

УДК 681.532.8

В.И. Гончаров, В.А. Онуфриев

## Идентификация двухзвенного манипулятора потолочного типа

Рассматривается двухзвенный манипулятор потолочного типа. Задача состоит в получении математической модели его первого звена в условиях изменения положения второго. Представлено описание устройства, его особенности, экспериментальные сигналы входа/выхода. Осуществлена структурная идентификация привода первого звена в виде двух моделей: одна соответствует переходному режиму и отражает собственные свойства привода, вторая модель описывает вынужденное движение в условиях перемещения второго звена. Для первой динамической модели выполнена параметрическая идентификация.

**Ключевые слова:** вещественный интерполяционный метод, идентификация динамических объектов, идентификация звеньев манипулятора, учет нестационарности привода манипулятора.

Рассматривается один из двухзвенных манипуляторов потолочного типа, показанный на рис. 1. Его оба звена управляемы по разомкнутому циклу – они имеют приводные двигатели без обратных связей. Задача состоит в рассмотрении одной из двух механических цепей с целью получения модели двигателя первого звена. Манипулятор используется в Чешском техническом университете на кафедре систем управления студентами, аспирантами и преподавателями группы передовых алгоритмов управления и коммуникации (Advanced Algorithms for Control and Communications). В частности, выполняются исследования алгоритмов идентификации и управления роботами на примере манипулятора с двумя управляемыми звеньями [1]. Расширение работ потребовало решения идентификационной задачи, которая имеет отличия от традиционных постановок вследствие влияния положения второго звена на параметры первого. Перспективной целью таких исследований является синтез самонастраивающегося регулятора положения исполнительной системы управления первого звена.

Задачу идентификации можно решить аналитически по паспортным данным двигателя и массогабаритным показателям манипулятора, которые известны или могут быть найдены. Однако существуют особенности, которые ограничивают такую возможность. Манипулятор представляет собой систему, в которой два привода взаимосвязаны через общий исполнительный механизм и потому оказывают взаимное влияние друг на друга. Наибольший интерес представляет влияние положения второго звена на параметры первого звена. Это влияние проявляется в виде зависимости момента инерции нагрузки двигателя первого звена  $J_1$  от угла поворота  $q_2$  второго:  $J_1(q_2)$ . Для получения такой зависимости сначала должно быть найдено исходное значение момента инерции  $J_1$ , соответствующее началу движения первого звена, затем функция  $J_1(q_2)$ . Последняя может быть определена в условиях установившегося вынужденного движения, возникающего после окончания переходного процесса.

Рассматриваемая идентификационная задача предполагает решение двух самостоятельных задач. Первая заключается в получении модели исполнительного двигателя первого звена, отражающей его динамические свойства. Эта модель должна быть получена на этапе переходного процесса. Вторая модель должна отражать движение звена в условиях внешнего установившегося воздействия. Дальнейшая детализация задач приводит к расщеплению каждой из них на структурную и параметрическую части. В работе будет рассмотрена часть из перечисленных задач, включая обе структурные задачи и параметрическую для динамической модели. В этот перечень не вошла пара-



Рис. 1. Устройство для идентификации и синтеза регуляторов

метрическая идентификация установившегося движения первого звена. Она имеет принципиальные особенности, связанные с получением в реальном времени зависимости  $J_1(q_2)$  по информации о

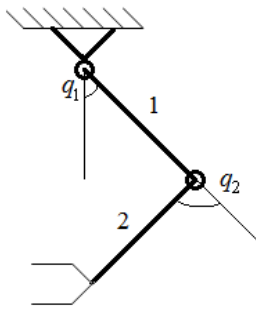


Рис. 2. Схема манипулятора и принятые обозначения

положении второго звена. Кроме того, в последующем на этой основе нужно будет создать самонастраивающийся регулятор положения. В этом смысле идентификацию объекта и синтез регулятора для него целесообразно рассматривать как задачу, объединенную одной целью.

Схема манипулятора и принятые обозначения показаны на рис. 2.

Для решения задач имеются экспериментальные данные, показанные на рис. 3:

- вращательный момент  $\tau_1$  двигателя первого звена;
- углы поворота звеньев, соответственно, сигналы  $q_1$  и  $q_2$ .

Кроме того, известны тип исполнительного двигателя первого звена и его паспортные данные.

