# Раздел I. Эволюционное моделирование, генетические и бионические алгоритмы

УДК 007(075)

**В.М. Курейчик, А.А. Кажаров**

## О НЕКОТОРЫХ МОДИФИКАЦИЯХ МУРАВЬИНОГО АЛГОРИТМА*

**Введение**. В работе рассматривается решение классической NP-трудной задачи о коммивояжере на основе муравьиных алгоритмов. Данный класс алгоритмов разработан в рамках научного направления, которое можно назвать «природные вычисления» [1]. Исследования в этой области начались в середине 90-х годов XX века. Автором идеи является Марко Дориго из Университета Брюсселя, Бельгия [2-4]. В основе этой идеи лежит моделирование поведения колонии муравьев.

**Постановка задачи коммивояжера**. Задача о коммивояжере в английской интерпретации TSP (Traveling Salesman Problem) относится к NP-трудным [1]. Она заключается в нахождении кратчайшего гамильтонова цикла в графе. Без каких-либо изменений в постановке она используется для проектирования разводки коммуникаций, разработки архитектуры вычислительных сетей и др.

В неформальной форме задача о коммивояжере трактуется следующим образом: коммивояжеру необходимо посетить $W$ городов, не заезжая в один и тот же город дважды, и вернуться в исходный пункт по маршруту с минимальной стоимостью. Более строго: дан граф $G=(X,U)$, где $|X| = n$ – множество вершин (города), $|U| = m$ – множество ребер (возможные пути между городами). Дана матрица чисел $D(i, j)$, где $i, j \in 1, 2,\ldots, n$, представляющих собой стоимость переезда из вершины $x_i$ в $x_j$.

Требуется найти перестановку $\varphi$ из элементов множества $X$ такую, что значение ЦФ равно:

$$Fitness(\varphi) = D(\varphi(1),\varphi(n)) + \sum_i \{D(\varphi(i),\varphi(i+1))\} \to \min.$$

Если граф неполносвязный, то в матрице D в ячейках, соответствующих отсутствующим ребрам в графе, ставится бесконечность.

**Общие положения муравьиного алгоритма.** Как было отмечено выше, основная идея данного алгоритма – моделирование поведения муравьев, коллективной адаптации. Колония представляет собой систему с очень простыми правилами автономного поведения особей. Однако, несмотря на примитивность поведения каждого отдельного муравья, поведение всей колонии оказывается достаточно разумным [5]. Таким образом, основой поведения муравьиной колонии служит низкоуровневое взаимодействие, благодаря которому, в целом, колония представляет собой разумную многоагентную систему. Взаимодействие определяется через специальное химическое вещество – феромона, откладываемого муравьями на прой-

* Работа выполнена при поддержке: РФФИ (гранты № 07-01-00174, № 06-01-00272), РНП 2.1.2.3193, РНП 2.1.2.2238, г/б № Т.1.04.01.

денном пути. При выборе направления движения муравей исходит не только из желания пройти кратчайший путь, но и из опыта других муравьев, информацию о котором получаем непосредственно через уровень феромонов на каждом пути. Итак, концентрация феромона определяет желание особи выбрать тот или иной путь. Однако при таком подходе неизбежно попадание в локальный оптимум. Эта проблема решается благодаря испарению феромонов, которое является отрицательной обратной связью.

**Простой муравьиный алгоритм для задачи коммивояжера.** Определим свойства муравья:

1. Каждый муравей обладает собственной «памятью», в котором будет храниться список городов $J_{i,k}$, которые необходимо посетить муравью $k$, который находится в городе $i$.

2. Муравьи обладают «зрением», обратно пропорциональным длине ребра:

$$\eta_{ij} = 1/D_{ij}.$$

3. Каждый муравей способен улавливать след феромона, которое будет определять желание муравья пройти по данному ребру. Уровень феромона в момент времени $t$ на ребре $D_{ij}$ будет соответствовать $\tau_{ij}(t)$.

4. Вероятность перехода муравья из вершины $i$ в вершину $j$ будет определяться следующим соотношением:

$$\begin{cases} P_{ij,k}(t) = \dfrac{[\tau_{ij}(t)]^{\alpha} \cdot [\eta_{ij}(t)]^{\beta}}{\sum\limits_{l \in J_{i,k}} [\tau_{il}(t)]^{\alpha} \cdot [\eta_{il}(t)]^{\beta}}, \quad j = J_{i,k}; \\ P_{ij,k}(t) = 0, \; j \notin J_{i,k}, \end{cases} \qquad (1)$$

где $\alpha$, $\beta$ – параметры, задающие веса следа феромона. Они определяют «жадность» муравья. При $\alpha$=0 муравей стремиться выбирать кратчайшее ребро, при $\beta$=0 – ребро с наибольшим количеством феромона. Рекомендуемые значения, полученные на основе экспериментальных исследований, варьируют от 1 до 3. Нетрудно заметить, что выражение (1) имеет эффект «колеса рулетки». На рис. 1 показано, как меняются вероятности для нескольких ребер.

