

# НЕЧЕТКИЕ РЕГУЛЯТОРЫ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ<sup>1</sup>

Ю. И. Кудинов\*, И. Н. Дорохов\*\*, Ф. Ф. Пащенко\*\*\*

*\*Липецкий государственный технический университет;*

*\*\*Российский химико-технологический университет им. Д. И. Менделеева, г. Москва;*

*\*\*\*Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова, г. Москва*

Рассмотрены вопросы анализа, синтеза и классификации нечетких регуляторов и систем управления. Дан анализ публикаций по нечетким регуляторам. Основное внимание уделено логико-лингвистическим, аналитическим и обучаемым нечетким регуляторам и системам управления. Рассмотрена нечеткая разностная TS-модель, пригодная для описания динамических объектов и нечетких регуляторов. Показано применение методов Ляпунова для оценки устойчивости нечетких систем и синтеза нечетких регуляторов. Приведены структура и методы обучения нечетких систем управления, содержащих нейронечеткие TS-модели регулятора и объекта. Дано сравнение нечетких и статистических регуляторов.

## ВВЕДЕНИЕ

В теории управления особое внимание всегда уделялось проблеме синтеза математических моделей и алгоритмов управления при недостаточной информации об объекте управления и действующих на него полезных сигналах и помехах. Этот интерес усилился в последнее время в связи с изучением слабо формализованных сложных систем и разработкой принципов и алгоритмов управления этими системами.

Опыт создания систем автоматического управления для сложных технологических объектов, в условиях большой неопределенности и неполноты знаний об объекте, нечеткости описаний показал неэффективность применения только формальных классических методов теории управления. Этим объясняется повышенный интерес к невероятностным моделям нечеткости и неопределенности, характерный для 1960—1970-х гг. Субъективная вероятность Севеджа, верхние и нижние вероятности Демпстера, характеризующие неопределенность в теории вероятностей, правдоподобие и доверие Шеффера и, наконец, теория нечетких множеств Заде — это неполный список направлений,

ориентированных на моделирование на основе экспертных знаний и принятие решений в условиях нечеткости и неопределенности.

В последнее время наблюдается исключительно высокий интерес к одному из важнейших приложений теории нечетких множеств — анализу и синтезу нечетких регуляторов и систем управления технологическими процессами и установками. Нужно сказать, что широко применяемые традиционные ПИ- и ПИД-алгоритмы можно считать экспертными, так как были впервые построены в конце XIX столетия, когда теории автоматического управления еще не существовало. Отечественные публикации по этой проблематике относятся к концу 1980-х и началу 1990-х гг. [1—7]. Вместе с тем, за прошедшее десятилетие произошло лавинообразное увеличение числа теоретических и прикладных исследований в области нечетких регуляторов и систем управления. Об этом свидетельствуют последние конгрессы IFAC и появление новых журналов, посвященных этой проблеме.

Большое число практических применений нечетких систем управления в промышленности, транспорте и бытовых приборах отмечено в Японии, Китае, США и в европейских странах.

В последнее время уже более определенно можно говорить о сформировавшихся трех видах нечетких регуляторов: логико-лингвистических, аналитических и обучаемых. Однако информация о

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ по проекту 04-01-00816 и ОЭММПУ РАН по программе № 16.



них не систематизирована и разбросана по многим публикациям. Цель настоящей работы — дать конструктивный анализ нечетких регуляторов, позволяющий специалисту свободно ориентироваться в области нечетких систем управления технологическими процессами в условиях неопределенности.

**ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ**

Рассмотрим такие основные понятия, как нечеткие множества и некоторые операции на них, лингвистическая переменная и нечеткое отношение.

Нечетким множеством  $X$  на универсальном множестве  $\mathbf{X} = \{x: x_{\min} \leq x \leq x_{\max}\}$  называется упорядоченная совокупность пар [8]

$$X = \{x, X(x)\}, \quad x \in \mathbf{X},$$

где  $X(x)$  — функция принадлежности  $x$  к  $X$ , отображающая  $\mathbf{X}$  в интервал  $[0, 1]$ .

На нечетких множествах  $X_1$  и  $X_2$  определены операции объединения (связки “или”, “иначе”)

$$(X_1 \cup X_2)(x) = X_1(x) \vee X_2(x) = \max(X_1(x), X_2(x))$$

и пересечения (связка “и”)

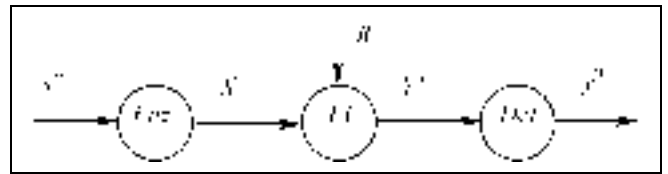
$$(X_1 \cap X_2)(x) = X_1(x) \wedge X_2(x) = \min(X_1(x), X_2(x)).$$

Лингвистическая переменная определяется тройкой  $(x, T_x, \mathbf{X})$ , в которой  $x$  — название переменной,  $T_x = \{T_x^1, T_x^2, \dots, T_x^k\}$  — терм-множество лингвистических значений или термов  $T_x^l, l = \overline{1, k}$ , с соответствующими функциями принадлежности  $T_x^l(x)$ , заданными на универсальном множестве  $\mathbf{X}$ .

Нечеткое отношение  $R$  на декартовом произведении множеств  $\mathbf{X} \times \mathbf{Y} = \{(x, y), x \in \mathbf{X}, y \in \mathbf{Y}\}$  есть нечеткое множество в  $\mathbf{X} \times \mathbf{Y}$  с функцией принадлежности  $R(x, y)$ , которая характеризует степень совместимости пары  $x, y$  с  $R$ . Если  $x, y$  — точки, т. е.  $x \in \mathbf{X} = \{x^1, \dots, x^k\}, y \in \mathbf{Y} = \{y^1, \dots, y^s\}$ , то отношение является матрицей с элементами  $R(x^l, y^r), l = \overline{1, k}, r = \overline{1, s}$  [8].

**ЛОГИКО-ЛИНГВИСТИЧЕСКИЕ РЕГУЛЯТОРЫ**

Такого рода нечеткие регуляторы содержат нечеткие множества, логические операции объединения, пересечения и композиции с лингвистическими значениями переменных, нечеткое отношение, образованное одной или несколькими логическими операциями, и правило вывода нечеткого выхода при известном входе. Первые логико-лингвистические регуляторы (ЛЛР) [9—11] оказали очень сильное влияние на последующие исследо-



**Рис. 1. Преобразование входа в нечетком регуляторе**

вания в области нечетких систем управления и заслуживают того, чтобы вначале изложить основные принципы их построения, а затем показать, как эти принципы реализованы в одном из регуляторов.

Принципы построения ЛЛР рассмотрим на примере простейшего обобщенного регулятора с одним входом  $x$  (обычно ошибка регулирования) и одним выходом  $y$  (регулирующее или управляющее воздействие), связанных нечеткими правилами

- $R^1$ : если  $x$  есть  $X^1$ , то  $y$  есть  $Y^1$ , иначе
- $R^2$ : если  $x$  есть  $X^2$ , то  $y$  есть  $Y^2$ , иначе
- ...
- $R^n$ : если  $x$  есть  $X^n$ , то  $y$  есть  $Y^n$ ,

содержащими нечеткие множества  $X^0 \in T_x$  и  $Y^0 \in T_y$ .

В алгоритме функционирования ЛЛР в той или иной форме присутствуют процедуры преобразований (фазификации *Fuz*) измеренного значения  $x^0$  переменной  $x$  в лингвистическое значение  $X'$ , нечеткого вывода (fuzzy inference *FI*) лингвистического выхода  $Y'$  по известному входу  $X'$  и совокупности правил  $R = \{R^1, \dots, R^n\}$  и преобразования (дефазификации *Def*) лингвистического значения выхода  $Y'$  в действительное  $y^0$  (рис. 1).

“Входной измеримой переменной  $x$  со значением  $x^0$  соответствует так называемое “вырожденное” нечеткое множество  $X'$  с функцией принадлежности

$$X'(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x = x^0 \\ 0, & \text{если } x \neq x^0, \end{cases}$$

где  $x^0$  — точка, именуемая синглетоном множества  $X'$ . Запишем выражение нечеткого вывода для ЛЛР, заданного множеством правил (1)

- $R^1$ : если  $x$  есть  $X^1$ , то  $y$  есть  $Y^1$ , иначе
  - $R^2$ : если  $x$  есть  $X^2$ , то  $y$  есть  $Y^2$ , иначе
  - ...
  - $R^n$ : если  $x$  есть  $X^n$ , то  $y$  есть  $Y^n$ ,
- 
- у есть  $Y'$

Значения истинности высказываний “ $x$  есть  $X^{\theta}$ ”, “ $y$  есть  $Y^{\theta}$ ” и “ $x$  есть  $X'$ ” в правилах (1) и посылке выражения вывода (2) определяются значениями соответствующих функций принадлежности  $X^{\theta}(x)$ ,  $Y^{\theta}(y)$  и  $X'(x)$  для  $x \in \mathbf{X}$ ,  $y \in \mathbf{Y}$ .

