

## Модели разделения ресурсов звена мультисервисной сети с эластичным трафиком

Рассматриваются различные стратегии разделения ресурсов звена мультисервисной сети, основанные на модели эластичного трафика с потерями. Предложено несколько постановок задачи разделения пропускной способности между виртуальными частными сетями. Отдельно проанализирован случай без требований к пропускной способности, т. е. когда вероятности блокировок запросов на передачу блоков данных равны нулю.

**Гудкова И.А.**,  
ассистент кафедры систем телекоммуникаций РУДН,  
igudkova@gmail.com

**Лузгачев М.В.**,  
аспирант кафедры систем телекоммуникаций РУДН,  
mluzgachev@mail.ru

### Введение

Виртуальные частные сети (Virtual Private Network, VPN) являются широко применяемым решением для организации передачи данных по сетям общего пользования [4], они могут использоваться для передачи трафика различного типа. Существуют две основные категории трафика: потоковый [1] и эластичный [2]. Ниже рассматриваются сети, в которых передается только эластичный трафик [2, 3, 6]. С точки зрения планирования VPN важной задачей является разделение ресурсов сети, в частности пропускной способности звеньев, — необходимо оптимально разделить пропускную способность между VPN, критериями оптимальности могут быть доход, вероятности блокировок, время передачи данных и др. Задача разделения пропускной способности для потокового трафика рассматривалась в [4, 5], причем были рассмотрены как одноадресные, так и многоадресные соединения [1]. В [4] исследована модель с потерями, критерием оптимальности является доход. Предложен алгоритм для звена с одноадресными и многоадресными соединениями. В [5] предложен метод решения задачи оптимального планирования VPN (маршрутизация и разделение пропускной способности).

Рассмотрим задачу разделения пропускной способности сети между VPN. Пусть имеется сеть из  $L$  звеньев,  $C^l$  — пропускная способность  $l$ -звена сети. Предположим также, что в сети построены VPN, а  $C_n^l$  — пропускная способность  $l$ -звена VPN. В VPN передается эластичный трафик разного типа. Необходимо оптимально разделить пропускные способности звеньев между VPN, критериями оптимальности могут служить вероятности блокировок, величина времени передачи блоков, величина обслуженной нагрузки. Необходимо найти такие  $C_n^l$ ,  $\sum_{n=1}^N C_n^l = C^l$ , что целевая функция принимает максимальное (минимальное) значение,  $n = \overline{1, N}$ ,  $l = \overline{1, L}$ . В предположении, что пропускные способности всех кроме одного звеньев сети бесконечны, данная постановка сводится к задаче разделения пропускной способности отдельного звена. Предложенные нагрузки определяются исходя из маршрутизации на сети. Далее в первом разделе представлена модель отдельного звена мультисервисной сети с эластичным трафиком, во втором — модели разделения пропускной способности.

### Анализ вероятностно-временных характеристик звена с эластичным трафиком

Модели с эластичным трафиком, в первую очередь, характеризуются дисциплиной обслуживания типа разделения процессора

(Processor Sharing, PS) [2]. Входящий поток либо зависит от состояния системы [6], либо не зависит от него [3, 6]. Управление доступом блоков эластичных данных к звену может осуществляться как при помощи введения различных порогов на максимальное число блоков всех типов в звене [6], так и посредством задания требований блоков к емкости звена. В работе [6] предлагается в качестве требований использовать максимально возможное число единиц емкости, которую может занять один блок. Минимальные требования, необходимые для обслуживания эластичного трафика, например, использовались в модели [3], но ее авторы, тем не менее, не предложили эффективного алгоритма расчета характеристик модели.

