

УДК 519.6

## Алгоритм решения прямой задачи кинематики многосекционного манипулятора параллельной структуры

Лапиков А. Л., Пащенко В. Н.

\*

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

---

В статье рассмотрен вопрос решения прямой задачи кинематики многосекционных манипуляторов параллельной структуры. Описана структура подобных механизмов. Выявлены основные проблемы, возникающие при создании математических моделей данных манипуляторов. Предложен алгоритм, позволяющий получить положение и ориентацию подвижной платформы каждой секции (решение прямой задачи кинематики) в виде матрицы однородного преобразования. Выведены соотношения, описывающие переходы между смежными секциями манипулятора. Рассмотрен пример для трехсекционного механизма, в качестве секций которого выступают платформенные манипуляторы с шестью степенями свободы.

**Ключевые слова:** манипуляторы параллельной кинематики, многосекционные манипуляторы параллельной структуры, манипулятор типа «хобот», платформа Гью-Стюарта, гексапод, прямая задача кинематики, математическая модель

---

### Введение

Манипуляторы параллельной кинематики (МПК) положительно зарекомендовали себя в различных областях промышленности. Важными достоинствами таких роботов являются относительно высокая жесткость, равномерное распределение нагрузки, низкая металлоемкость и т.п. К недостаткам механизмов параллельной структуры относятся ограниченность рабочей зоны, относительно небольшая манипулятивность, сложность системы управления, что сокращает возможности для применения таких манипуляторов. Использование многосекционных манипуляторов параллельной структуры (ММПС) позволит устранить вышеуказанные недостатки роботов-манипуляторов параллельной кинематики.

Идея ММПС была заложена в так называемых фермах переменной геометрии (в иностранной литературе известные под аббревиатурой VGT). Подобные устройства впервые упоминаются в работах Миуры [1], Райнхольца [2] и Сегути [3]. Предлагаемая ими ферма

состоит из соединенных между собой шарнирных октаэдров с тремя звеньями переменной длины. Манипулятор характеризуется большим рабочим пространством, малой массой и высокой избыточностью, но исследования кинематики, динамики и решение задач управления являются нетривиальными задачами высокой сложности.

Как и пространственные фермы переменной геометрии ММПС представляют собой соединение нескольких секций, в качестве которых выступают манипуляторы параллельной кинематики. Известными примерами подобных манипуляторов являются манипуляционный робот LX-4 компании Logabex [4], состоящий из 4-х идентичных секций (в данном механизме в роли секции выступает платформенный манипулятор Гью-Стюарта, известный также как платформа Стюарта), многосекционный манипулятор типа «хобот», разноплановое исследование которого проведено в работах [5-8].

Многосекционные манипуляторы параллельной структуры значительно превосходят обычные манипуляторы параллельной кинематики по ряду важных параметров, таких как объем рабочей зоны, манипулятивность, число степеней подвижности и т.п. Однако анализ кинематики и структуры рабочего пространства для подобных манипуляторов, согласно исследованиям, проведенным в работах Эберта-Апхоффа [9] и Ли [10], достаточно сложен. Трудности при построении моделей ММПС обусловлены двумя основными причинами: во-первых, особенностями манипулятора параллельной кинематики как секции манипулятора, во-вторых, взаимовлиянием секций, обусловленным структурой многосекционного манипулятора параллельной кинематики. К проблемам, возникающим при исследовании МПК, можно отнести анизотропию и неоднородность динамических, упругих и скоростных свойств манипулятора, сложность задания движений манипулятора в обобщенных координатах, связанных со степенями подвижности устройства, необходимость использования непрямоугольного (нелинейного) базиса [11] и т.п.

Учитывая вышесказанное, актуальными становятся задачи разработки методик и алгоритмов изучения многосекционных манипуляторов параллельной структуры, базирующиеся на моделях секций механизма.

Кинематическое исследование любого манипулятора, в том числе и ММПС, требует решения двух основных задач: прямой задачи кинематики (ПЗК) и обратной задачи кинематики (ОЗК). ПЗК заключается в нахождении положения и ориентации манипулятора по известным обобщенным координатам, а ОЗК – в нахождении обобщенных координат по известному положению и ориентации манипулятора. В общем случае, решение ОЗК для платформенного типа с шестью степенями свободы сводится к решению шести нелиней-

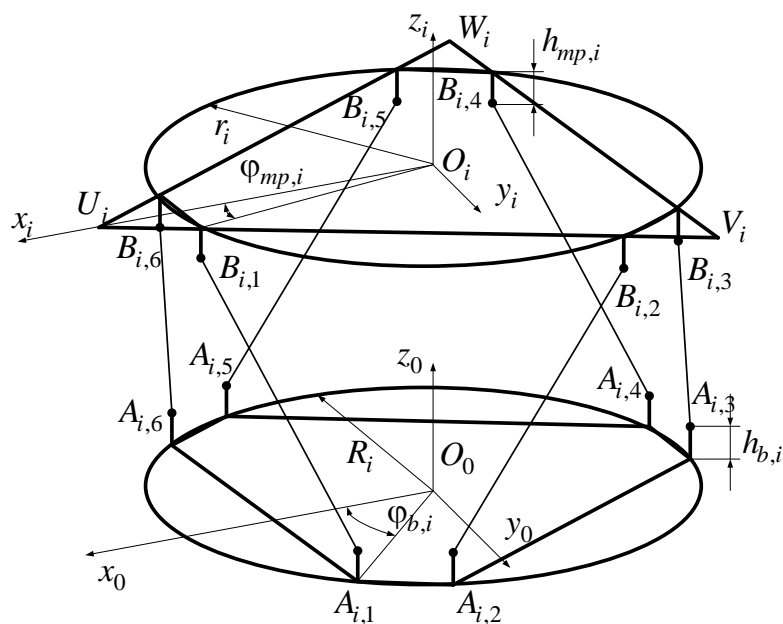
ных уравнений [12, 13]. Решение ПЗК четко не формализовано, и зачастую каждый из подходов применим к определенным классам параллельных манипуляторов.