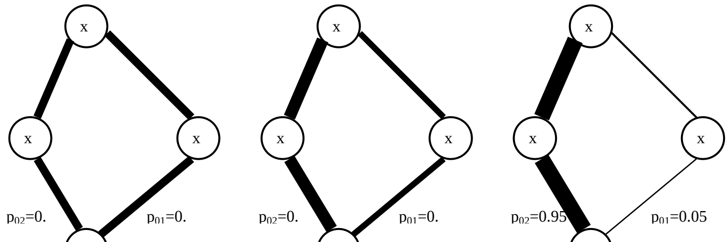



*Рис. 1. Распределение вероятностей: а – начальное распределение; б – промежуточное распределение; в – конечное распределение*

На рисунке (см. рис. 1) рассмотрен граф из четырех вершин. Для наглядности решается задача поиска минимального пути в графе от $x_0$ к $x_3$. Толщина линий отражает интенсивность прохождения муравьев на этом участке, $p_{01}$ и $p_{02}$ – вероятности выбора агентом ребер ($x_0$, $x_1$) и ($x_0$, $x_2$) соответственно. Изначально, вероятности перехода из вершины $x_0$ в $x_1$ и $x_2$ равны. С течением времени желание, а значит и вероятность выбора кратчайшего пути, увеличивается, поскольку количество откладываемого феромона обратно пропорционально длине маршрута и задается в следующем виде:

$$\Delta\tau_{ij,k}(t) = \begin{cases} \dfrac{Q}{L_k(t)}, (i,j) \in T_k(t) \\ 0, (i,j) \notin T_k(t) \end{cases}, \qquad (2)$$

где $Q$ – параметр, имеющий значение порядка длины оптимального пути (задается ЛПР); $L_k(t)$ – длина маршрута $T_k(t)$.

Испарение феромона определяется следующим выражением:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-p)\cdot\tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^{m}\Delta\tau_{ij,k}(t), \qquad (3)$$

где $m$ – количество муравьев; $p$ – коэффициент испарения ($0 \le p \le 1$), определяющий долю оставшихся феромонов после каждой итерации.

В простом муравьином алгоритме начальное расположение колонии муравьев определяется следующим образом. Количество муравьев равно числу вершин в графе, и каждому муравью соответствует город, с которого он начинает свое путешествие.

Приведем псевдокод простого муравьиного алгоритма для задачи коммивояжера.

1°. Ввод матрицы расстояний $D$.

2°. Инициализация параметров алгоритма – $\alpha, \beta, Q$.

3°. Инициализация видимости $\eta_{ij}$ и начальной концентрации феромона.

4°. Размещение муравьев в случайно выбранные города без совпадений.

5°. Выбор начального кратчайшего маршрута и определение $L^*$.

6°. $t = 0$.

7°. $t = t+1$.

8°. $k = 0$.

9°. $k = k+1$.

10°. Построить маршрут $T_k(t)$ на основе выражения (1) и рассчитать длину $L_k(t)$.

11°. Если $L_k(t) < L^*$, то $L^* = L_k(t)$, $T^* = T_k(t)$.

12°. Если $k < m$, то перейти к п. 9.

13°. Обновить следы феромона на всех ребрах на основе выражения (3).

14°. Если $t < T$, то перейти к п. 7.

15°. Вывод маршрута $T^*$ и его длину $L^*$.

Сложность данного алгоритма зависит от времени жизни колонии, количества вершин графа и числа муравьев – $O(t*n^2*m)$ [5]. Приведем разработанные модификации муравьиного алгоритма: «элитные» муравьи, начальное расположение колонии и шаблоны.

**«Элитные» муравьи.** Элитой называются муравьи, чьи маршруты лучше остальных. Разработана следующая модификация, основанная на знаниях об «элитных» муравьях. Данная модификация не учитывает количества элитных муравьев. Выражение (2) для элиты принимает следующий вид:

$$\Delta\tau_e(t) = A^e \cdot \frac{Q}{L^*(t)}, \qquad (4)$$

где $A^e$ – «авторитет» элитных муравьев.

Таким образом, мы можем регулировать влияние «элитных» муравьев с помощью коэффициента $A^e$. Оптимальное значение $A^e$, в основном, будет зависеть от размерности графа, численности колонии, времени жизни. Отметим несколько вариантов различных значений $A^e$:

1) $A^e = 0$. Полностью игнорируется влияние «элитного» муравья, уменьшая шансы попадания в локальный оптимум. На маршруте лучшего решения не откладываются феромоны. Однако такая стратегия зачастую приводит к некачественному решению.