Каждое правило  $R^{\theta}$  — это нечеткая импликация

$$R^{\theta} = \text{если } x \text{ есть } X^{\theta}, \text{ то } y \text{ есть } Y^{\theta} = X^{\theta} \rightarrow Y^{\theta}.$$

В ЛЛР в качестве процедуры вывода  $Y'$  используется максиминная композиция Заде [8]

$$Y'(y) = (X' \circ R)(y) = \bigvee_{x \in \mathbf{X}} (X'(x) \wedge R(x, y)), \quad (3)$$

где  $R(x, y) = \bigvee_{\theta=1}^n R^{\theta}(x, y) = \bigvee_{\theta=1}^n X^{\theta}(x) \wedge Y^{\theta}(y)$ .

В точке  $x^0$  выражение (3) после подстановки  $X'(x^0) = 1$  принимает вид

$$Y'(y) = \bigvee_{\theta=1}^n R(x^0, y) = \bigvee_{\theta=1}^n X^{\theta}(x^0) \wedge Y^{\theta}(y). \quad (4)$$

Значение выхода  $y^0$  можно определить путем максимизации

$$y^0 = \max_{y \in Y} Y'(y) \quad (5)$$

или вычисления “центра тяжести” функции принадлежности  $Y'(y)$

$$\int_{y_{\min}}^{y^0} Y'(y) dy = \int_{y^0}^{y_{\max}} Y'(y) dy. \quad (6)$$

Наиболее известный и часто цитируемый ЛЛР, разработанный для управления паровой машиной [9], имеет четыре входных ( $x_1$  — ошибка давления, равная отклонению текущего значения от заданного значения;  $x_2$  — ошибка скорости;  $x_3$  — скорость изменения  $x_1$ ;  $x_4$  — скорость изменения  $x_2$ ) и две выходных ( $y_1$  — изменение тепла;  $y_2$  — изменение давления пара) переменных. Диапазоны изменения входных  $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_4$  и выходной  $\mathbf{Y}_1$  переменных  $x_1, \dots, x_4, y_1$  разбиваются на семь интервалов со следующими лингвистическими значениями: *PB* — положительное большое; *PM* — положительное среднее; *PS* — положительное малое; *ZE* — нулевое; *NS* — отрицательное малое; *NM* — отрицательное среднее; *NB* — отрицательное большое. Диапазон изменения  $\mathbf{Y}_2$  выходной переменной  $y_2$  состоит из пяти интервалов с определенными на них лингвистическими значениями *NB, NS, ZE, PS, PB*. Указанные лингвистические значения образуют два терм-множества  $T_1 = \{NB, NM, NS, ZE,$

$PS, PM, PB\}$  и  $T_2 = \{NB, NS, ZE, PS, PB\}$ . Нечеткий регулятор состоит из двух совокупностей правил,  $j = 1, 2$ , определяющих изменение тепла  $y_1$  и давления  $y_2$

$R_j^1$ : если  $x_1$  есть  $X_{1j}^1$  и  $x_2$  есть  $X_{2j}^1$  и ...

... и  $x_4$  есть  $X_{4j}^1$ , то  $y_j$  есть  $Y_j^1$ , иначе

$R_j^2$ : если  $x_1$  есть  $X_{1j}^2$  и  $x_2$  есть  $X_{2j}^2$  и ...

... и  $x_4$  есть  $X_{4j}^2$ , то  $y_j$  есть  $Y_j^2$ , иначе

...

$R_j^{n_j}$ : если  $x_1$  есть  $X_{1j}^{n_j}$  и  $x_2$  есть  $X_{2j}^{n_j}$  и ...

... и  $x_4$  есть  $X_{4j}^{n_j}$ , то  $y_j$  есть  $Y_j^{n_j}$ ,

$x_1$  есть  $X'_{1j}$  и  $x_2$  есть  $X'_{2j}$  и... и  $x_4$  есть  $X'_{4j}$ ,

$y_j$  есть  $Y'_j$ .

Высказывания “ $x_i$  есть  $X_{ij}^{\theta_j}$ ” и “ $x_i$  есть  $X'_{ij}$ ” в посылке выражения вывода (5) со значениями истинности, заданными соответствующими функциями принадлежности  $X_{ij}^{\theta_j}(x)$  и  $X'_{ij}(x)$ ,  $i = \overline{1, 4}$ ,  $j = 1, 2$ ,  $\theta_j = \overline{1, n}$ , объединены логической связкой “и”, реализующей операцию пересечения. Тогда истинность левой части  $\theta_j$ -го правила определяется как

$$X_{1j}^{\theta_j}(x_1) \wedge X_{2j}^{\theta_j}(x_2) \wedge \dots \wedge X_{4j}^{\theta_j}(x_4),$$

а истинность посылки —

$$X'_{1j}(x_1) \wedge X'_{2j}(x_2) \wedge \dots \wedge X'_{4j}(x_4), \quad j = 1, 2.$$

Выражение максиминной композиции (3) примет вид

$$Y'_j(y_j) = \bigvee_{\substack{x_1 \in X_1 \\ x_4 \in X_4}} ([X'_{1j}(x_1) \wedge (X'_{2j}(x_2) \wedge \dots \wedge X'_{4j}(x_4))] \wedge R_j(x_1, \dots, x_4, y_j)), \quad (7)$$

где  $R_j(x_1, \dots, x_4, y_j) = \bigvee_{\theta_j=1}^{n_j} (X_{1j}^{\theta_j}(x_1) \wedge X_{2j}^{\theta_j}(x_2) \wedge \dots \wedge X_{4j}^{\theta_j}(x_4) \wedge Y_j^{\theta_j}(y_j))$ .

Поскольку  $x_1^0, \dots, x_4^0$  являются синглетами множеств  $X'_i$ , то после подстановки  $X'_i(x_i^0) = 1$ ,



$i = \overline{1, 4}$ , в выражение (7) получим импликацию Мамдани

$$Y_j'(y_j) = R_j(x_1^0, \dots, x_4^0, y_j) = \bigvee_{\theta_j=1}^{n_j} (X_{1j}^{\theta_j}(x_1^0) \wedge X_{2j}^{\theta_j}(x_2^0) \wedge \dots \wedge X_{4j}^{\theta_j}(x_4^0) \wedge Y_j^{\theta_j}(y_j)), j = 1, 2. \quad (8)$$

Действительные выходные значения  $y_1^0$  и  $y_2^0$  определяются на основании найденных функций принадлежности  $Y_1'(y_1)$  и  $Y_2'(y_2)$  с помощью соотношений (5) и (6).

Рассмотренный ранее ЛЛР с импликацией (8) называется регулятором Мамдани. Если в выражении (4) принять  $R(x, y) = 1$ , то регулятор Мамдани будет иметь статическую характеристику многопозиционного реле (рис. 2, а), в котором нарушаются линейность и непрерывность выхода  $y$  относительно входа  $x$ .

Попытки устранить указанные недостатки были предприняты в работах [12—16] и заключались в использовании импликации Лукасевича в качестве нечеткого отношения  $R(x, y)$  в выражении (3):

$$R_L(x, y) = 1 \wedge [1 - X(x) + Y(y)]. \quad (9)$$

Действительно, если принять  $R_L(x, y) = 1$ , то импликация (9) в выражении (4) с одним входом

$$Y'(y) = \bigvee_{\theta=1}^n R_L^\theta(x, y)$$

позволяет получить более совершенный ЛЛР, имеющий статическую характеристику линейной функции с насыщением (рис. 2, б).

Однако гораздо большее применение нашли регуляторы и нечеткие системы управления, использующие импликацию Заде. Им посвящено большое количество исследований, в которых регуляторы и системы управления представлены нечеткими дифференциальными

$$\dot{X}(t) = X(t) \circ R \quad (10)$$

и разностными уравнениями

$$X_{t+1} = X_t \circ R. \quad (11)$$

В первых публикациях [17—21] анализировались устойчивость и управляемость нечетких динамических систем типа (10) и (11). Для этих целей привлекались функции Ляпунова [17, 18] и методы оценки устойчивости, опирающиеся на такие специфические понятия нечетких множеств, как энергия нечеткого множества  $X_t$  и нечеткого отношения  $R$ , пиковые характеристики нечетких множеств и меры их близости [19—21].

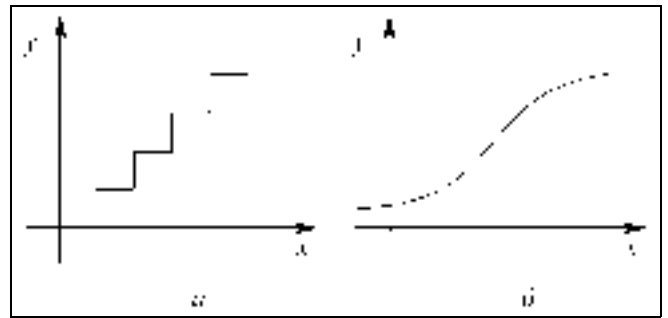


Рис. 2. Статические характеристики нечетких регуляторов

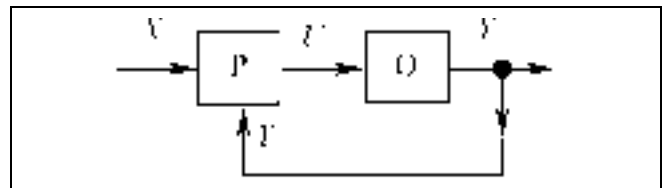


Рис. 3. Схема замкнутой системы управления

Основной недостаток предлагаемых подходов заключается в отсутствии конкретных рекомендаций по выбору или синтезу нечетких регуляторов и систем управления, обладающих определенными динамическими свойствами (управляемости, устойчивости и качества процессов регулирования).

