

## Самуйлов К.Е.<sup>1</sup>, Гудкова И.А.<sup>2</sup>, Острикова Д.Ю.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Российский университет дружбы народов, г. Москва,  
д.т.н., заведующий кафедрой прикладной информатики и теории вероятностей,  
[ksam@sci.pfu.edu.ru](mailto:ksam@sci.pfu.edu.ru)

<sup>2</sup> Российский университет дружбы народов, г. Москва,  
к.ф.-м.н., доцент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей,  
[igudkova@sci.pfu.edu.ru](mailto:igudkova@sci.pfu.edu.ru)

<sup>3</sup> Российский университет дружбы народов, г. Москва,  
ассистент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей, [dyostrikova@sci.pfu.edu.ru](mailto:dyostrikova@sci.pfu.edu.ru)

### АНАЛИЗ ВЕРОЯТНОСТИ ПРЕРЫВАНИЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ В МОДЕЛИ СЕТИ LTE С СОВМЕСТНЫМ ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕСУРСОВ<sup>11</sup>

#### КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

*LTE, LSA, CMO с ненадежными приборами, вероятность прерывания обслуживания*

#### АННОТАЦИЯ

*В современных беспроводных сетях увеличение спроса на высокоскоростные мультимедийные услуги приводит к проблеме нехватки радиоресурсов. Решение проблемы может быть достигнуто посредством совместного использования ресурсов владельцем и арендатором-оператором под контролем третьей стороны. Правила взаимодействия трех сторон определяют регулирующая система совместного использования лицензированных частот (Licensed Shared Access, LSA). Для оператора ресурсы совместно использования временно доступны, что может приводить к прерыванию обслуживания пользователей при возврате ресурсов их владельцу. Авторами построена математическая модель схемы доступа к ресурсам совместного использования в виде системы массового обслуживания (CMO) с одновременными отказами ненадежных приборов, надежными приборами и конечной очередью. Проведен расчет и анализ вероятностных характеристик прерывания обслуживания пользователей.*

#### Введение

В настоящее время в мире продолжается активное распространение телекоммуникационных беспроводных сетей последующих поколений на базе технологии LTE (Long Term Evolution) [1], поддерживающих высокие скорости передачи данных, что позволяет операторам предоставлять широкий перечень мультимедийных услуг. Стремительный рост пользователей беспроводных сетей, а также числа интеллектуальных устройств (от светофоров до медицинского оборудования), способных подключаться к сети без участия человека, увеличение спроса на высокоскоростные услуги, такие как, например, видео с высоким качеством разрешения, приводят к экспоненциальному росту трафика, передаваемого в беспроводных сетях. При этом увеличиваются требования пользователей к качеству предоставляемых услуг. Описанные тенденции и ограниченность частотного спектра неизбежно приводят к проблеме нехватки радиоресурсов в сетях четвертого поколения (4th Generation, 4G). Решение проблемы может быть достигнуто как за счет более эффективного использования имеющихся ресурсов, так и посредством привлечения дополнительных.

Подход, основанный на привлечении дополнительных ресурсов, может быть реализован посредством совместного их использования владельцем и арендатором-оператором под контролем третьей стороны. Правила взаимодействия трех сторон определяет регулирующая система совместного использования лицензированных частот LSA [2,3]. Абсолютный приоритет доступа к ресурсам совместного использования имеет их владелец. Для оператора они временно доступны, что может приводить к прерыванию обслуживания пользователей при возврате

<sup>11</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов №№ 13-07-00953, 15-07-03608, и при поддержке Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере, грант № 6264ГУ2015.



