

УДК 621.316.9

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОГО НАГРЕВА ОДИНОЧНОГО ИЗОЛИРОВАННОГО ПРОВОДНИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ТОКОМ

Аушев И.Ю.*, Станкевич Ю.А.***, к. ф.-м. н., Степанов К.Л.***, к. ф.-м. н., доцент

*Командно-инженерный институт МЧС Республики Беларусь

**Институт тепло- и массообмена им. А.В Лыкова НАН Беларуси

*e-mail: asb@kii.gov.by

**e mail: kls@hmti.ac.by

В работе изложена физико-математическая модель, описывающая нагрев кабеля при протекании электрического тока. Получены простые оценки предельных токов при длительной нагрузке в зависимости от сечения проводника, допустимой температуры его нагрева, условий теплостойкости изоляции. Рассмотрены одножильные изолированные кабели, исследованы стационарные режимы нагрева проводников.

The work the model which describes heating a cable under action of an electric current is presented. Simple estimations of limiting currents are received at long loading depending on section of the conductor, admissible temperature of heating of a conductor, conditions of temperature constancy of isolation. We consider single insulated cables. Stationary modes of heating of conductors are investigated.

(Поступила в редакцию 25 июня 2012 г.)

ВВЕДЕНИЕ

Находящееся под напряжением электротехническое оборудование и кабельные изделия являются потенциальным источником пожарной опасности. Анализ причин возникновения пожаров показывает, что наиболее пожароопасным видом электрических изделий являются кабельные изделия, а наиболее распространенными причинами их пожарной опасности являются перегрузки и короткие замыкания, вызывающие нагрев проводников выше пожаробезопасных температур [1, 2]. Перегрев токоведущих жил кабельных изделий ведет к ускоренному старению изоляции, сокращению сроков службы проводников, появлению токов утечки, пробоем и оголению проводов, что приводит к аварийным и пожароопасным режимам работы в электрических сетях. Предотвращение возникновения и распространения пожаров в электрических сетях традиционно обеспечивается путем правильного выбора сечений токопроводящих жил. Они регламентируются «Правилами устройства электроустановок» (ПУЭ), которым следуют при проектировании, монтаже и эксплуатации электрооборудования. Первостепенную роль в предотвращении пожара играет быстрое отключение поврежденного участка аппаратами защиты [3].

Аппараты защиты должны ограничивать время действия токов короткого замыкания и перегрузки, ограничивая нагрев кабельных изделий предельными температурами. Предотвращение пожароопасного последствия этих процессов является неотъемлемой частью комплекса мер по снижению количества пожаров в электроустановках и их последствий. Основное требование, которое должно предъявляться к защите электропроводки, заключается в том, чтобы она при различных аварийных режимах не могла явиться причиной возникновения пожара.

Цель данной работы – рассмотреть нагрев изолированного проводника и получить соотношения, связывающие его с теплофизическими и электрическими свойствами, характеристиками изоляции и величиной тока.

МОДЕЛЬ НАГРЕВА ПРОВОДНИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ТОКОМ

Физико-математическая модель нагрева должна учитывать выделение тепла в проводнике при протекании электрического тока, динамику изменения тока во времени, реальные теплофизические свойства проводника и изоляции, к которым относятся теплоемкость, теплопроводность и электропроводность, условия теплообмена на границе проводника и изоляции, а также изоляции с окружающей средой.

Прежде всего, рассмотрим нагрев одножильного проводника цилиндрического сечения, покрытого изоляцией. Уравнение, описывающее закон сохранения энергии, при учете нагрева проводника при протекании электрического тока и теплопроводности имеет вид:

$$\rho_{\Pi} c_{p\Pi} \frac{\partial T}{\partial t} = -\operatorname{div} S + Q, \quad (1)$$

где ρ_{Π} – плотность материала проводника, кг/м³;

$c_{p\Pi}$ – удельная теплоемкость материала проводника при постоянном давлении, Дж/(кг·К);

T – температура проводника, К;

S – плотность потока, обусловленного теплопроводностью, Вт/м²;

Q – объемная мощность нагрева проводника электрическим током, Вт/м³.