Первая попытка синтеза оптимального в смысле минимума ошибки регулирования ЛЛР была предпринята в замкнутой системе управления (рис. 3) на основании заданных таблицами 1 и 2 нечетких операторов  $F_{OU}$  и  $F^*$  объекта [22] и оптимальной замкнутой системы, соответственно.

В целях компактности изложения представим в аналитической форме табличные операторы объекта управления  $O$

$$\dot{Y} = F_{OU}(Y, U), \quad (12)$$

Таблица 1

Нечеткий оператор объекта

Управление $U$	Выход $Y$						
	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
NB	ZE	NS	NS	NM	NB	NM	NS
NM	PB	ZE	NB	NB	NB	NM	NB
NS	NS	NS	ZE	NM	NM	NB	NB
ZE	PB	PB	PB	ZE	PS	PS	PS
PS	NM	ZE	PS	NB	PB	PM	PB
PM	NM	NS	ZE	PS	ZE	NS	NB
PB	NB	NB	NB	ZE	PB	PB	PB

оптимальной замкнутой системы

$$\dot{Y} = F^*(Y, X) \quad (13)$$

и синтезируемого регулятора  $P$

$$U = F_{PX}(X, Y), \quad (14)$$

в которых лингвистические переменные, характеризующие задание  $X$ , выход  $Y$ , его скорость  $\dot{Y}$  и управление  $U$  принимают значения из терм-множества  $T = \{NB, NM, NS, ZE, PS, PM, PB\}$ . Оператор объекта (12) строится по результатам исследования его статических и динамических характеристик. Для табличного оператора объекта (12) легко получить обратный относительно управления  $U$  оператор  $F_{OU}^{-1}$ :

$$U = F_{OU}^{-1}(\dot{Y}, X), \quad (15)$$

а оператор  $F^*$  оптимальной замкнутой системы можно получить, исходя из графика лингвистической динамики (рис. 4) и следующих эвристических соображений.

Точки 1, 2, ..., 7 на графике характеризуют равенство лингвистических значений задания  $X$  и выхода  $Y$ , а также минимальную скорость выхода  $\dot{Y} = ZE$ , позволяющую предотвратить перерегулирование. По мере увеличения рассогласования между  $X$  и  $Y$ , т. е. ошибки регулирования, должна возрастать скорость выхода  $\dot{Y}$ , направленная в сторону одной из этих точек. Направление и размеры стрелок  $\dot{Y}$  соответствуют принятым лингвистическим значениям. Например, в точке "о" графика лингвистической динамики оптимальной замкнутой системы определены один набор данных табличного оператора  $F^*$ :  $X = PS$ ,  $Y = PM$ ,  $\dot{Y} = NS$  и соответствующее правило: если  $X = PS$  и  $Y = PM$ , то  $\dot{Y} = NS$ .

Таблица 2

Нечеткий оператор замкнутой системы

Вход $X$	Выход $Y$						
	$NB$	$NM$	$NS$	$ZE$	$PS$	$PM$	$PB$
$NB$	$ZE$	$NS$	$NS$	$NM$	$NB$	$NB$	$NB$
$NM$	$PS$	$ZE$	$NS$	$NS$	$NM$	$NB$	$NB$
$NS$	$PS$	$PS$	$ZE$	$NS$	$NS$	$NM$	$NB$
$ZE$	$PB$	$PM$	$PS$	$ZE$	$NS$	$NM$	$NB$
$PS$	$PB$	$PM$	$PS$	$PS$	$ZE$	$NS$	$NM$
$PM$	$PB$	$PB$	$PM$	$PS$	$PS$	$ZE$	$NS$
$PB$	$PB$	$PB$	$PB$	$PM$	$PS$	$PS$	$ZE$

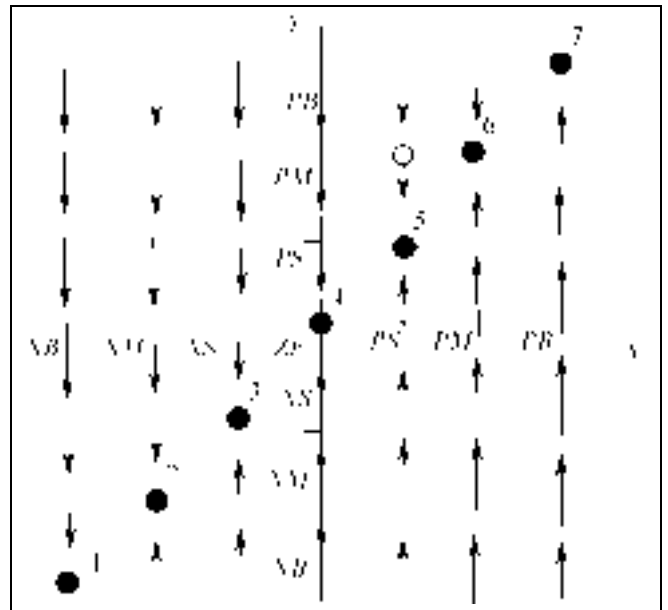


Рис. 4. График лингвистической динамики

Теперь сформулируем задачу синтеза оптимального нечеткого регулятора. Для всех лингвистических значений задания  $X$  и выхода  $Y$ , с помощью оператора оптимальной замкнутой системы (13) и обратного оператора объекта (15) определить управления  $U$ , т. е. тройки  $\langle U, X, Y \rangle$ , образующие оператор регулятора (14).

Рассмотрим процедуру определения управления  $U^*$  в тройке  $\langle X^*, Y^*, U^* \rangle$  при  $X^* = NS$ ,  $Y^* = PM$ . Подстановка  $X^* = NS$  и  $Y^* = PM$  в табл. 2 (оператор  $F^*$  оптимальной замкнутой системы) дает  $\dot{Y}^* = NM$ . Для  $Y^* = PM$  и  $\dot{Y}^* = NM$  из табл. 1 (оператор  $F_{OU}$  объекта управления) получаем  $U^* = NM$ , т. е. реализуем обратный оператор объекта и определяем искомую тройку  $\langle NS, PM, NM \rangle$ .

В общем случае обратный оператор  $F_{OU}^{-1}$  не является однозначным. Неоднозначным становится найденный оптимальный оператор регулятора, что значительно снижает практическую ценность такого подхода к синтезу ЛЛР.

Дальнейшее развитие методологии синтеза табличного оператора регулятора получило в работе [23]. На основании статических характеристик и переходных функций апериодического звена первого порядка, образующих операторы объекта по каналам управления  $F_{OU}$  и возмущения  $F_{OW}$  (рис. 5), а также качественного описания процесса регулирования удалось синтезировать нечеткий регулятор, действующий при изменении задания  $X$ ,

$$F_P' = F_X \cup F_Y \cup F_E$$

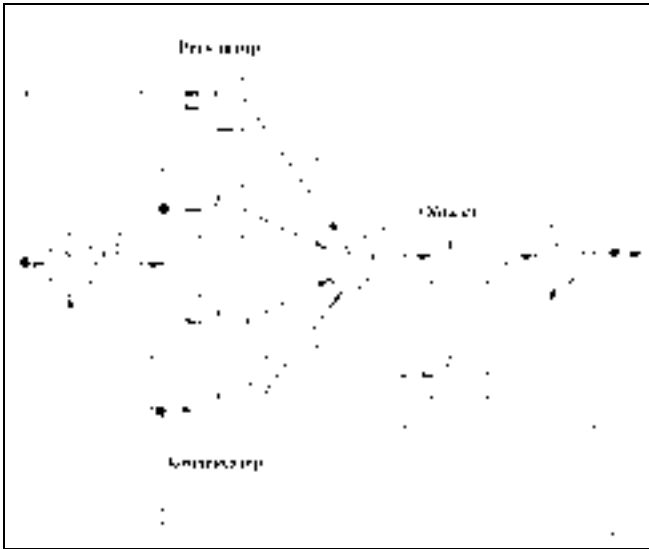


Рис. 5. Схема управления с нечетким регулятором и компенсатором

и компенсатор, устраняющий влияние возмущения  $W$  на выход,

$$F_K = F_W \cup F_Y \cup F_E.$$

Здесь  $\cup$  — операция объединения компонент, реализующих три фазы управления.

На первой фазе управления  $U_X = F_X(X, E)$  регулятора при существенном изменении задания  $X$  вначале значение  $U_X$  устанавливается предельным. Как только выходная величина  $Y$  достигнет некоторой окрестности задания  $X$ , по статической характеристике канала  $U$ — $Y$  выбирается управляющее воздействие, при котором установившееся значение выхода станет близким к заданию.

Управление  $U_W$  или выход составляющей  $U_W = F_W(W)$  компенсатора  $F_K$  формируется, исходя из двух принципов нечеткой инвариантности. По статической характеристике канала  $W$ — $Y$  оценивается возможная реакция выхода  $Y_W$  на возмущение  $W$  и определяется управление  $U_W$ , вызывающее изменение выхода  $Y$ , равное по величине и обратное по знаку значению  $Y_W$ . Тем самым удается обеспечить частичную компенсацию возмущения или независимость (инвариантность) выхода  $Y$  от возмущения  $W$ .