В данной статье в качестве секции ММПС рассматриваются манипуляторы параллельной кинематики платформенного типа с шестью степенями свободы, наиболее широко известным примером которых является платформа Гью-Стюарта. Для платформы Гью-Стюарта предложено множество моделей. Степень детализации такой модели определяется числом и расположением шарниров на основании и подвижной платформе манипулятора. В литературе особенно широко освещены следующие модели: платформа Гью-Стюарта типа 6-3 [4], характеризующаяся шестью шарнирами на основании и тремя шарнирами на подвижной платформе, платформа Гью-Стюарта типа 6-6 [4] с шестью шарнирами на основании и платформе. Шарниры могут быть расположены либо равномерно по границе основания и/или платформы, либо неравномерно (попарно). В этих моделях в качестве обобщенных координат манипулятора принято рассматривать длины телескопических штанг. В работе [14] было произведено обобщение существующих моделей и предложены соотношения, описывающие решения основных кинематических задач.

Целью данной работы является создание алгоритма решения прямой задачи кинематики многосекционного манипулятора параллельной структуры, в качестве секций которого выступают манипуляторы параллельной кинематики платформенного типа с шестью степенями свободы.

## 1. Постановка задачи

Рассмотрим структуру многосекционного манипулятора параллельной кинематики на примере механизма, состоящего из 3 секций. Каждая секция является манипулятором параллельной кинематики платформенного типа с шестью степенями свободы. Будем считать, что все секции одинаковы и представляют собой платформу Гью-Стюарта типа 6-6 с парным расположением шарниров. Каждая секция состоит из двух платформ, соединенных между собой телескопическими штангами, которые крепятся к платформам с помощью сферических шарниров. Платформы представляют собой идеальные диски. Штанги представляют собой невесомые нерастяжимые стержни. Шарниры лежат в вершинах шестиугольников фиксированного радиуса. Структура секции манипулятора приведена на рис. 1.

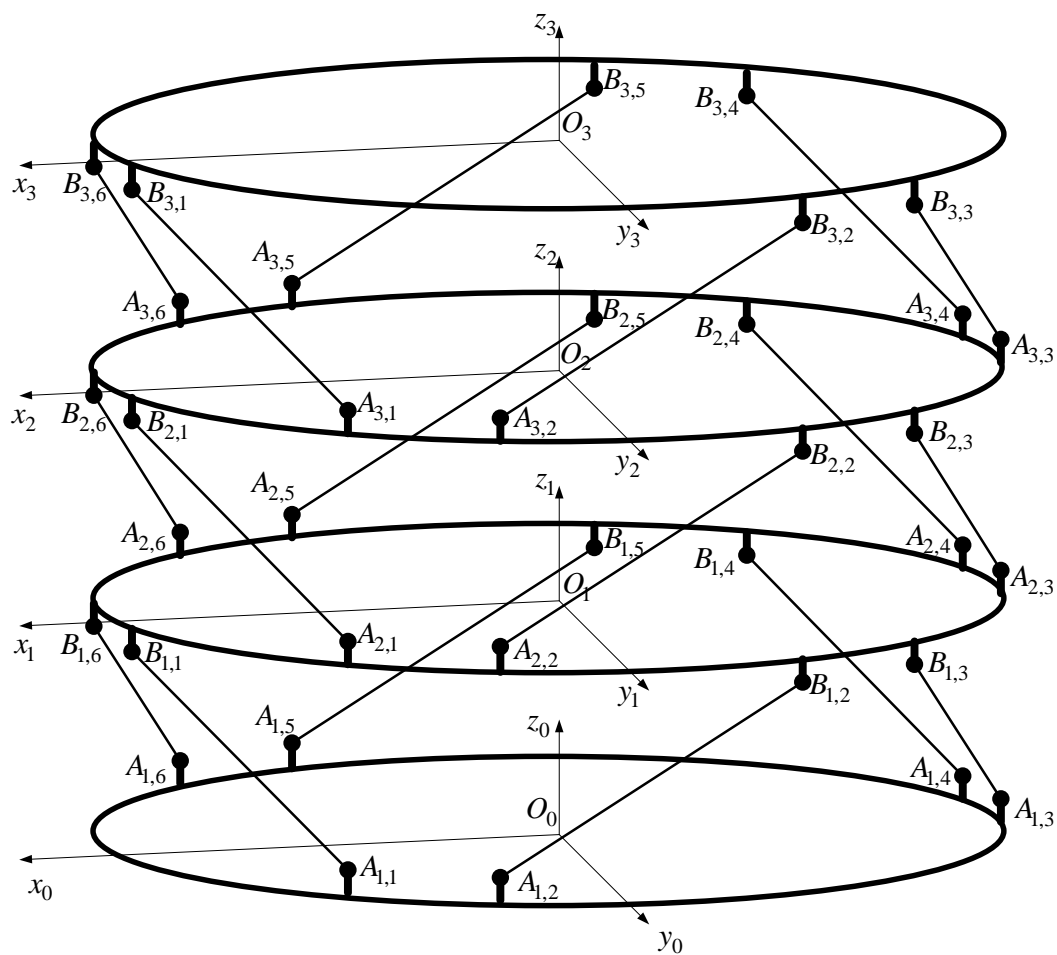


**Рис. 1.** Структура платформенного манипулятора Гью-Стюарта типа 6-6 с парным расположением шарниров

Для описания секции манипулятора необходимы следующие параметры:

- 1) радиус описанной окружности шестиугольника основания  $R_i$ ;
- 2) угловая координата первого шарнира основания  $\varphi_{b,i}$ ;
- 3) обобщенный параметр расстояния от плоскости основания до оси вращения в шарнирах основания  $h_{b,i}$ ;
- 4) радиус описанной окружности шестиугольника подвижной платформы  $r_i$ ;
- 5) угловая координата первого шарнира подвижной платформы  $\varphi_{mp,i}$ ;
- 6) обобщенный параметр расстояния от плоскости подвижной платформы до оси вращения в шарнирах подвижной платформы  $h_{mp,i}$ .

Структура и 3D-прототип механизма, состоящего из 3 секций, приведены на рис. 2 и рис. 3 соответственно.



**Рис. 2.** Структура многосекционного манипулятора параллельной кинематики



**Рис. 3.** 3D-прототип многосекционного манипулятора параллельной кинематики

Введем неподвижную систему координат  $O_0x_0y_0z_0$ , связав ее с основанием первой секции. Подвижные системы координат свяжем с каждой из платформ, причем оси  $O_i z_i$  перпендикулярны плоскости соответствующей платформы. Оси  $O_i x_i$  направляются из центра каждой платформы через виртуальные точки  $U_i$ . Оси  $O_i y_i$  выбираются так, чтобы

тройка векторов была правой. Под схватом многосекционного манипулятора параллельной структуры подразумеваем центр подвижной платформы  $N$ -ой секции.

