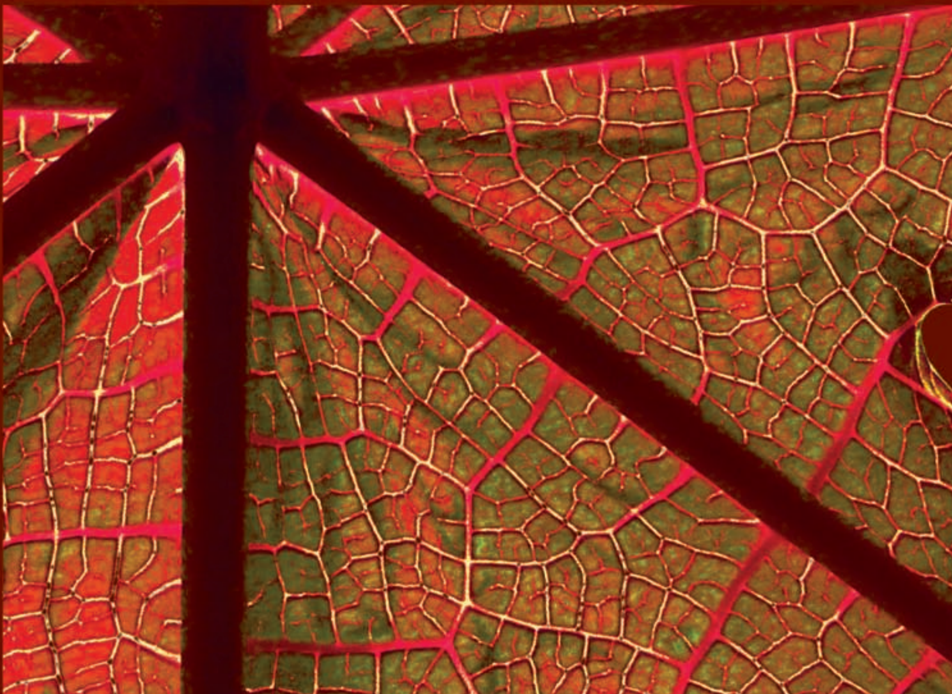
Д.А. Губанов, Д.А. Новиков, А.Г. Чхартишвили



социальные сети:

модели информационного влияния, управления и противоборства

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем управления

Д.А. Губанов, Д.А. Новиков, А.Г. Чхартишвили

СОЦИАЛЬНЫЕ СЕТИ:

МОДЕЛИ ИНФОРМАЦИОННОГО ВЛИЯНИЯ, УПРАВЛЕНИЯ И ПРОТИВОБОРСТВА

Москва
Физматлит
2010

ББК 60.54; 32.81
УДК 519:301
Г 93

Утверждено к печати Редакционным советом ИПУ РАН

Рецензенты:

доктор технических наук, профессор *В.В. Кульба*
доктор технических наук, профессор *В.В. Цыганов*

ГУБАНОВ Д. А., НОВИКОВ Д. А., ЧХАРТИШВИЛИ А. Г. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства / Под ред. чл.-корр. РАН Д.А. Новикова.—М.: Издательство физико-математической литературы, 2010.—228 с. ISBN 9785-94052-194-5

Онлайновые социальные сети, помимо выполнения функций поддержки общения, обмена мнениями и получения информации их членами, в последнее время все чаще становятся объектами и средствами информационного управления и ареной информационного противоборства. В недалеком будущем они неизбежно станут существенным инструментом информационного влияния, в том числе в целях манипулирования личностью, социальными группами и обществом в целом, а также, наверное, полем информационных войн.

Книга посвящена обзору известных и описанию оригинальных результатов исследования математических моделей социальных сетей. Основной акцент делается на моделях информационного влияния, управления и противоборства.

Работа рассчитана на студентов вузов, аспирантов и специалистов по информационным технологиям и моделированию социальных систем и процессов.

ISBN 978-5-94052-194-5

ПРЕДИСЛОВИЕ. ФЕНОМЕН СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЕЙ

Сети существовали издревле: сеть дорог в Древнем Риме, почтовые сети в Средневековье, железнодорожные сети, телеграфные, телефонные сети. И, наконец, телекоммуникационные сети. Каждый новый вид сетей способствовал развитию коммуникаций между людьми и тем самым обеспечивал прогресс.

