

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЧАСТОТЫ

*Представлена матрично-топологическая модель преобразователя частоты, ориентированная на проведение оптимизационных расчётов и выбора параметров данного устройства.*

Ключевые слова: матрично-топологическое моделирование, метод контурных токов, преобразователь частоты.

Оптимальное проектирование матричного преобразователя частоты (МПЧ) методом динамического программирования предполагает наличие математической модели, устанавливающей аналитическую зависимость целевой функции от отдельных параметров устройства. Ввиду большого числа параметров получение данных зависимостей с помощью известных программ имитационного моделирования бывает затруднительно или даже невозможно. В качестве примера может служить программа Matlab/Simulink/, в которой асинхронный двигатель в цепях МПЧ представлен весьма ограниченным числом переменных. Отсутствием ограничений на количество переменных и, соответственно на порядок исходных уравнений, с минимизацией этого порядка на этапе решений отличаются матрично-топологические модели [1].

Предметом моделирования послужил (3-3)-фазный матричный преобразователь частоты (МПЧ) на девяти транзисторных ключах с полярным демпфирующим конденсатором в цепях защиты от коммутационных перенапряжений (рис. 1). Нагрузкой МПЧ принят асинхронный короткозамкнутый двигатель, при этом расчётная схема замещения объекта составлена на основе общепринятых допущений об идеальных свойствах как преобразователя, так и двигателя. Подготовительный этап моделирования включал следующие операции:

