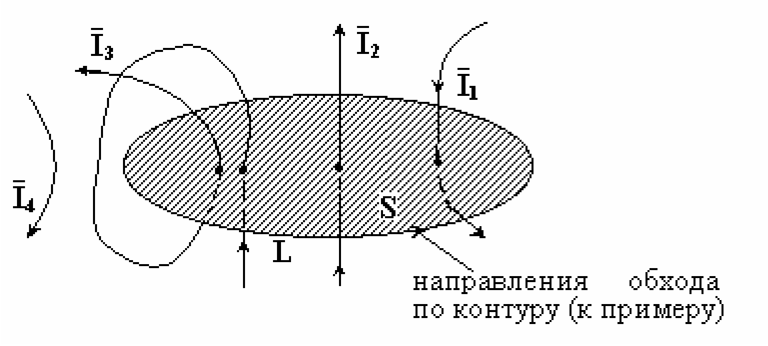

Рис. 29.1

Например: (смотри рис. 29.1)

$$\sum_{i=1}^{N} I_i = -I_1 + I_2 + I_3 + I_3 - I_4 \cdot 0 = I_2 + 2 \cdot I_3 - I_1. \tag{29.5}$$

Выражение (29.5) справедливо только для поля в вакууме. Формула (29.3) – постулат, подтвержденный экспериментально.

Если ток I распределен по объему, то

$$I = \int jdS, \tag{29.6}$$

где S – произвольная поверхность, натянутая на контур. И тогда (29.3) можно записать так:

$$\int_L BdI = \mu_0 SjdS = \mu_0 j_0 dS. \tag{29.7}$$

Факт, что циркуляция вектора $\vec{B}$, вообще говоря, не равна нулю, означает, что поле $\vec{B}$ не потенциально. Поле $\vec{B}$ называют вихревым или соленоидальным.

Закон (29.7) называют еще законом полного тока.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$ играет примерно такую же роль, что и теорема Гаусса для векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$.

Но циркуляция $\vec{B}$ определяется только теми токами, которые охватывают данный контур. При наличии специальной симметрии теорема о циркуляции оказывается весьма эффективной, позволяя очень просто находить $\vec{B}$.

§30. Примеры применения теоремы о циркуляции вектора $\vec{B}$

Пример 30.1. Магнитное поле прямого тока

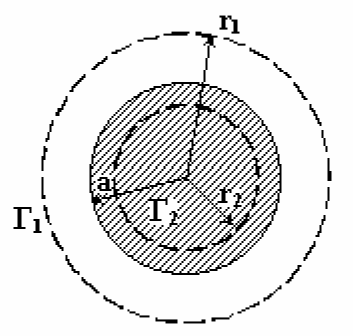

Рис. 30.1

Пусть постоянный ток I течет вдоль бесконечно длинного прямого провода, имеющего круглое сечение радиусом а. Найти индукцию $\vec{B}$ поля снаружи и внутри провода. Линии вектора $\vec{B}$ имеют вид окружностей с центром на оси провода.

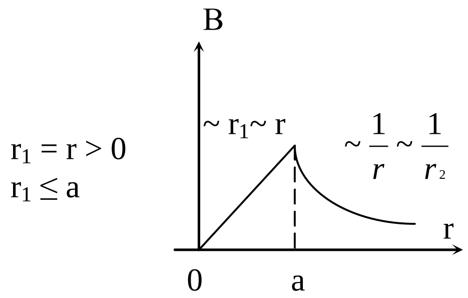

Рис. 30.2. График зависимости $B = f(r)$

Модуль вектора $\vec{B}$ должен быть одинаков во всех точках на расстоянии r от оси провода. Для круглого контура – Γ_1 по теореме о циркуляции $\vec{B}$:

$$B \cdot 2\pi r_1 = \mu_0 I, \tag{30.1}$$

или

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}, \ (r_1 \geq a), \tag{30.2}$$

Внутри провода рассмотрим контур Γ_2:

$$B_2 \cdot 2\pi r_2 = \mu_0 I_2, \tag{30.3}$$

но

$$\frac{I}{\pi r^2}, \tag{30.4}$$

– ток, приходящийся на единицу площади. Тогда

$$I_2 = \frac{I}{\pi a^2} \cdot \pi r_2^2, \tag{30.5}$$

или

$$I_2 = I\left(\frac{r_2}{a}\right)^2, \tag{30.6}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I r_2^2}{a^2 2\pi r_2}, \tag{30.7}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I r_2}{2\pi a^2}, \ (r_2 \leq a). \tag{30.8}$$

Если провод имеет вид трубки, то снаружи индукция B определяется формулой (30.8), а внутри – магнитное поле отсутствует.