**Предварительные замечания.** Общих решений для нестационарных задач такого типа не существует. В частных случаях их упрощают, используя особенности и возможности конкретных установок. Распространенный прием – привлечение приема «замороженных коэффициентов», при котором нестационарный параметр или параметры считают постоянными на определенных участках. В рассматриваемой задаче выделим два участка на основе специфики каждого из них [2]. Первый определен длительностью переходного процесса  $t_{\text{п}}$ . Основание для такого выделения – на нем в полном объеме проявляются собственные свойства объекта. На этом участке примем значение параметра  $J_1$  постоянным, соответствующим началу движения  $t_0 = 0$ :  $J_1(q_2^0)$ , где  $q_2^0 = q_2(t_0)$  – величина угла поворота второго звена в момент  $t_0 = 0$ .

Второй участок – от момента окончания переходного процесса  $t_{\text{п}}$  до момента, определенного каким-либо условием, например завершением вынужденного движения  $t_{\text{в}}$ .

На первом участке модель исполнительного двигателя будем искать в классе стационарных, пренебрегая изменениями момента  $J_1(q_2)$ . Физическое пояснение допущения: за время  $t \in [0; t_{\text{п}}]$  угол поворота  $q_2$  изменяется столь незначительно, что параметр  $J_1(q_2)$  можно считать постоянным. В этих условиях задача идентификации сводится к стандартной: по известным сигналам входа  $\tau_1$  и выхода  $q_1$ , заданным на участке  $[0; t_{\text{п}}]$ , необходимо найти передаточную функцию объекта. Структура передаточной функции определена физическими особенностями: имеется двигатель постоянного тока, работающий по углу поворота, поэтому примем стандартную форму

$$W(p) = \frac{q_1(p)}{\tau_1(p)} = \frac{b_1 p + b_0}{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p}. \quad (1)$$

На втором участке  $[t_{\text{п}}; t_{\text{в}}]$  модель исполнительного двигателя структурно будет другой, так как закончился переходный процесс, описывающий собственные свойства двигателя. Дальнейшее движение звена является вынужденным, оно осуществляется за счет внешних сил. Об этом свидетельствует график  $q_1(t)$ , полученный экспериментально: начиная с момента времени  $t_{\text{п}}$  он представляет прямую линию с некоторым наклоном. Такие зависимости отражают интегральные связи между входной переменной  $\tau_1$  и выходной  $q_1$ . В этом случае передаточная функция объекта должна иметь вид

$$W_2(p) = \frac{k}{p}. \quad (2)$$

С физической точки зрения это значит, что на выходе двигателя присутствует момент  $\tau_1 = \text{const}$ , поэтому скорость вращения звена постоянна, а угол поворота  $q_1$  будет увеличиваться также с постоянной скоростью. Такой процесс может наблюдаться до момента времени  $t_{\text{в}}$ , если не будут действовать другие внешние факторы.

К этому описанию следует добавить отмеченное выше параметрическое влияние второго звена, которое изменяет статический момент нагрузки первого звена. Это влияние отражается зависимо-

стью коэффициента  $k$  функции (1) от величины  $q_2$ :  $k = f(q_2)$  или  $k(q_2)$ . С учетом этого получим модель объекта в форме  $W_2(p) = \frac{k(q_2)}{p}$ . Результат важен с точки зрения точности работы манипулятора: для обеспечения эффективной работы регулятора положения исполнительной системы управления первого звена необходимо, чтобы регулятор изменял свои коэффициенты в зависимости от величины  $k(q_2)$ . В этом случае регулятор может быть сделан самонастраивающимся. Эта часть работы – параметрическая идентификация привода в условиях вынужденного движения и использование полученной модели для целей самонастройки – выходит за рамки поставленной задачи и поэтому здесь не рассматривается.

На этом завершена структурная часть задачи идентификации для двух режимов. Следующая часть – параметрическая идентификация двигателя первого звена для динамического режима. Она заключается в вычислении значений коэффициентов передаточной функции (1).

**Исходные данные и постановка задачи параметрической идентификации двигателя первого звена по известному переходному процессу.** Для решения задачи известны сигналы входа/выхода, представленные на рис. 3: движущий момент  $\tau_1$  двигателя первого звена и угол поворота этого звена  $q_1$ . Исходные данные отличают постановку задачи от классической и потому создают дополнительные трудности. Кроме того, имеется еще одна особенность задачи: при  $\tau_2 = 0$  существует равновесное положение манипулятора, когда движущий момент  $\tau_1$  равен моменту сопротивления  $M_c$ , определенного влиянием Земли.