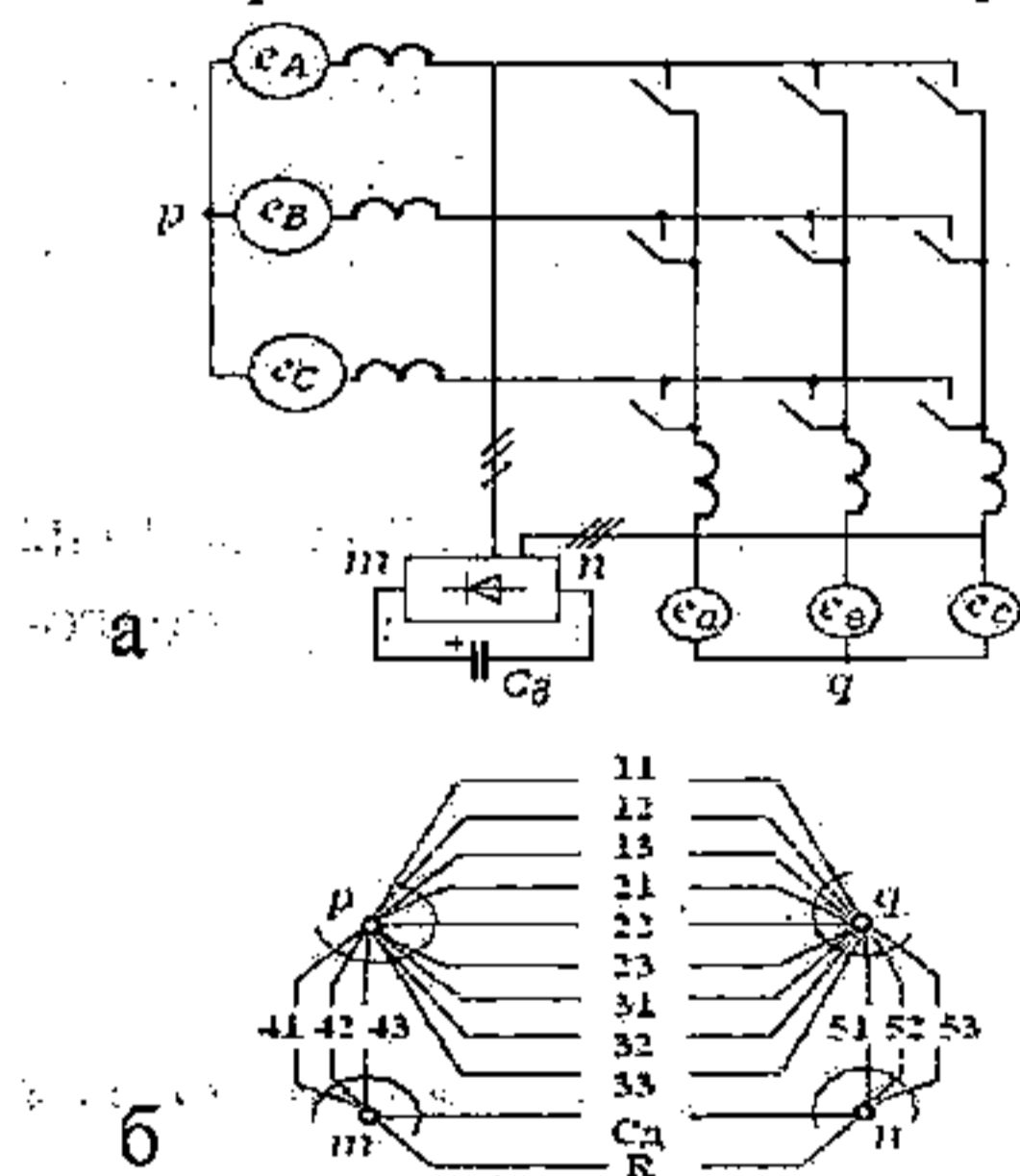


Рис. 1. Расчётная схема (а) и её граф (б)

- составление исходного графа, адекватно отражающего топологию схемы замещения;
- эквивалентное преобразование исходного графа, обеспечивающее его связность при любой комбинации токопроводящих вентилях;
- получение матричного уравнения для компонент преобразованного графа;
- составление уравнений контуров и получение на их основе линейно независимых уравнений для расчёта токов и напряжений вентилях, а затем зависимых токов и напряжений входных и выходных цепей преобразователя.

В основе программы расчёта, составленной на алгоритмическом языке С, лежат следующие процедуры:

- имитация работы скалярной системы управления вентилями на основе отыскания точек встречи кривых управляющего и опорного сигналов;
- переформирование основных топологических матриц и выделение с их помощью независимых уравнений для расчёта токов вентилях с последующим решением этих уравнений численным методом;
- вычисление напряжения на обкладках демпфирующего конденсатора и сравнение этого напряжения с допустимым уровнем по условию пробоя изоляции и вентилях;
- вычисление зависимых токов замкнутых контуров и напряжений на неработающих вентилях, а также напряжений нагрузки.

Согласно методу матрично-топологического моделирования вентильных цепей [1], выбор зависимых токов вентилях формализован и связан с выбором так называемого дерева графа. Предварительное преобразование графа должно удовлетворять условию связности, согласно которому число зависимых ветвей (рёбер)  $y$  и узлов графа  $x$  находятся в соотношении  $y = x + 1$ . Исходя из принципа действия МПЧ можно положить  $x = 4$ , так как минимальное число токопроводящих вентилях равно  $y = 5$  (три вентиля в силовых цепях плюс два вентиля в цепях защиты от перенапряжений). Возможность получения заданного числа узлов вытекает из уравнений связи токов вентилях с токами сетевых фаз  $i_A, i_B, i_C$  и нагрузки  $i_a, i_b, i_c$  следующего вида:

$$\begin{cases} i_A = \sum_{n=1}^3 i_{1n}; \\ i_B = \sum_{n=1}^3 i_{2n}; \\ i_C = \sum_{n=1}^3 i_{3n}; \end{cases} \quad \begin{cases} i_a = \sum_{j=1}^3 i_{1j}; \\ i_b = \sum_{j=1}^3 i_{2j}; \\ i_c = \sum_{j=1}^3 i_{3j}; \end{cases} \quad (1)$$

где  $n = 1, 2, 3$  – порядковый номер выходной фазы;  $j = 1, 2, 3$  – порядковый номер силового вентиля одной фазы нагрузки.

