

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ КИНЕМАТИКИ ДЛЯ ШЕСТИЗВЕННОГО ШАРНИРНОГО РОБОТА-МАНИПУЛЯТОРА

Д.С. Воронкин

Описана последовательность действий, необходимых для решения обратной задачи кинематики, ориентированной на шестизвеного шарнирного робота-манипулятора.

Ключевые слова: метод, система координат, угол, расстояние, ось, параметры, звенья, манипулятор, робот, схват, вектор, матрица.

Обратная задача кинематики (далее ОЗК) заключается в расчёте обобщённых координат при заданных линейных и угловых координатах рабочего органа манипулятора. Эта задача является более сложной, чем прямая задача кинематики, поскольку может вести к неопределённости решения (т.е. одному и тому же положению рабочего органа в пространстве могут соответствовать разные конфигурации робота).

Геометрический метод решения ОЗК заключается в нахождении аналитических выражений в явном виде с использованием аппарата тригонометрических функций с учетом кинематической схемы манипулятора.

Исходными данными для решения ОЗК являются: Три линейные координаты, три угловые координаты, фиксированные параметры Денавита-Хартенберга.

Виду конструктивных особенностей шестизвеного шарнирного робота-манипулятора решение ОЗК геометрическим методом можно разделить на две подзадачи: решение ОЗК по положению (определение q_1 , q_2 , и q_3) и решение ОЗК по ориентации (определение q_4 , q_5 , и q_6). В данной статье будет рассмотрено только решение ОЗК по положению.

Стоит отметить, что в данном типе роботов последние три сочленения робота, расположены так, что оси их вращения пересекаются в одной точке. В данном случае, согласно выбранным системам координат, оси пересекаются в точке O_4 .

Воспользовавшись суммой векторов

$$P_6^0 = P_4^0 + d_6 R_6^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

выразим координаты точки O_4 :

$$P_4^0 = P_6^0 - d_6 R_6^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $P_4^0 = [X_4^0 \quad Y_4^0 \quad Z_4^0]^T$.

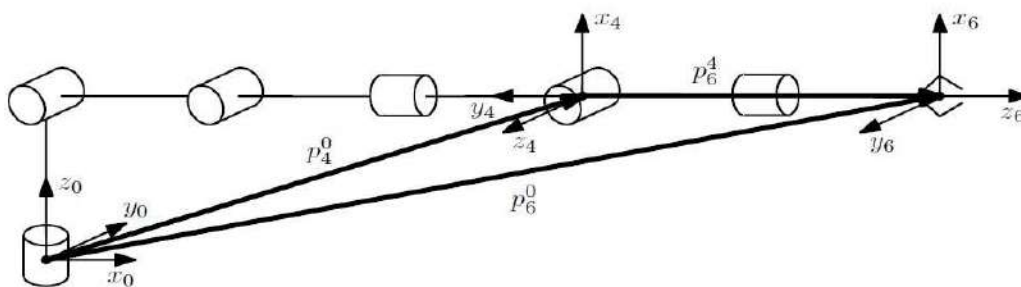


Рис. 1. Сумма векторов при кинематической декомпозиции

Проанализировав рис. 2, можно определить первую обобщённую координату с помощью выражения:

$$q_1 = \text{atan2}(Y_4^0, X_4^0). \quad (3)$$

Уже на этом этапе проявляется неопределённость решения ОЗК, поскольку существует второй способ расчёта этой координаты добавлением угла π , т.е разворотом манипулятора в первом сочленении на половину оборота:

$$q_1 = \text{atan2}(Y_4^0, X_4^0) + \pi. \quad (4)$$

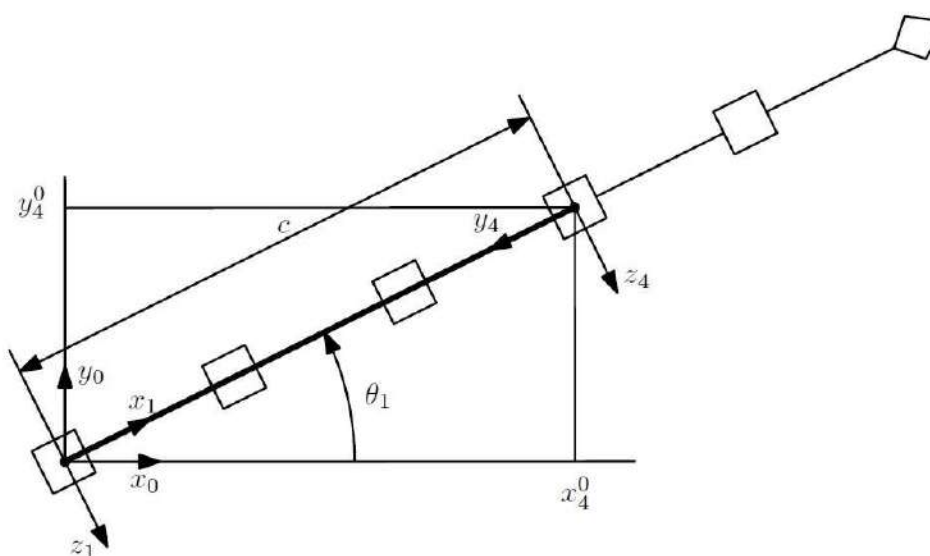


Рис. 2. Кинематическая схема: вид сверху

Стоит обратить внимание, что от выбора выражений (3) или (4) зависит вид соотношений для q_2 и q_3 . В данной статье будет использовано выражение (3).

Очевидно, что выражения (3) и (4) верны, если $X_4^0 \neq 0$ и $Y_4^0 \neq 0$, т.е когда направление вектора P_0^4 не совпадает с направлением Z_0 . Другими словами, использование этих соотношений возможно, если точка пересечения осей сферического запястья не лежит на оси Z_0 . В противном случае, говорят о сингулярной конфигурации манипулятора. Обобщённая координата q_1 при этом имеет бесконечное множество значений.

Стоит обратить внимание на следующие отрезки, изображённые на рис. 5 и 6, и обозначим их длины как:

$$a = \sqrt{(X_4^1)^2 + (Y_4^1)^2 + (Z_4^1)^2}, \quad (5)$$

$$b = (Z_4^0 - S_1), \quad (6)$$

$$c = \sqrt{(X_4^0)^2 + (Y_4^0)^2}. \quad (7)$$

Используя теорему Пифагора, запишем

$$a^2 = b^2 + c^2. \quad (8)$$

Используя теорему косинусов и формулу разности углов, запишем

$$a^2 = a_2^2 + S_4^2 - 2a_2S_4 \cos(\pi + q_3) = a_2^2 + S_4^2 + 2a_2S_4 \cos(q_3). \quad (9)$$