На графике  $q_1(t)$  рис. 3 можно выделить два упомянутых специфических интервала времени, соответствующих переходной и вынужденной составляющим сигнала  $q_1$ . По этой причине задача идентификации расщепляется на две, первая из которых заключается в определении модели объекта по его переходному процессу, вызванному внешним воздействием. По графику  $q_1(t)$  можно приблизительно определить длительность переходного процесса:  $t_n \approx 0,37$  с. Это позволяет использовать график  $q_1(t), t \in [0, 0,37]$  для решения параметрической части задачи – вычисления коэффициентов функции (1).

Для ее решения известны следующие исходные данные: класс двигателя – постоянного тока, его тип (А-мах-22-110160) и параметры ( $L_{я} = 0,362 \cdot 10^{-3}$  Гн,  $R_{я} = 5,74$  Ом,  $C_M = 1,91$  Н·м/А,  $C_e = 12$  В·с/рад). Это позволяет сформировать структуру передаточной функции двигателя, связывающую экспериментальные данные вход/выход с его параметрами:

$$W(p) = \frac{q_1(p)}{\tau_1(p)} = \frac{\frac{1}{Jp}}{1 + \frac{1}{Jp} \cdot \frac{1/R_{я}}{T_{э}p + 1} \cdot C_M \cdot C_e} \cdot \frac{K_p}{p}. \quad (3)$$

Для наглядности на рис. 4 представлена типовая структурная схема двигателя, раскрывающая физический смысл параметров.

В выражении (3) часть параметров найдется по паспортным данным двигателя, однако два параметра – коэффициент передачи редуктора  $K_p$  и момент инерции  $J_1$  – могут быть определены

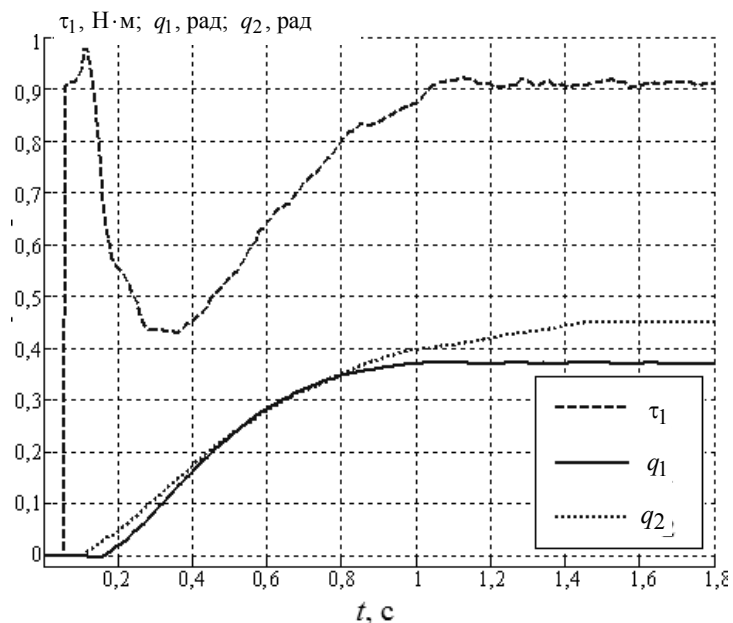


Рис. 3. Исходные данные для идентификации

только по данным эксперимента. Для выполнения этой процедуры перейдем от передаточной функции вида (3) к стандартному представлению

$$W(p) = \frac{q_1(p)}{\tau_1(p)} = \frac{b_1 p + 1}{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p}. \quad (4)$$

Такой переход упрощает задачу, переводя ее к типовой. В то же время связь между коэффициентами функции (4) и искомыми параметрами  $K_p$  и  $J$  в форме (3) остается явной и простой.