Описывающий функционирование системы МП  $\{(N_1(t), N(t), M(t), S(t)), t \geq 0\}$  не является обратимым. Стационарное распределение вероятностей  $\mathbf{p} = (p(n_1, n, m, s), (n_1, n, m, s) \in Z)$  состояний может быть найдено с помощью численного решения СУР  $\mathbf{p}^T \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}^T$  с матрицей  $\mathbf{A}$  интенсивностей переходов, элементы которой задаются формулой (2):

$$\begin{aligned}
 & a((n_1, n, m, s), (n'_1, n', m', s')) = \\
 & \left\{ \begin{array}{llllll}
 \lambda, & n'_1 = n_1 + 1, & n'_2 = n_2, & m' = m, & s' = s & \text{ИЛИ} \\
 & n'_1 = n_1 = C_1, & n'_2 = n_2 + 1, & m' = m, & s' = s = 1 & \text{ИЛИ} \\
 n_2 \mu, & n'_1 = n_1 = C_1, & n' = n, & m' = m + 1, & s' = s, & \\
 & n'_1 = n_1 - 1, & n' = n, & m' = m = 0, & s' = s, & \\
 n \mu, & n'_1 = n_1, & n' = n - 1, & m' = m = 0, & s' = s = 1, & \\
 C_1 \mu, & n'_1 = n_1 = C_1, & n' = n = 0, & m' = m - 1, & s' = s = 0, & \\
 (C_1 + C) \mu, & n'_1 = n_1 = C_1, & n' = n = 0, & m' = m - 1, & s' = s = 1, & \\
 \alpha, & n'_1 = n_1, & n' = n = 0, & m' = m = 0, & s' = s - 1 & \text{ИЛИ} \\
 & n'_1 = n_1 + n, & n' = 0, & m' = m = 0, & s' = s - 1 & \text{ИЛИ} \\
 & n'_1 = C_1, & n' = 0, & m' = m + n - & s' = s - 1, & \\
 & & & -C_1 + n_1, & & \\
 \beta, & n'_1 = n_1, & n' = n = 0, & m' = m = 0, & s' = s + 1 & \text{ИЛИ} \\
 & n'_1 = n_1 = C_1, & n' = n + m, & m' = 0, & s' = s + 1 & \text{ИЛИ} \\
 & n'_1 = n_1 = C_1, & n' = C, & m' = m - C, & s' = s + 1, & \\
 *) , & n'_1 = n_1, & n' = n, & m' = m, & s' = s, & \\
 0, & \text{иначе,} & & & & 
 \end{array} \right. \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$*) - (\lambda \cdot 1\{n_1 + n + m < C_1 + r\} + (n_1 + n) \mu + \alpha s + \beta(1 - s)).$$

### Вероятностные характеристики

Основными вероятностными характеристиками рассматриваемой модели являются:

1. Вероятность  $I_1$  прерывания обслуживания хотя бы одной заявки, т.е. вероятность того, что в случае изъятия полосы совместного использования на полосе индивидуального использования не хватит ресурсов для принятия на обслуживание хотя бы одного пользователя

$$\begin{aligned}
 I_1 = & \sum_{n=1}^C \sum_{n_1=C_1-n-1}^{C_1} \frac{\alpha}{\alpha + \lambda + (n + n_1) \mu} p(n_1, n, 0, 1) + \\
 & + \sum_{m=1}^{r-C-1} \frac{\alpha}{\alpha + \lambda + (C + C_1) \mu} p(C_1, C, m, 1) + \frac{\alpha}{\alpha + (C + C_1) \mu} p(C_1, C, r - C, 1); \quad (3)
 \end{aligned}$$

2. Вероятность  $I_2$  прерывания обслуживания конкретной заявки, т.е. вероятность того, что в случае изъятия полосы совместного использования на полосе индивидуального использования не хватит ресурсов для принятия на обслуживание конкретного пользователя

$$\begin{aligned}
 I_2 = & \sum_{n=1}^C \sum_{n_1=C_1-n-1}^{C_1-1} \frac{n - C_1 + n_1}{n} \cdot \frac{\alpha}{\alpha + \lambda + (n + n_1) \mu} p(n_1, n, 0, 1) + \\
 & + \sum_{n=1}^C \frac{\alpha}{\alpha + \lambda + (n + C_1) \mu} p(C_1, n, 0, 1) + \sum_{m=1}^{r-C-1} \frac{\alpha}{\alpha + \lambda + (C + C_1) \mu} p(C_1, C, m, 1) + \\
 & + \frac{\alpha}{\alpha + (C + C_1) \mu} p(C_1, C, r - C, 1); \quad (4)
 \end{aligned}$$