Рассматривается звено сети емкостью  $C$  единиц, по которому передаются блоки эластичных данных  $K$  типов. Запросы на передачу  $k$ -блоков образуют пуассоновский поток интенсивности  $\lambda_k$ , а длина  $k$ -блока является случайной величиной, распределенной экспоненциально со средним  $\theta_k$ . Блок  $k$ -типа характеризуется минимальным требованием  $b_k$  к емкости звена,  $k = \overline{1, K}$ , причем  $1 \leq b_1 < b_2 < \dots < b_K \leq C$ . Обслуживание блоков происходит по дисциплине справедливого разделения процессора (Egalitarian Processor Sharing, EPS) [2].

Пусть состояние модели описывает вектор  $(n_1, \dots, n_K)$ , где  $n_k$  — число  $k$ -блоков на обслуживании,  $k = \overline{1, K}$ . Обозначим  $n = \sum_{k=1}^K n_k$  суммарное число блоков в состоянии  $(n_1, \dots, n_K)$ , тогда пространство всех возможных ее состояний имеет вид

$$S = \left\{ (n_1, \dots, n_K) : n_k = 0, 1, \dots, k = \overline{1, K} : n \cdot \max_{k=1, \dots, K} (b_k) \leq C \right\} \quad (1)$$

Нетрудно убедиться, что функционирование модели описывается марковским процессом с мультипликативным стационарным распределением вероятностей состояний

$$p(n_1, \dots, n_K) = p(0, \dots, 0) \frac{n!}{C^n} \prod_{k=1}^K \frac{\rho_k^{n_k}}{n_k!}, \quad (n_1, \dots, n_K) \in S. \quad (2)$$

Основными вероятностно-временными характеристиками модели являются вероятность блокировки запроса на передачу  $k$ -блока, определяемая по формуле  $B_k = P\{(n_1, \dots, n_K) \in S_k\}$  где  $S_k$  — множество состояний блокировок, и среднее время  $T_k$  передачи  $k$ -блока, вычисляемое по формуле Литтла через среднее число  $k$ -блоков в системе. Для эффективного вычисления  $B_k$  и  $T_k$  применим метод, основанный на разбиении пространства состояний модели по двум параметрам: максимальному из требований к емкости звена блоков на обслуживании и общему числу передаваемых блоков. Характеристики выражаются через соответствующие ненормированные вероятности  $q(k, n)$  того, что по звену передаются  $n$  блоков с максимальным из требований  $b_k$ :

$$B_k = \beta_k(C) = \left( 1 + \sum_{i=1}^K \sum_{n=1}^{N_i} q(i, n) \right)^{-1} \times \left( \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{n=N_i}^{N_i} q(i, n) + \sum_{i=k}^K \sum_{n=N_i}^{N_i} q(i, N_i) \right), \quad k = \overline{1, K}, \quad (3)$$

$$T_k = \tau_k(C) = \left(1 + \sum_{i=1}^K \sum_{n=1}^{N_i} q(i, n)\right)^{-1} \frac{\theta_k}{C(1 - B_k)} \times \left(1 + \sum_{i=1}^k \sum_{n=2}^{N_i} nq(i, n) + \sum_{i=k+1}^K \sum_{n=2}^{N_i} nq(i, n)\right), \quad k = \overline{1, K}. \quad (4)$$

где  $q(k, n)$  определяется из рекуррентного соотношения

$$q(k, n) = \begin{cases} \frac{\rho_k}{C}, & n = 1, \\ \frac{1}{C} \left( \rho_k \sum_{i=1}^{k-1} q(i, n-1) + q(k, n-1) \sum_{i=1}^k \rho_i \right), & n = 2, \dots, N_k. \end{cases}$$

$N_k = \lfloor C/b_k \rfloor$ ,  $\rho_k = \lambda_k \theta_k$ . Заметим, что вероятность блокировки (3) и среднее время (4) для  $k$ -блока представляют собой соответственно функции  $\beta_k(C)$  и  $\tau_k(C)$  от параметра  $C$ ,  $k = \overline{1, K}$ . При решении задачи оптимального разделения емкости звена между имеющими к нему доступ виртуальными частными сетями, значение переменной будет равняться пропускной способности звена в конкретной VPN.