В то же время, как любое явление, развитие сетей имело и имеет как свои положительные, так и отрицательные стороны. Так, многие ученые предсказывают в перспективе развитие нового «рабовладельческого общества». Власть захватят и уже захватывают глобальные сети и корпорации, которым каждый человек будет подконтролен и требования которых он будет выполнять. Появился даже термин «*нетократия*» (net — сеть) [7] — новая форма управления обществом, в рамках которой основной ценностью являются не материальные ресурсы (деньги, недвижимость и т. д.), а *информация* и структуры, ее сохраняющие, обрабатывающие и передающие. Уже сегодня «корпоративная символика», «корпоративный стиль», «корпоративная этика», «корпоративные вечеринки», «корпоративный отдых» и т. п. — понятия, ставшие повсеместными. А еще — покупки только в корпоративных магазинах. За всем этим кроется стремление держать человека, и не только его, но и его семью, его социальное окружение «на виду», под контролем. Повсеместно устанавливаются камеры слежения — на улицах, в банках, в магазинах и т. п. Практически каждый человек со всеми его личными данными во всех деталях уже включен в десятки сетевых баз и банков данных (в том числе и у нас, в России). Сегодня Вы можете в Интернете найти о себе такие сведения, о существовании и/или доступности которых Вы даже не подозреваете.

Среди сетевых ресурсов все большую роль играют *онлайновые социальные сети*, которые помимо выполнения функций поддержки общения, обмена мнениями и получения информации их членами в последнее время все чаще становятся объектами и средствами информационного управления и ареной информационного противоборства. В недалеком будущем они неизбежно станут существенным инструментом информационного влияния, в том числе — в целях манипулирования личностью, социальными группами и обществом в целом, а также, наверное, полем информационных войн.

Социальные сети. В настоящей работе рассматриваются модели социальных сетей, получивших в последнее время значительное распространение как неформальные сообщества — инструмент общения, обмена мнениями и получения информации. Под *социальной сетью* на качественном уровне понимается социальная структура, состоящая из множества *агентов* (субъектов — индивидуальных или коллективных, например, индивидов, семей, групп, организаций) и определенного на нем множества *отношений* (совокупности *связей* между агентами, например, знакомства, дружбы, сотрудничества, коммуникации). Формально социальная сеть представляет собой *граф* $G(N, E)$, в котором $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ — конечное множество вершин (агентов) и E — множество ребер, отражающих взаимодействие агентов. Многочисленные примеры социальных сетей (в том числе — анализ свойств реальных онлайновых сетей; см. четвертую главу) приведены ниже.

Социальные сети способствуют, во-первых, организации *социальных коммуникаций* между людьми и, во-вторых, — реализации их базовых *социальных потребностей*. Можно выделить две пересекающихся трактовки социальной сети — как социальной структуры и ее специфической Интернет-реализации.

Техника *социометрии* (описания социальных групп в терминах теории графов) была впервые предложена и развита в работах Дж. Морено (см. обзор в [26]). Термин «социальная сеть» был введен в 1954 г. социологом Джеймсом Барнсом в [110], но массовое распространение (не только среди ученых-социологов[1]) получил с начала 2000-х годов с развитием соответствующих Интернет-технологий. В настоящее время, как справедливо отмечается в [25, 39], ощущается острый дефицит систематического изложения методов и алгоритмов сетевого анализа, пригодных для современных прикладных исследований.

Обобщая причины привлекательности социальных сетей, можно выделить следующие предоставляемые ими пользователям возможности:

[1] Исследования структуры социальных объектов активно ведутся в социологии начиная с 50-х годов XX века (момента начала активного применения в социологии теории графов). В 1978 г. была образована Международная ассоциация специалистов по анализу социальных сетей, учрежден журнал «Social Networks». В Интернете доступны другие издания по этой тематике — электронные журналы «Connections», «Journal of Social Structure» и др. В настоящей работе мы не претендуем на обзор многочисленных результатов анализа социальных сетей, полученных в социологии.

— получение информации (в том числе обнаружение ресурсов) от других членов социальной сети;

— верификация идей через участие во взаимодействиях в социальной сети;

— социальная выгода от контактов (сопричастность, самоидентификация, социальное отождествление, социальное принятие и др.);

— рекреация (отдых, времяпрепровождение).

«Ключевыми словами» практически любой модели социальной сети являются: агент, *мнение*, *влияние/доверие*, *репутация* (рис. 1). Строго эти понятия определяются ниже, хотя обыденное их значение понятно каждому.

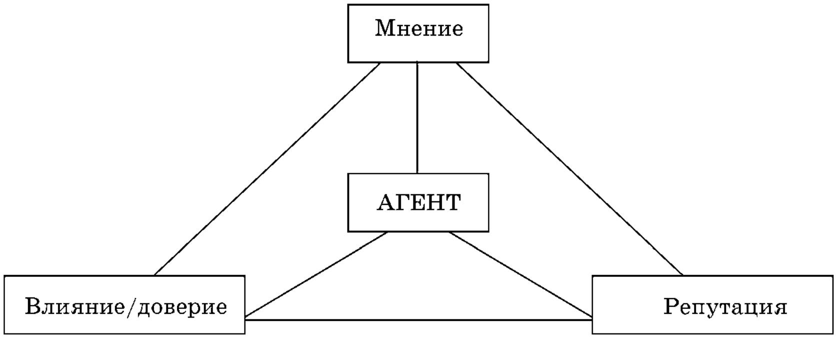


Рис. 1. Базовые понятия модели социальной сети

Примеры и классификация мнений членов онлайновых социальных сетей. Одна из причин привлекательности онлайновых социальных сетей для пользователей состоит в возможности выразить свое мнение (т. е. высказать свое суждение по какому-то вопросу, свою оценку). В общем случае оно выражается в *тексте сообщения*, например:

1. В личной переписке в виде *текста*: Пользователь А: «Сегодня холодно. Думаю, что завтра, и не только завтра, а всю неделю будет под −30 градусов». Пользователь В: «Не может быть, чтобы холода стояли так долго».

2. В блоге на странице *сообщения* или в *комментариях*: на рис. 2 в качестве примера приведена экранная форма страницы блога «Просто о финансах» (http://prostofinansy.com/?p=1597), посвященной прогнозу курса доллара по отношению к украинской гривне. Здесь мнение является действительным *числом*.

Приведем еще один пример — мнение, высказанное на форуме http://www.drive.ru/audi/drive-test/2009/05/13/2456069/ekspress_v_nikuda.html: «Вопрос: за сколько секунд моя тачка пуляет до сотки? Правильный ответ: «Черт его знает!» А вот владелец

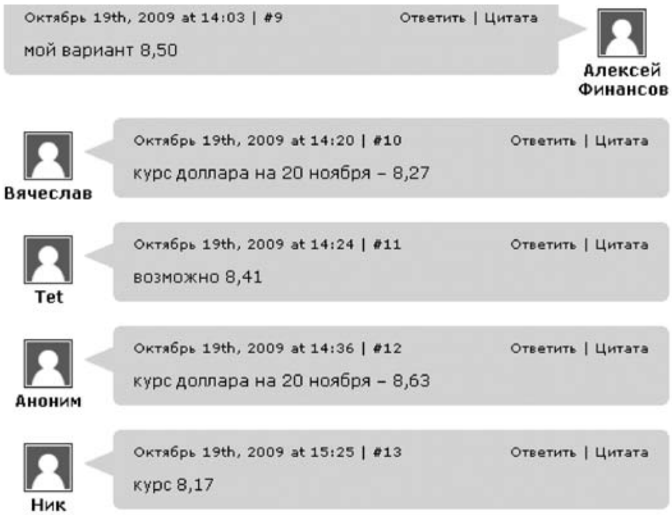


Рис. 2. Экранная форма страницы блога «Просто о финансах»

Audi RS6, уверен, скажет хоть во сне. Четыре с половиной ... нет, не так! Четыре и шесть десятых». Здесь мнение также является действительным числом.

Другой пример мнений, выражаемых числами, приведен на рис. 3.

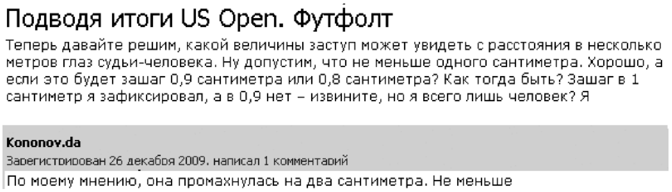


Рис. 3. Пример из мира спорта

Или мнение выражается при помощи *специальных механизмов*, реализованных разработчиками социальной сети, например:

3. В виде *фактов*.

В социальной сети МойКруг (http://moikrug.ru) можно выразить факт (или мнение) о другом пользователе на его странице в разделе фактов (рис. 4).

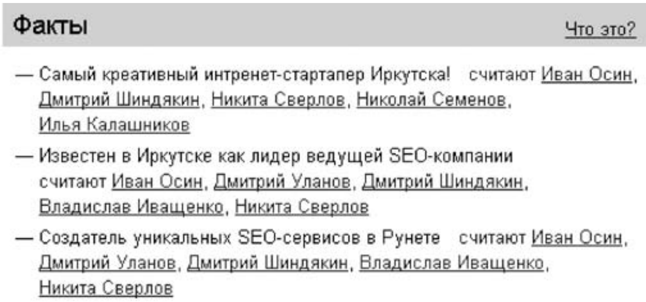


Рис. 4. Пример экранной формы раздела фактов

4. В виде *опроса*, как на сайте http://gotennis.ru. Пользователь может высказать мнение о том, кто выиграет турнир (рис. 5). То есть пользователь должен выбрать одну из фиксированного на-

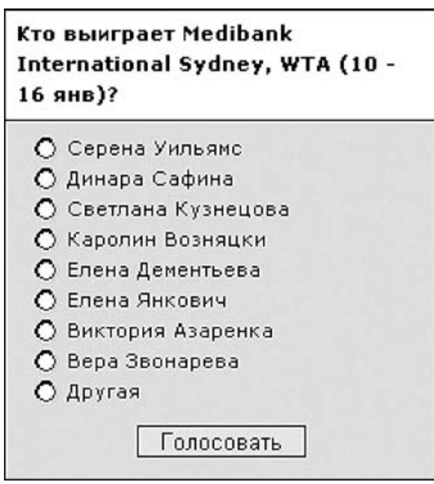


Рис. 5. Пример экранной формы голосования

бора альтернатив (*фиксированное нечисловое значение*), например: «выиграет Серена Уильямс», и высказать, таким образом, свое мнение.

