

Поведенческие модели ценообразования активов.

A.V. СОЛОДУХИНА,

к.э.н., преподаватель,

руководитель магистерской программы «Когнитивная экономика»,

Московский Государственный Университет им. М.В.Ломоносова,

экономический факультет.

e-mail: asolodukhina@gmail.com

Аннотация

В статье исследуются возможности поведенческой парадигмы в моделировании ценообразования на рынке капитала, а также в объяснении аномалий и загадок рынка, до сих пор не решенных в рамках неоклассической парадигмы. На примере конкретной поведенческой модели (Barberis, Huang and Santos) демонстрируется способ инкорпорирования иррациональных ожиданий и решений инвесторов в модель. На основе анализа подходов и модели делаются выводы о возможностях поведенческого подхода, его достоинствах и недостатках.

Ключевые слова: поведенческие финансы, аномалии фондового рынка, моделирование ценообразования активов, нерациональные ожидания, нерациональные предпочтения, нерациональный экономический агент.

Международная классификация: G12.

Behavioral capital asset pricing models.

A.V. SOLODUKHINA,

Ph.D. in economics, teacher,

head of the master program “Cognitive Economics”,

Moscow State University named by M.V.Lomonosov,

Economic department, chair “Finance and credit”.

e-mail: asolodukhina@gmail.com

Annotation

In the article we examine capabilities of the behavioral approach in capital assets prices modeling and explaining anomalies and market puzzles, that remain unsolved in the neoclassical paradigm. Analyzing the behavioral model by Barberis, Huang and Santos we demonstrate the possible ways to incorporate irrational expectations and peculiarities of investors' decisions into

a model. The research allows to make inferences about capabilities of behavioral approach, its advantages and drawbacks.

Keywords: behavioral finance, stock market anomalies, asset pricing modeling, irrational expectations, irrational preferences, irrational economic agent.

JEL Classification: G12.

С тех пор как Г. Саймон (H. Simon), Д. Канеман и А. Тверски (D. Kahneman and A. Tversky) опубликовали работы, демонстрирующие ограниченную рациональность людей и ставящие под сомнение предпосылку, лежащую в основе всех неоклассических теорий и моделей, прошло почти полвека. За это время изложенные ими идеи дали начало новому направлению в экономической теории - поведенческим финансам, которые прошли трудный путь от «псевдонауки» до признания в научном сообществе. Сразу несколько ученых, развивающих идеи поведенческих финансов - Г. Саймон, Р. Зелтен (R. Selten) и Д. Канеман, - были удостоены Нобелевской премии. Их работы способствовали активизации исследований в области процесса принятия решений экономическими агентами, а также поведения фондовых рынков. Примечательно, что, несмотря на различие выборок, рынков и периодов анализа, исследователи регистрировали одинаковые явления, не укладывающиеся в рамки гипотезы эффективного рынка и противоречащие модели CAPM. На основании этих аномалий приверженцы поведенческой школы указывают на необходимость признания нерациональности (или ограниченной рациональности) экономических агентов и неэффективности рынка капитала. Тем не менее, главной проблемой поведенческой парадигмы (и ее уязвимым местом в полемике с неоклассической школой) остается отсутствие собственной модели ценообразования. Поэтому интересно выявить возможности моделирования ценообразования в рамках поведенческой парадигмы.

Аномалии фондового рынка: решения неоклассиков и бихейвиористов.

К текущему моменту накопилось достаточно свидетельств систематической нерациональности человека, а также «провалов» гипотезы эффективного рынка. Однако, в силу построения самой гипотезы ее несостоятельность доказать невозможно, впрочем, равно как и ее состоятельность¹, поэтому полемика относительно того, свидетельствуют ли обнаруженные явления о неэффективности рынка или нет, до сих пор не прекращается.

¹ Подробно данная идея изложена в книге Т. Бернхэма «Подлые рынки и мозг ящера» (стр. 67—83).

В многообразии таких явлений, которые получили название *аномалий фондового рынка*, можно выделить несколько групп:

1. отдельные случаи, устанавливающие отклонение рыночной цены актива от внутренней стоимости: в частности, хрестоматийный случай со связанными акциями компаний Роял Датч (*Royal Dutch*) и Шелл Транспорт (*Shell Transport*) (Froot and Dabora, 1999), или столь же известный случай отделения Palm Inc. от 3Com (Wurgler and Zhuravskaya, 2002), а также эффект включения акций в индекс (Harris and Gurel, 1986, Shleifer, 1986; Kaul, Mehrotra and Morck, 2000).
2. закономерности функционирования фондовых рынков, которых, согласно гипотезе эффективного рынка, не может существовать, поскольку движение цен на активы непредсказуемо и вся известная на текущий момент информация моментально отражается в цене и никак не связана с будущими колебаниями цены актива. К таким закономерностям, систематически проявляющимся на рынке, относятся эффект размера (*size effect*) (Banz, 1981), сверхреакция (*overreaction*) (DeBondt and Thaler, 1985), эффект объявления финансовых результатов (*post-earnings announcement drift*) (Bernard and Thomas, 1989), а также способность ценовых соотношений (то есть финансовых коэффициентов, содержащих в себе информацию о стоимости акции, – например, «балансовая стоимость к рыночной» или «цена к доходам» компании) предсказывать дальнейшую динамику рыночной стоимости актива (Basu, 1983; Rosenberg, Reid and Lanstein, 1985), и некоторые другие. Все перечисленные выше явления свидетельствуют о том, что на основании определенных параметров компании – размера, предыдущего функционирования относительно других торгуемых на рынке компаний, «ценовых» коэффициентов, хороших или плохих финансовых результатов, объявленных рынку, - можно предсказывать динамику ее рыночной стоимости в краткосрочной и долгосрочной перспективе.
3. «загадки рынка» (*puzzles*) – аномалии, ставящие под сомнение основополагающие связи, используемые в неоклассических моделях и теориях. К таковым относятся загадка премии за риск (*the equity premium puzzle*) и загадка волатильности (*volatility puzzle*).