Согласно закону Фурье плотность потока энергии, передающейся посредством теплопроводности, пропорционально градиенту температуры

$$S = -\lambda_{\Pi} \nabla T, \quad (2)$$

где λ_{Π} – коэффициент теплопроводности материала проводника, Вт/(м·К).

Уравнения, аналогичные соотношениям (1) – (2), можно записать для изолирующей оболочки (для нее значения плотности, удельной теплоемкости и теплопроводности обозначим соответственно $\rho_{И}$, $c_{pИ}$ и $\lambda_{И}$). Входящие в эти уравнения характеристики проводника и изоляции существенно различаются между собой. Кроме того, в общем случае, они не являются постоянными во времени величинами и, в частности, могут зависеть от температуры.

В таблице приводятся типичные значения теплофизических и электрических характеристик медного проводника и изоляции [4], на них в дальнейшем будем ориентироваться.

Поскольку проводимость медного проводника гораздо выше, чем у изоляции, электрический ток вызывает нагрев проводника, а изолирующая его оболочка нагревается под действием теплового потока с поверхности проводника.

Объемная мощность нагрева проводника определяется величиной электрического тока, значением площади его сечения и материалом, из которого он изготовлен. С учетом того, что сопротивление проводника R можно выразить через величину его удельного сопротивления, сечение и длину

$$R = \frac{\rho L}{S_w}, \quad (3)$$

объемная мощность нагрева проводника равна

$$Q = \frac{IU}{S_w L} = \frac{I^2 R}{S_w L} = \frac{\rho I^2}{S_w^2}. \quad (4)$$

В (3) и (4) ρ – удельное электрическое сопротивление материала жилы, Ом·м;

L – длина проводника, м;

I – значение силы тока, А;

S_w – площадь сечения жилы, м².

Таблица – Основные параметры воздуха, материала проводника и изоляции кабеля

Параметры	Медь марки ММ	Поливинилхлорид	Воздух
Плотность $\rho_{\text{П}}, \rho_{\text{И}}, \rho_{\text{В}}, \text{кг/м}^3$	8900	1400	1,29
Сечение жилы $S_w, \text{м}^2$	$(1,5 - 4) \cdot 10^{-6}$		
Толщина изоляции, (оболочки) $\Delta R, \text{м}$		$6 \cdot 10^{-4} - 1,2 \cdot 10^{-3}$	
Удельное сопротивление, $\rho, \text{Ом} \cdot \text{м}$	$1,75 \cdot 10^{-8}$	$10^{12} - 10^{13}$	
Удельная теплоемкость, $c_{\text{рп}}, c_{\text{ри}}, c_{\text{рв}}, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	400	$(1,1 - 2,1) 10^3$	10^3
Коэфф. теплопроводности $\lambda_{\text{п}}, \lambda_{\text{и}}, \lambda_{\text{в}}, \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$	400	0,15	$2,6 \cdot 10^{-2}$

Чтобы найти мощность нагрева электрическим током проводника длиной в 1 метр Q_1 (Вт/м), значение Q следует умножить на площадь сечения:

$$Q_1 = \frac{\rho I^2}{S_w}. \quad (5)$$

Для одножильного кабеля цилиндрической геометрии из (1)–(2) имеем

$$\rho_{\text{п}} c_{\text{пп}} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rS) + Q, \quad S = -\lambda_{\text{п}} \frac{\partial T}{\partial r}. \quad (6)$$

Граничные условия для уравнений (6) состоят в следующем. На оси проводника в силу симметрии тепловой поток должен обращаться в нуль:

$$r = 0: \quad S(r) = 0. \quad (7)$$

На границе проводника с изоляцией должны выполняться условия равенства их температур, а также непрерывности теплового потока:

$$r = R_w: \quad T_{\text{и}}(R_w) = T_w, \quad -\lambda_{\text{и}} \left. \frac{dT}{dr} \right|_{R_w} = -\lambda_{\text{п}} \left. \frac{dT}{dr} \right|_{R_w}. \quad (8)$$