Более полной компенсации можно достигнуть, если выбрать такое управление  $U_W$ , при котором скорость изменения  $Y_U$  будет равна по величине и противоположна по направлению скорости  $Y_W$ .

Компонента  $F_Y$  служит для устранения перерегулирования, а компонента  $F_E$  — статической ошибки. Исходя из предложенных принципов

формирования компонентов регулятора и компенсатора, были разработаны методы синтеза табличных операторов  $F_X$ ,  $F_W$ ,  $F_Y$  и  $F_E$ , позволивших обеспечить требуемое качество регулирования температуры на выходе печи пиролиза ацетона [23]. Близкие подходы к синтезу табличного нечеткого регулятора были предложены для управления ректификационной установкой [24] и другими химическими объектами [25].

К основным недостаткам ЛЛР табличного типа можно отнести их ограниченную размерность (общее число переменных не должно превышать трех) и субъективность выбора интервалов и соответствующих значений лингвистических переменных.

Отметим одно важное достоинство всех ЛЛР. Как было ранее сказано, ЛЛР подобен многопозиционному реле, у которого уровни срабатывания выбираются с учетом свойств объекта управления. Тем самым удается в значительной мере скомпенсировать влияние нелинейности объекта, заметно ухудшающей работу систем управления с линейными П-, ПИ- и ПИД-регуляторами.

## АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕГУЛЯТОРЫ

Субъективность выбора интервалов и лингвистических переменных и связанное с ней снижение качества управления могут быть в значительной степени устранены в так называемых аналитических нечетких регуляторах и системах управления, работоспособность которых обеспечивается известными аналитическими и численными методами параметрической идентификации, анализа и синтеза линейных и нелинейных систем с привлечением нечетких динамических моделей.

Особое место занимает так называемая нечеткая модель Такажи и Суджено или TS-модель [26]. Сначала аналитическим путем [27], а затем в конкретных задачах моделирования и управления (в качестве регулятора) были продемонстрированы ее высокие аппроксимационные способности. Нечеткая TS-модель состоит из совокупности продукционных правил, содержащих в правой части линейные разностные уравнения [26]

$$\text{если } y(t-1) \text{ есть } Y_1^0, \dots, y(t-r) \text{ есть } Y_r^0, \quad (16)$$

$$x(t) \text{ есть } X_0^0, \dots, x(t-s) \text{ есть } X_s^0,$$

$$\text{то } y^0(t) = a_0^0 + \sum_{k=1}^r a_k^0 y(t-k) + \sum_{l=1}^s b_l^0 x(t-l),$$

$$\theta = \overline{1, n},$$

где  $\mathbf{a}^0 = (a_0^0, a_1^0, \dots, a_r^0)$ ,  $\mathbf{b}^0 = (b_0^0, b_1^0, \dots, b_s^0)$  — векторы настраиваемых параметров;  $\mathbf{y}(t-r) = (1, y(t-1), \dots, y(t-r))$  — вектор состояния;

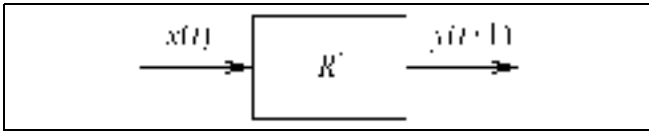


Рис. 6. Нечеткий блок

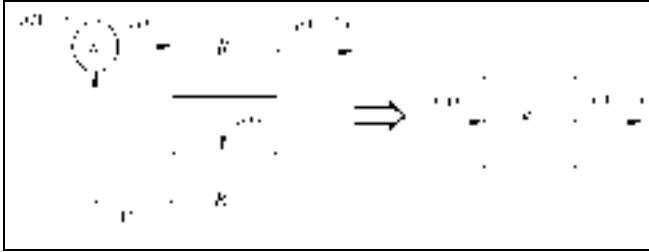


Рис. 7. Схема соединения с обратной связью и его математическая модель

$\mathbf{x}(t-s) = (x(t), x(t-1), \dots, x(t-s))$  — входной вектор;  $Y_1^0, \dots, Y_r^0; X_0^0, \dots, X_s^0$  — нечеткие множества.

Выражение (19) можно значительно упростить, если переобозначить входные переменные

$$(u_0(t), u_1(t), \dots, u_m(t)) = (1, y(t-1), \dots, y(t-r), x(t), \dots, x(t-s)),$$

коэффициенты разностного уравнения

$$(c_0^0, c_1^0, \dots, c_m^0) = (a_0^0, a_1^0, \dots, a_r^0, b_1^0, \dots, b_s^0)$$

и функции принадлежности

$$(U_1^0(u_1(t)), \dots, U_m^0(u_m(t))) = (Y_1^0(y(t-1)), \dots, Y_r^0(y(t-r)), X_0^0(x(t)), \dots, X_s^0(x(t-s))),$$

где  $m = r + s + 1$ .

Аналитическая форма нечеткой модели (16), предназначенная для вычисления выхода  $\hat{y}(t)$ , имеет вид  $\hat{y}(t) = \mathbf{c}^T \tilde{\mathbf{u}}(t)$ , где  $\mathbf{c} = (c_0^1, \dots, c_m^1, \dots, c_m^1, \dots, c_m^1)^T$  — вектор уточняемых параметров;  $\tilde{\mathbf{u}}^T(t) = (u_0(t)\beta^1(t), \dots, u_0(t)\beta^0(t), \dots, u_m(t)\beta^1(t), \dots, u_m(t)\beta^n(t))$  — расширенный входной вектор;  $\beta^0(t) = \frac{U_1^0(u_1(t)) \otimes \dots \otimes U_m^0(u_m(t))}{\sum_{\theta=1}^N (U_1^0(u_1(t)) \otimes \dots \otimes U_m^0(u_m(t)))}$  — нечеткая функ-

ция, где  $\otimes$  — операция минимизации или произведения.

При заданных в начальный момент  $t = 0$  векторе  $\mathbf{c}(0) = 0$ , корректирующей матрице  $Q(0)$  размером  $nm \times nm$  и значениях  $u(t)$  в моменты времени  $t = \overline{1, N}$  вектор параметров  $\mathbf{c}(t)$  вычисляется с по-

мощью известного многошагового метода наименьших квадратов [27]

$$\mathbf{c}(t) = \mathbf{c}(t-1) + Q(t) \tilde{\mathbf{u}}(t) [y(t) - \mathbf{c}^T(t-1) \tilde{\mathbf{u}}(t)], \quad (17)$$

$$Q(t) = Q(t-1) - \frac{Q(t-1) \tilde{\mathbf{u}}(t) \tilde{\mathbf{u}}^T(t) Q(t-1)}{1 + \tilde{\mathbf{u}}^T(t) Q(t-1) \tilde{\mathbf{u}}(t)}, \quad (18)$$

$$Q(0) = \gamma I, \quad \gamma \gg 1,$$

где  $I$  — единичная диагональная матрица.

Полный алгоритм идентификации, помимо алгоритма (17), (18), содержит также алгоритмы идентификации количества правил  $n$ , порядка  $r, s$  разностного уравнения и параметров функций принадлежности [28–30].

Появление TS-модели оказало огромное влияние на последующее развитие теории нечетких систем управления:

- среди нечетких моделей для нее впервые стало правомерным применение традиционной параметрической идентификации;
- несмотря на присутствие в правой части правил линейных разностных уравнений в TS-модели, посредством уточнения параметров  $\mathbf{c}$ , порядка  $r, s$  и увеличения количества правил  $n$  удается описать с очень высокой точностью нелинейные динамические процессы;
- усредняющие свойства механизма вывода  $y$  и специфический вид функций принадлежности позволяют сделать TS-модель мало чувствительной к помехам и погрешностям измерений;
- будучи нелинейной и непрерывной функцией входных переменных и параметров, TS-модель предоставляет широкие возможности аналитического исследования устойчивости нелинейных систем с ее присутствием и последующего их обучения с целью получения требуемого качества переходных процессов.

Для замкнутой системы управления с нечетким регулятором на базе модели (16) также актуальна проблема устойчивости и ее количественной оценки. В духе классического представления линейных систем Танака и Суджено [31] предложили нечеткий блок (рис. 6) — динамический объект, описываемый нечеткой разностной моделью (16) в векторной форме

$$R^i: \text{ если } \mathbf{y}(t) \text{ есть } \mathbf{Y}^i \text{ и } \mathbf{x}(t) \text{ есть } \mathbf{X}^i, \\ \text{ то } y^i(t+1) = a_0^i + \sum_{k=1}^r a_k^i y(t-k+1) + \sum_{l=1}^s b_l^i x(t-l+1), \quad (19)$$

где  $\mathbf{y}(t) = [y(t), y(t-1), \dots, y(t-r+1)]^T$ ,  $\mathbf{x}(t) = [x(t), x(t-1), \dots, x(t-s+1)]^T$ ;  $\mathbf{Y}^i = [Y_1^i, \dots, Y_r^i]$ ,  $\mathbf{X}^i = [X_1^i, \dots, X_s^i]$ ;  $r, s$  — порядок разностного урав-



нения;  $y(t)$  есть  $Y^l \Rightarrow y(t)$  есть  $Y_1^i$  и... и  $y(t - r + 1)$  есть  $Y_r^i$ .