Неоклассики ответили на выявленные аномалии разработкой нескольких моделей. Во-первых, это трехфакторная модель Фамы и Френча (Fama and French, 1996). Принцип ее построения заключается в аддитивном прибавлении к выражению, описывающему равновесие в модели CAPM, двух факторов: размера капитала компании и соотношения «балансовая стоимость к рыночной». Однако, подобную попытку нельзя назвать удачной,

поскольку выбранные факторы коррелируют (показатель капитала компании напрямую связан с соотношением «балансовая стоимость - рыночная стоимость») со всеми вытекающими отсюда последствиями (проблема мультиколлинеарности, низкая статистическая значимость коэффициентов и достоверность модели в целом). Кроме того, введение в модель новых факторов подразумевает существование новых рисков, за которые инвесторы требуют дополнительную премию. Такими рисками Фама и Френч объявляют риск банкротства (*distress risk*) и списывают на него всю необъясненную в CAPM премию. Однако премия за риск банкротства учитывается в CAPM в рыночной премии, которая также присутствует в модели Фамы-Френча.

Еще одной альтернативной моделью, созданной в рамках неоклассической теории и призванной защитить ее, является модель Кархарта (Carhart, 1997). Кархарт пошел по пути Фамы и Френча и создал четырехфакторную модель, добавив к числу факторов модели Фамы-Френча еще один: спред между доходностью портфеля акций, показавшего наиболее высокие доходности за предыдущие несколько месяцев, и доходностью портфеля «худших» акций по результатам предыдущих нескольких месяцев. Так, модель Кархарта претендует на объяснение не только эффекта размера и эффекта «ценовых соотношений», но и эффекта сверхреакции. В данном случае возникают те же проблемы, что и в случае трехфакторной модели Фамы-Френча: мультиколлинеарность и, как результат, низкая статистическая значимость коэффициентов и модели в целом.

Таким образом, моделям, образованным на основе CAPM путем аддитивного включения специфических факторов риска, присуще искажение оценок (в результате коррелированности факторов). Кроме того, они, как и другие неоклассические модели, не могут объяснить чрезмерно высокой премии за риск и столь же чрезмерно высокой волатильности стоимости акций, то есть так называемые «загадки рынка». Между тем, экономисты поведенческой школы обращаются к базовым психологическим особенностям человека – особенностям восприятия, памяти, внимания и эмоций, - и предлагают интересные решения.

Загадка премии за риск (*equity premium puzzle*) обнаружена исследователями Мера и Прескотт (Mehra and Prescott, 1985) и является наиболее известной. При изучении исторических данных они заметили, что разрыв между доходностью рискованных активов несравненно больше, чем можно было ожидать на основе неоклассических моделей ценообразования. В частности, в США реальная доходность акций за период с 1926 г. по начало 90-х составляла примерно 7%, в то время как доходность облигаций – всего лишь 1%. Мера и Прескотт оценили, что для того чтобы объяснить такую существенную величину премии за риск, коэффициент неприятия риска у репрезентативного инвестора

должен быть чрезвычайно высок, порядка 50, тогда как в реальности коэффициент неприятия риска, как было выявлено экспериментально, варьируется около 2 (Kahneman and Tversky, 1979).

С момента опубликования работы Мера и Прескотт предпринимались различные попытки найти объяснение этой аномалии, в том числе и в рамках поведенческого подхода (Constantinides, 1990; Epstein and Zin, 1990). Наиболее успешным и интересным нам представляется объяснение, предложенное Бенарци и Тэйлором (Benartzi and Thaler, 1995). Допустим, инвестор ежедневно отслеживает изменение стоимости своего портфеля. Тогда он, скорее всего, будет неудовлетворен своим портфелем, поскольку, если посмотреть на динамику стоимости акций на ежедневной основе, акции падают и растут примерно одинаковое количество раз; согласно теории перспектив, а именно концепции неприятия потерь (*loss aversion*), падение стоимости воспринимается инвестором примерно в 2 раза болезненнее, чем эквивалентный рост. В результате инвестор переоценивает риск активов, которые входят в его портфель, и требует завышенную премию за риск. Бенарци и Тэйлор обнаружили, что если бы горизонт инвестора (то есть частота, с которой он отслеживает изменение стоимости своего портфеля) составлял 20 лет, то премия за риск упала бы до 1,5%. Однако, в реальной жизни для большинства инвесторов характерен короткий горизонт инвестирования, что и объясняет столь большой размер премии за риск. На основании результатов данного исследования можно сделать вывод о том, что неоклассические модели не могут объяснить чрезмерно высокую премию за риск, наблюдаемую на реальных данных, потому что не учитывают специфику восприятия инвестором принимаемого на себя риска – в данном случае связи риска с горизонтом инвестора и его неприятию потерь.

Еще одной загадкой для неоклассической теории финансов является тот факт, что доходность акций, так же как и соотношение «цена – дивиденд», характеризуется высокой волатильностью, который получил название «загадка волатильности» (*volatility puzzle*). Шиллер (Shiller, 1981), а также Ле Рой и Портер (Le Roy and Porter, 1981) первыми отметили невозможность объяснить историческую волатильность акций в рамках модели, в которой инвестор рационален, а дисконтирующий фактор является постоянной величиной.

Представители поведенческой школы, в свою очередь, предложили два подхода к разгадке этой аномалии: (1) допускающий нерациональность инвесторов в области предположений (*beliefs*) (а именно вводя в анализ завышенные и затем корректируемые оценки средней прироста дивидендов, что приводит к феномену сверхреакции на рынке и вызывает в итоге волатильность); и (2) допускающий нерациональность предпочтений

инвесторов. Второй подход, ориентированный на *предпочтения* инвестора, применили Барберис, Хуанг и Сантос (Barberis, Huang and Santos, 2001). Отметим, что ключевым элементом их модели, позволившим объяснить загадку волатильности, является функция неприятия потерь, которая, согласно результатам эмпирических исследований, изменяется во времени, поскольку восприятие текущих результатов зависит от предыдущих исходов (подробнее модель будет рассмотрена ниже).