Пример 30.2. Магнитное поле соленоида

Соленоид – это цилиндрическая катушка, состоящая из большого числа витков, равномерно намотанных на общий сердечник. Пусть ток I течет по соленоиду, имеющему n витков на единицу длины ($n = N/l$). Шаг винтовой линии достаточно мал и каждый виток соленоида можно приближенно заменить замкнутым витком. Считаем, что сечение проводника настолько мало, что ток в соленоиде можно считать текущим по его поверхности. Для бесконечно длинного соленоида (как показывает опыт) магнитное поле снаружи соленоида отсутствует вообще.

Линии вектора $\vec{B}$ внутри соленоида направлены вдоль его оси, а вектор $\vec{B}$ составляет с направлением тока в соленоиде правовинтовую систему.

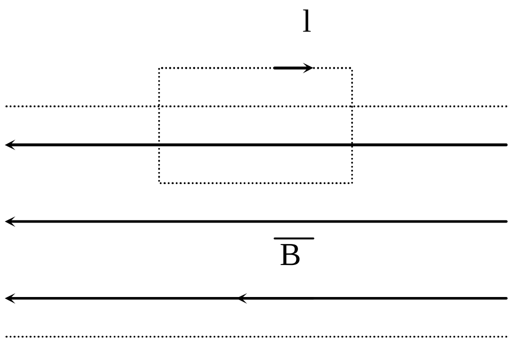

Рис. 30.3

В виде замкнутого контура выберем прямоугольник. Циркуляция вектора $\vec{B}$ по данному контуру равна $B \cdot l$ и контур охватывает ток:

$$n_0 \cdot I \cdot l = N \cdot I; \tag{30.9}$$

по теореме о циркуляции

$$B \cdot l = \mu_0 \cdot n_0 \cdot I \cdot l, \tag{30.10}$$

$$B = \mu_0 \cdot N \cdot I \cdot l / l = \mu_0 \cdot n_0 \cdot I, \tag{30.11}$$

$$B = \mu_0 NI / l. \tag{30.12}$$

Т.е. поле внутри длинного соленоида однородно, (за исключением областей, примыкающих к торцам соленоида, но этим при расчетах часто пренебрегают).

Произведение:

$$n_0 I, \tag{30.13}$$

– называют числом ампер-витков, при n_0=2000 (витк/м) и I = 2А магнитное поле соленоида $B = 5 \cdot 10^{-3}$ Тл.

$$B = \mu_0 n_0 I. \tag{30.14}$$

$[B] = [\mu_0 \cdot n_0 \cdot I]$=1 (Гн/м)·(1/м)·А = 1 В·с·А/А·м^2 = 1 Тл

1 Гн = 1В·1с/1А

Пример 30.3. Поток вектора $\vec{B}$ через соленоид

Магнитная индукция однородного поля внутри соленоида с сердечником с магнитной проницаемостью μ по теореме о циркуляции равна:

$$B = \mu \mu_0 NI / l, \tag{30.15}$$

или

$$B = \mu \mu_0 n_0 I, \tag{30.16}$$

где $n_0 = N / l$.

Магнитный поток через один виток равен:

$$\Phi_1 = BS. \tag{30.17}$$

Полный магнитный поток соленоида равен:

$$\Psi = \Phi_1 N = NBS = \mu \mu_0 N^2 I S / l, \tag{30.18}$$

или

$$\psi = \mu\,\mu_0\,n_0^{\ 2}\,l^2\,IS/l = \mu\,\mu_0\,n_0^{\ 2}\,lIS = \mu\,\mu_0\,n_0^{\ 2}\,IV\,, \qquad (30.19)$$

где n_0 – число витков на единицу длины; V – объем поля внутри соленоида.

