

ГЕОДЕЗИЯ И КАДАСТР

ОБ ИССЛЕДОВАНИЯХ УГЛОМЕРНЫХ ОШИБОК ГОРИЗОНТАЛЬНОГО КРУГА ЭЛЕКТРОННЫХ ТАХЕОМЕТРОВ РАЗЛОЖЕНИЕМ В РЯДЫ ФУРЬЕ

Ст. преподаватель **Д.А. Гура**, ассистент **Г.Г. Аветисян**,
доцент, кандидат техн. наук **Ч.Н. Желтко**

Кубанский государственный технологический университет, г. Краснодар
E-mail: gda-kuban@mail.ru

Аннотация. Приведена методика исследований горизонтального круга электронных тахеометров. Целью работы является выявление систематических ошибок и их учет при последующих измерениях для повышения точности прибора.

Ключевые слова: горизонтальный угол, систематические ошибки, тахеометр, ряды Фурье

Abstract. Research on measuring horizontal angles of total station is studied methodologically. Revelation of constant biases and their enumeration for the device accuracy rising in the next measuring are among the main objectives of the work.

Keywords: horizontal angles, constant biases, total station, resilience

В геодезической практике точность измерений имеет принципиальное значение, потому что она прямо связана с материальными затратами. Не случайно в теории геодезии вопросам уравнивания результатов измерений и оценке точности уделяется немалое внимание.

Стоимость современных электронных тахеометров, кроме некоторых других факторов, зависит в основном от точности прибора. Некоторые компании изготавливают разные по точности тахеометры совершенно одинаково. После изготовления прибор исследуют, определяют его точность и затем оценивают его стоимость. При этом стоимость разных по точности приборов существенно различается. Так, например, цена 5-ти секундного тахеометра Leica составляет около 300 000 рублей, а 3-х секундного около 370 000 рублей. Опыт работы в организации, занимающейся продажей геодезических приборов, показывает, что наиболее востребованными тахеометрами по точности являются 5-ти секундные. Их успешно применяют для производства подавляющего большинства различных геодезических измерений по топографическим съёмкам, обеспечению строительного процесса и др. Вместе с тем иногда нужна и более высокая точность.

Если объём этих измерений невелик, то приобретать дополнительно более точный прибор иногда нерационально. Повысить точность прибора можно, введя поправки за систематические ошибки или несколько усложнив методику измерений.

Выполненные исследования 16-ти разных электронных тахеометров [1, 2] показывают, что, по крайней мере, у половины из них имеют место систематические ошибки измерения горизонтальных углов, величина и знак которых зависит от положения подставки относительно алидады. Эти ошибки повторялись при последующих измерениях. Было установлено, что ошибки носят, в основном, гармонический характер, поэтому для их анализа применены разложения в ряды Фурье. Первоначально предполагалось брать только 3 члена разложения. Однако при исследованиях выяснилось, что у одного из приборов основную ошибку даёт 4-й член, поэтому обработка велась разложением на 4 гармоники. Ошибки с периодом 360° могут являться следствием эксцентриситета горизонтального круга или влиянием несовпадения центра тяжести алидады с осью вращения прибора. Ошибки с периодом 180° могут являться следствием упругих деформа-

ций в осевой системе прибора, вызванной внецентренностью алидады. Возможны остаточные ошибки эксцентриситета алидады горизонтального круга при двухсторонней системе отсчитывания. Ошибки с периодом 120° могут являться следствием упругих переменных деформаций в подъёмных винтах подставки или деталях штатива. Ошибки с периодом 90° и менее могут являться следствием конструктивных особенностей или неточностей при изготовлении датчиков углов.

При исследованиях измерялся горизонтальный угол между направлениями на два коллиматора, угол между которыми составлял около 69° . В качестве коллиматоров использовались зрительные трубы теодолитов 4Т30П, отфокусированные на бесконечность и установленные в горизонтальное положение. Измерения выполнялись при одном круге (КЛ) с перестановкой подставки на штативе через 30° , все 13 приёмов одного цикла при установках от 0 до 360° выполнялись без перерывов и однообразно.

Выведем формулы для обработки измерений. Пусть в одном цикле имеем 13 приёмов измерения одного и того же угла β_i , где $i=1, 2, \dots, 13$, при разных положениях подставки на штативе, соответствующих отсчётам по горизонтальному кругу α на левое направление

$$\alpha_i = 30^\circ(i-1).$$

В дальнейшем нужно брать только 12 из 13-ти приёмов, поэтому будем считать для $i=1$ среднее значение β для $i=1$ и $i=13$. При этом несколько нарушается строгость обработки. Вместе с тем нельзя обойтись без последнего 13-го измерения в цикле, так как оно является замыканием и контролем неизменности измеряемого угла.