Итак, большинство аномалий, выявленных в результате пространственного анализа (cross-sectional) доходностей, не нашли удовлетворительного ответа в рамках неоклассической парадигмы. Предложенные модификации неоклассических моделей, такие как многофакторные модели Фамы-Френча и Кархарта, могут объяснить лишь часть аномалий, но оказываются несостоятельными при их проверке на агрегированных данных фондового рынка. Более того, подход, лежащий в основе данных моделей является больше эконометрическим, чем фундаментальным. Между тем подходы, разработанные в рамках поведенческой парадигмы, позволяют объяснить как «пространственные» аномалии, так и «загадки рынка».

Поведенческий подход к моделированию процесса ценообразования, разработанные в поведенческих финансах.

Модели, разработанные в рамках поведенческих финансов, основываются на двух положениях:

- *во-первых*, они постулируют нерациональное, или ограниченно рациональное, поведение, по крайней мере, части инвесторов, которое определяется нерациональными предпочтениями или нерациональными ожиданиями;
- *во-вторых*, предполагается, что рациональные участники рынка со стандартными предпочтениями ограничены в возможности компенсировать нерациональные действия другой группы инвесторов, т.е. арбитраж ограничен – в силу определенных рисков, а также издержек и законодательных ограничений². Таким образом, нерациональные инвесторы способны влиять на стоимость актива, в результате чего рыночная стоимость может существенно отклоняться от внутренней на длительное время.

² Теория ограниченного арбитража (Limited arbitrage theory) предложена Шляйфером и Вишны (Shleifer and Vishny, 1997) и опубликована за год до мирового финансового кризиса 1998 года, который достаточно ярко продемонстрировал ограничения арбитража в действии. Так, именно ограниченность арбитража привела к краху самый знаменитый и успешный до 1998 года хедж-фонд LTCM (Long-Term Capital Management), идеологами которого были Нобелевские лауреаты М.Шоулз и Р.Мертон, верящие в гипотезу эффективных рынков и строящие инвестиционные стратегии фонда исходя из этой предпосылки.

В поведенческих финансах можно выделить два подхода к введению нерациональности инвесторов в модели ценообразования: 1) через предпочтения и 2) через ожидания.

Модели, в которые иррациональность вводится через *предпочтения*, основываются по большей части на теории перспектив Канемана и Тверски. В частности, эти модели используют две идеи, предложенные Канеманом и Тверски: (1) концепцию неприятия потерь; (2) идею оценки индивидом не общего уровня благосостояния, достигнутого в результате инвестирования, а изменения благосостояния, причем относительно некой "базы сравнения" (reference point).

Разные модели также используют различные аргументы целевых функций инвестора при спецификации. Общим подходом является введение в функцию полезности благосостояния инвестора в качестве ее аргумента (наряду с потреблением). То есть предполагается, что инвестор заботится не только об уровне потребления (как в неоклассических потребительских моделях), но и о финансовом благосостоянии.

Другим направлением моделирования процесса ценообразования в поведенческих финансах является включение в модель *иррациональных ожиданий*. Многие модели в этой области работают с частичным равновесием и предполагают, что цены на акции формируются на уровне дисконтированной величины ожидаемых в будущем дивидендов. Такая предпосылка, по сути, сводит модели к зависимости между ценой и ожиданиями инвесторов относительно величины дивидендов, в результате, факторы, оказывающие влияние на формулирование ожиданий инвестора, определяют цену актива. Одной из таких моделей является модель Барски и ДеЛонга (Barsky and De Long, 1993).

Более сложной задачей является построение модели, которая учитывает два эффекта одновременно - например, эффект ценовых соотношений и эффект инерции. Барберис, Шляйфер и Вишны (Barberis, Shleifer and Vishny, 1998) предложили модель, в которой инвесторы, формируя свои ожидания, пользуются двумя различными моделями дивидендов: одна модель предполагает отрицательную автокорреляцию роста дивидендов (поэтому дивиденды колеблются вокруг своего среднего значения), вторая – положительную автокорреляцию. В действительности же изменение дивидендов, по мнению авторов, описывается случайным блужданием, так что обе модели не соответствуют реальному поведению дивидендов: первая модель приводит к недостаточной реакции (underreaction) на новости о величине дивидендов, а вторая – к чрезмерной реакции (overreaction).

Другие авторы – Дэниел, Хиршляйфер и Субраманиам (Daniel, Hirshleifer, and Subrahmanyam, 1998) – предположили, что на рынке действуют инвесторы, которые

совершают операции на основании как публичной информации, так и личного мнения (в том числе интуиции). В данной модели все инвесторы самоуверенны и придают непропорционально большой вес личной “информации” по сравнению с общедоступной информацией. Более того, самоуверенность инвестора повышается, когда публичная информация совпадает с их личной информацией, и незначительно снижается в противном случае. В результате в краткосрочном периоде возникает эффект сверхреакции, и, только когда публичная информация перевешивает личную информацию инвестора (в его восприятии), инвесторы пересматривают свои оценки и отклонение уменьшается. Таким образом данная модель воспроизводит эффект инерции в краткосрочном периоде и “эффект переворота” в долгосрочном периоде.

Поведенческая модель ценообразования на рынке долгосрочных активов Барбериса, Хуанга и Сантоса (Barberis, Huang, Santos, 2001).

Модель Барбериса, Хуанга и Сантоса выбрана для рассмотрения, поскольку она относительно проста, но при этом в ней наиболее реалистично отражен принцип функционирования рынка капитала с действующими на нем нерациональными инвесторами. Кроме того, в модели учтены особенности формирования ожиданий и предпочтений нерационального инвестора, а именно:

- Неприятие потерь;
- Оценивание инвестором не общего благосостояния, а изменения благосостояния;
- Оценивание инвестором изменения благосостояния относительно «базы сравнения».

Также в данную модель ценообразования включены следующие элементы:

- Характерные для инвесторов короткие горизонты;
- Восприятие изменения благосостояния в зависимости от предыдущих результатов инвестирования.

Все это позволяет модели в конечном итоге объяснить аномалии и загадки рынка. Интересен не только результат и объясняющая способность модели, но и принцип ее построения, способ математической формализации нерациональных особенностей, а потому эти моменты будут рассмотрены нами достаточно подробно.