Для манипуляторов платформенного типа в качестве элементов вектора обобщенных координат обычно выбирают длины телескопических штанг  $\mathbf{L}_i = [L_{i,1} \ L_{i,2} \ \dots \ L_{i,6}]$ .

Принимая во внимание, что ММПС состоят из нескольких манипуляторов параллельной кинематики, в качестве обобщенных координат механизма выберем

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \mathbf{L}_2 \\ \dots \\ \mathbf{L}_N \end{bmatrix},$$

где  $\mathbf{L}_i, i = \overline{1..N}$  – вектор обобщенных координат секции;  $N$  – количество секций в манипуляторе.

Аппарат однородных преобразований широко применим в задачах робототехники для описания взаимного положения систем координат, связанных со звеньями манипулятора, поскольку существенно сокращает необходимые вычисления. Общий вид матрицы однородного преобразования для нашей задачи

$$\mathbf{T}_i(\mathbf{X}_i) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_i(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i) & \mathbf{p}_i(x_{0_i}, y_{0_i}, z_{0_i}) \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix},$$

где  $\mathbf{X}_i = [x_{0_i} \ y_{0_i} \ z_{0_i} \ \alpha_i \ \beta_i \ \gamma_i]$  – вектор, определяющий положение и ориентацию секции;  $\mathbf{R}_i(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$  – матрица поворота, которая однозначно определяет ориентацию подвижной системы координат, связанной с  $i$ -ой секцией, относительно системы координат основания (матрица поворота функционально зависит от углов Эйлера);  $\mathbf{p}_i(x_{0_i}, y_{0_i}, z_{0_i})$  – вектор переноса, который задает координаты начала отсчета подвижной системы координат, связанной с  $i$ -ой секцией;  $\mathbf{0}$  – нулевой вектор размерностью  $1 \times 3$ .

Ставится следующая задача: разработать алгоритм определения положения и ориентации схвата (решение прямой задачи кинематики) многосекционного манипулятора параллельной структуры, состоящего из  $N$  секций, в форме соотношения  $\mathbf{T}_N(\mathbf{X}_N) = f(\mathbf{K})$ .

## 2. Предлагаемый алгоритм

При решении прямой задачи кинематики механизма стремятся получить некоторую функциональную зависимость положения и ориентации схвата манипулятора от значений

обобщенных координат механизма. Учитывая, что данная зависимость для большинства МПК неявна и число обобщенных координат многосекционного манипулятора параллельной структуры велико, построение подобной функции теряет свою актуальность. В то же время, рассматривая движение каждой секции в отдельности и учитывая влияние нижележащих секций на вышележащие, решение данной задачи можно представить в виде следующего итеративного алгоритма.

- 1) Задать параметры  $R_i, \varphi_{b,i}, h_{b,i}, r_i, \varphi_{mp,i}, h_{mp,i}$  для каждой секции.
- 2) Задать значения обобщенных координат  $\mathbf{K}$  многосекционного манипулятора параллельной структуры.
- 3) Задать матрицу однородного преобразования, описывающую неподвижную систему координат  $T_0 = E$ .
- 4) Для  $i$ -ой секции  $i = \overline{1..N}$  выполнить пункты 5 – 8.
- 5) Определить координаты шарниров основания  $i$ -ой секции в неподвижной системе координат, используя матрицу однородного преобразования согласно формуле

$$\mathbf{C} = \mathbf{T}_{i-1} \tilde{\mathbf{C}},$$

где  $\tilde{\mathbf{C}}$  – матрица координат шарниров основания секции в подвижной системе координат, связанной с этой секцией.

- 6) Вычислить координаты центра платформы на заданном векторе обобщенных координат секции манипулятора

$$O_i \left( \frac{x_{U_i} + x_{V_i} + x_{W_i}}{3}, \frac{y_{U_i} + y_{V_i} + y_{W_i}}{3}, \frac{z_{U_i} + z_{V_i} + z_{W_i}}{3} \right),$$

где  $x_{U_i}, y_{U_i}, z_{U_i}, x_{V_i}, y_{V_i}, z_{V_i}, x_{W_i}, y_{W_i}, z_{W_i}$  – координаты виртуальных точек, необходимых для нахождения аналитического уравнения плоскости подвижной платформы секции.

- 7) Вычислить на заданном векторе обобщенных координат орты подвижной системы координат секции манипулятора

- для оси  $O_i z_i$ :

$$\cos \alpha_{O_i z_i} = \frac{A_i}{\sqrt{A_i^2 + B_i^2 + C_i^2}},$$

$$\cos \beta_{O_i z_i} = \frac{B_i}{\sqrt{A_i^2 + B_i^2 + C_i^2}},$$



$$\cos \gamma_{O_i z_i} = \frac{C_i}{\sqrt{A_i^2 + B_i^2 + C_i^2}},$$

где  $A_i, B_i, C_i$  – коэффициенты канонического уравнения плоскости подвижной платформы  $i$  – ой секции манипулятора;

- для оси  $O_i x_i$ :

$$\cos \alpha_{O_i x_i} = \frac{x_{U_i} - x_{O_i}}{\sqrt{(x_{U_i} - x_{O_i})^2 + (y_{U_i} - y_{O_i})^2 + (z_{U_i} - z_{O_i})^2}},$$

$$\cos \beta_{O_i x_i} = \frac{y_{U_i} - y_{O_i}}{\sqrt{(x_{U_i} - x_{O_i})^2 + (y_{U_i} - y_{O_i})^2 + (z_{U_i} - z_{O_i})^2}},$$

$$\cos \gamma_{O_i x_i} = \frac{z_{U_i} - z_{O_i}}{\sqrt{(x_{U_i} - x_{O_i})^2 + (y_{U_i} - y_{O_i})^2 + (z_{U_i} - z_{O_i})^2}};$$

- для оси  $O_i y_i$ :

$$\cos \alpha_{O_i y_i} = \cos \beta_{O_i z_i} \cos \gamma_{O_i x_i} - \cos \gamma_{O_i z_i} \cos \beta_{O_i x_i},$$

$$\cos \beta_{O_i y_i} = \cos \gamma_{O_i z_i} \cos \alpha_{O_i x_i} - \cos \alpha_{O_i z_i} \cos \gamma_{O_i x_i},$$

$$\cos \gamma_{O_i y_i} = \cos \alpha_{O_i z_i} \cos \beta_{O_i x_i} - \cos \beta_{O_i z_i} \cos \alpha_{O_i x_i}.$$

8) Сформировать матрицу однородного преобразования, описывающую положение и ориентацию  $i$  – ой секции манипулятора:

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \cos \alpha_{O_i x_i} & \cos \alpha_{O_i y_i} & \cos \alpha_{O_i z_i} & x_{O_i} \\ \cos \beta_{O_i x_i} & \cos \beta_{O_i y_i} & \cos \beta_{O_i z_i} & y_{O_i} \\ \cos \gamma_{O_i x_i} & \cos \gamma_{O_i y_i} & \cos \gamma_{O_i z_i} & z_{O_i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

9) Конец.