Теплоотдачу с поверхности оболочки будем описывать эмпирическим уравнением Ньютона [5, 6]:

$$S = \alpha (T_{\text{и}}(R) - T_0), \quad (9)$$

где α – коэффициент теплоотдачи с поверхности изоляции, Вт/м²·К;

$T_{\text{и}}(R)$ – температура на поверхности изоляции, К;

T_0 – температура окружающей среды (воздуха), К.

Коэффициент α зависит от толщины кабеля и температуры его поверхности. Все теплофизические характеристики проводника и изоляции, а также их электрические свойства также зависят от температуры. Однако, как показывает анализ литературных данных, в исследуемом диапазоне температур $T \sim 30 - 300$ °С эти зависимости достаточно слабые. Поэтому в первом приближении коэффициенты теплопроводности, удельные теплоемкости, плотности проводника и изолятора, удельное электрическое сопротивление можно считать постоянными величинами во всем диапазоне температур.

СТАЦИОНАРНЫЙ РЕЖИМ НАГРЕВА

Рассмотрим стационарный режим, при котором нагрев проводника при протекании постоянного во времени электрического тока полностью компенсируется теплоотдачей с его поверхности. В этом случае в проводнике и изоляции устанавливается постоянная во времени температура, которая описывается уравнением, вытекающим из (6), если положить там $\partial T / \partial t = 0$:

$$\frac{d}{dr} \left(r \lambda_{\text{и}} \frac{dT}{dr} \right) + r Q = 0. \quad (10)$$

Проинтегрировав (10) и найдя константы из условий (7) и (8), получаем связь потока тепла с поверхности проводника длиной в один метр с выделившейся электрической мощностью

$$-2\pi R_w \lambda_{\text{и}} \left. \frac{dT}{dr} \right|_{R_w} = Q_1. \quad (11)$$

Из решения уравнения (10) находим стационарный профиль температуры в проводнике

$$r \leq R_w: \quad T(r) = T_w + \frac{Q_1}{4\pi \lambda_{\text{и}}} \left[1 - (r / R_w)^2 \right]. \quad (12)$$

Для медного проводника входящая в (12) величина $Q_1 / 4\pi \lambda_{\text{и}} \approx 3 \cdot 10^{-12} I^2 / S_w$. Для номинального соотношения между током и сечением ($I^2 / S_w \sim 10^8 - 10^9$ [7], см. также рис. 4) она оказывается гораздо меньше единицы. В результате можно с высокой точностью считать прогрев проводника однородным с температурой T_w .

В стационарном режиме поток тепла с единицы длины проводника в изоляцию должен быть в точности равным потоку через поверхность единицы длины изоляции в окружающую среду:

$$-\lambda_{\text{и}} \left. \frac{dT}{dr} \right|_R = \alpha (T_{\text{и}}(R) - T_0), \quad (13)$$

где $R = R_w + \Delta R$ – радиус кабельного изделия, м;

ΔR – толщина изоляции, м.

Стационарное уравнение для температуры изоляции получается из (10), если учесть,

что в ней энергосодержание отсутствует, т. е. $Q = 0$. Решение уравнения для изоляции:

$$\frac{d}{dr} \left(r \lambda_{\text{и}} \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (14)$$

имеет вид:

$$T = a_1 \ln r + a_2. \quad (15)$$

Значения постоянных a_1 и a_2 определяются граничными условиями (11) и (13)

$$a_1 = -Q_1 / 2\pi\lambda_{\text{и}}, \quad a_2 = T_0 + \frac{Q_1}{2\pi\lambda_{\text{и}}} \left[\ln R + \frac{\lambda_{\text{и}}}{\alpha R} \right]. \quad (16)$$