Из таких блоков формируются различные соединения (параллельные и с обратной связью) и выводятся их математические модели.

Например, соединение с обратной связью (рис. 7), содержащее блоки объекта

$R_1^i$ : если  $y(t)$  есть  $Y_1^i$  и  $e(t)$  есть  $E_1^i$ ,

$$\text{то } y^i(t + 1) = a_{10}^i + \sum_{k=1}^r a_{1k}^i y(t - k + 1) + \sum_{l=1}^s b_{1l}^i e(t - l + 1)$$

и регулятора

$R_2^i$ : если  $y(t)$  есть  $Y_2^i$  и  $e(t)$  есть  $E_2^i$ , (20)

$$\text{то } u^i(t) = a_{20}^i + \sum_{k=1}^r a_{2k}^i y(t - k + 1)$$

эквивалентно блоку

$R^{ij}$ : если  $y(t)$  есть  $Y^{ij}$  и  $e(t)$  есть  $E^{ij}$ ,

$$\text{то } y^{ij}(t + 1) = a_{10}^i - b_1^i a_{20}^j + b_1 x(t) + \sum_{k=1}^r (a_{1k}^i - b_1^i a_{2k}^j) y(t - k + 1),$$

где  $i = 1, 2, \dots, n_1, j = 1, 2, \dots, n_2$ ;  $e(t) = [x(t) - u(t), x(t - 1) - u(t - 1), \dots, x(t - m + 1) - u(t - m + 1)]^T$ ;  $Y^{ij} = (Y_1^i \cap Y_2^j)$ ,  $E^{ij} = (E_1^i \cap E_2^j)$ .

Вывод аналитических оценок устойчивости нечетких систем (19) и (20) осуществляется с помощью метода Ляпунова на основании уравнения свободного движения

$R^i$ : если  $y(t)$  есть  $Y_1^i$  и  $y(t - r + 1)$  есть  $Y_r^i$ , (21)

$$\text{то } y^i(t + 1) = a_1^i y(t) + \dots + a_r^i y(t - r + 1), i = \overline{1, n},$$

правую часть которого можно записать в матричной форме  $A_i y(t)$ , где  $y(t) = [y(t), y(t - 1), \dots, y(t - r + 1)]^T$ ,

$$A_i = \begin{bmatrix} a_1^i & a_2^i & \dots & a_{r-1}^i & a_r^i \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

В работах [31—33] показано, что нечеткая система (21), представленная расчетной зависимостью

$$y(t + 1) = \sum_{i=1}^n w^i A_i y(t) / \sum_{i=1}^n w^i,$$

является асимптотически устойчивой в глобальном смысле, если для всех подсистем существует положительно определенная матрица  $B$  такая, что

$$A_i^T B A_i - B < 0, \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}.$$

Справедливость этой оценки была подтверждена лишь для самого простого пропорционального регулятора.

Близкий подход к анализу устойчивости, опирающийся на методы Ляпунова, был развит в работе [34] для нечеткой системы в пространстве состояний

$R^i$ : если  $y_1(t)$  есть  $Y_1^i$ , ...,  $y_r(t)$  есть  $Y_r^i$ ,

то  $x(t)$  есть  $X^i$ , то

$$\begin{aligned} y_1(t + 1) &= a_{11}^i y_1(t) + a_{12}^i y_2(t) + \dots \\ &\dots + a_{1r}^i y_r(t) + b_1^i x(t), \\ &\dots \\ y_1(t + 1) &= a_{r1}^i y_1(t) + a_{r2}^i y_2(t) + \dots \\ &\dots + a_{rr}^i y_r(t) + b_r^i x(t) \end{aligned}$$

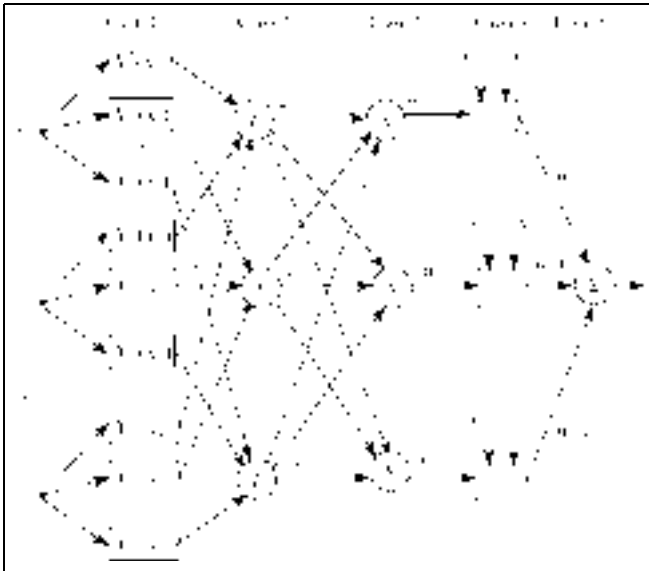
и получена аналитическая оценка устойчивости замкнутой системы с пропорциональным регулятором. Для достижения устойчивости предлагается методом градиентов уточнять параметры  $a_{jl}^i$  и коэффициент усиления регулятора.

Аналогичные подходы к анализу устойчивости нечетких систем, использующие методы Ляпунова с последующим синтезом регуляторов, изложены в работах [35—48]. Ограниченность метода Ляпунова очевидна: он позволяет реализовать устойчивость системы управления лишь самыми простыми пропорциональными регуляторами и не дает рекомендаций по достижению требуемого качества переходных процессов. Функции поддержания качества переходных процессов в нечетких системах управления могут обеспечить нечеткие обучаемые регуляторы и системы управления.

### ОБУЧАЕМЫЕ НЕЧЕТКИЕ РЕГУЛЯТОРЫ

Такого рода регулятор должен обладать способностью приобретать знания о поведении объекта и системы и на их основе вырабатывать управление, при котором ошибка регулирования не превышает допустимой величины. В процессе обучения, помимо регулятора, участвует модель объекта, которая также должна приобретать знания и настраиваться




**Рис. 8. Нейронечеткая структура TS-модели**

на меняющиеся условия функционирования объекта. Указанным требованиям и описанию регулятора и объекта управления в достаточной мере удовлетворяет нечеткая TS-модель со структурой пятислойной нейронной сети прямого действия, известной под именем ANFIS (Adaptive-Neural Network-based Fuzzy Inference Systems) [49–51].

Нейронечеткая структура обобщенной TS-модели с  $n$  правилами и  $m$  входами, реализующая механизм вывода  $y$ , изображена на рис. 8.

В первом слое при  $x_i = x_i^0, i = \overline{1, m}$ , вычисляются степени функций принадлежности, а во втором слое они обрабатываются  $T$ -оператором минимизации или произведения. В третьем слое ( $N$ ) определяются нормализованные веса  $\bar{w}^\theta = w^\theta / (w^\theta + w^\theta)$ ,  $\theta = \overline{1, n}$ , на которые в четвертом слое умножаются соответствующие значения  $y^\theta$ , найденные по линейным уравнениям

$$\begin{aligned} y^1 &= b_0^1 + b_1^1 x_1 + b_2^1 x_2 + \dots + b_m^1 x_m, \\ y^2 &= b_0^2 + b_1^2 x_1 + b_2^2 x_2 + \dots + b_m^2 x_m, \\ &\dots \\ y^n &= b_0^n + b_1^n x_1 + b_2^n x_2 + \dots + b_m^n x_m. \end{aligned}$$

Пятый слой — суммирование и получение итогового значения  $\hat{y}$ .

Приобретение TS-моделью знаний об объекте заключается в определении коэффициентов уравнений  $b_i^0, i = \overline{0, m}, \theta = \overline{1, n}$ , параметров функций

принадлежности  $d_i^0, i = \overline{1, m}$ , и числа правил  $n$ , при которых выходы модели  $\hat{y}$  и объекта  $y$  совпадают или становятся близкими.

Если число правил  $n$  фиксировано, функции принадлежности  $X_i^0(x_i, \mathbf{d})$  непрерывны относительно параметров  $\mathbf{d}$  и обрабатываются  $T$ -оператором произведения ( $w^\theta = \prod_{i=1}^m X_i^0(x_i), \theta = \overline{1, n}$ ), то TS-модели

можно обучать методом обратного распространения ошибки ВР (Back Propagation), предложенным в работах [52, 53]. Он заключается в минимизации квадратической ошибки  $I = 0,5(y - \hat{y}(c))^2$  градиентным методом

$$c^{\lambda+1} = c^\lambda - h \frac{\partial I}{\partial c}, \quad (22)$$

где  $c = (\mathbf{b}, \mathbf{d})$  — вектор параметров;  $h$  — рабочий шаг.