Пример 30.4. Магнитное поле тороида

Тороид представляет собой провод, навитый на каркас, имеющий форму тора или достаточно длинный соленоид, свитый в кольцо (рис. 30.4). Из соображений симметрии следует, что силовые линии вектора $\vec{B}$ являются окружностями, центры которых расположены на оси ОО' тороида. В качестве замкнутого контура возьмем одну из таких окружностей, радиусом R (рис. 30.5). Тогда если контур расположен внутри тороида, имеющего N витков в катушке, а по проводу течет ток I, то контур охватывает ток NI. По теореме о циркуляции:

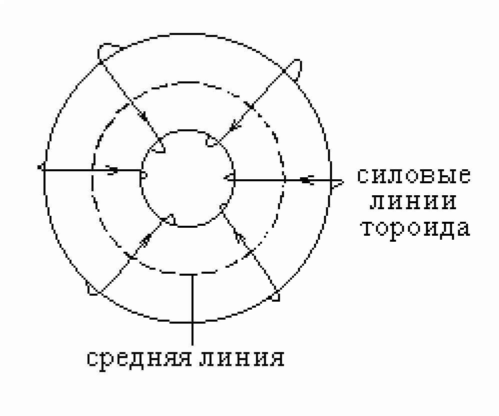

Рис. 30.4

$$B2\pi R = \mu_0 NI \;\; => \qquad (30.20)$$

$$B = (\mu_0/2\pi)\cdot(NI/r), \qquad (30.21)$$

длину тороида следует считать по средней линии.

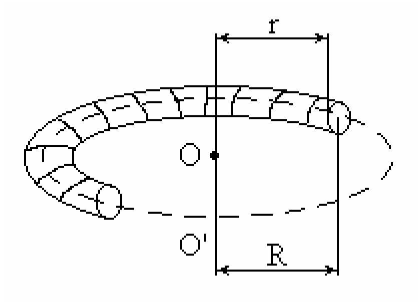

Рис. 30.5

Внутри тороида МП совпадает с полем прямого тока NI , текущего вдоль оси ОО'. Если выбранный контур проходит вне тороида, то токов он не охватывает и

$$B2\pi r = 0\,. \qquad (30.22)$$

Т.е. вне тороида МП отсутствует.

Мы предполагали, что линии тока лежат в меридиональных плоскостях, т.е. в плоскостях, проходящих через ось ОО' тороида. У реального тороида витки не лежат строго в этих плоскостях, поэтому имеется составляющая тока вокруг оси ОО', она создает дополнительное МП, аналогичное полю кругового тока.

§31. Сила Ампера. Закон Ампера

Если провод, по которому течет ток, находится в МП, то на каждый из носителей тока действует сила:

$$\vec{F}_{лм} = q\left[\left(\vec{\upsilon}+\vec{U}\right),\vec{B}\right], \tag{31.1}$$

$\vec{U}$ – скорость теплового движения.

$\vec{\upsilon}$ – скорость упорядоченного движения.

И тогда на провод с током действует сила.

Найдем силу $d\vec{F}$, действующую на элемент длины проводника dl, по которому течет ток *I*.

Т.к. $\vec{\upsilon} << \vec{U}$, то:

$$d\vec{F}_{лм} = q\left[\vec{\upsilon},\vec{B}\right], \tag{31.2}$$

сила, действующая на один заряд.

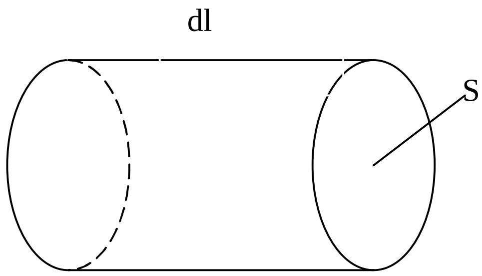

Рис. 31.1

Пусть провод имеет сечение *S*, а элемент провода длину – dl. В элементарном объеме провода:

$$dV = dlS, \tag{31.3}$$

имеется число носителей (в единице объема – *n*), тогда число носителей в объеме dV →

$$N = ndV = nSdl, \tag{31.4}$$

и тогда:

$$d\vec{F}_{сум} = <\vec{F}_{лм}> nSdl = \left[n<\vec{\upsilon}>,\vec{B}\right]Sdl, \tag{31.5}$$

$$\vec{j} = en<\vec{\upsilon}>, \tag{31.6}$$

$$d\vec{F}/dV = \left[\vec{j},\vec{B}\right], \tag{31.7}$$

$$d\vec{F} = \left[\vec{j},\vec{B}\right]dV, \tag{31.8}$$

$$j = dI/dS_{\perp};$$

$$\vec{j} = I/S_{\perp};$$

$$jdV = jSdI = IdI;$$

$$\vec{j}dV = Id\vec{l};$$

$$d\vec{F}_A = I\left[d\vec{l},\vec{B}\right], \tag{31.9}$$

$d\vec{l}$ – вектор, совпадающий по направлению с током и характеризующий элемент длины проводника

$$\vec{F}_A = I\left[\vec{l},\vec{B}\right] dV = dlS, \tag{31.10}$$