Таким образом, стационарный профиль температуры в изоляторе описывается формулой:

$$R_w \leq r \leq R: \quad T(r) = T_0 + \frac{Q_1}{2\pi\lambda_{\text{и}}} \ln \frac{R}{r} + \frac{Q_1}{2\pi\alpha R}. \quad (17)$$

Температура проводника в соответствии с первым условием (8) определяется выражением:

$$T_w = T_0 + \frac{Q_1}{2\pi\lambda_{\text{и}}} \ln \frac{R}{R_w} + \frac{Q_1}{2\pi\alpha R}. \quad (18)$$

Согласно (18) температура жилы увеличивается по отношению к температуре окружающей среды прямо пропорционально мощности тепловыделения Q_1 , причем с ухудшением теплоотдачи с поверхности оболочки (уменьшением α) температура проводника возрастает.

С учетом сказанного превышение температуры проводника над температурой внешней среды при постоянном значении тока можно представить в виде:

$$\Delta T = T_w - T_0 = \Delta T_1 + \Delta T_2, \quad \Delta T_1 = T_w - T_R = \frac{Q_1}{2\pi\lambda_{\text{и}}} \ln \frac{R}{R_w}, \quad \Delta T_2 = T_R - T_0 = \frac{Q_1}{2\pi\alpha R}. \quad (19)$$

Величина ΔT_1 в (19) характеризует различие между температурами проводника и внешней поверхности изоляции, ΔT_2 определяет превышение температуры внешней поверхности изоляции над температурой воздуха.

Рассматривая теплообмен изоляции с воздухом, нужно учитывать помимо естественной конвекции молекулярную теплопроводность. Соотношение между интенсивностью конвективного теплообмена и молекулярной теплопроводности в условиях неподвижной среды характеризуется числом Нуссельта [6]:

$$\text{Nu} = \frac{2R\alpha}{\lambda_{\text{в}}}, \quad (20)$$

где $\lambda_{\text{в}}$ – коэффициент теплопроводности воздуха, Вт/(м·К);

R – характерный линейный размер поверхности теплообмена, в данном случае радиус изоляции, м.

Число Нуссельта для горизонтально ориентированного цилиндра при ламинарной свободной конвекции аппроксимируется выражением [6]:

$$\text{Nu} = \left\{ \sqrt{0,36} + \left[\frac{\text{Ra}/300}{\left(1 + (0,5 / \text{Pr})^{9/16}\right)^{16/9}} \right]^{1/6} \right\}^2, \quad (21)$$

где Ra – число Рэлея, определяющее поведение газа (жидкости) под воздействием градиента температуры.

Если число Рэлея больше некоторого критического значения, равновесие становится неустойчивым и возникают конвективные потоки. Число Рэлея записывается как произведение числа Грасгофа и числа Прандтля $\text{Ra} = \text{Gr} \cdot \text{Pr}$. Безразмерное число Грасгофа определяет процесс теплообмена при свободном движении в поле гравитации и является мерой отношения архимедовой подъемной силы, вызванной неравномерным распределением плотности в неоднородном поле температур, и силами межмолекулярного трения:

$$\text{Gr} = \frac{gL^3\beta(T_c - T_0)}{\nu^2}, \quad (22)$$

где g – ускорение свободного падения, м/с^2 ;

L – линейный размер поверхности теплообмена ($L = R$), м;

T_c – температура поверхности, К;

T_0 – температура окружающей среды, К;

ν – коэффициент кинематической вязкости воздуха, $\text{м}^2/\text{с}$;

β – температурный коэффициент объемного расширения $\beta = (273 + T_0)^{-1}$.

Число Прандтля определяется отношением кинематической вязкости к коэффициенту температуропроводности $\text{Pr} = \nu/\chi$. Из (21) и (22) видно, что при $T_c \rightarrow T_0$ число Нуссельта близко к 0,36.