5. Оценки кого-либо и/или чего-либо в зависимости от тематической направленности социальной сети. Примером могут быть оценки в *баллах* (по пятибалльной шкале) фотографий пользователей в сети общего типа «Одноклассники» (рис. 6).

Еще один пример балльной оценки — в рекомендательной системе Imhonet (In My Humble Opinion, http://imhonet.ru) оценки

Рис. 6. Пример экранной формы оценки фотографии пользователя

Рис. 7. Оценка произведения братьев Стругацких на «отлично»

книг, фильмов, музыки и т. п. производятся по десятибалльной шкале от «хуже не бывает» до «лучше не бывает» (рис. 7).

6. Оценки могут быть *векторными* (*многокритериальными*). Примером является взгляд на пользователя как на совокупность его оценок (рис. 8).

7. Частным случаем балльных оценок являются *бинарные оценки* (например, 0/1 или +1/−1 и т. д.). Пример — сообщения пользователя в социальной сети Habrahabr, созданной для публикации новостей и статей в области информационных технологий и бизнеса.

Классификация мнений приведена на рис. 9.

Рис. 8. Многокритериальная оценка пользователя

Рис. 9. Классификация мнений

В настоящей работе мы не рассматриваем математические модели социальных сетей, учитывающие возможность наличия нечисловых и многокритериальных мнений их членов (более того, такие модели нам неизвестны). Все остальные случаи нашли отражение (см. жирные линии на рис. 9): дискретные (в том числе бинарные) мнения лежат в основе моделей, описываемых во второй главе; непрерывным мнениям посвящена третья глава.

Свойства социальных сетей. При моделировании социальных сетей, взаимного влияния их членов, динамики их мнений и т. д. возникает необходимость учета факторов (эффектов), имеющих место в реальных социальных сетях. В целом, в реальных социальных сетях могут иметь место следующие эффекты и свойства, обусловленные как характеристиками и потребностями агентов (оказывающих влияние и подвергающихся влиянию), характером их взаимодействия, так и свойствами самой социальной сети[2]:

1) наличие собственных *мнений* агентов;

2) изменение мнений под *влиянием* других членов социальной сети;

3) различная *значимость мнений* (влиятельности, доверия) одних агентов для других агентов;

4) различная степень *подверженности агентов влиянию* (конформизм, устойчивость мнений);

5) существование *косвенного влияния* в цепочке социальных контактов; уменьшение косвенного влияния с увеличением «расстояния»;

6) существование «*лидеров мнений*» (агентов с максимальным «влиянием»), формализация индексов влияния;

7) существование *порога чувствительности* к изменению мнения окружающих;

8) локализация *групп* («по интересам», с близкими мнениями);

9) наличие специфических социальных *норм*;

10) учет факторов «*социальной корреляции*» (общих для групп агентов);

11) существование (обычно менее значимых) *внешних факторов* влияния (реклама, маркетинговые акции) и, соответственно, внешних агентов (средства массовой информации, производители товаров и т. п.);

12) наличие *стадий* — характерных этапов динамики мнений членов социальной сети (например, процесса диффузии инноваций);

13) лавинообразные эффекты (*каскады*);

[2] Ключевые слова в приводимом ниже перечислении выделены курсивом.

14) воздействие *структурных свойств* социальных сетей на динамику мнений:

— чем больше у агента связей, тем, с одной стороны, больше у него возможностей через свое окружение повлиять на всю сеть, а с другой — больше *уязвимость* к чужому влиянию;

— *эффект кластеризации* (чем выше плотность связей активных агентов-соседей, тем больше вероятность изменения состояния связанного с ними агента; см. ниже связанное понятие «сильная связь» («strong tie»));

— *локальная промежуточность* (чем больше промежуточное значение (см. ниже) агента, тем, с одной стороны, больше его значение в распространении мнения/информации из одной части сети в другую (роль информационного брокера), а с другой стороны, меньше его влияние на агента-соседа; см. ниже связанное понятие «слабая связь» («weak tie»[3]));

— малый диаметр социальной сети обусловливает короткую *цепочку* распространения мнения в сети;

15) *активность* (целенаправленное поведение) агентов;

16) возможность образования группировок, *коалиций*;

17) *неполная* и/или *асимметричная информированность* агентов, принятие ими решений в условиях *неопределенности*;

18) нетривиальная взаимная информированность (*рефлексия*) агентов;

19) *игровое* взаимодействие агентов;

20) *оптимизация* информационных воздействий;

21) *информационное управление* в социальных сетях.