3. Вероятность  $E_1$  того, что обслуживание ни одной заявки на ненадежных приборах не

будет прервано при их отказе, т.е. вероятность того, что в случае изъятия полосы совместного использования на полосе индивидуального использования хватит ресурсов для принятия всех пользователей, находящихся на обслуживании на полосе совместного использования

$$E_1 = \sum_{n=0}^C \sum_{n_1=0}^{C_1-n} \frac{\alpha}{\alpha + \lambda + (n+n_1)\mu} p(n_1, n, 0, 1); \quad (5)$$

4. Вероятность  $E_2$  того, что обслуживание конкретной заявки на ненадежном приборе не будет прервано при его отказе, т.е. вероятность того, что в случае изъятия полосы совместного использования на полосе индивидуального использования хватит ресурсов для принятия конкретного пользователя, находящегося на обслуживании на полосе совместного использования

$$E_2 = \sum_{n=1}^C \sum_{n_1=0}^{C_1-n} \frac{\alpha}{\alpha + \lambda + (n+n_1)\mu} p(n_1, n, 0, 1) + \sum_{n=1}^C \sum_{n_1=C_1-n+1}^{C_1-1} \frac{C_1-n_1}{n} \cdot \frac{\alpha}{\alpha + \lambda + (n+n_1)\mu} p(n_1, n, 0, 1). \quad (6)$$

#### Численный анализ

Для проведения численного анализа за основу исходных данных был взят сценарий совместного использования частот на примере аэропорта (владельца частот) и арендатора-оператора. Аэропорт сдает в аренду оператору часть диапазона частот на всей территории покрытия за вычетом территории аэропорта и близлежащей к нему зоны (лесополосы вокруг аэропорта) (рис. 2). Предполагается, что самолеты взлетают через определенные промежутки времени, под определенным углом, с некоторой начальной скоростью и ускорением. Вокруг самолета существует радиотень определенного радиуса, в пределах которой внешние сигналы создают помехи передатчику самолета. Поэтому основным условием, налагаемым владельцем на арендатора, является ограничение интерференции в сотах, через которые проходит радиотень самолета. В соответствии с данным условием, во время прохождения радиотени через территорию соты пользователи не могут использовать полосу частот совместного использования для передачи данных.

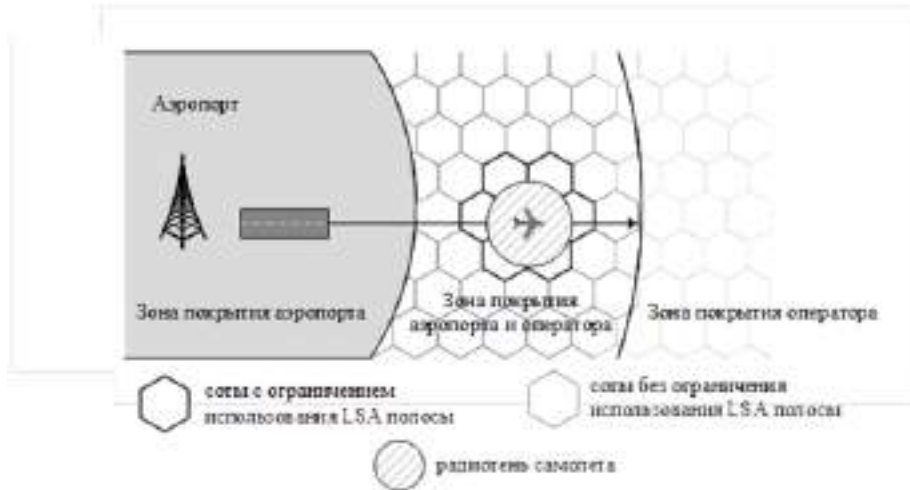


Рис.2. Сценарий совместного использования частот на примере аэропорта и оператора