Для напряжений ветвей преобразованного графа составляется обобщённая система дифференциальных уравнений первого порядка в операторной форме записи

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{1j} \\ \bar{u}_{2j} \\ \bar{u}_{3j} \\ \bar{u}_{4j} \\ \bar{u}_{5j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{v}_{1j} \\ \bar{v}_{2j} \\ \bar{v}_{3j} \\ \bar{v}_{4j} \\ \bar{v}_{5j} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r+xp & & & & \\ & r+xp & & & \\ & & r+xp & & \\ & & & r+xp & \\ & & & & r+xp \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{i}_{1j} \\ \bar{i}_{2j} \\ \bar{i}_{3j} \\ \bar{i}_{4j} \\ \bar{i}_{5j} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_c/p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_c/p & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{i}_{1j} \\ \bar{i}_{2j} \\ \bar{i}_{3j} \\ \bar{i}_{4j} \\ \bar{i}_{5j} \end{bmatrix} + \bar{K} \cdot \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

где  $\bar{u}_{1j}, \bar{u}_{2j}, \dots, \bar{u}_{5j}$  – векторы напряжений ветвей;  $\bar{v}_{1j}, \bar{v}_{2j}, \dots, \bar{v}_{5j}$  – векторы напряжений на вентилях;  $\bar{i}_{1j}, \bar{i}_{2j}, \dots, \bar{i}_{5j}$  – векторы контурных токов;  $r+xp$  – матрицы эквивалентных сопротивлений ветвей с учётом параметров линейной схемы замещения двигателя, питающей сети и анодных токоограничивающих реакторов;  $x_c/p$  – матрица ёмкостных сопротивлений в ветвях с демпфирующим конденсатором;  $e_a, e_b, e_c$  – фазные напряжения сети;  $p$  – символ дифференцирования;  $j$  – порядковый номер вентиля.

Переход от контурных токов к искомым токам вентилях осуществляется с помощью матрицы основных контуров по правилу

$$\begin{bmatrix} \bar{i}_{1j^*} \\ \bar{i}_{2j^*} \\ \bar{i}_{3j^*} \\ \bar{i}_{4j^*} \\ \bar{i}_{5j^*} \end{bmatrix} = \Gamma' \times \begin{bmatrix} \bar{i}_{1j} \\ \bar{i}_{2j} \\ \bar{i}_{3j} \\ \bar{i}_{4j} \\ \bar{i}_{5j} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $\bar{i}_{1j^*}, \bar{i}_{2j^*}, \dots, \bar{i}_{5j^*}$  – векторы независимых токов вентилях;  $\Gamma'$  – транспонированная матрица основных контуров.

Путём перестановки строк матрицу  $\Gamma$  удобно представить в виде подматрицы замкнутых контуров  $\Gamma_i$ , содержащих токопроводящие ветви и подматрицы разомкнутых контуров  $\Gamma_u$  с выключенными вентилями. Каждая из подматриц обладает свойством оператора, с помощью которого возможно осуществить алгебраическое суммирование напряжений ветвей, входящих в независимые контуры, поэтому согласно второму закону Кирхгофа имеем

$$\Gamma_i \times \begin{bmatrix} \bar{u}_{1j} \\ \bar{u}_{2j} \\ \bar{u}_{3j} \\ \bar{u}_{4j} \\ \bar{u}_{5j} \end{bmatrix} = 0; \quad \Gamma_u \times \begin{bmatrix} \bar{u}_{1j} \\ \bar{u}_{2j} \\ \bar{u}_{3j} \\ \bar{u}_{4j} \\ \bar{u}_{5j} \end{bmatrix} = 0. \quad (4)$$

Выражения для расчёта независимых токов вентиляй и напряжений на конденсаторе получаются подстановкой формул (2), (3) в уравнение замкнутых контуров (4).

$$\begin{bmatrix} \bar{p}i_{1j^*} \\ \bar{p}i_{2j^*} \\ \bar{p}i_{3j^*} \\ \bar{p}i_{4j^*} \\ \bar{p}i_{5j^*} \end{bmatrix} = \bar{X}_i^{-1} \cdot \bar{R}_i \times \begin{bmatrix} \bar{i}_{1j^*} \\ \bar{i}_{2j^*} \\ \bar{i}_{3j^*} \\ \bar{i}_{4j^*} \\ \bar{i}_{5j^*} \end{bmatrix} + \bar{X}_i^{-1} \cdot \bar{\Gamma}_i \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{u}_c \\ \bar{u}_c \end{bmatrix} + \bar{X}_i^{-1} \cdot \bar{\Gamma}_i \cdot \bar{K} \times \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{p}u_c \\ \bar{p}u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{x}_c & 0 \\ 0 & \bar{x}_c \end{bmatrix} \times \Gamma_i^t \times \begin{bmatrix} \bar{i}_{4j^*} \\ \bar{i}_{5j^*} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Здесь  $\bar{X}_i = \Gamma_i \cdot \bar{X} \cdot \Gamma_i^t$ ;  $\bar{R}_i = \Gamma_i \cdot \bar{R} \cdot \Gamma_i^t$ .

