

УДК 681.514

Н.И. Беляева, А.Д. Курмашев

## Синтез структуры системы программного управления двухкоординатной электромеханической системой

Решаются задачи стабилизации программного движения на основе действительных координат объекта управления. Предложена структура системы управления двухкоординатной электромеханической системы, которая позволяет повысить точность контурных режимов. На основе модели следящих электроприводов подач проводится исследование динамики двухкоординатных систем воспроизведения программного движения при действии параметрических возмущений.

**Ключевые слова:** системы числового программного управления, метод структурного синтеза, точность контурных режимов.

### Задача оптимизации структуры электромеханических систем программного управления

Повышение производительности металлорежущего станка связано с увеличением скорости перемещения исполнительных механизмов при ограничении динамических ошибок следящих приводов подачи. Одним из критериев качества воспроизведения программной траектории является контурная ошибка. В данной работе рассматривается двухкоординатная электромеханическая система на примере вертикально-фрезерного станка; производится поиск структуры системы управления двухкоординатной электромеханической системы, которая позволит, учитывая величину контурной ошибки, корректировать программные задания приводов координат.

### Метод функционального регулирования синтеза алгоритмов управления систем воспроизведения программного движения

В данной работе осуществляется синтез алгоритма управления двухкоординатной системой воспроизведения плоской траектории – окружности радиуса  $R$  с постоянной скоростью  $V_k$ . Объект управления системы – два идентичных ортогональных привода координат  $x$  и  $y$ . Если принять следующие допущения:

- 1) приводы подач стационарны и линейны, т.е. их параметры не зависят от времени и координат;
- 2) приводы идентичны, то уравнения движения по каждой координате имеют вид (1), где  $(\bullet)$  – это  $x$  или  $y$ :

$$L(\bullet) = T^2 \frac{d^3(\bullet)}{dt^3} + 2\xi T \frac{d^2(\bullet)}{dt^2} + \frac{d(\bullet)}{dt}. \quad (1)$$

Это возможно, если считать, что объект управления представлен последовательным включением колебательного звена и интегратора, соответствующих замкнутому контуру скорости и измерению перемещения следящего привода. Необходимо найти вид управляющих сигналов по координатам  $x$  и  $y$ :

$$\begin{cases} L(x) = U_x, \\ L(y) = U_y. \end{cases} \quad (2)$$

Рассмотрим метод функционального регулирования синтеза алгоритмов управления систем воспроизведения программного движения, разработанный Л.М. Бойчуком [3]. Основная идея метода заключается во введении оценки качества регулирования – невязки  $\varepsilon = f(x, y)$ . Невязка – это соотношение, которое необходимо оптимизировать, определяется как разность между действительными и программными значениями входных сигналов системы.

В данном случае вводятся два вида невязок: невязка по соотношению координат и невязка по скорости соответственно:

$$\begin{aligned} \varepsilon_K &= \sqrt{x^2 + y^2} - R, \\ \varepsilon_V &= \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} - V_K. \end{aligned} \quad (3)$$

Если принять  $\varepsilon_K = 0$  и  $\varepsilon_V = 0$ , то получим неявные формы задания программной траектории и скорости движения по ней [1, 2].

Для решения задачи синтеза необходимо также задать дифференциальные уравнения, определяющие желаемую динамику системы:

$$\begin{cases} \ddot{\varepsilon}_K + \alpha_2 \dot{\varepsilon}_K + \alpha_1 \varepsilon_K + \alpha_0 \varepsilon_K = \theta_K, \\ \ddot{\varepsilon}_V + \beta_1 \dot{\varepsilon}_V + \beta_0 \varepsilon_V = \theta_V, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\alpha_i$  и  $\beta_j$  характеризуют эталонное движение, а  $\theta_K$  и  $\theta_V$  – точность регулирования. Значения этих параметров будут заданы ниже.