Перечисленные эмпирические эффекты и свойства (см. также [28]), подробно рассматриваемые ниже, находят отражение в моделях, претендующих на адекватное описание реальных социальных сетей (см. третью главу настоящей работы).

Размер и «ценность» сети. Социальные сети вызывают интерес у исследователей, в частности (см. обзор [31]) в связи с тем, что в них возникают качественно новые (по сравнению с набором невзаимодействующих агентов) свойства поведения агентов. Например, в настоящее время идет активная дискуссия вокруг такого понятия, как *ценность* (value, utility) социальной сети. Это понятие можно перевести, кроме того, как важность, полезность, выгодность, но ниже будет использоваться именно термин «ценность социальной сети».

---

[3] См. статью Грановеттера [144] и книгу Барта [117]. Согласно Грановеттеру социальная сеть представлена совокупностью тесно связанных кластеров (групп), которые объединены в слабо связанные кластеры.

Ценность социальной сети — это потенциальная доступность агентов, с которыми любой агент может «связаться» в случае необходимости [12]. Эта ценность имеет вполне определенную величину. Так, если рассмотреть американский рынок телефонов, которые могут набирать только номер 911, то покупатели таких телефонов платят за предоставленную возможность связаться со службой спасения, хотя этой возможностью могут никогда и не воспользоваться. Если в данном случае связь даже с одним агентом имеет ценность (которая определяется ценой, уплаченной за купленные телефоны), то потенциальная связь со многими агентами должна иметь, по-видимому, намного большую полезность.

Наверное, одним из первых на ценность социальной сети обратил внимание основатель американской Национальной Радиовещательной Компании (NBC) Давид Сарнов. Закон Сарнова (Sarnoff's Law) гласит, что ценность радио- или телевещательной сети растет пропорционально количеству зрителей n.

С развитием локальных компьютерных сетей один из авторов технологии *Ethernet*, Роберт Меткалф, определил (Metcalfe's Law) [198], что ценность социальной сети асимптотически растет как n^2. Обоснование этому закону следующее: каждый агент социальной сети может быть соединен с $n-1$ остальными агентами, и, таким образом, ценность для него пропорциональна $n-1$. В сети всего n агентов, поэтому ценность всей сети пропорциональна $n(n-1)$.

Появление Интернета внесло коррективы в оценку роста ценности социальной сети. Давид Рид в своей работе [184], допуская правильность предыдущих двух законов, добавил (Reed's Law) в выражение для ценности социальной сети еще одну составляющую, связанную с объединением многих пользователей Интернета в группы. Эта составляющая равна $2^n - n - 1$ и определяется как число подмножеств (групп) множества из n агентов за исключением одиночных элементов и пустого множества. Добавляя к каждому из законов свой коэффициент пропорциональности a, b или c, получаем следующее выражение для ценности социальной сети с большим количеством агентов n: $an + bn^2 + c2^n$.

В конце 90-х годов прошлого века произошло массовое разорение ориентированных на Интернет-технологии компаний (так называемых *dot-com companies*), что заставило исследователей более осторожно отнестись к вопросу о ценности социальных сетей. В работе [116] приводится критика законов Меткалфа и Рида и предлагается оценивать рост ценности как $n \ln(n)$. Главный аргумент в пользу этого закона (который называется *законом Ципфа* — Zipf's Law) состоит в том, что в нем, в отличие от первых трех законов, ранжируются ценности связей. Так, если для произвольного агента социальной сети, состоящей из n членов, связи с остальными $n-1$ агентами имеют ценности от 1 до $1/(n-1)$, то вклад этого агента в общую ценность сети составляет (для больших n) $1+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{n-1}\approx \ln(n)$.

Просуммировав по всем агентам, получим полную ценность социальной сети порядка $n\ln(n)$. В рамках изложенной аргументации возникает много вопросов. Почему, например, ценности связей распределяются «равномерно» между другими агентами, а не по какому-либо другому принципу? И т. д.

Все приведенные законы, кроме, быть может, закона Сарнова, подвергаются критике, и на сегодняшний день исследователи не пришли еще к единому мнению. По-видимому, эти дискуссии продлятся достаточно долго, так как трудно сформулировать непротиворечивое правило, объясняющее явление в максимальной степени общности и не обращающее внимания на многочисленные детали.