В воздухе при атмосферном давлении в интервале температур от 20 до 100°C плотность $1,20 \div 0,95 \text{ кг/м}^3$, теплоемкость $\sim 1 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}$, теплопроводность $0,026 \div 0,032 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, коэффициент кинематической вязкости $(15\text{--}23) \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, число Прандтля близко к 0,7.

На рис. 1 приведена зависимость числа Нуссельта от радиуса кабеля для перепада температур на поверхности кабеля и окружающего его сухого воздуха в интервале $\Delta T_2 = 1\text{--}100 \text{ }^\circ\text{C}$. Результаты расчетов коэффициента теплоотдачи $\alpha_{\text{Возд}} = \text{Nu} \lambda_{\text{Возд}} / 2R$ воздуха показаны на рис. 2.

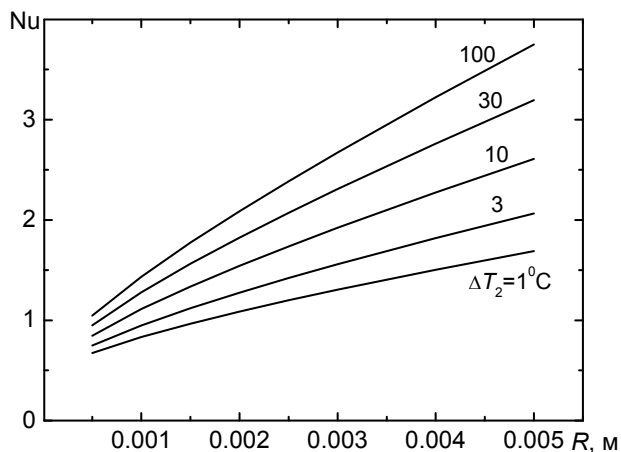


Рисунок 1 – Число Nu как функция толщины кабеля и перепада температур

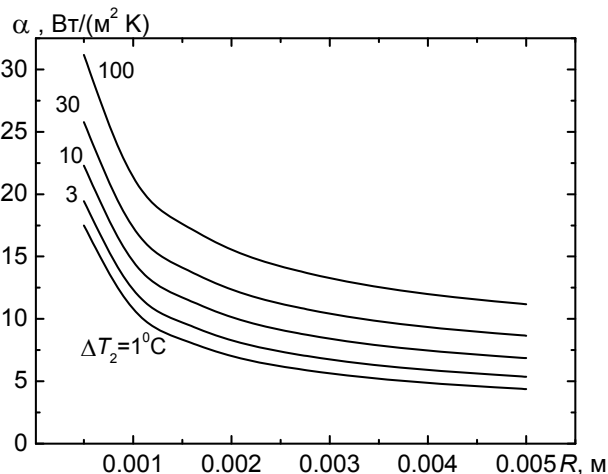


Рисунок 2 – Зависимость коэффициента теплоотдачи α от R и перепада T

Приведенные выше соотношения позволяют выполнить самые простые оценки предельных токов при длительной нагрузке в зависимости от сечения проводника, вида изоляции и допустимой температуры нагрева проводника. Эти предельные температуры зависят главным образом от условий теплостойкости изоляции и могут варьироваться в интервале температур 65-150 °С для резины, полихлорвинила и бумаги соответственно при температуре окружающей среды около 20 °С.