На основании цепного правила определения частных производных по  $d_l^0$

$$\frac{\partial I}{\partial d_l^0} = \frac{\partial I}{\partial \hat{y}} \cdot \frac{\partial \hat{y}}{\partial w^\theta} \cdot \frac{\partial w^\theta}{\partial X_l^0} \cdot \frac{\partial X_l^0}{\partial d_l^0}$$

$$\text{и по } b_l^0 \quad \frac{\partial I}{\partial b_l^0} = \frac{\partial I}{\partial \hat{y}} \cdot \frac{\partial \hat{y}}{\partial b_l^0}$$

без промежуточных выкладок запишем их аналитические выражения

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial d_l^0} &= (y - \hat{y}) - \frac{y^\theta - w^\theta \hat{y}}{2} \left( \prod_{i=1, i \neq l}^m X_i^0(x_i) \right) \frac{\partial X_l^0}{\partial d_l^0}, \\ &l = \overline{1, m}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial I}{\partial b_l^0} = (y - \hat{y}) x_l, \quad l = \overline{1, m}, \quad \theta = \overline{1, n}, \quad x_0 = 1.$$

В качестве функции принадлежности обычно выбираются сигмоидные  $X(x) = (1 + \exp(dx))^{-1}, d > 0$ , или радиально-базисные  $X(x) = \exp(-d_1(x - d_2)^2)$  функции, дифференцируемые по  $d, d_1$  и  $d_2$ .

Приведем постановку задачи обучения нейронечеткого регулятора  $P$  прямого действия, т. е. соединенного последовательно с объектом  $O$  (рис. 9).

Пусть объект управления с одним выходом описывается дискретным уравнением

$$y(t+1) = f_0(y(t), \dots, y(t-r), u(t), \dots, u(t-s)) \quad (23)$$

порядка  $r, s$ .



Предположим, что объект управления обратимый, т. е. существует функция  $f_0^{-1}$ , инверсная уравнению (23):

$$u(t) = f_0^{-1}(y(t+1), y(t), \dots, y(t-r), u(t-1), \dots, u(t-r)).$$

Рассмотрим нейронечеткую TS-модель (см. рис. 8) с  $m$ -мерным входным вектором  $x_p(t) = (y(t+1), y(t), \dots, y(t-r), u(t-1), \dots, u(t-r))$ :

$$\hat{u}(t) = f_p(x_p(t), c_p),$$

в которой обеспечивается требуемая близость  $\hat{u}(t)$  к  $u(t)$  при соответствующих входах и которая предлагается в качестве регулятора. Обучение регулятора алгоритмом АОР управлению с минимальной квадратической ошибкой

$$I_p = 0,5(x(t+1) - y(t+1))^2 = 0,5e_p^2(t+1)$$

в последовательной схеме (см. рис. 9) связано с вычислением выражения

$$\frac{\partial I_p}{\partial c_p} = \frac{\partial I_p}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial c_p},$$

в котором не определено значение производной  $\partial y / \partial u$ . Его можно легко найти с помощью нейронечеткой модели объекта, именуемой эмулятором

$$\hat{y}(t+1) = f_s(\hat{y}(t), \dots, \hat{y}(t-r), u(t), \dots, u(t-r), c_s),$$

вычисляя  $\partial \hat{y} / \partial u$  вместо  $\partial y / \partial u$ . Обучение эмулятора Э алгоритмом АОЭ, обеспечивающим минимальную квадратическую ошибку

$$I_s = 0,5(y(t+1) - \hat{y}(t+1))^2 = 0,5e_s^2(t+1),$$

также как и регулятора, осуществляется ВР-методом [54–57].

Все основные недостатки первых обучаемых систем управления связаны с применением ВР-метода, а именно: локальный характер поиска и частое «зацикливание», присущие градиентным методам; требование непрерывности и дифференцируемости функций принадлежности; не определяются порядок  $(r, s)$  и количество правил  $n$ .

Для устранения «зацикливания» в работах [58–63] рекомендуется генетическим алгоритмом менять (встряхивать) размер рабочего шага  $h$  в формуле градиентов (22) и компоненты вектора  $c$ . Другие исследователи [64–66] считают, что для целей обучения достаточно применять только генетические алгоритмы, позволяющие преодолеть первые два недостатка ВР-метода.

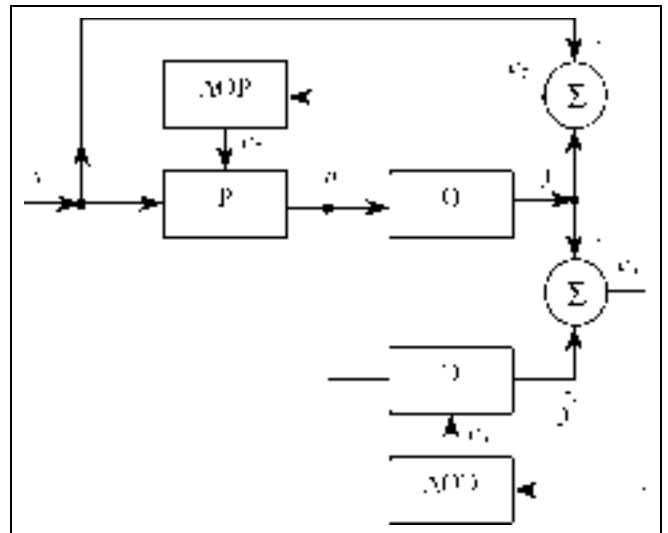


Рис. 9. Последовательная схема управления

Наибольший эффект был достигнут при гибридном обучении, осуществляемом генетическим алгоритмом, уточняющим параметры функций принадлежности  $d$ , совместно с многошаговым методом наименьших квадратов (17), (18) для нахождения вектора  $b$  и другими алгоритмами, определяющими порядок  $r, s$  и число правил  $n$  в TS-модели [67]. При таком подходе удалось в значительной мере устранить все недостатки ВР-метода.

Обучаемые нечеткие регуляторы и системы управления относятся к классу наиболее перспективных. Они сохраняют высокую работоспособность в условиях помех и погрешностей измерения и достаточно быстро настраиваются на меняющиеся условия производства, снижая тем самым потери от неэффективного управления.

Вместе в том, в ряде случаев и ЛЛР показывают высокую работоспособность. Так, в системах управления достаточно простыми объектами ЛЛР могут успешно конкурировать с обучаемыми регуляторами.

### СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РАБОТЫ НЕЧЕТКИХ РЕГУЛЯТОРОВ, СИНТЕЗИРОВАННЫХ МЕТОДАМИ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Несмотря на достигнутые результаты в теории и применении нечетких регуляторов, всё ещё есть много вопросов, требующих своего разрешения. Это относится к обоснованию и выбору метода синтеза регулятора и оценке преимуществ синтеза нечетких регуляторов по сравнению с классическими методами синтеза, например, с вероятностными методами. В основе синтеза нечетких регуляторов лежат суждения и опыт эксперта. Между тем, и в теории вероятностей для оценки количе-

ственной меры уверенности эксперта используются субъективные вероятности [68, 69]. Естественно, что вероятностные методы синтеза имеют сегодня более солидную математическую основу, чем методы нечеткой логики, основанные на выборе функции принадлежности и определении базовой лингвистической переменной [70].

В работах [70–73] исследуются вопросы построения нечетких ПИ- и ПИД-регуляторов и сравнения с классическими вероятностными методами синтеза регуляторов. Рассмотрим построение нечеткого линейного ПИ-регулятора с двумя входами. Таблица, с помощью которой реализуется ПИ-алгоритм, имеет вид табл. 3 [71].

Интегрирующий исполнительный механизм формирует управляющее воздействие по формуле  $u_k = u_{k-1} + \Delta u_k$ . Нормированные значения отклонения регулируемой величины и её приращения  $y = 0,2$ ;  $\Delta y = 0,9$ . Этим значениям входных сигналов соответствуют четыре лингвистические переменные

$$Y = ZE; Y_2 = PS; \Delta Y_1 = PM; \Delta Y_2 = PB \quad (24)$$

со следующими значениями функций принадлежности:

$$\mu_1(\varepsilon) = 0,4; \mu_2(\varepsilon) = 0,6; \mu_1(\Delta\varepsilon) = 0,3; \mu_2(\Delta\varepsilon) = 0,7.$$

Результаты работы [72] позволили получить рейтинги регулирующих воздействий [70]

$$\begin{aligned} \Delta U_1 &= PS; C_1(\Delta u_1) = \min[\mu_1(\varepsilon), \mu_1(\Delta\varepsilon)] = 0,3; \\ \Delta U_2 &= PM; C_2(\Delta u_2) = \min[\mu_1(\varepsilon), \mu_2(\Delta\varepsilon)] = 0,4; \\ \Delta U_3 &= PM; C_3(\Delta u_3) = \min[\mu_2(\varepsilon), \mu_1(\Delta\varepsilon)] = 0,3; \\ \Delta U_4 &= PM; C_4(\Delta u_4) = \min[\mu_2(\varepsilon), \mu_2(\Delta\varepsilon)] = 0,6. \end{aligned}$$

Таким образом, регулирующее воздействие определяется двумя лингвистическими переменными  $PS$  и  $PM$  с рейтингом 0,3 и 1,3, соответственно. Значения приращения регулирующего воздействия представляет собой абсциссу  $x_0$  центра тяжести фигуры, состоящей из двух треугольников, опирающихся на диапазоны лингвистических переменных  $PS$  и  $PM$  с высотами, равными 0,3 и 1,3, соответственно:  $x_0 = 0,603$ .