Прибавим еще одно критическое замечание ко всем законам ценности социальных сетей. Очевидно, что ценность двух изолированных социальных сетей должна быть равна сумме ценностей каждой из них, так как из-за отсутствия связей между последними дополнительной ценности не возникает. Такую аддитивность приведенные законы не описывают.

Для ценности социальной сети можно предложить еще одно, вероятностное, описание, которое отражает указанное свойство аддитивности. Ценность социальной сети как величина, зависящая от потенциальных связей всех агентов, очевидно должна возрастать с увеличением количества возможных конфигураций (потенциальных возможностей) этих связей в сети. Действительно, как видно из примера рынка телефонов, который приведен выше, увеличение количества потенциальных возможностей связей в случае необходимости повышает ценность сети. Обозначим через $m\in\mathbb{N}$ количество этих возможных конфигураций, а через $f\colon \mathbb{N}\to\mathbb{R}$ — ценность сети (где $\mathbb{N}$ и $\mathbb{R}$ — соответственно множество натуральных и действительных чисел). Тогда *свойство монотонности* — неубывания ценности с возрастанием количества возможных конфигураций — можно записать в виде $f(m_1)\geqslant f(m_2)$ для всех $m_1\geqslant m_2$.

Рассмотрим две изолированные социальные сети, т. е. такие сети, что любой агент из одной из них не связан ни с каким из агентов другой. Тогда ценность объединения этих двух сетей будет равна сумме ценностей каждой из них. Так как количество возможных конфигураций объединения двух сетей равно произведению m_1m_2, где m_1 и m_2 — количества конфигураций первой и второй сетей соответственно, то для ценности изолированных социальных сетей должно быть справедливо *свойство аддитивности*: $f(m_1m_2) = f(m_1) + f(m_2)$.

Если существует только одна конфигурация связей агентов, то ценность такой социальной сети примем равной нулю, так как эта социальная сеть не дает возможности агентам установить другие потенциальные связи. Поэтому можно ввести *свойство нормировки*: $f(1) = 0$.

В теории вероятностей (см., например, [105]) доказано, что функция, удовлетворяющая последним трем свойствам, пропорциональна $\ln(m)$, где m — число конфигураций, и носит название *энтропии*. Если считать, что каждая конфигурация равновероятна, то существует априорная неопределенность, численно равная энтропии $\ln(m)$ от числа конфигураций. Так как каждая конкретная конфигурация устраняет неопределенность о связях в сети, то энтропия (апостериорная) каждой конкретной конфигурации становится равной нулю. Смысл ценности социальной сети в приводимой интерпретации состоит в том, что она показывает, насколько в сети может быть полностью устранена априорная неопределенность. Иными словами, осуществляется потенциальная доступность агентов в смысле введенного первоначально определения ценности [12].

Пусть сеть состоит из n агентов. Перенумеруем всех агентов сети и предположим, что конфигурация сети определяется тем, какой агент от какого получает информацию. Например, агент 1 получает информацию от агента 2, агент 2 получает от агента 3 и т. д. Агент n получает информацию от агента 1. Остальные конфигурации получаются перестановками агентов в описанной исходной конфигурации (кольце). Легко показать, что существует $m = n!$ таких конфигураций сети. Воспользовавшись упрощенной формулой Стирлинга [92, 130], можно показать, что для большого количества агентов n ценность (в смысле энтропии) социальной сети равна $\ln(n!) \approx n\ln(n) - n$.

Таким образом, мы получили закон еще более умеренного роста ценности сети по сравнению с законом Ципфа — $n\ln(n)$. Например, для сети *Facebook*, численность членов которой недавно достигла 300 000 000 пользователей, различие между приведенным законом и законом Ципфа составляет около 13%. Для меньших сетей это различие будет увеличиваться.

Что же касается практической реализации, то в настоящее время определился целый класс социальных сетей, существующих в Интернете, которые объединены единой технологией *Web* 2.0 [182].

Web 2.0, по определению О'Рейли,— методика проектирования систем, которые путем учета сетевых взаимодействий становятся тем лучше, чем больше людей ими пользуются. Особенностью *Web* 2.0 является принцип привлечения многих пользователей к наполнению и многократной выверке содержания (контента).

В этом определении, как и в приведенных выше законах, существенным фактором является большое количество агентов (современные социальные сети могут охватывать десятки миллионов пользователей), взаимодействие которых в сети увеличивает ее ценность. Исходя из этого, целесообразно использовать развитый аппарат статистической физики и теории информации, который позволяет описывать поведение больших систем на языке теории вероятностей. Подробнее аналогии между социальными сетями и двумя этими дисциплинами приведены в табл. 3 гл. 2.

Примем, что поведение агента в социальной сети может зависеть от следующих факторов (рис. 10):

— *индивидуального* — внутренней склонности (предпочтений) агента выбрать то или иное действие в отсутствие какого бы то ни было внешнего влияния;

— *социального* — определяемого взаимодействием (взаимовлияниями) с другими агентами сети;

— *административного* — результата воздействия (влияния) на него (*управлением*) со стороны управляющего органа — *центра*.