**Модели разделения ресурсов звена**

Для виртуальных частных сетей с эластичным трафиком могут быть использованы различные стратегии разделения ресурсов. Каждой стратегии разделения ресурсов соответствует задача оптимального разделения ресурсов звена, но перед тем как перейти к данным задачам, рассмотрим модель звена виртуальной частной сети.

Пропускная способность звена равна  $S$  единиц. Пусть  $C_n$  — пропускная способность VPN<sub>*n*</sub>,  $\sum_{n=1}^N C_n = C$ . Обозначим  $\theta_k$  среднюю длину блока данных,  $b_k$  — требование к минимальной пропускной способности. Запросы на передачу  $k$ -блоков в VPN<sub>*n*</sub> образуют пуассоновский поток интенсивности  $\lambda_n^k$ . В случае нехватки пропускной способности происходит блокировка запроса на передачу блока данных с вероятностью  $\beta_n^k(C_n)$ . Обозначим  $\tau_n^k(C_n)$  среднее время передачи  $k$ -блока в VPN<sub>*n*</sub>,  $k = \overline{1, K}$ ,  $n = \overline{1, N}$ .

Перейдем к рассмотрению задач разделения пропускной способности. Задача имеет вид

$$\begin{aligned} & \min \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \tau_n^k(C_n) \\ & \sum_{n=1}^N C_n = C, \\ & 0 \leq C_n \leq C, \quad n = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (5)$$

В данном примере целевая функция — сумма средних времен передачи блоков данных всех типов во всех VPN. Это лишь одна из возможных целевых функций (стратегий). В таблице также приведены другие возможные стратегии.

Для простоты в рассмотренных моделях не используются веса, однако они могут быть введены. Также могут использоваться ограничения на вероятности блокировок и средние времена передачи блоков данных. Отметим, что для модели без ограничений ( $b_k = 0$ ,  $k = \overline{1, K}$ ) могут использоваться только первые две стратегии разделения, так как вероятности блокировок равны нулю.

На рис. 1 приведены результаты расчета примера для первых двух стратегий. Рассматривается модель трафика без ограничений. Пропускная способность делится между двумя VPN, в сети передаются блоки данных только одного типа. Для модели без ограничений среднее время передачи блока  $k$ -типа может быть рассчитано по формуле

$$\tau_n^k(C) = \frac{\theta_k}{C - \sum_{k=1}^K \lambda_n^k \theta_k}, \quad k = \overline{1, K}, \quad n = \overline{1, N}. \quad (6)$$

На рис. 1 а) изображена зависимость суммы средних времен от (стратегия 1), на рис. 1 б) — зависимость максимального времени передачи блока от (стратегия 2), а на рис. 1 в) — средние времена в VPN1 и VPN2 по отдельности. На графиках видно и аналитически может быть доказано, что для такой задачи решения для обеих стратегий совпадают. Также видно и может быть показано, что при оптимальном разделении ресурсов средние времена передачи блоков в двух VPN равны.

**Стратегии разделения пропускной способности**

№	Название стратегии	Целевая функция
1	Минимизация суммарного среднего времени передачи блоков данных	$\min \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \tau_n^k(C_n)$
2	Минимизация максимального среднего времени передачи блоков данных	$\min \max_{k=1, \dots, K, n=1, \dots, N} \tau_n^k(C_n)$
3	Минимизация средней величины вероятностей блокировок	$\min \frac{\sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \lambda_n^k \beta_n^k(C_n)}{\sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \lambda_n^k}$
4	Минимизация максимальной величины вероятности блокировки	$\min \max_{k=1, \dots, K, n=1, \dots, N} \beta_n^k(C_n)$
5	Максимизация обслуженной нагрузки	$\max \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \lambda_n^k \theta_k (1 - \beta_n^k(C_n))$

