



УДК 621.785, 669.2, 681.5

Н.В. Заикина, Ю.Э. Плешивцева

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА МЕТАЛЛА С УЧЁТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ

В промышленности применяют различные технологии горячей обработки цветных металлов давлением. Одним из таких методов обработки является прессование профилей. Нагрев перед прессованием способствует повышению пластичности металла, и, таким образом, облегчает процесс его обработки. Установки индукционного нагрева (ИНУ) получили широкое распространение в промышленности при нагреве изделий под штамповку и пластическую деформацию [1].

Нагрев алюминиевых заготовок до заданной температуры 400–500° С может производиться в ИНУ на частоте 50 Гц. Мощность индукционной установки, как правило, находится в пределах от 0,2 до 1 МВт. Однако электрический КПД подобных ИНУ для нагрева алюминия составляет всего 40–60 %.

Для улучшения энергетической эффективности нагрева алюминиевых заготовок перед прессованием в последние годы был разработан инновационный метод, который позволяет использовать сверхпроводники, способные генерировать высокоинтенсивные магнитные поля в больших объёмах [2]. Изменение магнитного потока, пронизывающего заготовку, вызвано вращением заготовки относительно поля возбуждения (рис. 1, а)

[3]. Вращение в постоянном магнитном поле вызывает поток индуцированных токов, которые производят момент, препятствующий вращению. Практически вся энергия в заготовке преобразуется в тепловую, и, таким образом, механическая энергия асинхронного электродвигателя преобразуется в тепловую. Теоретически КПД индуктора в данном случае должен приближаться к КПД электрического двигателя, который составляет 90 %. Возможные конструктивные параметры соответствующей системы нагрева представлены в [9].

К настоящему времени достаточно глубоко изучены подходы к оптимизации работы традиционных ИНУ [4], в то время как исследования процесса индукционного нагрева с использованием постоянного магнитного поля сверхпроводников находятся только на начальном этапе. В представленной статье изучаются оптимальные режимы функционирования инновационных установок индукционного нагрева вращающихся алюминиевых заготовок.

В целом ряде технологий термообработки оказывается необходимым учитывать дополнительные требования, к которым, прежде всего, относятся ограничения на максимальную температуру и максимум растягивающих термонапря-

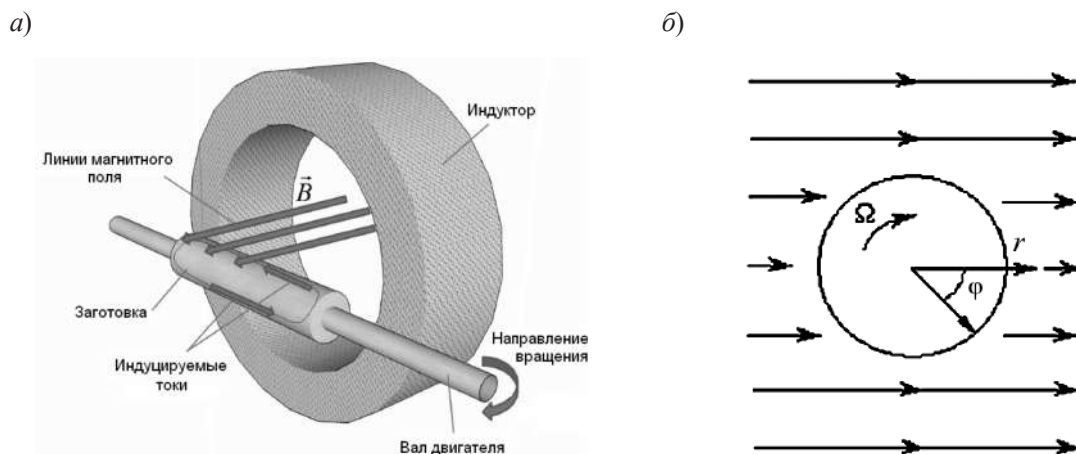


Рис. 1. Принцип индукционного нагрева заготовки, вращающейся в магнитном поле сверхпроводника:
а – инновационная установка индукционного нагрева; б – двумерная математическая модель процесса нагрева

жений по объёму заготовки в процессе нагрева, т. к. при термообработке изделия возникают температурные напряжения и деформации, величины которых могут оказаться за пределами упругости и вести к нежелательным необратимым изменениям свойств металла.

В статье представлены результаты моделирования и оптимизации температурных полей и полей термонапряжений по сечению заготовки в ходе нагрева с использованием численной двумерной электромагнитно-тепловой модели процесса. Сформулированы и решены задачи оптимального по быстрдействию управления индукционным нагревом с учётом ограничений на максимально допустимые температуру и термонапряжения. Проведена интеграция разработанной математической модели и алгоритмов оптимального управления для построения специальной процедуры оптимизации процесса инновационного индукционного нагрева.

Численная двумерная модель процесса нагрева

Математическая модель системы нагрева алюминиевых заготовок вращением включает взаимосвязанный расчёт электромагнитных и тепловых полей в поперечном сечении заготовки в предположении, что длина заготовки много больше её радиуса. При моделировании рассматриваемого процесса необходимо учитывать ряд усложняющих факторов, таких как зависимость теплофизических свойств материала заготовки от температуры и неравномерности магнитного поля, сложный характер теплообмена; необходимость решения сопряжённых задач, сложную геометрическую форму системы «индуктор-металл» и др.

Для моделирования исследуемого процесса был выбран метод конечных элементов, для построения сетки детали и индуктора использовались четырёхугольные элементы, а для сетки окружающего пространства – треугольные элементы. Численная двумерная модель была разработана в среде наукоёмкого расчётного программного комплекса ANSYS [5]. Алгоритм решения задачи моделирования представляет собой последовательную итерационную процедуру, включающую гармонический электромагнитный анализ и переходный тепловой анализ.