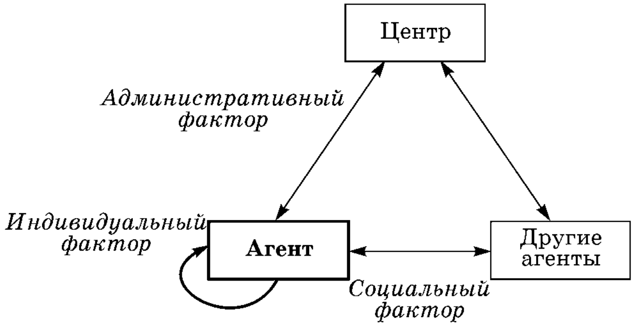


Рис. 10. Факторы, влияющие на поведение агента в социальной сети

Агентов, которые подвержены описанным факторам, будем называть *зависимыми* (от одного или нескольких из этих факторов). Если на агентов действует как минимум социальный фактор, то объединяющую их сеть будем называть *невырожденной социальной сетью.* Не подверженных перечисленным факторам агентов будем называть *независимыми.* Если у агентов отсутствует зависимость от социального фактора, то такую сеть, состоящую из невзаимодействующих агентов, будем называть *вырожденной* социальной сетью [12].

Проводя условно аналогии с моделями *термодинамики* и *статистической физики* [92], можно сказать, что вырожденная социальная сеть с независимыми агентами соответствует идеальному газу. Вырожденная социальная сеть с зависимыми агентами соответствует многоатомному газу. Невырожденная социальная сеть соответствует другим веществам, где присутствует взаимодействие между частицами (взаимовлияние между агентами). Сеть с управлением и без него соответствует наличию или отсутствию воздействия, например, внешнего поля (влияние центра).

Для *теории информации* [96] можно привести следующие сопоставления. Вырожденной социальной сети соответствует кодирование сообщения без штрафов, а невырожденной социальной сети — кодирование со штрафами. Неаддитивные штрафы соответствуют взаимовлиянию между агентами, аддитивные — влиянию центра. Соответствующие модели рассматриваются во второй главе настоящей работы.

Влияние. Управление. Противоборство. Как отмечалось выше, социальные сети в последнее время все чаще становятся объектами и средствами информационного управления и ареной информационного противоборства. Поэтому при рассмотрении моделей, учитывающих *информированность* агентов (т. е. ту информацию, которой они обладают на момент принятия решений), традиционно выделяют три вложенных класса моделей: информационного влияния, информационного управления и информационного противоборства (рис. 11).

Модель информационного влияния дает возможность исследовать зависимость поведения субъекта от его информированности и, следовательно, от информационных воздействий. Имея модель информационного влияния, можно ставить и решать задачу *информационного управления* — какими должны быть информационные воздействия (с точки зрения управляющего субъекта), чтобы добиться от управляемого субъекта требуемого поведения. И, наконец, умея решать задачу информационного управления, можно моделировать *информационное противоборство* — взаимодействие нескольких субъектов, обладающих несовпадающими интересами и осуществляющих информационные воздействия на один и тот же управляемый субъект. Если модели информационного влияния (*социального влияния* в терминах социологии и социальной психологии) являются предметом многочисленных исследований на протяжении уже более полувека, то математические модели именно информационного управления и информационного

Рис. 11. Информационное влияние, управление и противоборство

противоборства в социальных сетях, а тем более — комплекс этих задач (рис. 11), почти не исследованы. Поэтому настоящая работа представляется (по крайней мере, авторам) в некотором смысле пионерской.

В § 3.1 рассматривается информационное влияние агентов на формирование мнений друг друга в социальных сетях (модель в целом следует традиции использования марковских цепей для исследования социальных сетей [122, 134, 146]; см. также [91]). Структура сети описывается с помощью введенных понятий: *сообщество* (множество агентов, которые не подвергаются влиянию агентов вне него), *группа* (сообщество агентов, в котором любые два агента прямо или косвенно влияют друг на друга) и *спутник* (агент, не оказывающий влияния ни на одну из групп). Предположим, что в каждой группе хотя бы один агент хоть сколько-нибудь доверяет своему мнению. Как оказывается, тогда в конечном итоге мнения спутников определяются мнением групп, а внутри групп мнения агентов сходятся и равны (общие необходимые и/или достаточные условия сходимости — правильность цепи Маркова и др. — можно найти в [22, 141, 155], обзор и исследование роли структуры коммуникаций агентов — в [2]). В такой социальной сети представляется вполне естественным рассмотрение *задачи информационного управления* (изменение мнений, репутации и/или доверия небольшого множества ключевых агентов в сети таким образом, что в результате распространения изменения мнений формируются требуемые мнения участников всей сети или ее части; см. описание моделей информационного управления в § 3.2–3.5).