Найдём среднее значение

$$\beta_{\text{cp}} = \frac{\sum_{i=1}^{12} \beta_i}{12}$$

и отклонения от среднего

$$\Delta_i = \beta_i - \beta_{\text{cp}}.$$

Считая зависимость отклонений Δ от углов α периодической функцией $F(\alpha)$ в интервале $0-360^\circ$, напомним её в виде ряда Фурье [3]:

$$F(\alpha) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^n (A_k \cos k\alpha + B_k \sin k\alpha), \quad (1)$$

где A_0, A_k, B_k — коэффициенты ряда; n — число членов разложения.

В общем виде коэффициенты ряда определяют по формулам Эйлера – Фурье

$$A_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(\alpha) \cos k\alpha \, d\alpha; \quad B_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(\alpha) \sin k\alpha \, d\alpha.$$

Применительно к 12-ти дискретным значениям функции $F(\alpha)$, равным Δ_i , можно вывести формулы

$$A_k = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{12} \Delta_i \cos k\alpha_i; \quad B_k = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{12} \Delta_i \sin k\alpha_i. \quad (2)$$

Функция $F(\alpha)$ является промежуточной и по ней нужно найти зависимость ошибки не угла, а отсчёта по горизонтальному кругу. Обозначив последнюю $f(\alpha)$, напишем

$$F(\alpha) = f(\alpha + \varphi) - f(\alpha), \quad (3)$$

где φ — величина угла при измерениях.

Аналогично (1) напишем для $f(\alpha)$:

$$f(\alpha) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cos k\alpha + b_k \sin k\alpha). \quad (4)$$

Коэффициент a_0 в (4) нужно опустить, так как постоянная неизменная ошибка в отсчёте по горизонтальному кругу не имеет смысла. Подставив в (3) формулы (1) и (4), будем иметь

$$\sum_{k=1}^n [a_k \cos k(\alpha + \varphi) + b_k \sin k(\alpha + \varphi)] - \sum_{k=1}^n [a_k \cos k\alpha + b_k \sin k\alpha] = A_0 \sum_{k=1}^n (A_k \cos k\alpha + B_k \sin k\alpha). \quad (5)$$

Коэффициент A_0 и здесь равен нулю, потому что как следует из первой формулы (2) при $k=0$ получаем среднее из всех Δ_i , которое равно нулю.

Преобразовав (5), напишем более наглядно:

$$\sum_{k=1}^n \{a_k [\cos k(\alpha + \varphi) - \cos k\alpha] + b_k [\sin k(\alpha + \varphi) - \sin k\alpha]\} = \sum_{k=1}^n (A_k \cos k\alpha + B_k \sin k\alpha).$$

Учтя известные формулы для синуса и косинуса суммы углов, получим:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n [a_k (\cos k\alpha \cos k\varphi - \sin k\alpha \sin k\varphi - \cos k\alpha) + b_k (\sin k\alpha \cos k\varphi + \cos k\alpha \sin k\varphi - \sin k\alpha)] = \\ = \sum_{k=1}^n (A_k \cos k\alpha + B_k \sin k\alpha). \end{aligned}$$

Отсюда можно написать по два уравнения для каждого k :

$$\begin{aligned} a_k \cos k\alpha \cos k\varphi - a_k \cos k\alpha + b_k \cos k\alpha \sin k\varphi &= A_k \cos k\alpha; \\ -a_k \sin k\alpha \sin k\varphi + b_k \sin k\alpha \cos k\varphi - b_k \sin k\alpha &= B_k \sin k\alpha, \end{aligned}$$

которые после сокращений принимают вид:

$$a_k (\cos k\varphi - 1) + b_k \sin k\varphi = A_k; \quad -a_k \sin k\varphi + b_k (\cos k\varphi - 1) = B_k. \quad (6)$$

Решение уравнений (6) приводит к результату:

$$a_k = -\frac{A_k}{2} - \frac{\sin k\varphi}{1 - \cos k\varphi} \frac{B_k}{2}; \quad b_k = \frac{\sin k\varphi}{1 - \cos k\varphi} \frac{A_k}{2} - \frac{B_k}{2}. \quad (7)$$

Формулу (4) с коэффициентами (7) можно записать через амплитуду c_k и фазу ϑ_k

$$f(\alpha) = \sum_{k=1}^n (c_k \sin(k\alpha + \vartheta_k)),$$

где

$$c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}; \quad \operatorname{tg} \vartheta_k = \frac{a_k}{b_k}. \quad (8)$$

Выведем зависимость амплитуд гармоник ошибок отсчётов c_k от амплитуд ошибок угла C_k . Для этого подставим (7) в (8):

$$c_k^2 = \left(\frac{A_k}{2} + \frac{\sin k\varphi}{1 - \cos k\varphi} \frac{B_k}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sin k\varphi}{1 - \cos k\varphi} \frac{A_k}{2} - \frac{B_k}{2} \right)^2.$$

Громоздкие преобразования приводят к простому результату

$$c_k = \frac{C_k}{2 \sin \frac{k\varphi}{2}}, \quad (9)$$

где $C_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$.