Отметим, что в результате выполнения алгоритма, получаемые матрицы  $\mathbf{T}_i$  описывают переход из соответствующих локальных систем координат в неподвижную. В случае если необходимо описать переход между локальными системами координат, например от  $l$  – ой к  $m$  – ой ( $l > m$ ) матрица однородного преобразования представляется в форме

$$\mathbf{T}_m^l = \mathbf{A}_{m+1} \mathbf{A}_{m+2} \dots \mathbf{A}_l,$$

где  $\mathbf{A}_i$  – матрица перехода между соседними локальными системами координат. Тогда, для рассматриваемой задачи, переход из  $(i+1)$ -ой системы координат в  $i$ -ую может быть вычислен

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{T}_i^{-1} \mathbf{T}_{i+1}.$$

### Пример 1

Рассмотрим следующий пример. Необходимо промоделировать движение многосекционного манипулятора параллельной структуры, состоящего из трех секций, из начального положения в требуемое. Напомним, что в данной работе в качестве секции выступают платформенные механизмы параллельной кинематики с шестью степенями свободы. За начальное положение ММПС примем такое состояние манипулятора, когда подвижные платформы каждой секции параллельны между собой и параллельны основанию первой секции. Требуемым положением является такое положение, при котором центры подвижных платформ каждой секции равномерно расположены на участке кривой окружности, как это показано на рис. 4.

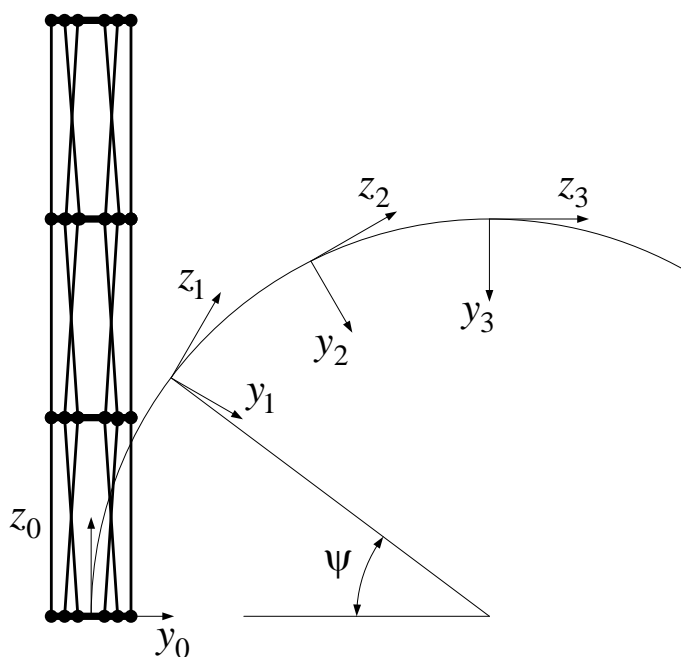


Рис. 4. Конечное положение манипулятора

Определим параметры секций манипулятора следующими величинами:

- 1) радиус  $R_i = 50, i = \overline{1..3}$ ;
- 2) угловая координата первого шарнира основания  $\varphi_{b,i} = \frac{\pi}{10}, i = \overline{1..3}$ ;
- 3) обобщенный параметр расстояния от плоскости основания до оси вращения в шарнирах основания  $h_{b,i} = 5, i = \overline{1..3}$ ;
- 4) радиус описанной окружности шестиугольника подвижной платформы  $r_i = 50, i = \overline{1..3}$ ;
- 5) угловая координата первого шарнира подвижной платформы  $\varphi_{mp,i} = \frac{\pi}{18}, i = \overline{1..3}$ ;
- 6) обобщенный параметр расстояния от плоскости подвижной платформы до оси вращения в шарнирах подвижной платформы  $h_{mp,i} = 5, i = \overline{1..3}$ .

Пусть начальное положение манипулятора характеризуется следующим набором обобщенных координат  $K_{i,j} = 100, i = \overline{1..3}, j = \overline{1..6}$ . Радиус окружности  $R = 300$ .

Значения обобщенных координат ММПС для конечного положения может быть найдено из решения обратной задачи кинематики для каждой из секций. Для решения ОЗК необходимо задать положение и ориентацию подвижных систем координат. Как показано на рис. 4., движение манипулятора происходит в плоскости  $z_0 O_0 y_0$ . Принимая во внимание, что точки  $O_i, i = \overline{1..3}$  лежат на дуге окружности и отстоят друг от друга на угол  $\psi = \frac{\pi}{6}$ , координаты начала отсчета подвижных систем координат легко могут быть получены из уравнения окружности. Отметим, что в рамках нашей задачи ось  $O_i z_i$  направлена по касательной к окружности. Компоненты поворота для матрицы однородного преобразования могут быть получены с помощью матрицы элементарного вращения вокруг оси  $Ox$ . Величина угла поворота определяются как угол между ортами  $z_i$  соседних систем координат.

На основании вышесказанного сформируем исходные данные для решения ОЗК:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,8660 & -0,5 & 40,1924 \\ 0 & 0,5 & 0,8660 & 150 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,8660 & -0,5 & 109,8076 \\ 0 & 0,5 & 0,8660 & 109,8076 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,8660 & -0,5 & 150 \\ 0 & 0,5 & 0,8660 & 40,1924 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Решая обратную задачу кинематики для каждой секции, сформируем матрицу обобщенных координат для конечного положения многосекционного манипулятора параллельной структуры