Исходным пунктом для авторов служит традиционная потребительская модель ценообразования, разработанная Лукасом (Lucas, 1978). В частности, в модели рассматривается репрезентативный агент, который на начало каждого периода t располагает благосостоянием W_t (время является дискретным и длина периода полагается

равной году). Свое благосостояние W_t агент распределяет между потреблением C_t и инвестированием в активы: рискованные (сумма инвестирования I_t) и безрисковые (сумма, оставшаяся после потребления и инвестирования в рискованные активы). Соответственно, благосостояние на начало следующего периода W_{t+1} складывается из дохода, полученного в результате инвестирования в периоде t : в рискованные активы ($I_t \cdot R_{t+1}$) и в безрисковые активы $(W_t - C_t - I_t) \cdot R_f$. Таким образом, мы получаем бюджетное ограничение вида:

$$W_{t+1} = (W_t - C_t - I_t) \cdot R_f + I_t \cdot R_{t+1} \quad (1)$$

где W_t – общее благосостояние индивида на начало периода t (включая финансовое благосостояние инвестора),

I_t – сумма, инвестированная в активы в период t ,

R_{t+1} – доходность актива, рассчитанная за период с t по $t+1$,

C_t – объем потребления индивидом товаров и услуг.

Так, индивид в каждый период t принимает решение, как ему распределить величину своего дохода между потреблением и инвестированием. Решение зависит от того, как много инвестор хочет потреблять в текущем периоде и насколько он склонен отказаться от текущего потребления в пользу будущего, т.е. от межвременной нормы замещения. Также решение индивида о распределении благосостояния зависит от его отношения к риску. Таким образом, при конструировании функции полезности индивида должны быть учтены оба элемента – потребление и восприятие изменения стоимости инвестиционного портфеля, или финансового благосостояния. Интегрируя разработки потребительских моделей ценообразования и теорию перспектив, авторы получают следующее выражение для целевой функции индивида:

$$U = E \left[\sum_{t=0}^{\infty} \left(\rho^t \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} + b_t \cdot \rho^{t+1} \cdot v(X_{t+1}) \right) \right], \quad (2)$$

где ρ – дисконтирующий фактор;

X_{t+1} – это изменение финансового благосостояния между периодом t и $t+1$ в абсолютном выражении;

γ – неприятие риска относительно шоков потребления ($0 < \gamma \leq 1$);

$v(X_{t+1})$ – функция субъективного восприятия индивидом изменения финансового благосостояния;

b_t – масштабирующий коэффициент, обеспечивающий сопоставимость величин потребления и изменений финансового благосостояния.

Итак, удовлетворение (или удовольствие) инвестора, описанное выражением (2), включает:

- во-первых, «удовлетворение», получаемое индивидом от потребления, которое записано в степенном виде - стандартном для целевых функций в потребительских моделях ценообразования,
- во-вторых, «удовлетворение» от изменений финансового благосостояния.

Восприятие инвестором изменения своего финансового благосостояния заслуживает отдельного, более подробного рассмотрения.

Восприятие инвестором колебаний стоимости инвестиционного портфеля

Функция $v(X_{t+1})$ отражает субъективное восприятие индивидом изменения стоимости его инвестиционного портфеля, причем реакция индивида на увеличения стоимости и уменьшения несимметрична, как это было предложено Канеманом и Тверски в их теории перспектив. В целях упрощения экспериментально полученная кривая заменяется на ее линейную аппроксимацию, при этом сохраняется основополагающая характеристика функции: несимметричность восприятия потерь и выигрышей, которая отражает идею *неприятия потерь*.

Подчеркнем также, что функция $v(X_{t+1})$ оперирует не суммарной величиной благосостояния, а *изменениями* – уменьшениями или увеличениями благосостояния, что отражает важную особенность восприятия человека, выявленную Канеманом и Тверски. Немаловажно то, *как* индивид оценивает эти изменения финансового благосостояния, т.е. величину X_{t+1} .

Оценка изменений стоимости портфеля. Инвестор отслеживает изменения в стоимости портфеля каждый год³ и получает некое удовлетворение (или разочарование) от этих изменений. Теперь формализуем величину X_{t+1} : допустим, на момент t сумма, инвестированная в портфель рискованных активов, составляет I_t . К моменту времени $t+1$ стоимость портфеля становится равной $I_t * R_{t+1}$. Инвестор соотносит эту сумму с некой «базой сравнения» (reference point), в качестве которой в модели выбран альтернативный гарантированный доход, т.е. доход, который инвестор получил бы от вложений в безрисковый актив, $I_t * R_f$. Следовательно, восприятие инвестором изменений стоимости портфеля выражается следующим образом:

³ Такой инвестиционный горизонт предложили в своем исследовании Бенарци и Тэйлор (Benartzi and Thaler, 1995): по мнению авторов, такой горизонт наиболее соответствует действительности, поскольку именно один год составляет налоговый период, а также финансовый, на основе которого институциональные инвесторы оценивают деятельность управляющих.

$$v(X_{t+1}) = \begin{cases} I_t \cdot R_{t+1} - I_t \cdot R_f, & \text{если } X_{t+1} \geq 0 \\ \lambda(I_t \cdot R_{t+1} - I_t \cdot R_f), & \text{если } X_{t+1} \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

Принятое упрощение о линейности функции восприятия позволяет выразить данную функцию в терминах доходности:

$$v(R_{t+1}) = \begin{cases} R_{t+1} - R_f, & \text{если } R_{t+1} \geq R_f \\ \lambda(R_{t+1} - R_f), & \text{если } R_{t+1} < R_f \end{cases} \quad (5)$$

Теперь обратимся к рассмотрению непосредственно восприятия инвестором, а именно зависимости этого восприятия от предыдущих результатов инвестирования.