Моделирование температурных полей. В качестве базовой рассматривается двумерная модель температурного поля в поперечном сечении заготовки радиусом R

(рис. 1, б), поскольку такая модель, с одной стороны, является достаточно представительной для исследований общего характера, а, с другой стороны, позволяет использовать её в оптимизационных процедурах за счёт относительно ограниченного времени расчётов.

Длина цилиндрической заготовки в направлении оси z считается бесконечной. В общем случае пространственно-временное распределение температуры по объёму заготовки в процессе индукционного нагрева описывается взаимосвязанной системой уравнений Максвелла и Фурье для электромагнитного и температурного полей [1].

Уравнение Максвелла для электромагнитного поля внутри проводящего материала может быть записано как

$$\operatorname{rot} \bar{H} = J + \frac{\partial \bar{D}}{\partial \tau}; \operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial \tau}; \operatorname{div} \bar{B} = 0; \operatorname{div} \bar{E} = 0, \quad (1)$$

где \bar{E} – вектор напряжённости электрического поля; \bar{D} – вектор электрической индукции; \bar{B} – вектор магнитной индукции; \bar{H} – вектор напряжённости магнитного поля; J – плотность электрического тока проводимости; τ – время.

Уравнение Фурье, описывающее в наиболее общем виде температурное поле в нагреваемой заготовке, имеет вид:

$$c(T) \gamma(T) \frac{\partial T}{\partial \tau} - \operatorname{div} (\lambda(T) \operatorname{grad} T) + c(T) \gamma(T) \bar{V} \operatorname{grad} T = F, \quad (2)$$

где T – температурное поле в поперечном сечении заготовки; $c(T)$, $\gamma(T)$, $\lambda(T)$ – соответственно удельная теплоёмкость, плотность и коэффициент теплопроводности нагреваемого металла; \bar{V} – вектор скорости перемещения заготовки; F – внутренние источники тепла, возбуждаемые индукционными вихревыми токами, за счёт которых происходит нагрев.

Удельная мощность тепловыделения на единицу объёма нагреваемого тела, зависящая от частоты вращения заготовки f , может быть найдена путем расчёта передаваемой энергии электромагнитного поля [1]:

$$F = -\operatorname{div} [\bar{E} \cdot \bar{H}]. \quad (3)$$

Применительно к рассматриваемой технологии мощность тепловыделения $F(f)$ [Вт/м³] может быть вычислена согласно соотношению [2]:

$$F = \sigma(B_{ri} \frac{2\pi R}{60} f \cdot \xi)^2, \quad (4)$$

где B_{ri} – радиальная составляющая магнитного поля в цилиндрических координатах; $\xi = \frac{r}{R}$ [2].

Таким образом, для исследуемой инновационной технологии нагрева управление мощностью тепловыделения осуществляется за счёт изменения скорости вращения заготовки.

Теплофизические параметры $c(T)$, $\gamma(T)$, $\lambda(T)$ в (2) являются нелинейными функциями температуры. Совместно с соответствующими граничными и начальными условиями уравнение (2) описывает температурное распределение в любой момент времени для любой точки по сечению нагреваемой заготовки.

Моделирование полей термонапряжений. Горячая обработка алюминиевых заготовок перед прессованием представляет собой предварительный нагрев до 500°C . В процессе нагрева алюминиевых цилиндрических заготовок индукционным методом появляется перепад между температурами поверхности и центра, т. е. поверхностные слои заготовок оказываются более прогретыми по сравнению со слоями, прилежащими к центру. В результате из-за различия коэффициентов линейного расширения всех слоёв неравномерно прогретой заготовки возникают термические напряжения.

Рассматривая сечение цилиндрических заготовок, можно выделить две компоненты термонапряжений – радиальные и окружные. Максимум радиальных напряжений приходится на слои, лежащие непосредственно около центра заготовки, а минимум, соответственно, на поверхностные слои. Окружные напряжения направлены по касательной к сечению заготовки, в отличие от радиальных, которые действуют в направлении от центра к поверхности. Максимум окружных и радиальных напряжений располагается в центре.

Наиболее опасными из напряжений являются растягивающие, т. к. они разрывают металл изнутри, вследствие чего возникают необратимые дефекты металла. При этом сжимающие напряжения в некоторых случаях могут упрочнить заготовку.

При плоском температурном поле $T(x, y, t)$ в длинном цилиндрическом теле с продольной осью Oz возникает плоская деформация [6], для которой характерны перемещения:

$$u_x = u_x(x, y), u_y = u_y(x, y), u_z = 0. \quad (5)$$

Этим перемещениям соответствуют деформации:

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0 \quad (6)$$

и напряжения:

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) - \alpha_1 T, \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0. \quad (7)$$

Зная σ_z , можно найти соотношения между деформациями $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$, и напряжениями $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$ в следующем виде:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E_1} (\sigma_x - \nu_1 \sigma_y) + \alpha_1 T, \quad (8)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E_1} (\sigma_y - \nu_1 \sigma_x) + \alpha_1 T, \quad (9)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1 + \nu_1}{E_1} \sigma_{xy}, \quad (10)$$

где $E_1 = \frac{E}{1 - \nu^2}$, $\nu_1 = \frac{\nu}{1 - \nu}$, $\alpha_1 = \alpha(1 + \nu)$. (11)

Переходя к цилиндрической системе координат, рассмотрим плоское деформированное состояние заготовки, закреплённой с двух сторон для ограничения её осевого перемещения. В случае плоской деформации имеется три компонента напряжений $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$; все три деформации сдвига и касательные напряжения равны нулю в силу симметрии относительно оси и постоянства условий в осевом направлении. Для указанных выше напряжений из [6] имеем:

$$\sigma_r = \frac{\alpha E}{1 - \nu} \left(\frac{1}{b^2} \int_0^b T r dr - \frac{1}{r^2} \int_0^r T r dr \right), \quad (12)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\alpha E}{1 - \nu} \left(\frac{1}{b^2} \int_0^b T r dr + \frac{1}{r^2} \int_0^r T r dr - T \right), \quad (13)$$

$$\sigma_z = \frac{\alpha E}{1 - \nu} \left(\frac{2\nu}{b^2} \int_0^b T r dr - T \right). \quad (14)$$

Где ν – коэффициент Пуассона; α – коэффициент линейного расширения; E – модуль упругости или модуль Юнга; b – радиус цилиндра; T – функция распределения температуры. Таким образом, зная температурное поле в заготовке, можно определить компоненты термонапряжений в ней.