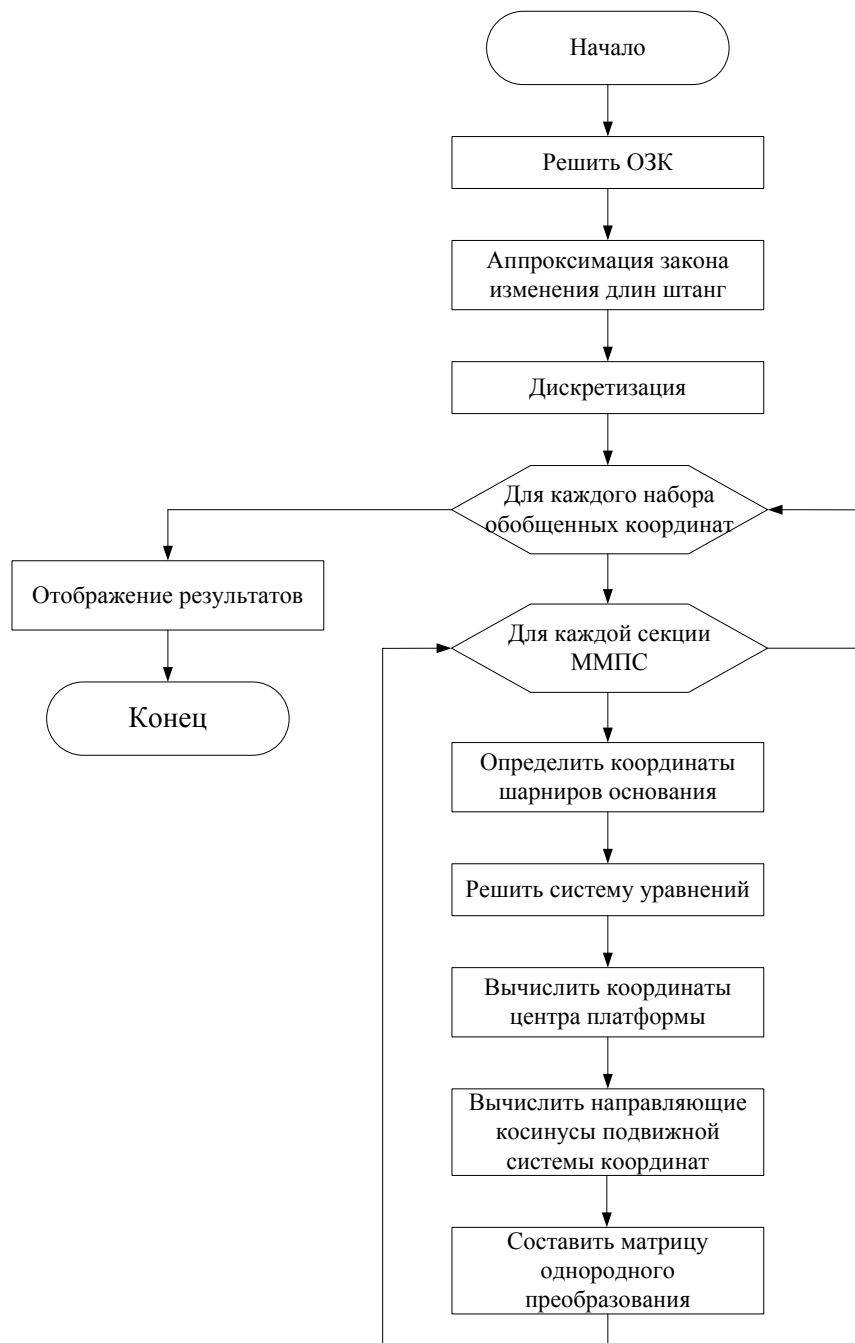
$$\mathbf{K}^* = \begin{bmatrix} 140,2779 & 153,8549 & 169,0322 & 161,9697 & 132,6159 & 126,2190 \\ 147,2589 & 154,4674 & 163,6825 & 159,2591 & 143,7144 & 141,0932 \\ 156,2921 & 155,3003 & 156,0787 & 155,4802 & 157,6173 & 159,1814 \end{bmatrix}.$$

В задачах управления манипуляторами параллельной кинематики желаемая траектория должна разбиваться на участки, характер движения на которых описывается простыми зависимостями [15]. В общем случае производят линейную интерполяцию траектории, поскольку таким образом можно обеспечить наибольшее быстродействие системы. В начальный момент времени манипулятор характеризуется известным вектором обобщенных координат. Подставляя вычисленные значения обобщенных координат для желаемого положения, линейную аппроксимацию законов изменения обобщенных координат можно описать итерационными соотношениями

$$K_{i,j,n+1} = K_{i,j,n} + \frac{K_{i,j}^* - K_{i,j}^0}{T} t, \quad i = \overline{1..3}, \quad j = \overline{1..6}, \quad n = \overline{0..T},$$

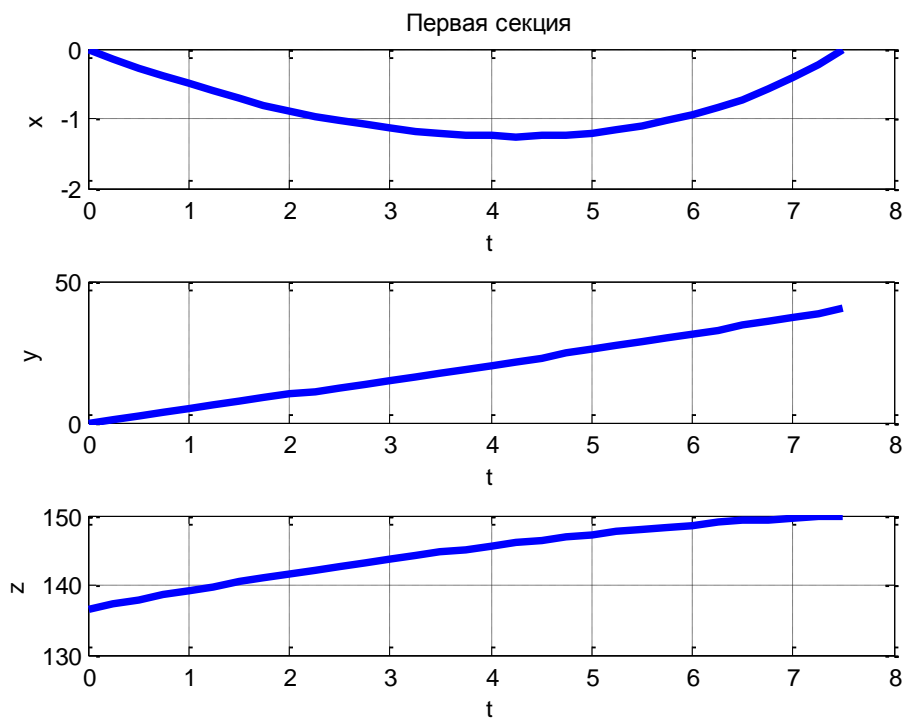
где  $K_{i,j}^0$  – начальное значение обобщенной координаты;  $K_{i,j}^*$  – желаемое значение обобщенной координаты;  $T$  – число точек дискретизации.