2) $A^e \in (0,1)$. В этом случае уровень феромонов на лучшем маршруте уменьшается. Если провести аналогию, то здесь коэффициент $A^e$ можно представить как коэффициент испарения, но только для лучшего маршрута. Таким образом, эта стратегия является еще одним способом выведения из локального оптимума.

3) $A^e = 1$. Влияние «элитных» муравьев равнозначно другим. В этом случае алгоритм вырождается до простого муравьиного алгоритма.

4) $A^e \in (1,\infty)$. Данная модификация позволяет усиливать влияние «элитных» муравьев. Очевидно, чтобы не попасть в состояние стагнации, необходимо подбирать небольшие значения.

Выбор значения авторитета «элиты» муравьев – коэффициента $A^e$, во многом, определяет скорость сходимости. Это очень важно, поскольку в реальных ситуациях, чаще всего, приходится балансировать между качеством решения и временем работы.

**Начальное расположение колонии.** В простом муравьином алгоритме принято считать, что все муравьи изначально располагаются в различных вершинах графа, т.е. никакие два муравья не могут находиться в одной вершине, а их количество равно числу вершин. В данной работе представлены 4 стратегии начального расположения колонии муравьев:

1) «Одеяло» – реализация стандартного размещения муравьев, в каждой вершине находиться по одному муравью. Тогда сложность данного алгоритма выражается следующей зависимостью – $O(t*n^3)$, поскольку $n=m$;

2) «Дробовик» – случайное распределение муравьев на вершины графа, причем необязательно, чтобы численности колонии и вершин совпадали;

3) «Фокусировка» – вся колония находится в одной вершине;

4) «Блуждающая колония» – в каждый момент времени, т.е. на каждой итерации вся колония перемещается в случайно выбранную вершину.

Отметим, что названия первых трех заимствованы из названий стратегий формирования начальной популяции в генетических алгоритмах (ГА), также относящихся к классу алгоритмов «природных вычислений» [6].

В ходе проделанных экспериментальных исследований было выяснено, что сходимость муравьиного алгоритма и качество решения сильно зависят от начального расположения колонии. Стандартное расположение («одеяло») ограничивает размерность колонии, привязывая ее к количеству вершин в графе. Однако, как выяснено, в большинстве случаев наилучшее решение находится колонией, размерность которой значительно превышает число вершин.

**Шаблоны.** Технология выделения шаблонов давно применяется в ГА. Шаблонами, иначе схемами, называются фрагменты решений. В ГА шаблоны формируются согласно форме представления структуры хромосомы. Например, ***1*110* или 0***0***** – схемы, где * означает, что на этой позиции может находиться любой элемент (в данном случае 0 или 1). Схема характеризуется двумя показателями: порядком и определяющей длиной. Порядок схемы *H* обозначается *O(H)* и равен количеству фиксированных позиций (в этих примерах – 4 и 2 соответственно). Определяющая длина схемы *H* обозначается *L(H)* и равна расстоянию между первой и последней фиксированными позициями (в этих примерах *8-4=4* и *5-1=4* соответственно) [6].

В данной работе исследовалась возможность применения шаблонов в муравьиных алгоритмах. В отличие от ГА, мы будем рассматривать лишь одну единственную схему для маршрутов всех муравьев. Актуальность формирования схемы объясняется большими временными затратами на сложные математические вычисления при нахождении вероятностей перехода из одной вершины в другие, как видно из (1).

Рассмотрим следующий пример. Пусть муравей $k$ находится в вершине $i$. Тогда, чтобы найти следующую вершину в текущем маршруте, необходимо вычислить вероятности перехода в другие вершины, используя выражение (1). Сложность алгоритма нахождения следующей вершины линейна и имеет вид: $O(n*k)$, где $n$ – число вершин, а $k$ – некоторый коэффициент. Как правило, для приближенной оценки сложности алгоритма не используют коэффициенты при полиномиальных членах, но в данном случае этот коэффициент существенен. Это объясняется, как было указано выше, сложными математическими вычислениями, такими как возведение вещественного числа в степень, которая также представлена вещественным числом. Имея же схему, мы получаем следующую вершину за временную сложность $O(1)$. Отметим, что объем вычислений в первом случае не зависит от уровня феромонов на ребрах. В начале и в конце жизни колонии время на эти вычисления затрачивается одинаково, даже если выбор какого-то ребра, инцидентного вершине $i$, очевиден.