Для выбора заданного ограничения на величину термонапряжений в процессе нагрева было проведено исследование диаграммы растяжения алюминия [6], в ходе которого было установлено, что безопасные значения напряжения соответствуют участку, на котором при снятии нагрузки не возникают остаточные деформации. Здесь материал подчиняется закону Гука:

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где σ – напряжение; E – модуль Юнга; ε – относительное растяжение. За допустимое значение термонапряжений будем считать предел упругости [6], который для технически чистого алюминия составляет 30 МПа.

Постановка и решение задачи оптимального по быстродействию управления

Для решения задачи управления нагревом заготовок, вращающихся в постоянном магнитном поле, процесс индукционного нагрева рассматривается в качестве объекта оптимизации с распределёнными параметрами [7], состояние которого однозначно определяется пространственно-временным распределением температуры нагреваемого тела $T(l, \tau)$ во времени τ и по радиальной координате $l \in [0, R]$, в пренебрежении температурной неравномерностью по её длине.

Холодные заготовки поступают в установку с начальным распределением температуры $T_0(l)$ и должны быть нагреты в процессе вращения до заданной температуры $T^*(l)$.

Как было описано выше, изменение частоты вращения заготовки во времени $f(\tau)$, позволяющее целенаправленно изменять температурное поле заготовки, можно рассматривать в качестве сосредоточенного управляющего воздействия, подобного управлению по мощности индукционного нагрева, осуществляемого по типовой технологии [4].

Ограничение на управляющее воздействие $f(\tau)$ вводится, исходя из максимально и минимально возможных величин частоты вращения заготовок, и записывается в виде:

$$0 \leq f(\tau) \leq f_{\max}. \tag{15}$$

В качестве критерия оптимальности для обеспечения максимальной производительности установки рассматривается минимальное время нагрева τ_{\min}^0 .

Применительно к исследуемому в данной статье классу задач оптимизации индукционная установка в конечный момент времени τ_k должна обеспечивать нагрев металлической заготовки до заданной температуры $T^*(l) = T^* = \text{const}$ с допустимым температурным отклонением по сечению заготовки ε_0 :

$$\max_{l \in [0, 1]} |T(l, \tau_k) - T^*| \leq \varepsilon_0. \tag{16}$$

Таким образом, задача оптимального по быстродействию управления процессом нагрева заготовки, вращающейся в магнитном поле постоянного тока, может быть сформулирована следующим образом.

Необходимо найти такое переменное во времени управляющее воздействие $f(\tau) = f_{\text{opt}}(\tau)$, стеснённое ограничением (15), которое обеспечивает

перевод нагреваемого изделия с начальным распределением температуры $T_0(l) = T_0 = \text{const}$ в заданное целевое множество, согласно (16), за минимально возможное время $\tau_k = \tau_{\min}^0$.

Подобно известным результатам для общей нелинейной задачи оптимального по быстродействию управления процессами нестационарной теплопроводности с внутренним тепловыделением [4], стандартные процедуры принципа максимума непосредственно определяют для математической модели ОРП вида (2)–(4) $\Delta^{(N)}$ -параметризованное представление управляющего воздействия $f_{\text{opt}}(\tau)$ в форме кусочно-постоянной функции времени:

$$f_{\text{opt}}(\tau) = \frac{f_{\max}}{2} [1 + (-1)^{j+1}], \tag{17}$$

$$\sum_{i=1}^{j-1} \Delta_i < \tau < \sum_{i=1}^j \Delta_i, \quad j = \overline{1, N},$$

однозначно задаваемой тем самым с точностью до числа N и длительностей $\Delta_i, i = \overline{1, N}$ интервалов своего постоянства, выступающих в роли искоемых параметров и зависящих только от требуемой точности нагрева ε_0 в (21), где N может быть найдено по заданной величине ε_0 по общей методологии альтернансного метода [6]. В итоге осуществляется процедура редукции исходной задачи к задаче полубесконечной оптимизации:

$$I(\Delta) = \sum_{i=1}^S \Delta_i \rightarrow \min_{\Delta}; \quad \Delta = (\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_S), \tag{18}$$

$$\Phi(\Delta) = \max_{l \in [0, R]} |T(l, \Delta) - T^*| \leq \varepsilon_0, \tag{19}$$

где зависимости $T(l, \Delta)$ находятся по численной ANSYS-модели объекта при управлении вида (17).

Аналогии математических моделей и закономерностей температурного распределения в рассматриваемом и типовом процессах оптимального по быстродействию индукционного нагрева приводят к сохранению в сформулированной задаче (18)–(19) соответствующих этим процессам оптимальной формы кривой радиального распределения результирующих температур и его альтернансных свойств, что позволяет применять для решения данной задачи общую схему альтернансного метода [7], подобно тому, как это сделано в [8].

При использовании численной модели температурного поля расчётные системы уравнений альтернансного метода могут быть решены с обращением к модели на каждом шаге итерационной процедуры.