Процесс моделирования движения платформы представляет собой итеративное решение прямой задачи кинематики. Для решения поставленной задачи в пакете MATLAB разработана программа, алгоритм которой приведен на рис. 5. Для решения системы нелинейных уравнений будем использовать встроенные методы ломаных доверительных областей среды *MATLAB*.

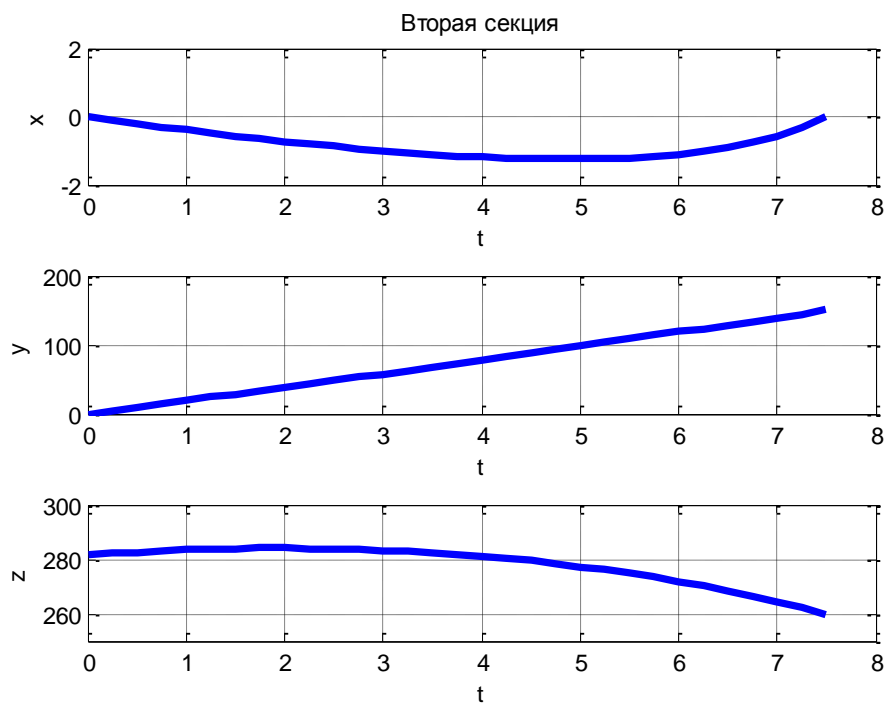


**Рис. 5.** Алгоритм программы

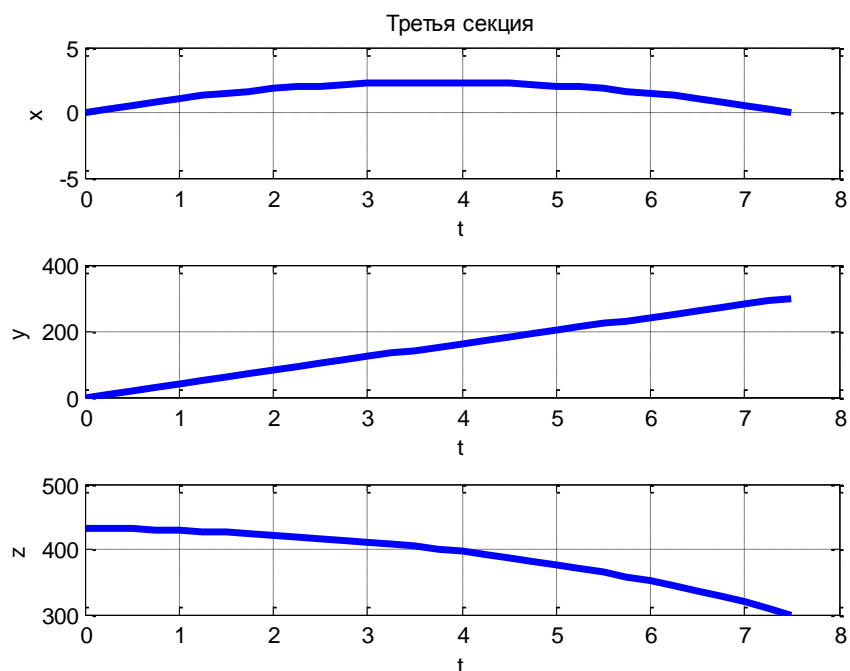
Графики перемещения центральных точек каждой секции манипулятора приведены на рис. 6-8.



**Рис. 6.** Траектория движения первой секции ММПС



**Рис. 7.** Траектория движения второй секции ММПС



**Рис. 8.** Траектория движения третьей секции ММПС

Для проверки результатов проведем сравнение полученных данных и значений, получаемых на 3D-прототипе. В таблице 1 приведены результаты для некоторых наборов обобщенных координат манипулятора.

**Таблица 1.** Результаты моделирования и данные с 3D-прототипа

Обобщенные координаты	Модель	3D-прототип
$\begin{bmatrix} 150 & 150 & 150 & 150 & 150 & 150 \\ 150 & 150 & 150 & 150 & 150 & 150 \\ 150 & 150 & 150 & 150 & 150 & 150 \end{bmatrix}$	$x_1 = 0 \quad y_1 = 0 \quad z_1 = 140,76$ $x_2 = 0 \quad y_2 = 0 \quad z_2 = 281,52$ $x_3 = 0 \quad y_3 = 0 \quad z_3 = 422,28$	$x_1 = 0 \quad y_1 = 0 \quad z_1 = 140,76$ $x_2 = 0 \quad y_2 = 0 \quad z_2 = 281,52$ $x_3 = 0 \quad y_3 = 0 \quad z_3 = 422,28$
$\begin{bmatrix} 144,4 & 151,9 & 159,6 & 155,9 & 141,1 & 138,1 \\ 148,6 & 152,2 & 157,8 & 154,6 & 146,9 & 145,5 \\ 153,1 & 152,6 & 153,1 & 152,7 & 153,8 & 154,6 \end{bmatrix}$	$x_1 = -1,13 \quad y_1 = 67,47 \quad z_1 = 128,28$ $x_2 = -0,9 \quad y_2 = 117,89 \quad z_2 = 265,1$ $x_3 = 2,29 \quad y_3 = 131,67 \quad z_3 = 404,19$	$x_1 = -1,09 \quad y_1 = 67,49 \quad z_1 = 128,33$ $x_2 = -0,95 \quad y_2 = 117,89 \quad z_2 = 265,08$ $x_3 = 2,1 \quad y_3 = 131,3 \quad z_3 = 404,4$
$\begin{bmatrix} 140,2 & 153,8 & 169,1 & 161,9 & 132,6 & 126,2 \\ 147,2 & 154,4 & 163,6 & 159,2 & 143,7 & 141,1 \\ 156,2 & 155,3 & 156,1 & 155,4 & 157,6 & 159,1 \end{bmatrix}$	$x_1 = 0 \quad y_1 = 150 \quad z_1 = 40,19$ $x_2 = 0 \quad y_2 = 259,81 \quad z_2 = 150$ $x_3 = 0 \quad y_3 = 300 \quad z_3 = 300,1$	$x_1 = 0 \quad y_1 = 150 \quad z_1 = 40,19$ $x_2 = 0 \quad y_2 = 259,81 \quad z_2 = 150$ $x_3 = 0 \quad y_3 = 300 \quad z_3 = 300$