Таблица 3

Оператор нечеткого линейного ПИ-регулятора

$y/\Delta y$	$NB$	$NM$	$NS$	$ZE$	$PS$	$PM$	$PB$
$NB$	$NB$	$NB$	$NM$	$NM$	$NS$	$NS$	$ZE$
$NM$	$NB$	$NM$	$NM$	$NS$	$NS$	$ZE$	$PS$
$NS$	$NM$	$NM$	$NS$	$NS$	$ZE$	$PS$	$PS$
$ZE$	$NM$	$NS$	$NS$	$ZE$	$PS$	$PS$	$PM$
$PS$	$NS$	$NS$	$ZE$	$PS$	$PS$	$PM$	$PM$
$PM$	$NS$	$ZE$	$PS$	$PS$	$PM$	$PM$	$PB$
$PB$	$ZE$	$PS$	$PS$	$PM$	$PM$	$PB$	$PB$

В общем случае полученное число следует умножить на диапазон изменения приращения регулирующего воздействия.

В работах [70, 73, 74] рассмотрен синтез нечеткого регулятора на основе вероятностных методов. Для принятых выше значений  $y = 0,2$ ;  $\Delta y = 0,9$  лингвистические переменные определяются также формулами (24). Но вместо функций принадлежности им соответствуют следующие значения плотностей распределения:

$$p_1(\varepsilon) = 1,2; p_2(\varepsilon) = 1,8; p_1(\Delta\varepsilon) = 0,9; p_2(\Delta\varepsilon) = 2,1.$$

Лингвистические переменные приращения регулирующего воздействия формируются согласно табл. 3. Значения плотности распределения лингвистических переменных приращения регулирующего воздействия в этом случае:

$$\begin{aligned} \Delta U_1 &= PS; p_1(\Delta u) = 1,08; \\ \Delta U_2 &= PM; p_2(\Delta u) = 2,52; \\ \Delta U_3 &= PM; p_3(\Delta u) = 1,62; \\ \Delta U_4 &= PM; p_4(\Delta u) = 3,78. \end{aligned}$$

Приращение регулирующего воздействия в этом случае равно математическому ожиданию (центру тяжести) найденных лингвистических переменных:  $\Delta u = 0,627$ .

Таким образом, для данного примера результаты синтеза нечеткого регулятора методами нечетких множеств и вероятностными методами практически совпадают.

Правда, надо признать, что в исследуемом примере методы теории вероятностей логически более обоснованы и не требуют специальных эвристических процедур.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Современные технологические и социально-экономические системы представляют собой сложные слабоформализуемые системы, функционирующие в условиях большой неопределенности, неполноты знаний и нечеткости описаний как самой системы, так и действующих на неё сигналов [75]. Со временем стало ясно, что для управления такими системами уже недостаточно применения классических методов теории управления и необходима разработка новых методов и подходов. Один из таких подходов базируется на нечетких множествах и нечеткой логике Л. Заде. Вначале этот подход применялся и показал свою эффективность при создании экспертных систем. Несколько позднее он стал применяться для создания систем экспертного управления, а в последнее время — для синтеза регуляторов и систем управления технологическими системами. В этой статье рассмотрены, в основном, три класса нечетких регуляторов: логико-лингвистические, аналитические и обучаемые.



Отметим, что ряд теоретических и прикладных исследований не укладывается в предложенную классификацию. Так, например, системы управления, основанные на знаниях, сочетают в себе алгоритмы, использующие, помимо экспертных знаний, аналитические и конструкторские знания об объекте управления и действующих сигналах, о трендах изменений параметров объекта и т. п. [75]. С другой стороны, развиваются методы построения нечетких регуляторов на основе современных тенденций в теории управления. Например, на основе идей систем с переменной структурой [76], многомерных, многосвязных систем [77], обучающихся градиентных и нейронных алгоритмов [78] и др.

Выяснилась связь между классическими методами синтеза регуляторов и нечеткими регуляторами [70, 73]. В ряде случаев классические подходы дают возможность улучшить теоретическое обоснование построения нечетких алгоритмов. Нечеткие регуляторы доказали свою эффективность при управлении статическими объектами и постепенно завоевывают все более широкие области применения в управлении динамическими системами. Они сохраняют работоспособность в условиях помех и погрешностей измерения и достаточно быстро учитывают и настраиваются на меняющиеся условия производства, снижая тем самым потери от неэффективного управления.

Авторы надеются, что данная работа, направленная на конструктивный анализ имеющихся публикаций по нечетким регуляторам, поможет читателям ориентироваться в существующих подходах к разработке нечетких систем управления и их применениях в различных отраслях.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Алиев Р. А., Абдикеев Н. М., Шахназаров М. М. Производственные системы с искусственным интеллектом. — М.: Радио и связь, 1990. — 264 с.
2. Кудинов Ю. И. Нечеткие системы управления // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. — 1990. — № 5. — С. 196—206.
3. Кузьмин В. Б., Травкин С. И. Теория нечетких множеств в задачах управления и принципах устройства нечетких процессоров: Обзор зарубежной литературы // Автоматика и телемеханика. — 1992. — № 11. — С. 3—36.
4. Захаров В. Н., Ульянов С. В. Нечеткие модели интеллектуальных промышленных регуляторов и систем управления. I. Научно-организационные, технико-экономические и прикладные аспекты // Изв. РАН. Техническая кибернетика. — 1992. — № 5. — С. 171—196.
5. Захаров В. Н., Ульянов С. В. Нечеткие модели интеллектуальных промышленных регуляторов и систем управления. II. Эволюция и принципы построения // Изв. РАН. Техническая кибернетика. — 1993. — № 4. — С. 189—205.
6. Захаров В. Н., Ульянов С. В. Нечеткие модели интеллектуальных промышленных регуляторов и систем управления. III. Методология проектирования // Изв. РАН. Техническая кибернетика. — 1993. — № 5. — С. 197—220.
7. Захаров В. Н., Ульянов С. В. Нечеткие модели интеллектуальных промышленных регуляторов и систем управления. IV. Имитационное моделирование // Изв. РАН. Техническая кибернетика. — 1994. — № 5. — С. 169—211.
8. Zade L. A. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. — М.: Мир, 1976. — С. 165.
9. Mamdani E. H., Assilian S. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller // Int. J. Man-Machine Studies. — 1975. — No. 7. — P. 1—13.
10. Kickert W. J. M., Van Nauta Lemke H. R. Application of fuzzy controller in a warm water plant // Automatica. — 1976. — No. 12. — P. 301—308.
11. King P. J., Mamdani E. H. Application of fuzzy control system to industrial processes // Automatica. — 1977. — No. 13. — P. 235—242.
12. Giles R. Lukasiewicz logic and fuzzy set theory // Int. J. Man-Machine Studies. — 1976. — No. 8. — P. 313—327.
13. Braae M., Rutherford D. A. Fuzzy relations in a control setting // Kybernetes. — 1978. — No. 7. — P. 185—188.
14. Kickert W. J. M., Mamdani E. H. Analysis of a fuzzy logic controller // Fuzzy Sets and Systems. — 1978. — No. 1. — P. 29—44.
15. Pedrycz W. On the use of fuzzy Lukasiewicz logic for fuzzy control // Archiwum automatyki i telemechaniki. — 1980. — Vol. 25, No. 3. — P. 301—314.
16. Baldwin J. F., Guild N. C. F. Modelling controllers using fuzzy relations // Kybernetes. — 1980. — No. 3. — Vol. 9. — P. 223—229.
17. Glass M. Theory of fuzzy systems // Fuzzy Sets and Systems. — 1983. — Vol. 10. — P. 65—77.
18. Glass M. Invariance and stability of fuzzy systems // J. Math. Analysis and Appl. — 1984. — Vol. 99, No. 1. — P. 299—319.
19. Kiszka I. B., Gupta M. M., Nikiforuk P. N. Energetic stability of fuzzy dynamic systems // IEEE Trans. Syst. Man and Cybern. — 1985. — Vol. SMC-15, No. 5. — P. 783—792.
20. Jain R. Outline of an approach for the analysis of fuzzy systems // Int. J. Control. — 1976. — Vol. 27, No. 3. — P. 627—640.
21. Tong R. M. Analysis and control of fuzzy systems using finite discrete relations // Int. J. Control. — 1978. — Vol. 27, No. 3. — P. 431—440.
22. Braae M., Rutherford D. A. Theoretical and linguistic aspects of the fuzzy controller // Automatica. — 1979. — Vol. 12. — P. 553—577.
23. Кудинов Ю. И. Синтез нечеткой системы управления // Известия РАН. Теория и системы управления. — 1999. — № 1. — С. 166—172.
24. Кудинов Ю. И., Дорохов И. Н. Управление ректификационной установкой на основе нечетких множеств // Теоретические основы химической технологии. — 1991. — Т. 25, № 4. — С. 563—569 с.
25. Кудинов Ю. И., Дорохов И. Н. Новый принцип построения регуляторов для сложных химико-технологических объектов на основании качественной информации // Докл. РАН. — 1994. Т. 336, № 1. — С. 75—79.
26. Takagi T., Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. // IEEE Trans. Systems Man Cybernet. — 1985. — Vol. 15, No. 116. — P. 116—132.
27. Buckley J. J. Sugeno-type controller are universal controllers // Fuzzy Sets and Systems. — 1993. — No. 53. — P. 299—303.
28. Кудинов Ю. И., Венков А. Г., Келина А. Ю. Моделирование технологических и экологических процессов. — Липецк: ЛЭГИ, 2001. — С. 131.
29. Венков А. Г. Построение и идентификация нечетких математических моделей технологических процессов в условиях неопределенности / Дисс. канд. техн. наук, Липецк: ЛГТУ, 2002. — 147 с.
30. Ali Y. M., Zhang L. A methodology for fuzzy modeling of engineering systems // Fuzzy Sets and Systems. — 2001. — No. 118. — P. 181—197.
31. Tanaka K., Sugeno M. Stability analysis and design of fuzzy control systems // Fuzzy Sets and Systems. — 1992. — No. 45. — P. 135—156.