Постановка и решение задачи оптимального управления с учётом ограничения на максимально допустимую температуру. В реальных условиях индукционного нагрева максимальное значение $T_{\max}(\tau)$ температуры по всему объёму нагреваемых заготовок ограничивается на всём протяжении процесса нагрева некоторой заданной предельно допустимой величиной $T_{\text{доп}}$, превышение которой приводит к необратимым нежелательным изменениям структурных свойств материала обрабатываемых изделий и (или) к их оплавлению. Поэтому оказывается необходимым учитывать дополнительное ограничение, которое записывается в форме следующего неравенства:

$$T_{\max}(\tau) = \max_{l \in [0, 1]} T(l, \tau) \leq T_{\text{доп}}, \quad 0 < \tau \leq \tau_k. \quad (20)$$

Таким образом, необходимо рассматривать сформулированную выше задачу нагрева заготовки до требуемой температуры с заданной точностью за минимально возможное время с учётом технологического ограничения (20) на максимально допустимую температуру в ходе нагрева.

В большинстве практических задач коррекция оптимальных режимов в связи с рассматриваемым технологическим ограничением оказывается необходимой только в пределах первого интервала процесса нагрева с максимальным значением управляющего воздействия $f \equiv f_{\max}$. Она сводится к подбору управляющего воздействия на соответствующих участках в пределах этого интервала, поддерживающих T_{\max} на предельно допустимом уровне $T_{\text{доп}}$, т. е. к выполнению на этом участке условия (20) в форме соответствующего равенства. Ясно, что только в таком варианте сохраняется минимально возможное с учётом нового ограничения суммарное время процесса нагрева заготовки [7].

В соответствии с этим, типичный алгоритм оптимального по быстродействию управления принимает (согласно рис. 2, а) следующий вид:

$$f(\tau) = \begin{cases} f_{\max}, \tau \in (0, \tau_T); \\ f^T(\tau), \tau \in (\tau_T, \Delta_1^0); \\ 0, \tau \in (\Delta_1^0, \Delta_2^0). \end{cases} \quad (21)$$

Предельное значение $T_{\text{доп}}$ достигается при $\tau = \tau_T$ во внутренней точке температурного максимума, являющегося точкой экстремума l_3 температурной кривой $T(l, \tau_T)$ в соответствии с её известной формой при $f = f_{\max}$, $\tau \in (0, \tau_T)$ [7], и тог-

да значения τ_T и l_3 находятся как корни системы уравнений:

$$\begin{cases} T_{\max}(\tau_T) = T(l_3, \tau_T) = T_{\text{доп}}; \\ \frac{\partial T(l_3, \tau_T)}{\partial l} = 0 \end{cases}, \quad (22)$$

которая может быть решена известными или специальными численными методами при заданной зависимости $T(l, \tau_T)$ от своих аргументов [7].

В первом приближении управление $f^T(\tau)$, стабилизирующее температуру на заданном уровне, представляется с достаточной точностью экспоненциальным законом изменения во времени [7]. Тогда базовый вариант алгоритма управления с учётом ограничения на максимально допустимую температуру представляется в виде:

$$f_{\text{опт}}(\tau) = \begin{cases} f_{\max}, \tau \in (0, \tau_T); \\ f^T(\tau) \equiv a + be^{-\beta(\tau - \tau_T)}, \tau \in (\tau_T, \Delta_1^0); \\ \frac{f_{\max}}{2} [1 + (-1)^{j+1}], \tau_{j-1} < \tau < \tau_j, j = 2, 3, \dots, N. \end{cases} \quad (23)$$

Рассмотрим случай, когда заданная точность нагрева совпадает с предельно достижимой точностью $\varepsilon_{\min}^{(2)}$ при двухинтервальном управлении. В этом случае сам минимакс $\varepsilon_{\min}^{(2)}$ заранее неизвестен, и его величина должна быть отнесена к неизвестным параметрам оптимального алгоритма управления как и длительности интервалов Δ_1^0 , Δ_2^0 , а также a , b , β в (31), обеспечивающие достижение предельно возможной точности нагрева в классе двухинтервальных управлений [7].

Расчёт искомых алгоритмов управления осуществляется при помощи оптимизационного комплекса, предназначенного для проведения многокритериальной оптимизации одномерных полей. Специальная процедура оптимизации позволяет осуществлять поиск значений параметров алгоритмов управления, при которых достигается минимально возможное отклонение поля от заданного значения. При этом учитываются ограничения на возможные значения оптимизируемых параметров [10].

На рис. 2, б-г представлены результаты расчёта оптимального по быстродействию процесса нагрева алюминиевых цилиндрических заготовок диаметром 215 мм путём их вращения в постоянном магнитном поле при токе источника питания 323,2 кА с учётом технологического ограничения (20). Изменение частоты вращения заготовки представлено на рис. 2, б; на рис. 2, в показано температурное распределение по сечению