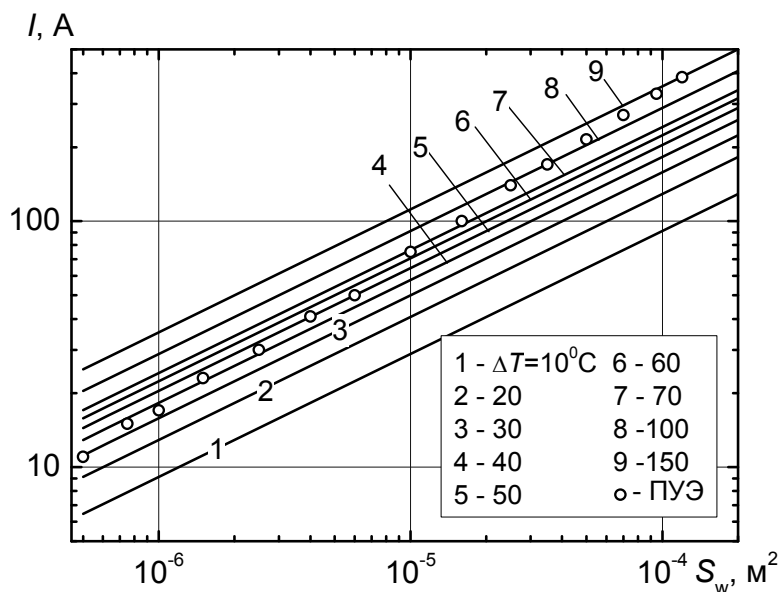


Рисунок 3 – Уровень нагрева жилы как функция тока и сечения проводника

На рис. 3 показана зависимость стационарного тока от сечения медного проводника, при которой имеет место различный уровень нагрева ΔT жилы. Цифрам от 1 до 9 отвечает превышение температуры проводника над температурой окружающей среды ΔT соответственно на 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 100 и 150 °С. Данные рис. 3 получены по формуле (18) при следующих значениях входящих в нее параметров: $\rho = 1,75 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, $R/R_w = 2$, $Nu = 2$, $\lambda_{ж} = 0,15$ Вт/(м·К).

На этом же рисунке кружками представлены данные, которыми пользуются при выборе сечений проводников по длительно допустимому току на открыто проложенных изолированных шнурах, кабелях и проводах с медными токопроводящими жилами и резиновой или полихлорвиниловой изоляцией. Эти сведения содержатся в ПУЭ, которыми пользуются при проектировании, монтаже и эксплуатации электрооборудования [7].

Более детальный анализ, учитывающий зависимость числа Нуссельта и коэффициента теплоотдачи кабеля α от температуры и размера поверхности (данные рис. 1 и 2), дает уточненную оценку связи тока в проводнике с его сечением и возникающим нагревом. Результаты этих расчетов представлены на рис. 4. В отличие от данных рис. 3 здесь используются самосогласованные значения величин Nu и α , а не средние, как это сделано в расчетах рис. 3. Линии 1, 2 и 3 отвечают перегреву проводника по отношению к температуре воздуха $T_w - T_0$ соответственно на 30, 60 и 100 °С. Здесь же кружками показаны данные ПУЭ. Как видно из этих зависимостей, наблюдается хорошая корреляция приведенных в ПУЭ соотношений между номинальным током и сечением проводника с кривой 2, т. е. типичная температура перегрева близка к значению $\Delta T = 60$ °С.