32. Tanaka K., Sano M. Fuzzy stability criterion of a cross of nonlinear systems // Inform. Sci. — 1993. — No. 71. — P. 3—26.
33. Tanaka K., Sano M. A robust stabilization problem of fuzzy controller systems and its applications to backing up control of a truck-trailer // IEEE Trans. Fuzzy Systems. — 1994. — No. 2. — P. 1—13.
34. Kim W. C., Ahn S. C., Kwon W. H. Stability analysis and stabilization of fuzzy state space models // Fuzzy Sets and Systems. — 1995. — No. 71. — P. 131—142.
35. Wang Y. A., Wang H. C. On stability of a fuzzy systems model // Control Theory Appl. — 1995. — No. 12. — P. 335—341.
36. Kim C. W., Cho Y. W., Park M. A multirule-based controller using the robust property of a fuzzy controller and its design method // IEEE Trans. Fuzzy Systems. — 1996. — No. 4. — P. 315—327.
37. Wang H. O., Tanaka K., Griffin M. F. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issue // IEEE Trans. Fuzzy Systems. — 1996. — No. 4. — P. 14—23.
38. Tanaka K., Ikeda T., Wang H. O. Robust stabilization of a cross of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: quadratic stabilizability,  $H^\infty$  control theory and linear matrix inequalities // IEEE Trans. Fuzzy Systems. — 1996. — No. 4. — P. 1—13.
39. Ying H. Analytical study on structure, stability and design of general nonlinear Takagi-Sugeno fuzzy control systems // Automatica. — 1998. — Vol. 34, No. 12. — P. 1617—1623.
40. Tanaka K., Ikeda T., Wang H. O. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs // IEEE Trans. Fuzzy Systems. — 1998. — Vol. 6, No. 12. — P. 1—16.
41. Yoneyama J., Nishikawa M., Katayama H. Output stabilization of Takagi-Sugeno fuzzy systems // Fuzzy Sets and Systems. — 2000. — No. 111. — P. 253—266.
42. Ma X.-J., Sun Z.-O. Output tracking and regulation of nonlinear system based on Takagi-Sugeno fuzzy model // IEEE Trans. Syst. Man Cybern. — Part B: Cybern. — 2000. — Vol. 30, No. 1. — P. 47—59.
43. Chou J.-H., Chen S.-H. Stability analysis of the discrete Takagi-Sugeno fuzzy model with time-varying consequent uncertainties // Fuzzy Sets and Systems. — 2001. — No. 118. — P. 271—279.
44. Zang J.-M., Li R.-H., Zhang P.-A. Stability analysis and systematic design of fuzzy control systems // Fuzzy Sets and Systems. — 2001. — No. 120. — P. 65—72.
45. Guerra T. M., Vermeiren L. Control laws for Takagi-Sugeno fuzzy models // Fuzzy Sets and Systems. — 2001. — No. 120. — P. 95—108.
46. Yoneyama J., Nishikawa M., Katayama H., Ichikawa A. Design of output feedback controllers for Takagi-Sugeno fuzzy systems // Fuzzy Sets and Systems. — 2001. — No. 121. — P. 127—148.
47. Sun Q., Li R., Zhang P. Stable and optimal adaptive fuzzy control of complex systems using fuzzy dynamic model // Fuzzy Sets and Systems. — 2003. — No. 133. — P. 1—17.
48. Chang W.-J., Sun C.-C. Constrained fuzzy controller design of discrete Takagi-Sugeno fuzzy model // Fuzzy Sets and Systems. — 2003. — No. 133. — P. 37—55.
49. Takagi H., Hayashi I. NN-driven fuzzy reasoning // Int. J. Approx. Reasoning. — 1991. — No. 5. — P. 191—212.
50. Yager R. R. Implementing fuzzy logic controllers using a neural network framework // Fuzzy Sets and Systems. — 1992. — No. 48. — P. 53—64.
51. Buckley J. J., Hayashi I. Neural nets for fuzzy systems // Fuzzy Sets and Systems. — 1995. — No. 71. — P. 265—276.
52. Lin C. T., Lee C. S. G. Neural-network-based fuzzy logic control and decision system // IEEE Trans. Comput. — 1991. — Vol. 40, No. 12. — P. 1320—1336.
53. Jang J.-S. R. ANFIS Adaptive-network-based fuzzy system // IEEE Trans. Systems Man Cybernet. — 1993. — Vol. 23, No. 6. — P. 665—685.
54. Buckley J. J., Hayashi I., Czogala E. Fuzzy neural controller // Proc. IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems. San Diego. — 1992. — P. 197—202.
55. Tang J. R., Sun C. Neuro-fuzzy modeling and control // Proc. IEEE. — 1995. — Vol. 83, No. 3. — P. 378—406.
56. Shi Y., Mizumoto M., Yubazaki N., Otani M. A method of fuzzy rules generation based on neuro-fuzzy learning algorithm // J. Japan Soc. Fuzzy Theory Systems. — 1996. — Vol. 8, No. 4. — P. 695—705.
57. Juang C. F., Lin C.-T. An on-line self-constructing neural fuzzy inference network and its applications // IEEE Trans. on Fuzzy Systems. — 1998. — Vol. 5, No. 1. — P. 12—32.
58. Ishigami H., Fukuda T., Shibata T., Arai F. Structure optimization of fuzzy neural network by genetic algorithm // Fuzzy Sets and Systems. — 1995. — No. 71. — P. 257—264.
59. Francisco H., Luis M. Genetic fuzzy systems // Tatra Mount. Math. Publ. — 1997. — No. 13. — P. 93—121.
60. Chin T. C. Genetic algorithms for learning the rule base of fuzzy logic controller // Fuzzy Sets and Systems. — 1998. — No. 97. — P. 1—7.
61. Juang C.-F., Lin J.-Y. Genetic reinforcement learning through symbiotic evolution for fuzzy controller design // IEEE Trans. Syst., Man and Cybern. Part B: Cybernetics. — 2000. — Vol. 30, No. 2. — P. 290—302.
62. Rajapakse A., Furuta K., Kondo A. Evolutionary learning of fuzzy logic controllers and their adaptation through perpetual evolution // IEEE Trans. Fuzzy Systems. — 2002. — Vol. 10, No. 3. — P. 309—321.
63. Chen C., Wong C.-C. Self-generating rule-mapping fuzzy controller design using a genetic algorithm // IEEE Proc. Control Theory Appl. — 2002. — Vol. 149, No. 2. — P. 143—148.
64. Karr C. L. Genetic algorithms for fuzzy controllers // AI Expert. — 1991. — Vol. 6, No. 1. — P. 26—33.
65. Karr C. L., Gentry E. Fuzzy control of PH using genetic algorithms // IEEE Trans. Fuzzy Systems. — 1993. — Vol. 1, No. 1.
66. Linkens D. A., Nyongesa H. O. Genetic algorithms for fuzzy control // IEEE Proc. Control Theory Appl. — 1995. — Vol. 142, No. 3. — P. 161—185.
67. Кудинов Ю. И., Халов Е. А., Кудинов И. Ю. и др. Разработка нечеткой обучаемой системы управления // Промышленные АСУ и контроллеры. — 2004. — № 2. — С. 25—29.
68. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. — М.: Мир, 1961.
69. Худсон Д. Статистика для физиков. — М.: Мир, 1967.
70. Ротач В. Я. Экспертная оценка алгоритмов управления методами нечеткой логики и теории вероятностей // Теплоэнергетика. — 2002. — № 4. — С. 51—56.
71. Pivonka P., Drejl M. Use of fuzzy PID controllers in fuzzy control of coal power plants // Proceedings of Fuzzy-96. — Zittau, Germany, 1996.
72. Guilamo P. G. Fuzzy Control // Measurements and Control. — October 1987.
73. Ротач В. Я. О фазы-ПИД-регуляторах // Теплоэнергетика. — 1999. — № 8. — С. 32—36.
74. Ротач В. Я. Возможен ли синтез нечетких регуляторов с помощью теории нечетких множеств // Промышленные АСУ и контроллеры. — 2004. — № 1. — С. 33—34.
75. Пранцивили И. В., Пащенко Ф. Ф., Бусьгин Б. П. Системные законы и закономерности в электродинамике, природе и обществе. — М.: Наука, 2001.
76. Zhang J., Zhang P., Li R. Analysis and design of fuzzy controller based on fuzzy reaching law // Proceedings of the 14-th World Congress IFAC. — Beijing, 1999. — P. 189—194.
77. Hu B., Mann G., Gosine R. How to evaluate fuzzy PID controllers without using process information // Proceedings of the 14-th World Congress IFAC. — Beijing, 1999. — P. 177—182.
78. Zhang H., Chan C., Chenng K., Ye Y. Fuzzy art map neural network and its application to fault diagnosis of navigation systems // Automatica. — 2001. — Vol. 37. — P. 1065—1070.

☎ (0742) 32-80-53

☎ (095) 978-95-39

☎ (095) 334-90-20

E-mail: feodor@ipu.ru