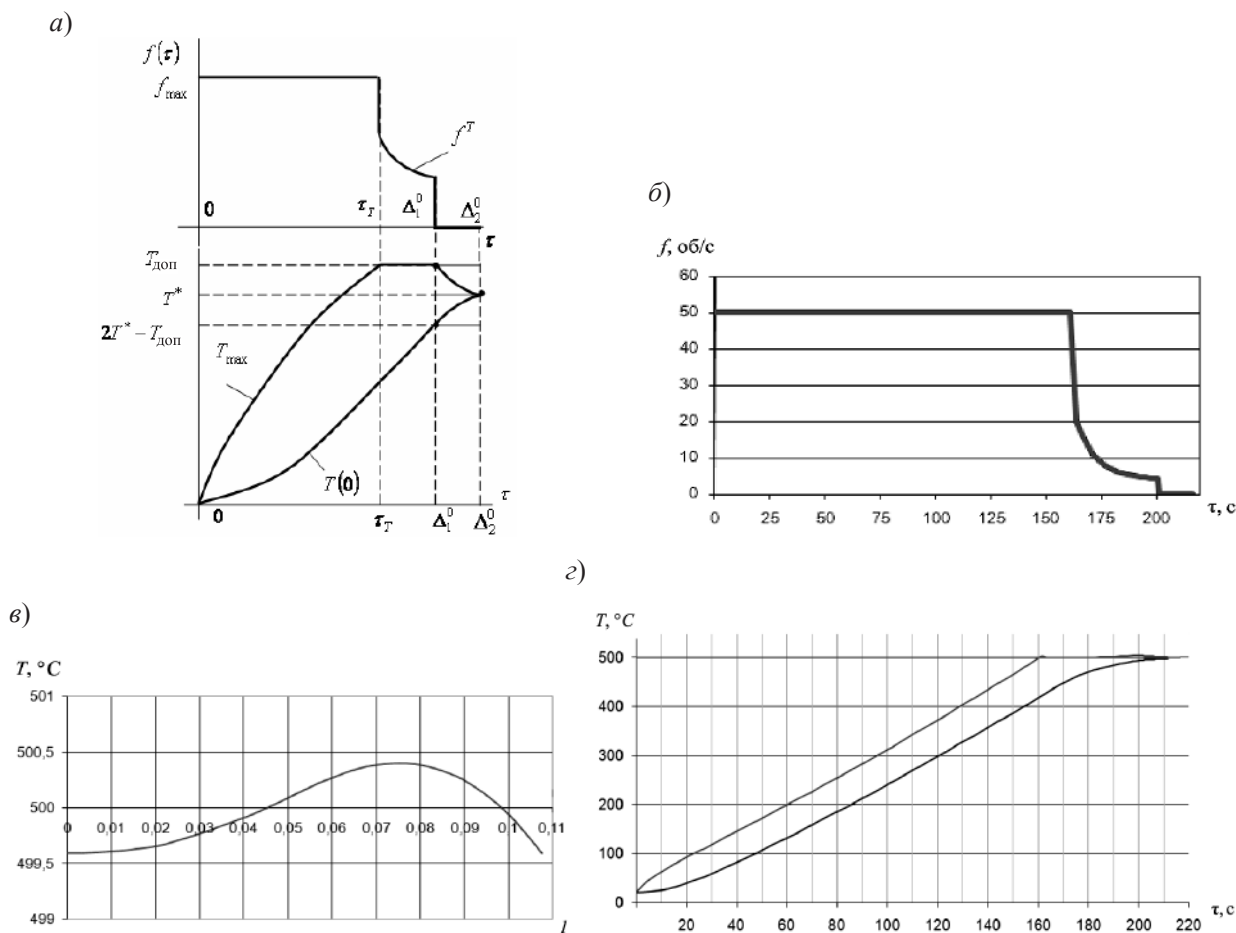


Рис. 2. Результаты расчёта оптимального двухинтервального процесса нагрева с учётом ограничения на максимально допустимую температуру:

а – графическая интерпретация оптимального процесса нагрева с учётом ограничения на максимальную температуру; б – изменение частоты вращения в процессе нагрева с учётом ограничения на максимальную температуру; в – температурный профиль по сечению заготовки в конце процесса нагрева; г – динамика температуры в центре и на поверхности заготовки в процессе нагрева

заготовки по окончании процесса нагрева; на рис. 2, г представлено изменение температуры в центре и на поверхности заготовки в ходе нагрева. Как видно из представленных данных, в конце процесса нагрева неравномерность распределения температуры по радиусу цилиндра составляет $\varepsilon_{\text{min}}^{(2)} = 0,4^\circ \text{C}$.

Постановка и решение задачи оптимально-го управления с учётом ограничения на максимально допустимые термонапряжения. При нагреве заготовки помимо максимальной температуры необходимо отслеживать и уровень возникающих термических напряжений.

Температурные перепады по всему объёму нагреваемой заготовки должны быть ограничены на всём протяжении процесса нагрева таким образом, чтобы обусловленное ими максимальное

значение σ_{max} растягивающих термонапряжений $\sigma(l, \tau)$ не превышало заданной допустимой величины $\sigma_{\text{доп}}$, согласованной с пределом прочности материала заготовки. Иначе говоря, подобно (20), должно быть выполнено следующее неравенство для поля термонапряжений:

$$\sigma_{\text{max}}(\tau) = \max_{l \in [0, 1]} \sigma(l, \tau) \leq \sigma_{\text{доп}}, \quad 0 < \tau \leq \tau_{\text{к}}. \quad (24)$$

Нарушение этого условия может привести к появлению необратимого брака – растрескиванию заготовок.

Тогда задача оптимального по быстродействию управления нагревом заготовки до требуемой температуры с заданной точностью за минимально возможное время дополняется ограничением (24) на максимально допустимое растягивающее термонапряжение в ходе нагрева.

Аналогично рассмотренному ранее случаю учёта ограничения на максимально допустимую температуру, коррекция оптимальных режимов в связи с рассматриваемым технологическим ограничением на термонапряжение оказывается необходимой только в пределах первого интервала процесса нагрева при $f \equiv f_{\max}$. В данном случае также необходим подбор управляющего воздействия, поддерживающего σ_{\max} на предельно допустимом уровне $\sigma_{\text{доп}}$, т. е. к выполнению на этом участке условия (24) в форме соответствующего равенства. Таким образом, типичный алгоритм оптимального по быстродействию управления с учётом рассматриваемого технологического ограничения принимает следующий вид (рис. 3, а) [7]:

$$f(\tau) = \begin{cases} f_{\max}, \tau \in (0, \tau_{\sigma}); \\ f^{\sigma}(\tau), \tau \in (\tau_{\sigma}, \Delta_1^0); \\ 0, \tau \in (\Delta_1^0, \Delta_2^0). \end{cases} \quad (25)$$

После определения τ_{σ} и $f^{\sigma}(\tau)$ оптимальное управляющее воздействие опять определяется заранее с точностью до N параметров Δ_i , $i = 1, N$,

где Δ_i вновь имеют смысл длительностей различных интервалов управления с известным законом изменения частоты вращения на каждом из них.