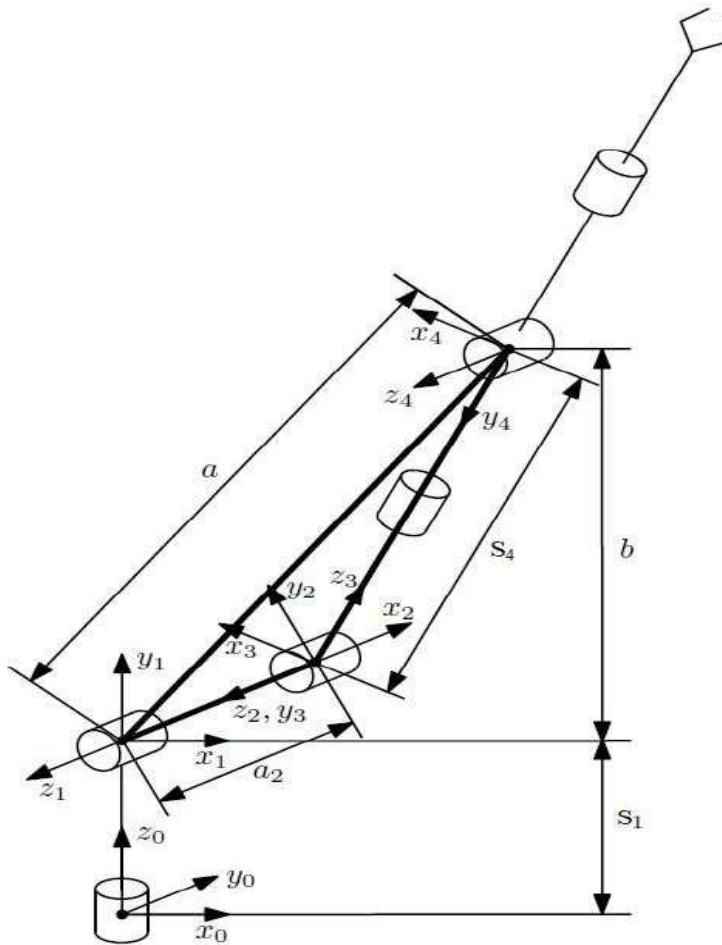


Рис. 3. Измененная конфигурация кинематической схемы

Откуда выразим $\cos(q_3)$:

$$\cos(q_3) = \frac{b^2 + c^2 - a_2^2 - d_4^2}{2a_2d_4}. \quad (10)$$

Используя основное тригонометрическое тождество

$$\sin^2(q_3) + \cos^2(q_3) = 1, \quad (11)$$

выразим $\sin(q_3)$:

$$\sin(q_3) = \pm \sqrt{1 - \cos^2(q_2)}. \quad (12)$$

В результате обобщённая координата q_3 может быть вычислена как

$$q_3 = \text{atan2}(\pm\sqrt{1 - \cos^2(q_3)}, \cos(q_3)). \quad (13)$$

Для определения q_2 рассмотрим разность двух углов:

угла α , образованного отрезками a и c ;

угла β , образованного отрезками a и a_2 .

Итак, выразим обобщённую координату q_2 :

$$q_2 = \alpha - \beta. \quad (14)$$

Принимая в расчёт тригонометрические выражения

$$\tan \alpha = \frac{b}{c}, \quad (15)$$

$$\tan \beta = \frac{S_4 \sin(q_3)}{c}, \quad (16)$$

перепишем (14) в виде

$$q_2 = \text{atan2}(b, c) - \text{atan2}(d_4 \sin(q_3), a_2 + d_4 \cos(q_3)), \quad (17)$$

Таким образом, в результате всех преобразований получаем тригонометрические выражения для расчёта первых трёх обобщённых координат робота-манипулятора q_1 , q_2 и q_3 .

Список литературы

1. Бурдаков С.Ф., Дьяченко В.А., Тимофеев А.Н. Проектирование манипуляторов промышленных роботов и роботизированных комплексов. М.: Высшая школа, 1986. 260 с.
2. Сочнев А.Н. Моделирование и исследование роботов и робототехнических систем. М., 2013. 56 с.
3. Борисов О.И., Громов В.С., Пыркин А.А. Методы управления робототехническими приложениями: учебное пособие. СПб.: Университет ИТМО, 2016. 108 с.
4. ГОСТ Р ИСО 8373-2014. Роботы и робототехнические устройства. Термины и определения. М.: Стандартинформ, 1991. 15 с.

Воронкин Денис Сергеевич, магистрант, voronkin.denis@yandex.ru, Россия, Тула, Тульский государственный университет

THE SOLUTION OF THE INVERSE KINEMATIC PROBLEM FOR SIX-MEMBERED ARTICULATED ROBOTIC MANIPULATOR

D.S. Voronkin

The sequence of actions necessary to solve the inverse problem of kinematics oriented on a six — link articulated robot-manipulator is described.

Key words: method, coordinate system, angle, distance, axis, parameters, links, manipulator, robot, tong, vector, matrix.

Denis Sergeevich Voronkin, master, voronkin.denis@yandex.ru, Russia, Tula, Tula State University