Рассмотрим соту с полосами частот индивидуального и совместного использования шириной 10 МГц и 5 МГц соответственно, спектральной эффективностью 4 бит/с/Гц. Пользователи снимают фрагменты видео средней длительностью 15 с и загружают их на облачный сервер со скоростью 2 Мбит/с. При этих исходных данных максимальное число пользователей, занимающих ресурсы индивидуального использования, равно  $C_1=20$ , а ресурсы совместного использования -  $C=10$ . Число мест в буфере положим равным  $r=30$ . Над сотой каждые  $\alpha^{-1}+ \beta^{-1}=3$  мин, 4 мин, 5 мин пролетают самолеты. Во время пролета самолета над сотой (прохождения радиотени через территорию соты) в течение  $\beta^{-1}=1$  мин ресурсы

совместного использования передаются аэропорту, что может вызвать прерывание обслуживания пользователей оператора.

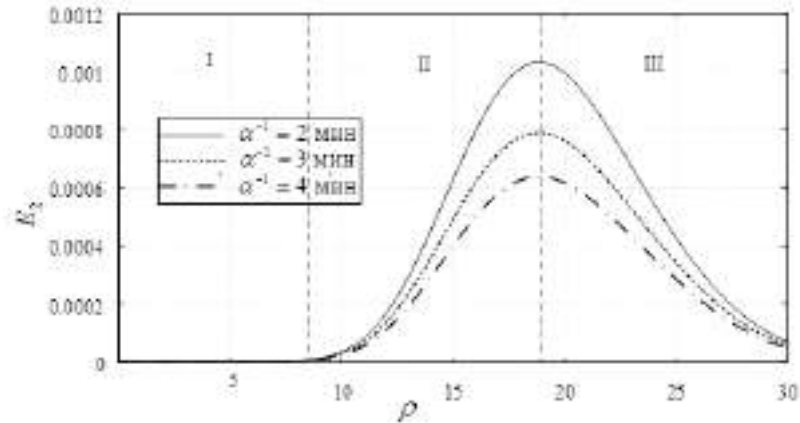


Рис.3. Вероятность  $E_2$  того, что обслуживание пользователя не будет прервано при изъятии полосы совместного использования

На рис. 3 представлена зависимость вероятности  $E_2$  того, что обслуживание конкретного пользователя не будет прервано при изъятии ресурсов совместного использования, от интенсивности предложенной нагрузки  $\rho = \lambda/\mu$  при различных значениях среднего времени  $\alpha^{-1}$  доступности ресурсов. График данной характеристики имеет немонотонный характер и состоит из двух монотонных участков и одного экстремума – глобального максимума, достигаемого при одних и тех же значениях нагрузки для разных значений  $\alpha^{-1}$ . Можно выделить три интервала предложенной нагрузки  $\rho$ , на которых данная характеристика ведет себя по-разному.

Для объяснения причин наблюдаемого эффекта рассмотрим другие вероятностные характеристики модели, а именно, среднее число  $N$  пользователей, занимающих полосу частот совместного использования, и среднее число  $N_1$  свободных ресурсов (среднее число свободных мест) на полосе индивидуального использования. Данные характеристики рассчитываются по формулам:

$$N = \sum_{n_1=0}^{C_1} \sum_{n_2=0}^C n p(n_1, n_2, 0, 1) + C \sum_{m=1}^{r-C} p(C_1, C, m, 1), \quad (7)$$

$$N_1 = \sum_{n_1=0}^{C_1} \sum_{n_2=0}^C (C_1 - n_1) p(n_1, n_2, 0, 1). \quad (8)$$

Графики зависимостей характеристик  $N$  и  $N_1$  от интенсивности предложенной нагрузки  $\rho$  представлены на рис. 4.