Аналогично рассмотренному выше случаю, в первом приближении управление $f^{\sigma}(\tau)$, стабилизирующее термонапряжение на заданном уровне, представляется с достаточной точностью экспоненциальным законом изменения во времени.

Тогда базовый вариант алгоритма управления с учётом ограничения на максимально допустимое термонапряжение представляется в виде:

$$f_{\text{опт}}(\tau) = \begin{cases} f_{\max}, \tau \in (0, \tau_{\sigma}); \\ f^{\sigma}(\tau) \cong a + be^{-\beta(\tau-\tau_{\sigma})}, \tau \in (\tau_{\sigma}, \Delta_1^0); \\ \frac{f_{\max}}{2} [1 + (-1)^{j+1}], \tau_{j-1} < \tau < \tau_j, j = 2, 3, \dots, N. \end{cases} \quad (26)$$

Для обеспечения выполнения условия (24) при $\sigma_{\text{доп}} = \sigma^* = 30$ МПа и оптимизации параметров алгоритма управления (17) процессом нагрева при помощи численной модели и оптимизационного комплекса был произведен расчёт процесса индукционного нагрева. В результате было опре-

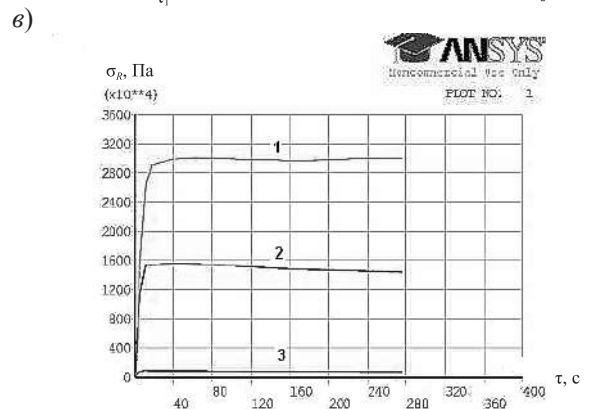
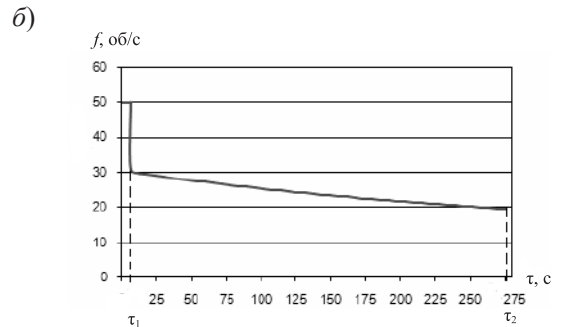
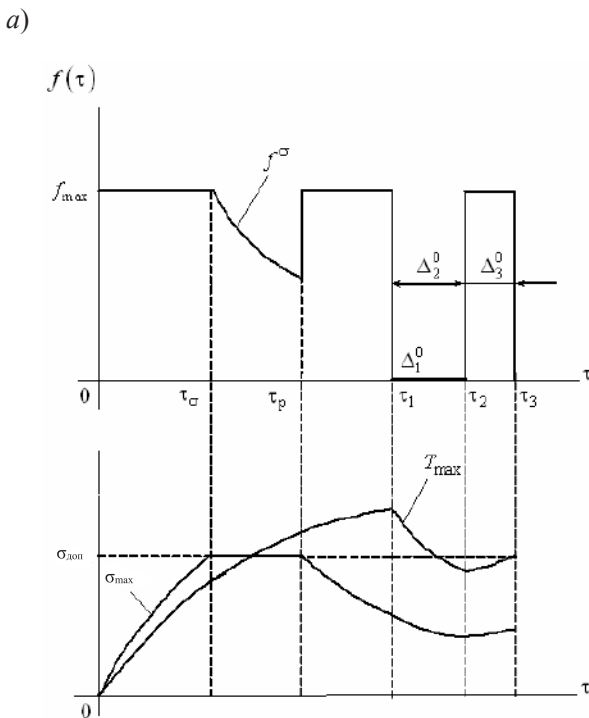


Рис. 3. Результаты расчёта оптимального двухинтервального процесса нагрева с учётом ограничения на максимально допустимое растягивающее термонапряжение:

- а – графическая интерпретация оптимального процесса с учётом ограничения на максимально допустимое термонапряжение;
- б – изменение частоты вращения в процессе нагрева;
- в – изменение радиального температурного напряжения в ходе нагрева: (1 – в центре заготовки; 2 – в промежуточной точке; 3 – на поверхности заготовки)

делено изменение частоты вращения заготовки, представленное на рис. 3, б. На рис. 3, в показано изменение радиального температурного напряжения в процессе нагрева для различных точек по сечению заготовки.

Совместный учет ограничений на максимально допустимые температуру и термонапряжения в процессе нагрева

В большинстве практических задач оказывается необходимым учёт обоих фазовых ограничений (20) и (24), ввиду взаимосвязанности температурных полей по сечению заготовки и полей термонапряжений. Поведение максимальных значений температуры и термонапряжений во времени в оптимальном процессе, полученном без учёта фазовых ограничений [7], указывает, что оптимальный процесс должен дополниться участками стабилизации максимальных температуры и растягивающих термонапряжений на допустимых уровнях в пределах первого интервала управления [7].

Таким образом, необходима новая постановка задачи оптимального управления с условием выполнения ограничений (20) и (24) в ходе нагрева.