Решение системы дифференциальных уравнений (4) будем искать в виде зависимости от координат и первых трех производных по времени от координат  $x$  и  $y$ :

$$\begin{cases} U_X = U_X(x, y, \dot{x}, \dot{y}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{\ddot{x}}, \ddot{\ddot{y}}), \\ U_Y = U_Y(x, y, \dot{x}, \dot{y}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{\ddot{x}}, \ddot{\ddot{y}}). \end{cases} \quad (5)$$

В общем виде управление системой можно записать как сумму

$$\bar{U} = \bar{U}^\tau + \bar{U}^n + \bar{U}^R, \quad (6)$$

где  $\bar{U}^\tau$  – тангенциальная составляющая, формирует движение по касательной к траектории;  $\bar{U}^n$  – нормальная составляющая, формирует поперечное движение инструмента (регулятор траектории);  $\bar{U}^R$  – вводится для компенсации постоянно действующих возмущений:

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} U_X \\ U_Y \end{pmatrix}; \quad \bar{U}^\tau = \begin{pmatrix} U_X^\tau \\ U_Y^\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{V_K y}{R} \\ -\frac{V_K x}{R} \end{pmatrix}; \quad \bar{U}^n = \begin{pmatrix} U_X^n \\ U_Y^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{T^2 \alpha_0 \varepsilon_K x}{r} \\ \frac{T^2 \alpha_0 \varepsilon_K y}{r} \end{pmatrix}; \quad \bar{U}^R = \begin{pmatrix} U_X^R \\ U_Y^R \end{pmatrix}.$$

Управление  $\bar{U}^R$  будет зависеть от вектора состояний  $\bar{U}_0^R = \bar{U}_0^R(x^{(n-1)}, y^{(n-1)}, \alpha_i, \beta_i, T_j, \xi_j)$  и параметров  $\alpha_i, \beta_j$ .

Варьируя коэффициенты уравнения невязок и заменяя производные координат на их программные значения, можно получить совокупность алгоритмов управления и выбрать из них наиболее эффективный как по добротности воспроизведения траектории, так и по эффективности использования ресурсов управления.

Практическая реализация компоненты вектора управления  $\bar{U}^R$  связана со значительными трудностями, поскольку необходимо знать вектор состояния системы. Пренебрегая этой компонентой, можно упростить алгоритм управления. Таким образом, в результате синтеза получаем не только алгоритм, но и структуру системы управления. Можно улучшать качество системы, модифицируя регулятор траектории, например заменяя пропорциональное звено в регуляторе на пропорционально-интегральное. Таким образом, управление по координатам  $x$  и  $y$  можно описать системой уравнений:

$$\begin{cases} U_x = U_x^\tau + U_x^n = \frac{V_K}{R} \cdot y + \varepsilon_K \left( K_T + \frac{K_I}{s} \right) \frac{x}{r}, \\ U_y = U_y^\tau + U_y^n = -\frac{V_K}{R} \cdot x + \varepsilon_K \left( K_T + \frac{K_I}{s} \right) \frac{y}{r}. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь  $\varepsilon_K$  – контурная ошибка, значение которой равно значению невязки по соотношению координат с обратным знаком. Также для упрощения схемы в первом слагаемом  $r$  заменено  $R$ . Это возможно, так как  $r$  и  $R$  отличаются незначительно, величина контурной ошибки на 5–10 порядков меньше радиуса окружности.

На рис. 1 представлена система воспроизведения программного движения, соответствующая алгоритму (7).

### Нечеткий регулятор добротности приводов координат

Кроме регулятора траектории в систему управления добавлен нечеткий регулятор добротности приводов координат. Его настройка производилась на основании известных данных о том, как ведет себя система при различных значениях коэффициента передачи в контуре положения. Была установлена взаимосвязь между значением коэффициента передачи контура положения и величиной контурной ошибки. Разработанный нечеткий регулятор добротности имеет две входные лингвистические переменные (величина ошибки регулирования и выходное значение нечеткого регулятора) и одну выходную лингвистическую переменную (коэффициент регулятора положения приводов координат).