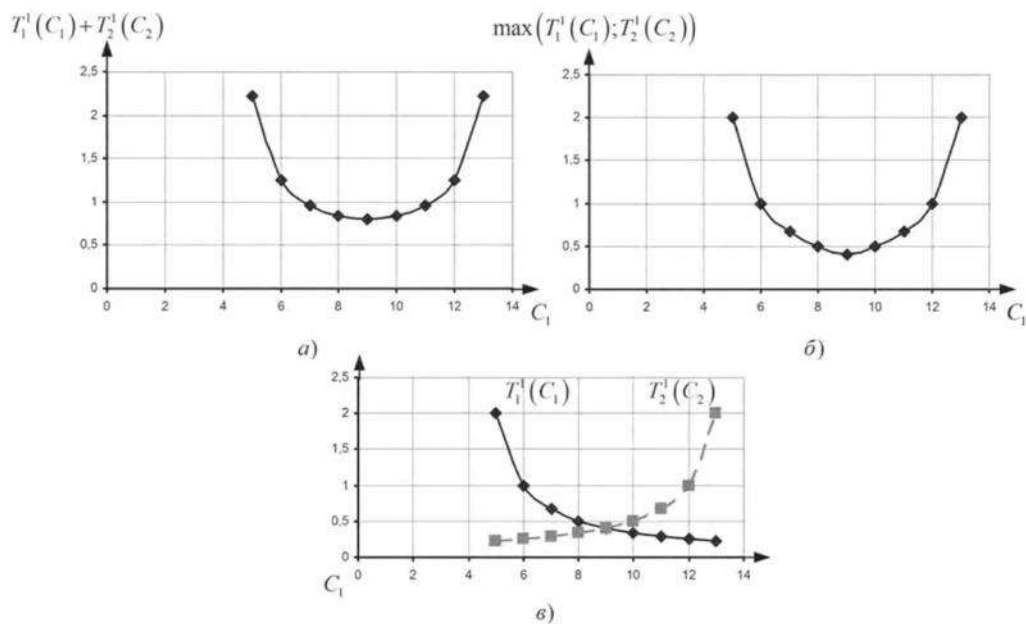


Рис. 1. а) Зависимость суммы средних времен от  $C_1$ ; б) Зависимость максимального среднего времени от  $C_1$ ; в) Зависимость средних времен от  $C_1$

### Заключение

В дальнейших исследованиях планируется рассмотрение стратегий разделения ресурсов, основанных на различных моделях эластичного трафика, как в одной VPN, так и в разных. Также в задаче разделения будут добавлены ограничения на параметры качества (границы для вероятностей блокировок и времени передачи блока данных). Еще одним важным открытым вопросом является решение задачи разделения ресурсов мультисервисной сети с эластичным трафиком.

### Литература

1. Башарин Г.П., Самуйлов К.Е., Яркина Н.В., Гудкова И.А. Новый этап развития математической теории телетрафика // Автоматика и телемеханика, 2009. — № 12. — С. 16-28.
2. Яшков С.Ф. Математические вопросы теории систем обслуживания

с разделением процессора // Итоги науки и техники. Серия "Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика", 1990. — № 29. — С. 3-82.

3. Baxma O.J., Gabor A.F., N??ez-Queija R., Tan H.P. Performance analysis of admission control for integrated services with minimum rate guarantees // Proc. of the 2nd Conference on Next Generation Internet Design and Engineering, Valencia, Spain, 3-5 April 2006. — P. 41-47.

4. Luzzgachev M., Samouylov K. On the resource allocation problem for a multiservice network link with unicast and multicast connections // Proc. of the International Conference on Ultra Modern Telecommunications, St-Petersburg, 12-14 October 2009.

5. Mitra D., Morrison J.A., Ramakrishnan K.G. Virtual private networks: joint resource allocation and routing design // Proc. of the 18th Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies, New York, USA, 21-25 March 1999. — Vol. 2. — P. 480-490.

6. Vassilakis V., Moscholis I., Logothetis M. Call-level performance modeling of elastic and adaptive service-classes with finite population // IEICE Transactions on Communications. — 2008. — Vol. 91-B, №1. — P.151-163.