Типичный алгоритм оптимального по быстродействию управления с учётом рассматриваемых технологических ограничений принимает, согласно [7], следующий вид:

$$f(\tau) = \begin{cases} f_{\max}, \tau \in (0, \tau_{\sigma}); \\ f^{\sigma}(\tau), \tau \in (\tau_{\sigma}, \tau_T); \\ f^T(\tau), \tau \in (\tau_T, \Delta_1^0); \\ \frac{f_{\max}}{2} [1 + (-1)^{j+1}], \tau_{j-1} < \tau < \tau_j, j=2,3,\dots,N. \end{cases} \quad (27)$$

Моменты времени τ_{σ} и τ_T , как и ранее при рассмотрении каждого из ограничений в отдельности, могут быть найдены из условий достижения предельно допустимых значений ограничиваемых величин, т. е. непосредственно исходя из равенств:

$$\sigma_{\max}(\tau_{\sigma}) = \sigma_{\text{доп}}; T_{\max}(\tau_T) = T_{\text{доп}}, \quad (28)$$

которые следует рассматривать как уравнения относительно τ_{σ} или τ_T при известных зависимостях $\sigma_{\max}(\tau)$ и $T_{\max}(\tau)$. Стабилизирующие управления $f^{\sigma}(\tau)$ и $f^T(\tau)$ также следует определить из условий поддержания с их помощью равенств:

$$\sigma_{\max}(\tau) = \sigma_{\text{доп}}; T_{\max}(\tau) = T_{\text{доп}}, \quad (29)$$

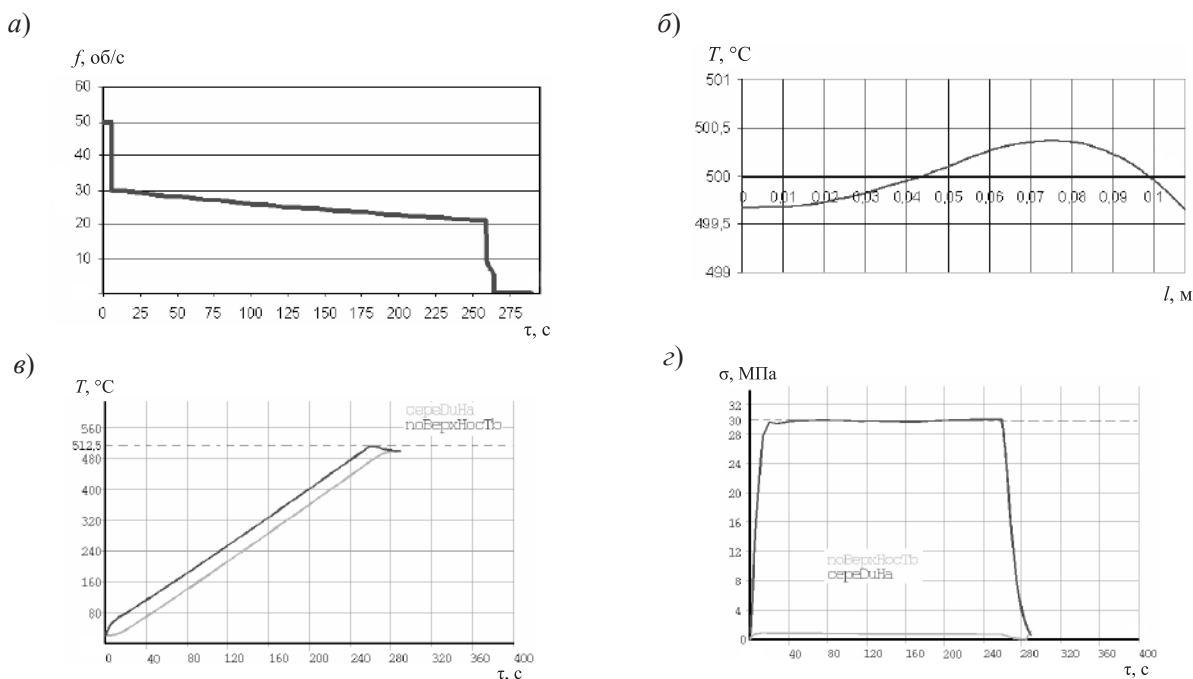


Рис. 4. Результаты расчёта оптимального процесса нагрева с учётом ограничений на максимально допустимые температуру и термонапряжение:

а – изменение частоты вращения в процессе нагрева; б – температурный профиль по сечению заготовки в конце процесса нагрева; в – температуры в центре и на поверхности заготовки в процессе оптимального нагрева; г – термонапряжения в центре и на поверхности заготовки в процессе оптимального нагрева

на соответствующих участках оптимальных программ изменения частоты вращения заготовки в (27).

Как и в предыдущих случаях в первом приближении управления $f^T(\tau)$ и $f^\sigma(\tau)$, стабилизирующие температуру и термонапряжение на заданном уровне, представляются экспоненциальными законами изменения во времени. Тогда вместо (27) получим более простой вариант алгоритма управления:

$$u_{\text{опт}}(\tau) = \begin{cases} f_{\max}, \tau \in (0, \tau_\sigma); \\ f^\sigma(\tau) \cong a + be^{-\beta(\tau_\sigma - \tau)}, \tau \in (\tau_\sigma, \tau_T); \\ f^T(\tau) \cong a_1 + b_1 e^{-\beta_1(\tau_T - \Delta_1^0)}, \tau \in (\tau_T, \Delta_1^0); \\ \frac{f_{\max}}{2} [1 + (-1)^{j+1}], \tau_{j-1} < \tau < \tau_j, j = 2, 3, \dots, N. \end{cases} \quad (30)$$

После проведения оптимизационной процедуры было получено изменение частоты вращения заготовки, представленное на рис. 4, а. Минимум $\varepsilon_{\min}^{(2)}$ составил $0,36^\circ \text{С}$.

На рис. 4, б представлен результат расчёта температурного распределения по сечению заготовки по окончании процесса. На рис. 4, в, г приведены временные зависимости температур и термонапряжений в центре заготовки и на поверхности в течение оптимального процесса нагрева с учётом ограничения на температуру и термонапряжение.

В данной статье рассмотрена инновационная технология процесса индукционного нагрева алюминиевых заготовок перед прессованием путём их вращения в магнитном поле постоянного тока. При помощи численного моделирования был проведён анализ поведения температурных полей и полей термонапряжений при различных режимах нагрева [9].