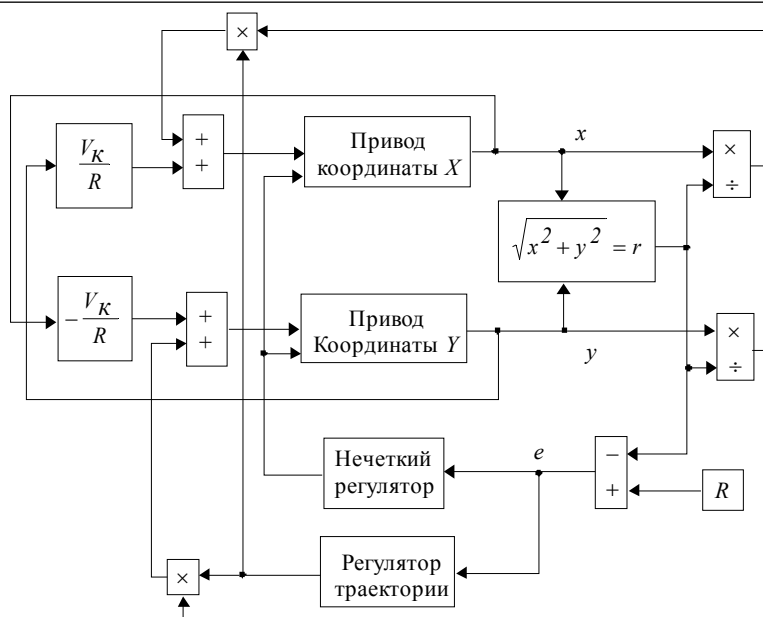
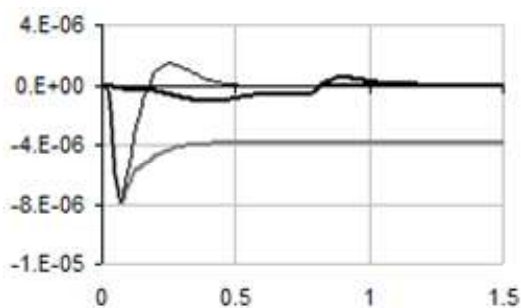


Рис. 1. Структура замкнутой системы программного управления

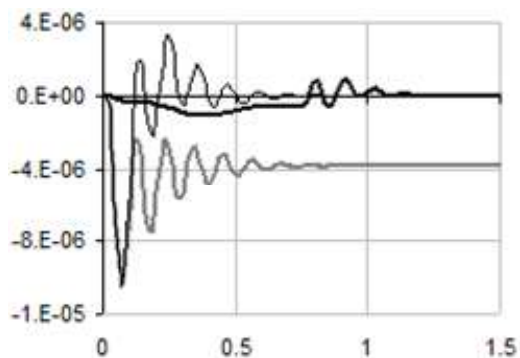
В результате совместного действия нечеткого регулятора добротности приводов координат и ПИ-регулятора траектории контурная ошибка значительно уменьшается. Результаты моделирования окружности заданного радиуса представлены на рис. 2 при идентичных приводах и при изменении момента инерции привода по координате X. Данные графики отражают искажение формы траектории и зависимости контурных ошибок от времени. Значения указаны в метрах,  $t$  – в секундах.

а) Идентичные приводы:



$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{П МАХ}} &= 7,99 \cdot 10^{-6} \text{ м}, \quad \varepsilon_{\text{П СКВ}} = 3,94 \cdot 10^{-6} \text{ м}, \\ \varepsilon_{\text{ПИ МАХ}} &= 7,82 \cdot 10^{-6} \text{ м}, \quad \varepsilon_{\text{ПИ СКВ}} = 7,61 \cdot 10^{-7} \text{ м}, \\ \varepsilon_{\text{НЕЧ МАХ}} &= 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ м}, \quad \varepsilon_{\text{НЕЧ СКВ}} = 2,55 \cdot 10^{-7} \text{ м} \end{aligned}$$

б) Изменение момента инерции двигателя  $J_x = 3J_0, J_y = J_0$ :