Заметим, что амплитуды ошибок угла C_k можно считать измеренными величинами, а амплитуды ошибок отсчёта c_k — вычисленными по (9).

Поэтому из формулы (9) видно, что максимальную точность величины c_k получим, если знаменатель в (9) максимален по абсолютной величине. Для данной функции это условие приводит

к равенству $\sin \frac{k\varphi}{2} = 1$, решение которого даёт результат $\frac{k\varphi}{2} = \arcsin 1 = 90^\circ$; $\varphi = \frac{180^\circ}{k}$.

Откуда получим выгоднейшие углы φ для нахождения гармоник ряда Фурье:

для 1-й гармоники ($k=1$): $\varphi = 180^\circ$; для 2-й гармоники ($k=2$): $\varphi = 90^\circ$;
 для 3-й гармоники ($k=3$): $\varphi = 60^\circ$; для 4-й гармоники ($k=4$): $\varphi = 45^\circ$.

Использовать для определения амплитуд каждой гармоники разные углы φ не рационально. Один для всех гармоник выгоднейший угол φ можно найти путём нахождения минимума суммы квадратов правых частей уравнений (9) для всех четырёх k , т.е.

$$\operatorname{cosec}^2 \frac{\varphi}{2} + \operatorname{cosec}^2 \varphi + \operatorname{cosec}^2 \frac{3\varphi}{2} + \operatorname{cosec}^2 2\varphi = \min. \quad (10)$$

Наименьшее из многих решений уравнения (10) даёт $\varphi = 65,4^\circ$. Минимум довольно пологий и мало изменяется в диапазоне от 60 до 70° . Поэтому такой угол можно взять для исследований прибора. Если исследования прибора не проводить, но требуется выполнить измерения горизонтального угла с повышенной точностью, можно исключить ошибки дополнительными измерениями. При измерении угла при двух кругах исключаются все нечётные гармоник ошибок. Вторая и четвёртая гармоники исключаются в среднем при измерениях тремя приёмами, между которыми подставка на штативе поворачивается на 120° . Поэтому в среднем угле, измеренном шестью такими полуприёмами, исключаются основные гармоники ошибок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гура Д.А., Аветисян Г.Г., Желтко С.Ч. Об исследованиях угломерных ошибок электронных тахеометров // Геодезия и картография. –2011. –№ 4. –С. 16–18.
2. Гура Д.А., Аветисян Г.Г., Желтко Ч.Н. Исследования упругих деформаций электронных тахеометров // Геодезия и картография. –2011. –№ 5. –С. 10–12.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1970. –720 с.

Поступила 19 мая 2011 г.

Рекомендована кафедрой кадастра и геоинженерии КубГТУ

РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ТЕРРИТОРИАЛЬНОГО ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМОВ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ НЕВЫПУКЛЫХ ПОЛИГОНОВ

Ст. научный сотрудник **А.И. Иванов**

Государственный университет по землеустройству, г. Москва

E-mail: alexigis@yandex.ru

Аннотация. Предложены алгоритмы, на основе которых реализованы программные инструменты для решения ряда задач территориального землеустройства, таких, как: деление земельного участка на заданное число участков с одинаковой площадью, вычисление условной стоимости земельных участков с неоднородно распределёнными по площади качественными характеристиками, разделение земельных участков на участки с одинаковой условной стоимостью при неоднородном распределении качественных характеристик по площади, формирование экспликации земельных угодий.

Ключевые слова: полигон, землеустройство, земельный участок

Abstract. Algorithms and program components were proposed for land management tasks solutions, such as: splitting an estate into known number of parcels of equal square, its relative cost calculating in case of inhomogeneous distribution of its descriptive adjectives, splitting an estate into known number of parcels of equal relative costs in case of inhomogeneous distribution of its descriptive adjectives, parcel properties explication.

Keywords: polygon, land parcel, land management

При решении задач территориального землеустройства, связанных с делением, объединением земельных участков или с формированием различных тематических карт, часто