Влияние предыдущих результатов инвестирования. Как выяснили представители поведенческой школы (и что кажется вполне естественным на интуитивном уровне), предыдущий опыт инвестирования влияет на восприятие текущих выигрышей и проигрышей (в терминах изменения стоимости портфеля), и соответственно на отношение к риску (Thaler and Johnson, 1990). Отношение к риску не является неизменной величиной - оно меняется во времени в зависимости от предыдущих изменений стоимости портфеля. Предыдущий выигрыш воспринимается инвестором как некий фонд (или, как назвали это Тэйлор и Джонсон, "house money"), средствами из которого можно безболезненно компенсировать проигрыш в случае неудачи ("house money effect"). Между тем предыдущий проигрыш заставляет инвестора более болезненно воспринимать очередную неудачу, поскольку в его восприятии проигрыши накапливаются.

Барберис, Хуанг и Сантос используют в своей модели данную идею и представляют восприятие изменений финансового благосостояния как функцию от времени, этим достигается эффект изменчивости отношения инвестора к риску. В свою очередь, непостоянное отношение к риску позволяет ввести в модель механизмы сверхреакции и недостаточной реакции, которыми и обуславливается волатильность цен на фондовом рынке. В результате данная модель позволяет объяснить загадку волатильности, в отличие от моделей с постоянным коэффициентом риска (например, модель Бенарци-Тэйлора (Benartzi and Thaler, 1995)).

Для того чтобы формализовать данную идею, авторы рассматривают последовательно а) случай, когда в предыдущем периоде инвестор оказался в выигрыше, и б) случай, когда в предыдущем периоде инвестор оказался в проигрыше. О том, в выигрыше инвестор или нет, авторы судят по соотношению текущей стоимости портфеля и некоторого уровня Z_t , принятого инвестором за «нормальный». В качестве Z_t инвестор может принять, к примеру, текущую стоимость рыночного портфеля или сумму инвестиций, которую он вложил в самом начале, скорректированную на темп инфляции и т.д. Тогда, в случае

выигрыша (т.е. $I_t > Z_t$) последующие проигрыши воспринимаются менее болезненно (или, если говорить в терминах теории перспектив, без умножения на коэффициент неприятия потерь λ), поскольку они могут быть скомпенсированы (в том числе морально) величиной предыдущих выигрышей, $I_t - Z_t$. В связи с этим инвестор становится менее не приемлющим риск, чем обычно. И, наоборот: в случае проигрыша ($I_t < Z_t$), последующие потери воспринимаются более болезненно и инвестор проявляет большее неприятие риска, чем обычно. Таким образом, восприятие последующих изменений стоимости портфеля зависит от соотношения величин I_t и Z_t , т.е. от соотношения $\frac{Z_t}{I_t}$, которое мы обозначим z_t . Авторы вводят данный аргумент в функцию восприятия изменений финансового благосостояния и обозначают ее как $\hat{v}(R_{t+1}, z_t)$. Теперь специфицируем ее.

А) Допустим, по результатам предыдущего периода инвестор оказался в выигрыше (т.е. $z_t \leq 1$), и на начало текущего периода t стоимость портфеля составляет I_t . Если в текущем периоде стоимость портфеля снова увеличивается, то инвестор воспринимает этот прирост линейно, без множителей:

$$\hat{v}(R_{t+1}, z_t) = R_{t+1} - R_f, \text{ если } R_{t+1} \geq z_t \cdot R_f \quad (6)$$

Если, напротив, в текущем периоде стоимость портфеля упала, то часть этого проигрыша в восприятии инвестора покрывается суммой предыдущих выигрышей, т.е. $I_t - Z_t$, а оставшаяся часть (если проигрыш превышает величину $I_t - Z_t$) воспринимается с учетом коэффициента неприятия потерь, т.е.

$$\hat{v}(R_{t+1}, z_t) = (z_t R_f - R_f) + \lambda(R_{t+1} - z_t R_f), \text{ если } R_{t+1} < z_t \cdot R_f \quad (7)$$

Объединив полученные выражения (6) и (7), мы получаем систему, описывающую восприятие инвестором изменений его финансового благосостояния в случае предыдущего выигрыша:

$$\hat{v}(R_{t+1}, z_t) = \begin{cases} (z_t R_f - R_f) + \lambda(R_{t+1} - z_t R_f), & \text{если } R_{t+1} \geq z_t \cdot R_f \\ R_{t+1} - R_f, & \text{если } R_{t+1} < z_t \cdot R_f \end{cases} \quad (8)$$

Б) Если инвестор по результатам предыдущего периода оказался в проигрыше, т.е. $z_t > 1$, то дальнейшие проигрыши воспринимаются им более болезненно, чем обычно, т.е. коэффициент неприятия потерь в этом случае зависит от размера предыдущего проигрыша, который определяется величиной z_t . Таким образом, отношение инвестора к риску определяется функцией неприятия риска $\lambda(z_t)$. Функция $\lambda(z_t)$ является возрастающей по z_t , поскольку, большая величина z_t соответствует большей величине

проигрыша в предыдущем периоде, а чем больше размер предыдущего проигрыша, тем болезненнее инвестор воспринимает дальнейшие проигрыши. Для простоты функция неприятия риска полагается линейной по z_t , для определенности авторы записывают ее в простейшем виде:

$$\lambda(z_t) = \lambda + k(z_t - 1) \quad (9)$$

Тогда функция восприятия изменений финансового благосостояния в случае предшествующего проигрыша имеет вид:

$$\hat{v}(R_{t+1}, z_t) = \begin{cases} R_{t+1} - R_f, & \text{если } R_{t+1} \geq R_f \\ \lambda(z_t)(R_{t+1} - R_f), & \text{если } R_{t+1} < R_f \end{cases} \quad (10)$$

Безусловно, величина Z_t , относительно которой инвестор оценивает, в выигрыше он или в проигрыше, также изменяется во времени: в периоды, когда цены на акции сильно растут, инвестор повышает планку, определяющую удачливость инвестиций, но в меньшей степени, чем рост цен акций; и наоборот, в периоды сильных падений цен, инвестор снижает планку, но тоже в меньшей степени, чем падение цен. Отсюда следует динамика показателя z_t :

$$z_{t+1} = z_t \frac{\bar{R}}{R_{t+1}}, \quad (11)$$

где \bar{R} фиксированный параметр, представляющий собой доходность, сравнивая с которой инвестор определяет, «хорошую» доходность показал портфель, или «плохую». Выражение (11) означает следующее: если рискованные активы показывают *особенно* «хорошую» доходность (т.е. $R_{t+1} > \bar{R}$), то инвестор повышает критерий удачливости инвестиций Z_t , но в меньшей мере, чем растет стоимость рискованных активов (т.е. величина I_t), в результате чего переменная $z = \frac{Z}{I}$ уменьшается. И наоборот: в случае если рискованные активы показывают *особенно* «плохую» доходность (т.е. $R_{t+1} < \bar{R}$), инвестор снижает критерий удачливости инвестиций Z_t , но в меньшей мере, чем падает стоимость рискованных активов I_t , в результате чего переменная z увеличивается.