$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{П МАХ}} &= 1,05 \cdot 10^{-6} \text{ м}, \quad \varepsilon_{\text{П СКВ}} = 3,97 \cdot 10^{-6} \text{ м}, \\ \varepsilon_{\text{ПИ МАХ}} &= 1,04 \cdot 10^{-5} \text{ м}, \quad \varepsilon_{\text{ПИ СКВ}} = 9,22 \cdot 10^{-7} \text{ м}, \\ \varepsilon_{\text{НЕЧ МАХ}} &= 1,12 \cdot 10^{-6} \text{ м}, \quad \varepsilon_{\text{НЕЧ СКВ}} = 2,66 \cdot 10^{-7} \text{ м} \end{aligned}$$

— П-регулятор    — ПИ-регулятор    — ПИ+Нечетк. регулятор

Рис. 2. Результаты моделирования

По полученным результатам было определено значение максимальной контурной ошибки, рассчитаны значения среднеквадратичной контурной ошибки для заданной скорости по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \text{контурная ошибка} & \quad \varepsilon_K = R - r ; \\ \text{действительный радиус окружности} & \quad r = \sqrt{x^2 + y^2} ; \\ \text{максимальная ошибка} & \quad \varepsilon_{K \max} = \max_i |\varepsilon_{Ki}| ; \\ \text{среднеквадратичная ошибка} & \quad \varepsilon_{K \text{СКВ}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_{Ki}^2} . \end{aligned}$$

### Заключение

В результате исследования было выявлено, что система воспроизведения программного движения, соответствующая неявной форме математического описания траектории, с ПИ-регулятором траектории обладает лучшими показателями качества, чем с П-регулятором траектории, как при идентичных приводах, так и при изменении параметров привода координаты  $X$ . Применение ПИ-регулятора траектории позволяет устранить постоянную составляющую контурной ошибки, но практически не влияет на её максимальное значение. Использование нечеткого регулятора добротности приводов координат совместно с ПИ-регулятором траектории позволяет уменьшить значение максимальной контурной ошибки и увеличить добротность воспроизведения траектории. Такое совместное регулирование позволило значительно улучшить качество воспроизведения траектории.

### Литература

1. Беляев А.Н. Микропроцессорное управление программным движением взаимосвязанных электроприводов / А.Н. Беляев, А.Д. Курмашев, О.А. Соколов // Тезисы докладов XII Всесоюз. науч.-техн. конф. по проблемам автоматизированного электропривода. Воронеж, 1987. – С. 45–47.
2. Беляев А.Н. Замкнутые системы ЧПУ технологическим оборудованием / А.Н. Беляев, О.А. Соколов // Вычислительные, управляющие и измерительные системы: межвузовский сборник. – Л.: ЛПИ, 1987. – С. 123–126.
3. Бойчук Л.М. Метод структурного синтеза нелинейных систем автоматического управления / Л.М. Бойчук. – М.: Энергия, 1971. – 113 с.

### Беляева Нина Ивановна

Аспирантка каф. систем автоматического управления  
Санкт-Петербургского государственного политехнического университета (СПбГПУ)  
Тел.: 8 (950) 026-85-84  
Эл. почта: Ninafs@yandex.ru

### Курмашев Арон Даутханович

Канд. техн. наук, доцент каф. систем автоматического управления СПбГПУ  
Тел.: 8 (911) 704-21-71  
Эл. почта: kurmashev@saugtu.nord.nw.ru

Belyaeva N.I., Kurmashev A.D.

### The structural synthesis of control system of two-coordinate electromechanical system

Stabilization problems of programmed motion are solved on the basis of the actual coordinates of control object. Structure of control system of two-coordinate electromechanical system is proposed, which allows to increase the accuracy of contour modes. Study of the dynamics of two-coordinate playback systems of programmed motion is carried under the action of parametric disturbances based on the model of follow-up motors feed.

**Keywords:** numerical control system, method of structural synthesis, accuracy of contour modes.