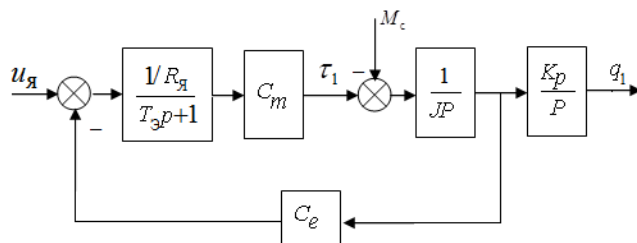


Рис. 4. Структурная схема двигателя

Таким образом, для вычисления коэффициентов функции (4) известны сигналы входа и выхода объекта идентификации и паспортные данные двигателя. Для этой цели существует множество методов, позволяющих решать подобные параметрические задачи. В то же время рассматриваемая задача имеет особенности, которые заставляют относиться к методам избирательно. Одна из причин – низкая точность представления сигналов входа и выхода, что может привести к значительным вычислительным погрешностям. С целью снижения такого риска необходимо выбрать метод, обладающий сглаживающими свойствами в отношении помех и ошибок округления. Такими свойствами обладают методы, которые оперируют моделями сигналов, связанных интегральной зависимостью с их представлениями в виде функций времени. К ним относится, например, частотный метод. Однако его использование в численной форме в данных условиях проблематично из-за наличия мнимой переменной, приводящей к большому объему вспомогательных операций, повышению размерности задачи и другим негативным последствиям. Поэтому выбор был сделан в пользу вещественного интерполяционного метода (ВИМ), который также использует интегральную связь и потому обладает сглаживающими свойствами [3]. Для пояснения основ метода, необходимых в дальнейшей работе, приведем краткие сведения о нем.

Метод базируется на вещественном интегральном преобразовании [3], прямой переход которого определен соотношением

$$F(\delta) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-\delta t} dt, \delta \in [C, \infty], C \geq 0. \quad (5)$$

Формулу можно рассматривать как частный случай прямого преобразования Лапласа, когда в комплексной переменной  $p = \delta + j\omega$  составляющая  $\omega$  равна нулю. Тогда комплексная переменная  $p$  вырождается в вещественную  $\delta \in [C, \infty], C \geq 0$ . Такой переход справедлив всегда, когда не нарушается условие сходимости интеграла в (2). Для устойчивых систем достаточно принять  $C = 0$ , что приводит к области определения  $\delta \in [0, \infty]$ .

Использование преобразования (5) позволяет заменить операции с функциями  $F(p)$  действиями над вещественными функциями  $F(\delta)$ . Следствием такой замены является важная для практики возможность достаточно простого перехода к численным моделям функций  $F(\delta)$  в форме  $\{F(\delta_i)\}_{i=1}^{\eta} = \{F(\delta_1); F(\delta_2); \dots; F(\delta_{\eta})\}$ , называемым численной характеристикой. Ее элементы  $F(\delta_i)$ ,  $i = \overline{1, \eta}$  определены как значения функции  $F(\delta)$  в узлах  $0 \leq \delta_1 < \delta_2 < \dots < \delta_{\eta}$ . Этот шаг тоже достаточно важен. Он позволяет привлечь к действиям над функциями  $F(\delta)$  численные методы.

Для решения второй идентификационной задачи, которая в настоящей работе не рассматривается, известны сигналы входа и выхода при  $t \geq 0,37$  с, кинематические соотношения манипулятора, которые позволяют определить зависимость коэффициента передачи объекта от углового положения второго звена  $k = f(q_2)$ .

Рассмотрим определение параметров передаточных функций первого звена манипулятора.

**Решение задачи параметрической идентификации привода первого звена манипулятора.** Рассмотрим начнем с динамической модели (4), которую представим вещественной форме:

$$W(\delta) = \frac{q_1(\delta)}{\tau_1(\delta)} = \frac{b_1\delta + 1}{a_3\delta^3 + a_2\delta^2 + a_1\delta}. \quad (6)$$

Здесь в общем случае речь идет о четырех неизвестных коэффициентах. В частном случае, когда известны паспортные данные двигателя, размерность задачи можно понизить до двух коэффициентов, в которые входят интересующие нас физические параметры  $K_p$  и  $J$ . Для их определения по технологии ВИМ необходимо расщепить уравнение (6) на два уравнения с целью формирования системы двух уравнений с двумя неизвестными. Эта операция осуществляется в виде дискретизации выражения (6) на основе двух узлов  $\delta_1, \delta_2$  с учетом ограничения  $\delta \in (0, \infty]$ . Получим

$$W(\delta_i) = \frac{b_1\delta_i + 1}{a_3\delta_i^3 + a_2\delta_i^2 + a_1\delta_i}, i=1,2. \quad (7)$$