## Заключение

В работе проведен анализ работ в области исследования многосекционных манипуляторов параллельной структуры, показаны недостатки существующих методов исследования. Предложен алгоритм решения прямой задачи кинематики для манипулятора, состоящего из  $N$  секций, в качестве которых выступают платформенные манипуляторы параллельной кинематики с шестью степенями свободы. Проведено моделирование движения трехсекционного манипулятора. Произведено сравнение результатов моделирования с результатами, получаемыми на 3D-прототипе.

В развитии работы планируется проведение исследований в области динамики платформенных манипуляторов параллельной кинематики с шестью степенями свободы и многосекционных механизмов, построенных на их основе.

## Список литературы

1. Miura K., Furuya H., Suzuki K. Variable geometry truss and its application to deployable truss and space crane arm (Paper presented at the 35th Congress of the International Astronautical Federation, Lausanne, Switzerland, 8–13 October 1984) // Acta Astronautica. 1985. Vol. 12, is. 7-8. P. 599-607. DOI: [10.1016/0094-5765\(85\)90131-6](https://doi.org/10.1016/0094-5765(85)90131-6)
2. Reinholtz C.F., Gokhale D. Design and analysis of variable geometry truss robots // Proc. of the 9th Annual Conf. on Applied Mechanisms, USA, Oklahoma State University, 1987. P. 1-5.
3. Seguchi Y., Tanaka M., Yamaguchi T., Sasabe Y., Tsuji H. Dynamic analysis of a truss-type flexible robot arm // JSME International Journal, Series C. 1990. Vol. 33, no. 2. P. 183-190.
4. Merlet J.-P. Parallel Robots. Springer Netherlands, 2006. 394 p. (Ser. Solid Mechanics and Its Applications; vol. 128). DOI: [10.1007/1-4020-4133-0](https://doi.org/10.1007/1-4020-4133-0)
5. Каганов Ю.Т., Карпенко А.П. Математическое моделирование кинематики и динамики робота-манипулятора типа «хобот». 1. Математические модели секции манипулятора, как механизма параллельной кинематики типа «трипод» // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2009. № 10. Режим доступа: <http://technomag.edu.ru/doc/133262.html> (дата обращения 16.11.2014).
6. Каганов Ю.Т., Карпенко А.П. Математическое моделирование кинематики и динамики робота-манипулятора типа «хобот». 2. Математические модели секции манипулятора, как механизма параллельной кинематики типа «гексапод» // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2009. № 11. Режим доступа: <http://technomag.edu.ru/doc/133731.html> (дата обращения 16.11.2014).
7. Волкоморов С.В., Карпенко А.П. Геометрия многосекционного манипулятора типа «хобот» // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана.



Электрон. журн. 2010. № 10. Режим доступа:

<http://technomag.bmstu.ru/doc/163391.html> (дата обращения 16.11.2014).

8. Карпенко А.П., Шмонин А.М. Исследование динамики многосекционного манипулятора типа «хобот» // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э.

Баумана. Электрон. журн. 2010. № 9. Режим доступа:

<http://technomag.bmstu.ru/doc/157912.html> (дата обращения 16.11.2014).

9. Ebert-Uphoff I., Chirikjian G.S. Inverse kinematics of discretely actuated hyper-redundant manipulators using workspace densities // Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (Minneapolis, 24-26 April, 1996). Vol. 1. IEEE Publ., 1996. P. 139-145. DOI: [10.1109/ROBOT.1996.503586](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1996.503586)

10. Lee D.S., Chirikjian G.S. A combinatorial approach to trajectory planning for binary manipulators // Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, (Minneapolis, 24-26 April, 1996). Vol. 3. IEEE Publ., 1996. P. 2749-2754. DOI: [10.1109/ROBOT.1996.506578](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1996.506578)

11. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. М.: Наука, 1991. 94 с.

12. Янг Д., Ли Т. Исследование кинематики манипуляторов платформенного типа // Конструирование. 1984. Т. 106, № 2. С. 264-272. [Yang D.C., Lee T.W. Feasibility Study of a Platform Type of Robotic Manipulators from a Kinematic Viewpoint // Transactions of ASME Journal of Mechanisms, Transmission and Automation in Design. 1984. Vol. 106, no. 2. P. 191-198. DOI: [10.1115/1.3258578](https://doi.org/10.1115/1.3258578) ].

13. Лапиков А.Л., Пащенко В.Н. Математическая модель платформенного манипулятора Гью–Стюарта // Всероссийская научно-техническая конференция «Наукоемкие технологии в приборо- и машиностроении и развитие инновационной деятельности в вузе» (Москва, 10-12 декабря 2013 г.): матер. Т. 2. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. С. 144-156.

14. Лапиков А.Л., Пащенко В.Н., Масюк В.М. Модификация метода решения прямой задачи кинематики для класса платформенных манипуляторов с шестью степенями свободы // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 11. С. 72-94. DOI: [10.7463/1114.0735505](https://doi.org/10.7463/1114.0735505)

15. Лапиков А.Л., Масюк В.М. Моделирование движения платформы Гью–Стюарта при линейной аппроксимации закона изменения обобщенных координат // Евразийский Союз Ученых (ЕСУ). 2014. № 4, ч. 5. С. 106-109.