Далее Барберис, Хуанг и Сантос модифицируют выражение (11) для отражения параметров, которые определяют то, насколько сильно инвестор корректирует уровень Z_t по сравнению с изменениями цен на фондовом рынке:

$$z_{t+1} = \eta \left(z_t \frac{\bar{R}}{R_{t+1}} \right) + (1 - \eta)(1) \quad (12)$$

Когда $\eta=1$ выражение (12) сводится к выражению (11) и означает очень незначительную, осторожную корректировку уровня Z_t со стороны инвестора (что соответствует

поведению инвесторов консервативного типа). Когда $\eta=0$, то $z_{t+1} = 0$, что означает, что инвестор корректирует уровень Z_t в соответствии с ростом цен рискованных активов в пропорции один к одному (что описывает поведение оптимистичных или самоуверенных инвесторов). Таким образом, данная модификация позволяет регулировать степень корректировки уровня Z_t , варьируя параметр η между 0 и 1: чем больше η , тем незначительнее меняется уровень Z_t . Также параметр η можно проинтерпретировать как «память» инвестора: величина параметра определяет, насколько далеко в прошлое заглядывает инвестор, вспоминая свои предыдущие выигрыши и проигрыши и принимая инвестиционные решения на следующий период. Если значение η близко к нулю, то это означает, что инвестор быстро забывает прошлые колебания стоимости (или не придает им значения), и потому его отношение к риску не меняется; такой инвестор корректирует планку удачливости инвестиций Z_t приблизительно на величину роста или падения цен акций на рынке. Если же значение параметра η близко к единице, то инвестор помнит всю историю инвестирования, все выигрыши и проигрыши за этот период, и это определяет привычку незначительных корректировок уровня Z_t в ответ на сильный рост или падение цен на фондовом рынке.

Итак, с учетом внесенных коррективов в функцию восприятия инвестором изменений финансового благосостояния, целевая функция инвестора имеет вид:

$$E \left[\sum_{t=0}^{\infty} \left(\rho^t \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} + b_t \rho^{t+1} I_t \hat{v}(R_{t+1}, z_t) \right) \right]. \quad (13)$$

Положения модели

Итак, с учетом всего вышесказанного мы имеем целевую функцию инвестора, который получает полезность (или удовольствие) от потребления и изменений финансового благосостояния:

$$E \left[\sum_{t=0}^{\infty} \left(\rho^t \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} + b_t \rho^{t+1} I_t \hat{v}(R_{t+1}, z_t) \right) \right] \quad (14)$$

где $\hat{v}(R_{t+1}, z_t)$ - функция восприятия инвестором изменений стоимости его инвестиционного портфеля, или финансового благосостояния, которая для $z_t \leq 1$ имеет вид:

$$\hat{v}(R_{t+1}, z_t) = \begin{cases} (z_t R_f - R_f) + \lambda(R_{t+1} - z_t R_f), & \text{если } R_{t+1} \geq z_t \cdot R_f \\ R_{t+1} - R_f, & R_{t+1} < z_t \cdot R_f \end{cases} \quad (15)$$

и для $z_t > 1$:

$$\hat{v}(R_{t+1}, z_t) = \begin{cases} R_{t+1} - R_f, & \text{если } R_{t+1} \geq R_f \\ \lambda(z_t)(R_{t+1} - R_f), & R_{t+1} < R_f \end{cases}, \quad (16)$$

причем динамика переменной z_t определяется в соответствии с выражением:

$$z_{t+1} = \eta \left(z_t \frac{\bar{R}}{R_{t+1}} \right) + (1 - \eta)(1) \quad (17)$$

Таким образом, инвестор в данной модели в каждый момент t выбирает оптимальные объемы потребления C_t и инвестирования в рисковые активы I_t , максимизируя функцию полезности (15) при межвременном бюджетном ограничении:

$$W_{t+1} = (W_t - C_t - I_t) \cdot R_f + I_t \cdot R_{t+1} \quad (18)$$

При заданных условиях существует равновесие, в котором стоимость актива выражается следующим образом:

$$1 = \rho E_t \left[R_{t+1} \left(\frac{\bar{C}_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} \right] + \tilde{b} \rho E_t [\bar{v}(R_{t+1}, z_t)] \quad (19)$$

при этом безрисковая ставка определяется в соответствии со следующей формулой:

$$1 = \rho R_f E_t \left[\left(\frac{\bar{C}_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} \right] \quad (20)$$

или

$$R_f = \rho^{-1} e^{\gamma g - \gamma^2 \sigma^2 / 2}, \quad (21)$$

где g – среднее логарифмированного темпа роста агрегированного потребления,
 σ - стандартное отклонение темпов роста потребления.

Интерпретация положений модели

Согласно выражению (19), стоимость рискового актива определяется как дисконтированная величина ожидаемых будущих доходов от этого актива, взвешенных по коэффициенту межвременных предпочтений инвестора, а также по показателю, отражающему изменения финансового благосостояния инвестора за некоторый период. Сложность формулировки обуславливается тем, что в связи с нелинейностью зависимости функции $\bar{v}(R_{t+1}, z_t)$ от стоимости актива R_t , мы не можем выразить стоимость рискового актива R_t в явном виде и получить формализованный вид весов. Однако полученное выражение (19) можно интерпретировать в неявном виде. Для этого его необходимо рассмотреть покомпонентно.