Выражение для расчёта напряжений на выключенных вентилях получается из уравнения для разомкнутых контуров (4) после подстановки в него (2)-(6), после чего оно приобретает вид следующего алгебраического уравнения:

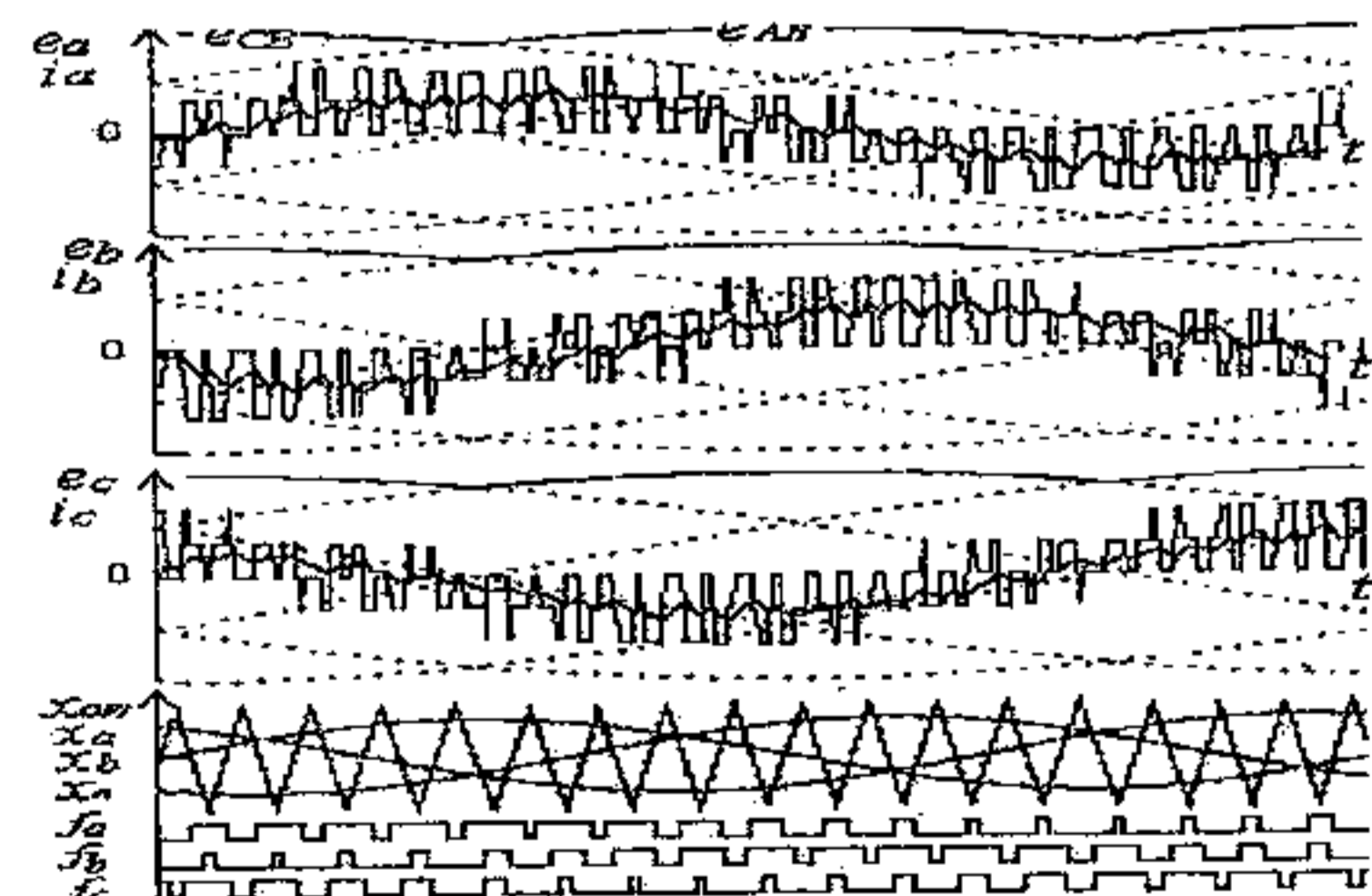
$$\begin{bmatrix} \bar{v}_{1j} \\ \bar{v}_{2j} \\ \bar{v}_{3j} \\ \bar{v}_{4j} \\ \bar{v}_{5j} \end{bmatrix} = (-\bar{R}_u + \bar{X}_u \cdot \bar{X}_i^{-1} \cdot \bar{R}_i) \times \begin{bmatrix} \bar{i}_{1j^*} \\ \bar{i}_{2j^*} \\ \bar{i}_{3j^*} \\ \bar{i}_{4j^*} \\ \bar{i}_{5j^*} \end{bmatrix} + \bar{X}_u \cdot \bar{X}_i^{-1} \cdot \Gamma_i \times \begin{bmatrix} -\bar{u}_c \\ \bar{u}_c \end{bmatrix} + \Gamma_u \times \begin{bmatrix} \bar{u}_c \\ \bar{u}_c \end{bmatrix} + (\bar{\Gamma}_u \cdot \bar{K} + \bar{X}_u \cdot \bar{X}_i^{-1} \cdot \bar{\Gamma}_i \cdot \bar{K}) \times \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