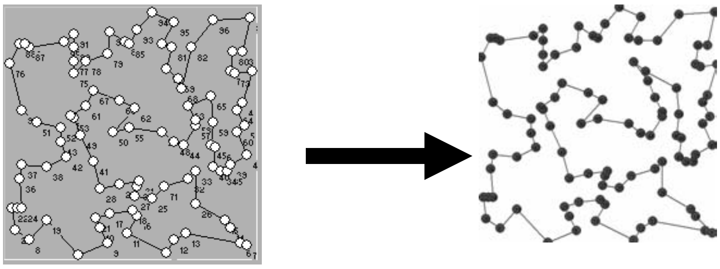
Форма представления шаблона следующая. Пусть имеется вектор $B$ размерностью $n$, где $n$ – число вершин в графе. Тогда $B_i$ будет содержать номер вершины, в которую необходимо перейти из вершины $i$. Таким образом, исследуемый шаблон представляет собой набор «строительных» блоков [7]. Разработаны две различные стратегии формирования шаблона: статический шаблон и динамический шаблон.

*Статический шаблон*. Идея формирования статического шаблона заключается в выделении ребер, имеющих высокую вероятность попадания в маршрут лучшего решения. Схема формируется перед началом работы муравьиного алгоритма на основе знаний о длинах ребер. Пусть заранее задано число фиксированных ребер: $1 \le E_s \le n$, где $n$ – число вершин. Тогда в матрицу $B$ записываем об $E_s$ ребрах минимальной длины. При $E_s = n$ сводится к алгоритму «ближайшего соседа».

*Динамический шаблон*. Здесь шаблон формируется по ходу работы муравьиного алгоритма. Шаблон заполняется информацией о $E_s$ ребрах, на которых отложено наибольшее количество феромонов.

**Экспериментальные исследования**. Экспериментальные исследования проводились на стандартных бенчмарках для графов с 30, 50, 75 и 98 вершинами. Результаты сравнивались с известными наилучшими решениями, полученными с использованием модифицированного генетического алгоритма [7]. Для бенчмарки с 50 вершинами − длина сократилась с Lс=428,967 до Lп=427,855; для бенчмарки с 75 вершинами − с Lс=542,592 до Lп=542,309; для бенчмарки с 98 вершинами − с Lс=783,723 до Lп=783,447. На рис. 2 приведено сравнение полученных результатов для бенчмарки с 98 вершинам.

**Заключение.** Полученные результаты позволяют судить об оптимальном выборе параметров при решении задачи о коммивояжере с различными начальными данными. Преимущество данного алгоритма с модификациями перед ГА и стандартным муравьиным алгоритмом при решении этой задачи подтверждено экспериментальными исследованиями. Дальнейшее развитие данной работы заключается в разработке гибридного алгоритма на основе ГА и муравьиного алгоритма.



***Lc*=783,723** ***Ln*=783,447**

*Рис. 2. Бенчмарка с 98 вершинами*


БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Штовба С.Д.* Муравьиные алгоритмы. – 2003.
2. *Bonavear F., Dorigo M.* Swarm Intelligence: from Natural to Artificial Systems. Oxford university Press. 1999.
3. *Corne D., Dorigo M., Glover F.* New Ideas in Optimization. McGrav-Hill. 1999.
4. http://iridia.ulb.ac.be/dorigo/ACO/ACO.html.
5. *МакКоннелл Дж.* Основы современных алгоритмов. – М.: Техносфера, 2004.
6. *Гладков Л.А., Курейчик В.М., Курейчик В.В.* Генетические алгоритмы. – Ростов-на-Дону: ООО «Ростиздат», 2004.
7. *Kureichick V. M., Miagkikh V. V., Topchy A. P.* Genetic Algorithm for Solution of the Traveling Salesman Problem with New Features against Premature Convergence.


УДК 321.3

**В.В. Курейчик, П.В. Сороколетов**

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭВОЛЮЦИИ В САПР*

**Введение.** В настоящее время предпринимаются попытки применить биологические аналоги при разработке и создании интеллектуальных искусственных систем принятия решений. При этом важнейшей проблемой является согласование концепций биологии, информационных технологий и искусственного интеллекта [1-4]. Моделирование развития и совершенствование природы позволяет найти новые пути построения новых систем принятия решений в САПР. Основным направлением здесь может выступить эволюционное моделирование [5-8]. Суть метода эволюции состоит в реализации целенаправленного процесса «размножения-исчезновения», при котором размножению соответствует появление новых объектов, а исчезновению – удаление объектов из процесса в соответствии с определенным критерием естественного отбора (или селекции) [5]. Построена архитектура поиска для принятия решений в нечётких и неопределённых условиях при проектировании изделий на основе нанотехнологий. При этом появляется возможность создавать комбинированные, гибридные алгоритмы, в которых осуществляется

* Работа выполнена при поддержке: РФФИ (гранты № 06-01-00272, № 08-01-00473), РНП 2.1.2.3193, РНП 2.1.2.2238.