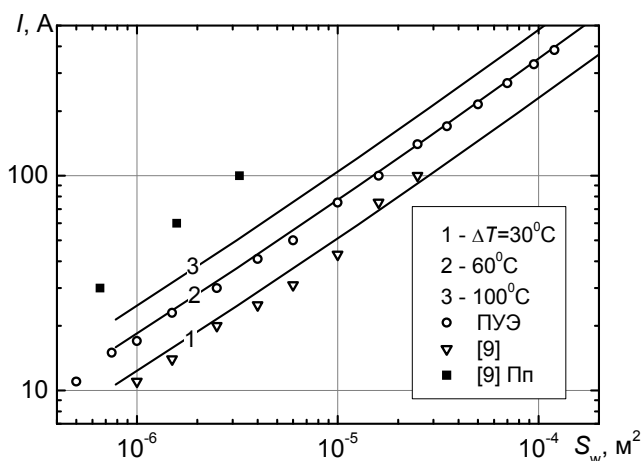


Рисунок 4 – Связь нагрева проводника ΔT с величиной тока и сечения

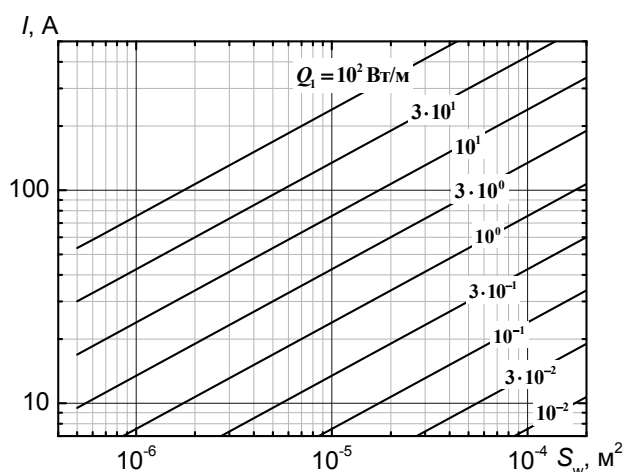


Рисунок 5 – Потеря мощности на погонном метре кабеля Q_1 как функция I и S_w

Следует отметить, что в справочнике [8] приведена заметно более низкая допустимая при длительной эксплуатации сила тока. Зависимость $I(S_w)$ из [8] дана на графике в виде треугольников и соответствует перегреву проводника $\Delta T = 30$ °С.

В [8] содержится зависимость номинального тока от сечения медного проводника для плавких предохранителей (Пп). Она изображена на рис. 4 в виде темных квадратиков. Оценки показывают, что температура проводника варьируется в интервале $T_w \approx 200 - 350$ °С. Поскольку температура плавления меди равна 1083 °С, при превышении тока в 2–3 раза над номинальным значением медный проводник плавится.

Линии 1 – 3 на рис. 4 относятся к проводнику без оболочки. Наличие оболочки немного увеличивает значение номинального тока, при котором достигается тот же уровень прогрева проводника. Естественно, внешняя сторона изоляции имеет несколько меньшую, чем проводник температуру, но большую поверхность теплообмена, так что в итоге теплоотдача возрастает.

Интересно сопоставить нагрев проводника при длительном токе с потерей электрической мощности на погонном метре кабеля. Эта мощность определяется формулой (5), ее зависимость от силы тока и сечения медного проводника представлена на рис. 5. Сравнение

данных показывает, что при перегревах проводников, отвечающих ПУЭ, потери мощности составляют ~ 10 Вт/м.

На рис. 6 показан стационарный безразмерный профиль $T(r)$ в изоляции, причем температура отсчитывается от ее величины на внешней поверхности T_R . Согласно (17)

$$\frac{T(r) - T_R}{Q_1 / 2\pi\lambda_{\text{и}}} = \ln \frac{R}{r}. \quad (23)$$