где  $\bar{X}_u = \Gamma_u \cdot \bar{X} \cdot \Gamma_u^t$ ;  $\bar{R}_u = \Gamma_u \cdot \bar{R} \cdot \Gamma_u^t$ .

Программой предусматривается автоматическое преобразование топологических матриц отдельно для разомкнутых  $\Gamma_u$  и замкнутых  $\Gamma_i$  контуров. Это происходит при каждом переключении в схеме и осуществляется с учётом связи матрицы основных контуров  $\Gamma$  с матрицей основных сечений  $\Pi$  вида  $\Gamma = [I - \Pi^t_x]$ , где  $I$  – матрица рёбер порядка  $4 \times 3$ ;  $\Pi_x$  – матрица хорд порядка  $4 \times 14$ . Пример построения топологических матриц для случая, когда список токопроводящих ветвей образуют

$\Pi_x$		12	13	21	22	23	31	32	33	42	43	51	53	$C_a$	$R$	11	41	52
$\Gamma_i$		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					
$\Gamma_u$		11	12	13	21	22	23	31	32	33	41	42	43	51	52	53	$C_a$	$R$
		22	-1			1												
		23	-1				1											
		$C_a$															1	-1
		$R$															-1	1
		12	-1	1														
		13	-1		1													
		21	-1			1												
		22	-1				1											
		23	-1					1										
		31	-1						1									
		32	-1							1								
		33	-1								1							
		42	-1									1						
		43	-1										1					
		51	1											1				
		53	1												1			

а



б

Рис.2 Пример построения топологических матриц (а) и результаты расчёта модели (б)

ветви  $11, 41, 52, C_{дв}$ ,  $R$ , из них  $11, 41, 52$  – рёбра, а  $C_{дв}$ ,  $R$  – хорды, приведён на рис. 2. Оптимальное сочетание параметров схемы отыскивалось с помощью модели по критерию минимума – технико-экономических показателей (массы и стоимости) с помощью так называемых критериальных моделей элементов силовой схемы (транзисторов и конденсаторов) [2].

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Демирчан, К.С. Моделирование и расчёт электрических цепей / К. С. Демирчан, П. А. Бутырин. – М. : Высшая школа, 1988.
2. Бальян, Р. Х. Тиристорные генераторы и инверторы / Р. Х. Бальян, М. А. Сиверс. – Л. : Энергоиздат, 1982.



*Сидоров Сергей Николаевич, кандидат технических наук, доцент кафедры «Электропривод и АПУ» УлГТУ. Область научных интересов – преобразовательная техника.*

*Поляков Алексей Евгеньевич, аспирант кафедры «Электропривод и АПУ» УлГТУ.*

*Ганиев Ришат Наильевич, аспирант кафедры «Электропривод и АПУ» УлГТУ.*