Итак, стоимость актива определяется двумя компонентами:

$$\rho E_t \left[R_{t+1} \left(\frac{\bar{C}_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} \right] \text{ и } \tilde{b} \rho E_t [\tilde{v}(R_{t+1}, z_t)].$$

Соответственно, некая часть стоимости актива (скажем, $\alpha \cdot P_t$) формируется как дисконтированная величина ожидаемых будущих доходов, взвешенных по межвременному предпочтению репрезентативного инвестора. Это может быть получено в явном виде из первого компонента:

$$\begin{aligned} \alpha &= \rho E_t \left[R_{t+1} \left(\frac{\bar{C}_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} \right] = \rho E_t \left[\frac{P_{t+1} + D_{t+1}}{P_t} \left(\frac{\bar{C}_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} \right] \Rightarrow \\ \alpha P_t &= \rho E_t \left[(P_{t+1} + D_{t+1}) \left(\frac{\bar{C}_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} \right] \end{aligned}$$

То есть, чем больше инвестор ценит сегодняшнее потребление, тем ниже стоимость актива. Эта связь объясняется просто: если индивид предпочитает текущее потребление будущему, то он потребляет весь свой доход (или почти весь) на текущее потребление, не осуществляя инвестирования в рискованные активы. Т.е. спрос на рискованные активы отсутствует или незначителен, в связи с чем, стоимость актива на рынке падает. Единственное, что может заставить такого индивида инвестировать, это высокие ожидаемые доходы по активу. Если ожидаемая величина доходов, т.е. $E_t[(P_{t+1} + D_{t+1})]$, достаточно велика, чтобы компенсировать индивиду «моральный ущерб», связанный с недостаточным потреблением в текущем периоде (недостаточным относительно желаемого уровня потребления), то индивид будет инвестировать и стоимость актива увеличится.

Оставшуюся часть стоимости актива, т.е. $(1 - \alpha) \cdot P_t$, формирует второй компонент, т.е. $\tilde{b} \rho E_t [\tilde{v}(R_{t+1}, z_t)]$. Здесь мы видим, что во-первых, стоимость актива зависит от того, насколько индивид стремится преумножить свое благосостояние, т.е. от величины коэффициента \tilde{b} : больший коэффициент \tilde{b} соответствует большему желанию инвестора увеличить свое финансовое благосостояние. Такой инвестор большую часть средств вкладывает в рискованные активы, тем самым, увеличивая их текущую стоимость. Во-вторых, стоимость активов определяется опытом инвестирования индивида в предыдущих периодах (этот фактор характеризуется переменной z_t): если инвестиции на протяжении нескольких периодов были удачными и способствовали росту финансового благосостояния инвестора (т.е. $z_t \leq 1$), то инвестор охотно инвестирует в рискованные активы, в результате чего стоимость активов увеличивается. Если же, напротив, инвестор

на протяжении ряда периодов терпел неудачу и наблюдал сокращение своего финансового благосостояния (т.е. $z_t > 1$), то увеличившееся (в связи с чередой неудач) неприятие риска демотивирует его вкладывать средства в рискованные активы, и в результате стоимость активов падает. На стоимость актива также оказывает влияние «память» инвестора (которая определяется параметром η , присутствующая в функции $\hat{v}(R_{t+1}, z_t)$ в неявном виде), т.е. на основании скольких периодов он определяет, в выигрыше он или в проигрыше. Таким образом, вторая часть стоимости активов является дисконтированной величиной ожидаемых в будущем доходов по активу, взвешенных на коэффициент m , являющийся некой нелинейной функцией от желания индивида увеличить свое финансовое благосостояние и его удачливости в инвестировании в предыдущие периоды, т.е. $m = m(\tilde{b}_+, z_t)$.

Возможности эмпирической проверки и применения модели

Для оценки стоимости актива нам необходимо оценить следующие параметры модели:

- Во-первых, среднее и стандартное отклонение логарифмированного темпа роста агрегированного потребления, g и σ , соответственно. Обе величины возможно получить эмпирически на основе распределения агрегированного потребления.
- Во-вторых, параметр γ , характеризующий болезненность восприятия индивидом шоков потребления. Этот параметр используется для описания той части полезности, которую индивид получает от потребления, $\frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma}$. Это стандартная форма представления полезности в классических потребительских моделях ценообразования, в них данный параметр обычно оценивается на уровне 0.9.
- В-третьих, временной фактор дисконтирования, ρ . Величина этого параметра зависит от продолжительности периода в модели. В свою очередь, продолжительность периода зависит от характеристик оцениваемой экономики и менталитета индивидов, а именно от частоты получения доходов и принятия решения о распределении доходов между потреблением и инвестированием. Чем короче период, тем ближе параметр ρ к единице. К примеру, для агентов в российской экономике характерны ежемесячное получение доходов и применение агрессивных стратегий инвестирования (которые связаны с частым отслеживанием результатов инвестирования), в связи с чем, параметр ρ должен быть близок к единице.

- Наконец, в модели также присутствуют параметры, которые трудно оценить объективно, в частности, параметры k , η , \tilde{b} и \bar{R} . Так, параметр k , который определяет то, насколько меняется неприятие потерь инвестора в случае последовательных проигрышей (согласно выражению (9)), является субъективной величиной. Тем не менее, этот параметр может быть оценен с помощью проведения соответствующих экспериментов на достаточно репрезентативной выборке. То же самое касается оценки параметров η , \tilde{b} и \bar{R} .

В связи с тем, что часть параметров носит достаточно субъективный характер, предложенная модель не может быть использована на практике подобно тому, как применяется модель CAPM, т.е. в качестве формулы расчета ожидаемой доходности или стоимости актива. Подчеркнем, что технически на основе данной модели *можно* получить количественные оценки ожидаемой премии за риск, однако данные расчеты, безусловно, являются гораздо более сложными, чем в уравнении, предложенном CAPM, и их адекватность будет во многом зависеть от принятых значений параметров модели. Тем не менее, данная модель обладает рядом достоинств.