## Algorithm for Solution of Direct Kinematic Problem of Multi-sectional Manipulator with Parallel Structure

A.L. Lapikov, V.N. Paschenko

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

---

**Keywords:** parallel kinematics manipulators, multi-sectional manipulators with parallel structure, manipulator of type “trunk”, Stewart-Gough platform, hexapod, direct kinematic problem, mathematical model

---

The article is aimed at creating techniques to study multi-sectional manipulators with parallel structure. To solve this task the analysis in the field concerned was carried out to reveal both advantages and drawbacks of such executive mechanisms and main problems to be encountered in the course of research. The work shows that it is inefficient to create complete mathematical models of multi-sectional manipulators, which in the context of solving a direct kinematic problem are to derive a functional dependence of location and orientation of the end effector on all the generalized coordinates of the mechanism. The structure of multi-sectional manipulators was considered, where the sections are platform manipulators of parallel kinematics with six degrees of freedom. The paper offers an algorithm to define location and orientation of the end effector of the manipulator by means of iterative solution of analytical equation of the moving platform plane for each section. The equation for the unknown plane is derived using three points, which are attachment points of the moving platform joints. To define the values of joint coordinates a system of nine non-linear equations is completed. It is necessary to mention that for completion of the equation system are used the equations with the same type of non-linearity. The physical sense of all nine equations of the system is Euclidean distance between the points of the manipulator. The result of algorithm execution is a matrix of homogenous transformation for each section. The correlations describing transformations between adjoining sections of the manipulator are given. An example of the mechanism consisting of three sections is examined. The comparison of theoretical calculations with results obtained on a 3D-

prototype is made. The next step of the work is to conduct research activities both in the field of dynamics of platform parallel kinematics manipulators with six degrees of freedom and in the field of multi-sectional mechanisms designed on their basis.

#### References

1. Miura K., Furuya H., Suzuki K. Variable geometry truss and its application to deployable truss and space crane arm (Paper presented at the 35th Congress of the International Astronautical Federation, Lausanne, Switzerland, 8–13 October 1984). *Acta Astronautica*, 1985, vol. 12, is. 7-8, pp. 599-607. DOI: [10.1016/0094-5765\(85\)90131-6](https://doi.org/10.1016/0094-5765(85)90131-6)
2. Reinholtz C.F., Gokhale D. Design and analysis of variable geometry truss robots. *Proc. of the 9th Annual Conf. on Applied Mechanisms*, USA, Oklahoma State University, 1987, pp. 1-5.
3. Seguchi Y., Tanaka M., Yamaguchi T., Sasabe Y., Tsuji H. Dynamic analysis of a truss-type flexible robot arm. *JSME International Journal, Series C*, 1990, vol. 33, no. 2, pp. 183-190.
4. Merlet J.-P. *Parallel Robots*. Springer Netherlands, 2006. 394 p. (Ser. *Solid Mechanics and Its Applications*; vol. 128). DOI: [10.1007/1-4020-4133-0](https://doi.org/10.1007/1-4020-4133-0)
5. Kaganov Yu.T., Karpenko A.P. Kinematics and dynamics mathematical modeling of a “trunk” robot-manipulator. 1. Mathematical models of the manipulator section as the type “thripod” parallel mechanism. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2009, no. 10. Available at: <http://technomag.edu.ru/doc/133262.html> , accessed 16.11.2014. (in Russian).
6. Kaganov Yu.T., Karpenko A.P. Kinematics and dynamics mathematical modeling of a “trunk” robot-manipulator. 2. Mathematical models of the manipulator section as the type “hexapod” parallel mechanism. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2009, no. 11. Available at: <http://technomag.edu.ru/doc/133731.html> , accessed 16.11.2014. (in Russian).
7. Volkomorov S.V., Karpenko A.P. Geometry of multisectional “trunk” manipulator. *Nauka I obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2010, no. 12. Available at: <http://technomag.bmstu.ru/doc/163391.html> , accessed 16.11.2014. (in Russian).
8. Karpenko A.P., Shmonin A.M. Dynamics research of a multi-section trunk robot-manipulator. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2010, no. 9. Available at: <http://technomag.bmstu.ru/doc/157912.html> , accessed 16.11.2014. (in Russian).
9. Ebert-Uphoff I., Chirikjian G.S. Inverse kinematics of discretely actuated hyper-redundant manipulators using workspace densities. *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Minneapolis, 24-26 April, 1996. Vol. 1. IEEE Publ., 1996, pp. 139-145. DOI: [10.1109/ROBOT.1996.503586](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1996.503586)

10. Lee D.S., Chirikjian G.S. A combinatorial approach to trajectory planning for binary manipulators. *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Minneapolis, 24-26 April, 1996. Vol. 3. IEEE Publ., 1996, pp. 2749-2754. DOI: [10.1109/ROBOT.1996.506578](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1996.506578)
11. Glazunov V.A., Koliskor A.Sh., Kraynev A.F. *Prostranstvennyye mekhanizmy parallel'noy struktury* [Spatial Parallel Structure Mechanisms]. Moscow, Nauka Publ., 1991. 94 p. (in Russian).
12. Yang D.C., Lee T.W. Feasibility Study of a Platform Type of Robotic Manipulators from a Kinematic Viewpoint. *Transactions of ASME Journal of Mechanisms, Transmission and Automation in Design*, 1984, vol. 106, iss. 2, pp. 191-198. DOI: [DOI: 10.1115/1.3258578](https://doi.org/10.1115/1.3258578)
13. Lapikov A.L., Pashchenko V.N. Mathematical model of Stewart-Gough platform manipulator. *Vserossiyskaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya "Naukoemkie tekhnologii v priboro- i mashinostroenii i razvitie innovatsionnoy deyatel'nosti v vuze": mater.* [All-Russian Scientific and Technical Conference "High technologies in instrument-making engineering and mechanical engineering, and the development of innovation activities in high school"], Moscow, 10-12 December, 2013. Vol. 2. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2013, pp. 144-156. (in Russian).
14. Lapikov A.L., Pashchenko V.N., Masyuk V.M. Modification of Method for Solution of Direct Kinematic Problem for the Type of Platform Manipulators with Six Degrees of Freedom. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2014, no. 11, pp. 72-94. DOI: [10.7463/1114.0735505](https://doi.org/10.7463/1114.0735505)
15. Lapikov A.L., Masyuk V.M. Motion simulation of Stewart-Gough platform when linear approximation of the law of change of generalized coordinates. *Evraziyskiy Soyuz Uchenykh (ESU)*, 2014, no. 4, part 5, pp. 106-109. (in Russian).