Для учёта дополнительных требований к состоянию нагреваемых изделий в процессе термообработки сформулированы и решены задачи оптимального управления с учётом ограничений как на максимально допустимую температуру, так и на термонапряжения, введение которых позволяет обеспечивать требуемое качество нагрева при максимальной производительности технологического комплекса. Была разработана специальная процедура оптимизации, позволяющая осуществлять поиск оптимальных значений параметров алгоритмов управления [10].

Полученные оптимальные алгоритмы управления приводят к повышению эффективности индукционных нагревателей за счёт сокращения общего времени нагрева и отсутствию брака благодаря учёту технологических ограничений.

Работа выполнена при поддержке фонда DAAD имени Л. Эйлера, в рамках госконтрактов Федерального агентства по образованию на проведение поисковых НИР № П231, П1448, П2090

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демидович В.Б. Применение индукционного нагрева в металлургической промышленности. СПб., 2003.
2. Magnusson N. Prospects for rotating billet superconducting induction heating // Proceedings of the International Symposium on Heating by Electromagn. Sources—Padua, 2007. P. 479–486.
3. Ulferts A., Nacke B. ALUHEAT—A superconducting approach of an aluminium billet heater // International Scientific Colloquium Modelling for Electromagnetic Processing. Hannover, Oct. 27–29 2008. P. 71–76.
4. Рапопорт Э.Я. Оптимизация процессов индукционного нагрева металла. М.: Металлургия, 1993. 279 с.
5. Nacke B., Zlobina M., Nikanorov A. et al. Numerical simulation of induction heating of aluminum billets by rotation in DC magnetic field [Text] // Proceedings of the International Symposium on Heating by Electromagnetic Sources. Padua, 2007. P. 497–504.
6. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 576 с.
7. Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами. М.: Высш. шк., 2009. 677 с.
8. Пleshivцева Ю.Э. Последовательная параметризация управляющих воздействий и полубесконечная оптимизация алгоритмов управления технологическими объектами с распределенными параметрами Дис. ... д-ра техн. наук. СамГТУ. Самара, 2009. 416 с.
9. Pleshivtseva Yu., Zaikina N., Nacke B. et al. Time-optimal control of energy-efficient heating of aluminum billets rotating in DC magnetic field / Przegląd Electro-techniczny (Electrical Review). 2008. R. 84 № 11/2008. P. 120–123.
10. Pleshivtseva Yu., Rapoport E., Efimov A. et al. Special Method of Parametric Optimization of Induction Heating Systems // International Scientific Colloquium Modelling for Electromagnetic Processing. Hannover, Oct. 27–29 2008. P. 229–234.

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕРАБОТКИ КОНТЕЙНЕРНЫХ ГРУЗОВ

Контейнерные перевозки являются наиболее удобным и экономичным способом транспортировки грузов. Конструкция грузового контейнера обеспечивает сохранную перевозку грузов в любой комбинации морских, речных и сухопутных видов транспорта. При этом интенсифицируются процессы переработки грузов, минимизируются затраты в транспортных узлах, упрощается мониторинг. Основным транспортным узлом в контейнерных перевозках является специализированный контейнерный терминал. На терминале осуществляется переработка грузов, прибывающих на морских и речных судах в импорте, а также – по железной дороге и автомобильным транспортом в экспорте.

Неотъемлемой частью специализированного терминала являются каналы переработки грузов, которыми в частных случаях являются морские или речные причалы. При разработке и эксплуатации терминалов возникает необходимость определения показателей качества процессов переработки грузов, характеризующих среднее время ожидания судов и среднее время пребывания судов на терминале, а также пропорциональных этим показателям – средних значений числа судов, находящихся в очереди или на терминале. Указанные показатели характеризуют качество услуг, т. к. ожидание в очереди приводит к существенным потерям для транспортных компаний. В результате, несмотря на увеличение грузооборота, излишнее увеличение коэффициента загрузки каналов становится экономически нерентабельным. При этом величина убытков возрастает с увеличением числа судов, простаивающих в ожидании освобождения каналов.

В настоящее время широкое распространение получили детерминированные модели переработки грузов. При использовании детерминированных моделей предполагается, что прибытие к терминалу морских или речных судов представляет собой регулярный поток событий, в котором прибытия следуют одно за другим строго по графику через одинаковые промежутки времени.

Однако детерминированные модели не отражают специфику функционирования специализированных терминалов. В действительности моменты прибытия судов к терминалу – нерегулярные потоки событий.

Процессы, протекающие при обработке судов, переходят из одного состояния в другое в случайные моменты времени. При этом меняется число судов, находящихся в очереди и число занятых каналов. Переход процессов из одного состояния в другое происходит в моменты когда либо новое судно подходит к терминалу, либо освобождается один из каналов. Система содержит $n+1$ счётное множество состояний: $E_0, E_1, E_2, \dots, E_n$, где n – число судов, находящихся в системе, т. е. учитываются как суда, находящиеся в очереди, так и суда, которые находятся в обработке.

Как известно, суммарный поток моментов прибытия морских или речных судов к терминалу можно рассматривать как сумму потоков судов, принадлежащих различным компаниям и доставляющих различные грузы.

В то же время известно, что при взаимном наложении большого числа ординарных стационарных потоков с практически любым последствием получается поток, сколь угодно близкий к стационарному пуассоновскому (простейшему) потоку. Будем также считать, что время обработки судна подчиняется показательному закону распределения.

Принятые допущения о пуассоновском потоке прихода судов и показательном распределении времени обработки контейнерных грузов позволяют использовать для описания процессов в контейнерных терминалах аппарат массового обслуживания. Применение аппарата массового обслуживания позволяет описать процесс обработки судов в контейнерном терминале с помощью линейных дифференциальных уравнений и представить выражения для вероятностных показателей качества процессов в аналитической форме. Однако применение существующих моделей массового обслуживания для определения вероятност-