Во-первых, она дает более реалистичное представление о том, как происходит процесс ценообразования на рынке долгосрочных активов с учетом поведенческих особенностей участников рынка. Заметим, что включение в модель концепции неприятия потерь как динамической функции (что отражает сразу несколько особенностей ожиданий и предпочтений инвесторов) обеспечивает эмпирическую адекватность модели. В частности, модель позволяет объяснить загадку волатильности доходности рискованных активов и загадку премии за риск.

Во-вторых, модель позволяет объяснить, а также сделать прогнозные оценки некоторых показателей фондового рынка, исходя из определенных характеристик репрезентативного инвестора. В частности, модель позволяет оценить размер ожидаемой премии за риск и соотношения «цена-дивиденд».

В-третьих, модель устанавливает логические взаимосвязи между индивидуальными характеристиками поведения инвестора (или, т.к. в данной модели рассматривается репрезентативный агент, характеристиками поведения рынка как совокупности инвесторов) и параметрами рынка.

Заключение

В данной статье мы рассмотрели поведенческий подход к моделированию ценообразования на рынках капитала как альтернативный подход, позволяющий объяснить эмпирически выявленные аномалии и загадки фондового рынка. Также на

примере конкретной поведенческой модели мы проанализировали принцип введения иррационального поведения инвесторов в модель, а также возможности и границы применимости модели. Проведенный нами анализ выявил высокую объясняющую способность модели, внутреннюю логику, увязывающую поведение инвесторов и параметры рынка, но вместе с тем низкую применимость в связи со сложностью количественно оценить «психологические» параметры модели.

Список литературы:

1. Бернхем Т. Подлые рынки и мозг ящера: как заработать деньги, используя знания о причинах маний, паники и крахов на финансовых рынках / (пер. с англ. А.Ю.Заякина). – М.: Эксмо, 2008. – 400 с.
2. Shleifer, A. (2000), *Inefficient Markets: An Introduction to Behavioral Finance*, Oxford: Oxford University Press.
3. Banz, R. (1981), "The Relation between Return and Market Value of Common Stocks," *Journal of Financial Economics* 9, 3-18.
4. Barberis, N., Huang M., and T. Santos (2001), "Prospect Theory and Asset Prices," *Quarterly Journal of Economics* 116, 1-53.
5. Barberis, N., Shleifer, A. and R. Vishny (1998), "A Model of Investor Sentiment," *Journal of Financial Economics* 49, 307-343.
6. Barsky, R., and B. de Long (1993), "Why Does the Stock Market Fluctuate?," *Quarterly Journal of Economics* 108, 291-311.
7. Basu, S. (1983), "The Relationship between Earning Yield, Market Value, and Return for NYSE Common Stocks: Further evidence", *Journal of Financial Economics*, 12, 129-156.
8. Benartzi, S., and R. Thaler (1995), "Myopic Loss Aversion and The Equity Premium Puzzle," *Quarterly Journal of Economics* 110, 75-92.
9. Bernard, V. and J. Thomas (1989), "Post-Earnings Announcement Drift: Delayed Price Response or Risk Premium?" *Journal of Accounting Research* (Supplement), 1-36.
10. Carhart, M. (1997), "On Persistence in Mutual Fund Performance," *Journal of Finance* 52, 57-82.
11. Constantinides, G. (1990), "Habit Formation: A Resolution of the Equity Premium Puzzle," *Journal of Political Economy*, 98, 3, 519-543.
12. Daniel, K., Hirshleifer, D., and A. Subrahmanyam (1998), "Investor Psychology and Security Market Under- and Overreaction," *Journal of Finance*, Vol. 53, 1839-1885.
13. De Bondt, W. and R. Thaler (1985), "Does The Stock Market Overreact?" *Journal of Finance* 40, 793-808.

14. Epstein, L. and S. Zin (1990), "First-Order Risk Aversion and the Equity Premium Puzzle," *Journal of Monetary Economics*, 26, 387-407.
15. Fama, E. and K. French (1996), "Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies," *Journal of Finance* 51, 55-84.
16. Froot, K. and E. Dabora (1999), "How Are Stock Prices Affected by the Location of Trade?," NBER, Working paper No.6572.
17. Harris, L., and E.Gurel (1986), "Price and Volume Effects Associated with Changes in the S&P 500: New Evidence for the Existence of Price Pressure," *Journal of Finance* 41, 851-860.
18. Kahneman, D., and A. Tversky (1974), "Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biases," *Science* 185, 1124-31.
19. Kahneman, D., and A. Tversky (1979), "Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk," *Econometrica* 47, 263-91.
20. Kaul, A., Mehrotra V., and R. Morck (2000), "Demand Curves for Stocks Do Slope Down: New Evidence from an Index Weights Adjustment," *Journal of Finance* 55, 893-912.
21. LeRoy, S. and R. Porter (1981), "The Present Value Relation: Tests Based on Variance Bounds," *Econometrica* 49, 555-577.
22. Lucas, R. (1978), "Asset Prices in an Exchange Economy," *Econometrica* 46, 1429-1446.
23. Mehra, R., and E. Prescott (1985), "The Equity Premium: A Puzzle," *Journal of Monetary Economics*, 15, 145-161.
24. Rosenberg, B., Reid K., and R. Lanstein (1985), "Persuasive Evidence of Market Inefficiency", *Journal of Portfolio Management*, 11, 9-17.
25. Shiller, R. (1981), "Do Stock Prices Move Too much to be Justified by Subsequent changes in Dividends?" *American Economic Review* 71, 421-436.
26. Shleifer, A. (1986), "Do Demand Curves for Stocks Slope Down?" *Journal of Finance* 41, 579-590.
27. Shleifer, A. and R. Vishny (1997), "The Limits of Arbitrage," *Journal of Finance* 52, 35-55.
28. Thaler, R., and E. Johnson (1990), "Gambling with the House Money and Trying to Break Even: The Effects of Prior Outcomes on Risky Choice," *Management Science* 36, 643-660.
29. Tversky, A. and D. Kahneman (1981), "The Framing of Decisions and the Psychology of Choice," *Science* 211, 453-458.
30. Wurgler, J. and K. Zhuravskaya (2002), "Does Arbitrage Flatten Demand Curves for Stocks?" *Journal of Business*, University of Chicago Press, vol. 75(4), 583-608.