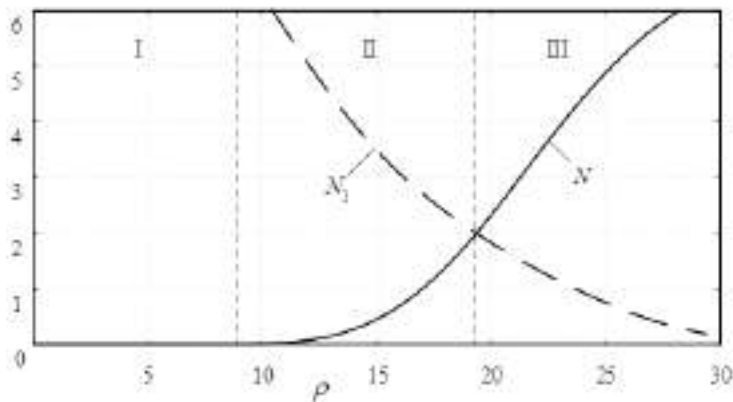


Рис.4. Среднее число пользователей, занимающих полосу совместного использования, и среднее число свободных мест на полосе индивидуального использования

На интервале I вероятность  $E_2$  близка к нулю, что объясняется тем, что при низкой нагрузке на полосу индивидуального использования хватает ресурсов для обслуживания всех пользователей в системе, и следовательно, нет необходимости задействовать полосу совместного использования. Это подтверждает поведение кривых на рис. 4. Действительно, в данном диапазоне нагрузки среднее число пользователей, занимающих полосу совместного использования, близко к нулю, следовательно, вероятность  $E_2$  стремится к нулю. На интервале II вероятность  $E_2$  монотонно растет. Это объясняется тем, что растет среднее число пользователей, занимающих полосу совместного использования, однако это число не превышает средний объем свободных ресурсов на полосе индивидуального использования. Следовательно, в случае изъятия полосы совместного использования вероятность того, что все пользователи с нее перейдут на обслуживание на полосу индивидуального использования, близка к 1. На стыке областей I и II вероятность  $E_2$  достигает своего максимального значения при любых значениях среднего времени  $\alpha^{-1}$  доступности ресурсов. При соответствующей нагрузке средний объем свободных ресурсов индивидуального использования такой, что потенциальное число пользователей, которые могут их занять, близко к среднему числу пользователей, занимающих ресурсы совместного использования, т.е. происходит оптимальное распределение нагрузки между обеими полосами частот. Далее, на интервале III среднее число пользователей, занимающих полосу совместного использования, превышает средний объем свободных ресурсов на полосе индивидуального использования, и следовательно, вероятность  $E_2$  монотонно убывает.

На рис. 5 представлены графики зависимостей вероятностей  $E_1$  и  $I_1$  от роста интенсивности предложенной нагрузки  $\rho$  при разных значениях среднего времени  $\alpha^{-1}$  доступности ресурсов. С ростом нагрузки объем свободных ресурсов на полосе индивидуального использования убывает, следовательно, с меньшей вероятностью на ней хватит ресурсов для принятия на обслуживание всех пользователей с полосы совместного использования, и с большей вероятностью хотя бы один пользователь, занимающий полосу совместного использования, будет прерван. При этом, как видно из графиков, чем меньше значение среднего времени  $\alpha^{-1}$  доступности ресурсов, тем больше вероятности  $E_1$  и  $I_1$ . Это можно объяснить следующим образом. С ростом интенсивности  $\alpha$  изъятия полосы совместного использования, растет вероятность ее изъятия. Поскольку перенаправление пользователей на обслуживание на индивидуальную полосу и прерывание обслуживания пользователей происходят только в случае изъятия полосы совместного использования, то с ростом вероятности ее изъятия увеличиваются вероятности  $E_1$  и  $I_1$ .