Значения левой части можно найти по сигналам входа и выхода, опираясь на формулу прямого

преобразования (5): 
$$W(\delta_i) = \frac{\int_0^{\infty} q_1(t) \cdot e^{-\delta_i t} dt}{\int_0^{\infty} \tau(t) \cdot e^{-\delta_i t} dt} \cong \frac{\sum_{j=1}^N q_1(t) \cdot e^{-\delta_i t_j} \Delta t_j}{\sum_{j=1}^M \tau(t) \cdot e^{-\delta_i t_j} \Delta t_j}.$$
 В результате левая часть системы (7)

определена, поэтому система уравнений может быть решена. Для значений  $\delta_1 = 8,33$ ,  $\delta_2 = 16,66$  по-

лучена передаточная функция привода 
$$W(p) = \frac{6,307 \cdot 10^{-5} p + 1}{p(4,312 \cdot 10^{-5} p^2 + 0,6838 p + 0,006604)}$$
 и параметры

$$K_p = 604,6707, J_1 = 413,4638 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Для оценивания точности полученной модели сравним известный выходной сигнал  $q_1(t)$  с реакцией  $q_{1M}(t)$  модели привода на воздействие  $\tau_1(t)$ . Используя оценку  $\Delta q_1 = \max_t |q_1(t) - q_{1M}(t)|$ , получили погрешность  $\Delta q_1 = 0,0830$  рад, которая для данной задачи приемлема. Добавим, что в случае необходимости повышения точности в ВИМ имеется возможность приблизиться к наилучшему по Чебышеву решению.

**Заключение.** Рассмотрена задача идентификации исполнительного двигателя первого звена манипулятора в условиях перемещения второго звена. При управлении таким двухзвенным манипулятором возникает особенность – относительное движение второго звена приводит к изменению момента инерции двигателя первого звена. С позиций повышения точности управления необходимо создать самонастраивающийся регулятор положения, учитывая изменения момента инерции. Отсюда вытекает задача такой идентификации привода, при котором отслеживаются изменения параметров объекта управления. С этой целью модель привода представлена в виде двух составляющих, соответствующих переходному процессу и вынужденному движению под действием установившихся внешних сил, получены структуры этих моделей. Этим достигнута возможность перехода к построению самонастраивающейся исполнительной системы управления.

#### Литература

1. Nonlinear control of underactuated mechanical systems [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://aa4cc.dce.fel.cvut.cz/content/nonlinear-control-underactuated-mechanical-systems>, свободный (дата обращения: 02.01.15).
2. Алексеев А.С. Исследование влияния моментов инерции звеньев манипулятора на качество работы исполнительной подсистемы управления / А.С. Алексеев, В.И. Гончаров // Молодежь и современные технологии: сб. тр. VI Всерос. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. – Томск, 26–28 февраля 2008. – Томск; СПб.: Графикс, 2008. – С. 331–332.
3. Goncharov V.I. Real Interpolation Method for Automatic Control Problem Solution / V.I. Goncharov, I. Aleksandrov, V. Rudnicki, A. Liepinsh. – Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2014. – 291 p.

**Гончаров Валерий Иванович**

Д-р техн. наук, профессор каф. интегрированных компьютерных систем управления  
Национального исследовательского Томского политехнического университета (НИТПУ)  
Тел.: +7-952-895-10-73  
Эл. почта: gvi@tpu.ru

**Онуфриев Вадим Александрович**

Аспирант каф. интегрированных компьютерных систем управления НИТПУ  
Тел.: +7-953-921-61-90  
Эл. почта: ovavadim@gmail.com

Goncharov V.I., Onufriev V.A.

**The identification of the two link ceiling type robotic arm**

A two link ceiling type robotic arm is considered in this article. The goal is to get mathematical model of the first link in a robotic arms when the position of the second link changes. The description of this device, its features and input/output signals are shown. The identification of the structure of the first link is implemented in form of two models: the first model corresponds to a transient mode and reflects own properties of the link drive, the second model describes a forced motion during changes in the position of the second link. The parametric identification is implemented for the first dynamic model.

**Keywords:** real interpolation method, system identification, regulators tuning, robotic arm.