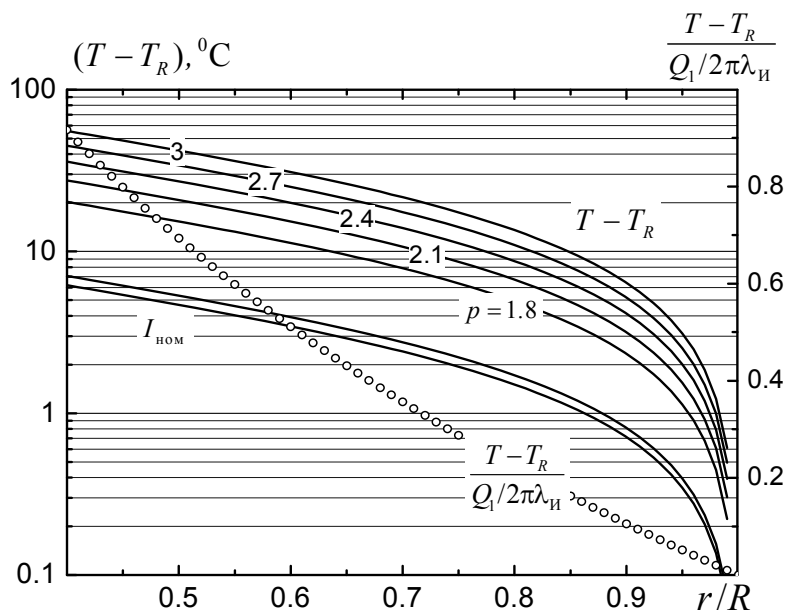


Рисунок 6 – Профиль температуры в изоляции для различных значений тока

По оси абсцисс отложен текущий радиус, отнесенный к радиусу оболочки, по правой оси ординат показано приращение температуры в единицах $Q_1 / 2\pi\lambda_{\text{и}}$. На этом же графике показано изменение температуры от проводника к внешней поверхности изоляции для кабеля ВВГ2х4 (левая ось ординат). Его сечение $S_w = 5.3 \cdot 10^{-6}$ м, отношение $R/R_w = 2.46$. Приведенные профили температуры отвечают номинальному току $I_{\text{ном}} \approx 44$ А и токам перегрузки с $p = I/I_{\text{ном}} = 1.8, 2.1, 2.4, 2.7$ и 3 . Видно как с ростом перегрузки увеличивается температура изоляции относительно температуры ее поверхности. Причем T_R также возрастает. В частности, номинальному току отвечает значение $T_R - T_0 \approx 30$ °С, а току с перегрузкой $p = 3$ величина $T_R - T_0$ уже достигает 140 °С.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренное стационарное приближение для описания нагрева кабеля электрическим током справедливо при постоянной величине тока и временах, заметно превышающих время установления этого стационарного распределения. Время выхода на стационарное решение можно приближенно оценить через коэффициент теплопроводности изоляции и ее свойства. Поскольку характерная толщина слоя изоляции ΔR , прогреваемого за время τ ,

составляет $\Delta R \approx (\lambda_{\text{и}} \tau / \rho_{\text{и}} c_{\text{Ри}})^{1/2}$, время установления находится в виде:

$$\tau \approx \frac{(\Delta R)^2 \rho_{\text{и}} c_{\text{Ри}}}{\lambda_{\text{и}}}. \quad (24)$$

В типичных условиях, отвечающих данным таблицы, это время составляет 3–10 секунд. Поэтому для определения нагрева проводников и изоляции при длительной нагрузке стационарное приближение оказывается приемлемым. Если же ток в проводнике на интервалах времени $\sim \tau$ меняется значительно, стационарное приближение не отвечает реальному процессу нагрева. В таком случае необходимо рассматривать нестационарную задачу, которая будет исследована во второй части работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзенберг, Б.Л. Защита электрических установок плавкими предохранителями / Б.Л. Айзенберг. – М. : Госэнергоиздат, 1963. – 127 с.
2. Смелков, Г.И. Пожарная опасность электропроводок при аварийных режимах / Г.И. Смелков. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 184 с.
3. Черкасов, В.Н. Пожарная безопасность электроустановок: Учебник / В.Н. Черкасов, Н.П. Костарев. – М. : Академия ГПС МЧС России, 2002. – 377 с. Выбор и применение низковольтных электрических аппаратов распределения, управления и автоматики. Справочное пособие / Под ред. Е.Г. Акимова. – М. : МЭИ, 2007. – 348 с.
4. Физические величины. Справочник. / Под ред. И.С. Григорьева и Е.З. Мейлихова. – М. : Энергоатомиздат, 1991. – 1231 с.
5. Лыков, А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – М. : Высшая школа, 1967. – 600 с.
6. Мартыненко, О.Г. Свободно-конвективный теплообмен. Справочник / О.Г. Мартыненко, Ю.А. Соковишин. – Минск, Наука и техника, 1982. – 399 с.
7. Правила устройства электроустановок. Шестое издание, перераб. и доп. с изм. – М. : Главэнергонадзор России. 1998. – 608 с.
8. Кошин, Н.И. Справочник по элементарной физике / Н.И. Кошин, М.Г. Ширкевич. – М. : Наука, 1988. – 254 с.