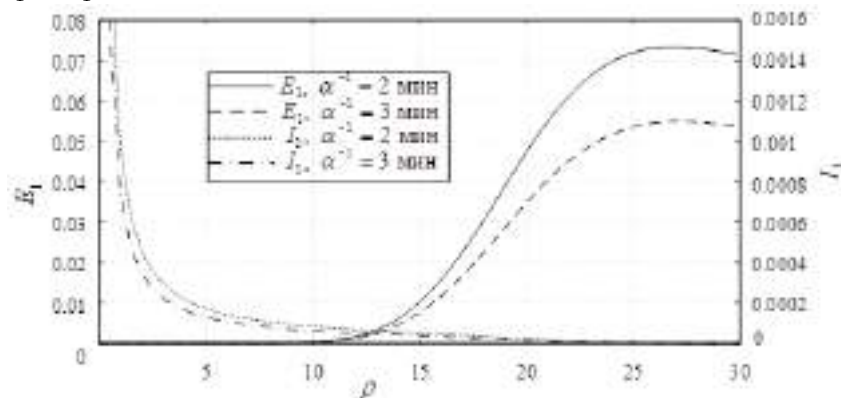


Рис.5. Вероятность того, что обслуживание ни одного пользователя не будет прервано при изъятии полосы совместного использования, и вероятность прерывания обслуживания хотя бы одного пользователя

### Заключение

Таким образом, в данной статье авторами построена модель схемы доступа к ресурсам совместного использования в виде СМО с одновременными отказами ненадежных приборов, надежными приборами и конечной очередью, получены формулы для расчета основных вероятностных характеристик прерывания обслуживания и проведен их численный анализ. Целью дальнейших исследований является решение задачи оптимального выбора объема ресурсов совместного использования в условиях ограничений на вероятность прерывания

обслуживания.

*В заключение авторы выражают благодарность ассистенту кафедры прикладной информатики и теории вероятностей РУДН Е.В. Мокрову, а также студенту магистратуры РУДН 1-го года обучения А.А. Пономаренко-Тимофееву за ценные советы при разработке сценария совместного использования частот аэропортом и оператором.*

### **Литература**

1. Stasiak M., Glabowski M., Wisniewski A., and Zwierzykowski P. Modelling and dimensioning of mobile wireless networks: from GSM to LTE // John Wiley & Sons, 2010. – 340 p.
2. ETSI TS 103 113: Mobile broadband services in the 2300 MHz 2400 MHz band under Licensed Shared Access regime. – ETSI, 2013.
3. Mustonen M., Chen T., Saarnisaari H., Matinmikko M., Yrjola S., and Palola M. Cellular architecture enhancement for supporting the European licensed shared access concept // Wireless Communications. – 2014. – Vol. 21, No. 3. – P. 37–43.
4. Gudkova I., Samouylov K., Ostrikova D., Mokrov E., Ponomarenko-Timofeev A., Andreev S., and Koucheryavy E. Service failure and interruption probability analysis for licensed shared access regulatory framework // Proc. of the 7th Int. Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT-2015 (October 6–8, 2015, Brno, Czech Republic). – IEEE. – 2015. – P. 123–131.
5. Mokrov E.V., Ponomarenko-Timofeev A.A., Gudkova I.A., Andreev S.D., and Samouylov K.E. Modeling a load balancing scheme between primary licensed and LSA frequency bands in 3GPP LTE networks // Proc. of the IX International Workshop “Applied Problems in Theory of Probabilities and Mathematical Statistics related to modeling of information systems” APTP+MS-2015 (August 10–13, 2015, Tampere, Finland). – Finland, Tampere. – 2015. – P. 54–57.
6. Borodakiy V.Y., Samouylov K.E., Gudkova I.A., Ostrikova D.Y., Ponomarenko A.A., Turlikov A.M., and Andreev S.D. Modeling unreliable LSA operation in 3GPP LTE cellular networks // Proc. of the 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT-2014 (October 6–8, 2014, St. Petersburg, Russia). – IEEE. – 2014. – P. 490–496.
7. Perez E., Friederichs K.-J., Viering I., and Diego Naranjo J. Optimization of authorised/licensed shared access resources // Proc. of the 9th International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications CROWNCOM 2014 (June 2–4, 2014, Oulu, Finland). – 2014. – P. 241–246.
8. Wirth T., Holfeld B., Wieruch D., Halfmann R., and Friederichs K.-J. System level performance of cellular networks utilizing ASA/LSA mechanisms // Proc. of the 1st International Workshop on Cognitive Cellular Systems CSS 2014 (September 2–4, 2014, Germany). – IEEE. – 2014. – P. 1–5.