает в работе [4], либо свойство МП?
2. Можно ли получить такие точки с помощью токовых контуров?
3. Можно ли получить множества таких точек?
4. Можно ли получить не только одномерное, но и пространственные распределения заданной конфигурации множеств таких точек?
5. Как соотносится наличие таких точек с теоремой Ирншоу?

2. ТЕОРИЯ ТОЧЕК НУЛЕВОГО ПОЛЯ

Если отвлечься от свойств материала постоянного магнита, его геометрии и характера намагниченности, то по первому вопросу задача может быть сформулирована следующим образом: для минимального числа источников МП необходимо определить положение точек нулевого поля и локального экстремума поля.

Очевидно, что один точечный источник магнитного поля – диполь не имеет в распределении

собственного МП таких точек во внешнем пространстве.

В работе [6] рассмотрена система из двух смещенных диполей, которая порождает указанные точки. Схема взаимного расположения диполей и их ориентации приведена на рис. 4.

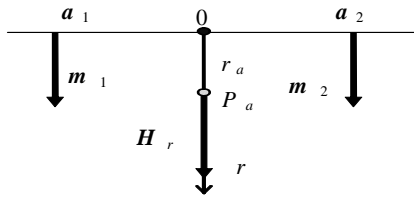


Рис. 4. Схема расположения двух соосных плоско симметричных диполей

Особенностью этих источников является их ориентация и расположение: они одинаково ориентированы и имеют плоскость симметрии.

В теории магнитного поля напряженность дипольного источника описывается простым выражением, связанным с вектором его магнитного момента и вектором смещения относительно начала системы координат. Для рассматриваемой системы из двух диполей для точек плоскости, в которой лежат векторы магнитных моментов, получены простые математические соотношения:

$$\mathbf{H}_r = \frac{m}{2\pi(r^2 + a^2)^{5/2}} (2r^2 - a^2) \mathbf{e}_r, \quad (2)$$

$$H = \frac{m}{2\pi(r^2 + a^2)^{5/2}} |2r^2 - a^2|, \quad (3)$$

где \mathbf{H}_r , H – радиальная компонента и модуль вектора напряженности поля в произвольной точке наблюдения P_a ; m – модуль вектора магнитного момента дипольного источника; r – радиус точки наблюдения на оси источников; a – расстояние (смещение) источника от оси r ; \mathbf{e}_r – орт-вектор оси источников.

Координата точки нулевого поля определяется из условия

$$H = |\mathbf{H}_r| = 0. \quad (4)$$

С учетом условия (4) из соотношений (2) и (3) определяются координаты r_{a1} , r_{a2} точек нулевого поля P_{a1} , P_{a2} :

$$r_{a1} = a/\sqrt{2}; \quad r_{a2} = -a/\sqrt{2}. \quad (5)$$

Координаты точек локальных экстремумов поля рассматриваемой системы источников получены из условия:

$$\left| \frac{dH}{dr} \right| = \left| \frac{H_r}{dr} \right| = 0. \quad (6)$$

С учетом условия (6) из уравнений (2) и (3) определяются координаты r_{m1} , r_{m2} точек экстремумов поля P_{m1} , P_{m2} и локальный экстремум поля H_m :

$$r_{m1} = a\sqrt{6}/2 \approx 1,2247a; \quad r_{m2} = -a\sqrt{6}/2 \approx -1,2247a; \quad (7)$$

$$H_m \approx 0,202m/2\pi a^3. \quad (8)$$

Более тонкие исследования показывают принципиальное различие кривых B_e , B_z , B и их поведения вблизи точки нулевого поля. Точка

нулевого поля является седловой, а не точкой минимума (экстремума). По сравнению с моделью [6] предложенная модель МП постоянного магнита позволяет рассчитать положение точки нулевого поля (7) и учитывает знак индукции либо напряженности в (8).

Так как точка нулевого поля равняется седловой для пары диполей, то в точках вблизи нее силы, действующие на ферромагнитное тело, не обеспечивают состояние устойчивого равновесия для боковых отклонений от оси.

Свойство пары смещенных диполей порождать указанные особые точки сохраняется и в постоянном магните благодаря преобразованиям симметрии [17], что иллюстрируется на рис. 5.

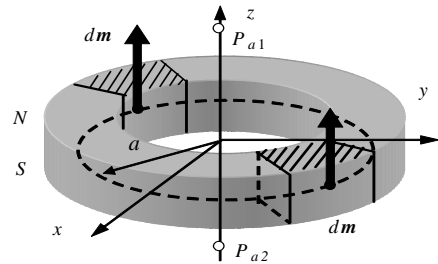


Рис. 5. Схема опыта по одномерной левитации ферромагнитного тела в магнитном поле кольцевого магнита

Элементарные намагниченные объемы постоянного магнита, расположенные симметрично оси (z), представлены парой векторов с магнитным моментом dm . Для расчета внешнего магнитного поля, создаваемого однородно намагниченным в осевом направлении постоянным магнитом, широко применяются интегральные методы [6, 7]. При этом объем постоянного магнита условно разбивается на элементарные источники в виде выделенных объемов, в пределах которых вектор намагниченности принято считать постоянным, а результирующее поле определяется наложением полей элементарных источников. Напряженность внешнего магнитного поля в произвольной точке при этом может быть представлена следующим выражением [18, 19]:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \sum_{v=1}^{l_j} (\mathbf{n}_{vj} \times \mathbf{M}_j) \times \int_{\Delta S_{vj}} \frac{\mathbf{r}}{r^3} dS, \quad (9)$$

где \mathbf{B} – вектор индукции; μ_0 – магнитная постоянная; N – количество выделенных объемов ферромагнитного элемента; j , l_j , \mathbf{M}_j – номер, количество граней и вектор намагниченности выделенного объема; v – номер грани j -го выделенного объема; \mathbf{n}_{vj} – вектор внешней нормали, проведенной к плоскости v -й грани j -го выделенного объема; ΔS_{vj} – площадь поверхности v -й грани j -го выделенного объема; \mathbf{r} – вектор, проведенный из точки наблюдения в среднюю точку (геометрический центр) каждого выделенного объема.

В случае рассматриваемого кольцевого постоянного магнита, однородно намагниченного вдоль оси ($\mathbf{M}_j = \mathbf{M}$) и помещенного в центре