Выше были выделены три компонента модели социальной сети: мнение, доверие и репутация (см. рис. 1). Так как *управление* есть воздействие на управляемую систему с целью обеспечения требуемого ее поведения [76], то предметом управления в социальной сети могут выступать мнения агентов, их репутация и доверие друг другу. Модели информационного управления мнениями агентов рассматриваются в § 3.2 и 3.3, модели информационного управления репутацией агентов — в § 3.4, модели информационного управления доверием агентов — в § 3.4 и 3.5.

Также ставится и анализируется теоретико-игровая задача *информационного противоборства* нескольких игроков в сети (см. § 3.6 и 3.7). При этом можно выделить два случая. Если несколько игроков, осуществляющих информационные воздействия, выбирают свои действия одновременно — их взаимодействие описывается *игрой в нормальной форме* (см. § 3.2 и 3.6). Если же последовательный порядок ходов этих игроков фиксирован, то получаем игру типа *игры «защита-нападение»*, рассмотренной в § 3.7.

Безопасность. Помимо перечисленных выше возможностей, онлайновые социальные сети, как и любое другое масштабное социальное явление, порождают ряд проблем: отрыв пользователя от реальности; нехватка живого общения; пользователь начинает тратить слишком много времени на общение, в том числе с незнакомыми ему людьми, что может отрицательно сказаться на его учебе, работе и личной жизни; и т. д. Обсуждать соответствующие проблемы, не достигшие адекватного уровня формализации, в настоящей работе мы не будем.

Подчеркнем, что если социальные сети позволяют осуществлять информационное управление (манипулирование, скрытое управление), то неизбежно возникает и «двойственная» задача — анализ и обеспечение *информационной безопасности* социальных сетей.

Например, как отмечается в «Доктрине информационной безопасности РФ», угрозой конституционным правам и свободам человека и гражданина в области духовной жизни и информационной деятельности может являться «вытеснение российских информационных агентств, средств массовой информации с внутреннего информационного рынка и усиление зависимости духовной, экономической и политической сфер общественной жизни России от зарубежных информационных структур». И социальные сети могут играть при этом далеко не последнюю роль.

Известно также, что информационные системы уже стали неотъемлемым инструментом поддержки принятия и реализации управленческих решений на всех уровнях — от оператора технологического процесса на предприятии до руководства страны. Поэтому категория информационной безопасности может и, наверное, должна быть дополнена такой категорией, как *социальная безопасность информационно-коммуникационных технологий* (ИКТ) — защищенность пользователей ИКТ, их групп и общества в целом от информационных воздействий и негативных последствий управленческих решений, принимаемых с использованием современных ИКТ.

Из вышесказанного вытекает важность исследования вопросов информационного влияния, информационного управления и информационного противоборства, в частности, в следующих аспектах:

• информационное влияние на отдельные личности, социальные и другие группы, общество в целом;

• целенаправленное влияние (информационное управление), в том числе при помощи средств массовой информации (СМИ);

• борьба за информационную влиятельность и формирование требуемых мнений в обществе;

• влияние информации на безопасность управленческих решений, принимаемых на основе этой информации;

• информационное противоборство (в том числе — скрытое) на межгосударственном, национальном, региональном, территориальном, отраслевом и корпоративном уровнях.

Некоторые модели обеспечения безопасности социальных сетей рассматриваются в настоящей работе. Однако следует признать, что соответствующая область не привлекла еще должного внимания исследователей, поэтому создание и изучение моделей социальной безопасности ИКТ (включая модели безопасности социальных сетей) представляется чрезвычайно интересным и востребованным направлением будущих исследований.

Структура изложения. Введение содержит краткий анализ использования теоретико-игровых моделей для описания взаимодействия элементов сетевых структур. Первая глава представляет собой аналитический обзор моделей информационного влияния в социальных сетях. Во второй главе рассматриваются стохастические (термодинамические) модели больших социальных сетей. Третья глава содержит оригинальные результаты авторов и их коллег по построению и исследованию теоретических моделей информационного влияния, управления и противоборства в социальных сетях. Каждый параграф второй и третьей главы завершается обсуждением соответствующих перспективных направлений дальнейших исследований, что объясняет отсутствие в книге заключения. В четвертой главе приведено описание программного комплекса для имитационного моделирования социальных сетей и примеры использования этого комплекса для исследования информационного влияния, управления и противоборства.

ВВЕДЕНИЕ. ИГРЫ И СЕТИ

На протяжении многих лет и игровые, и графовые модели успешно используются для описания сложных систем. Так как в настоящей работе, посвященной моделям социальных сетей, последние описываются с помощью графов, а задачи информационного управления и информационного противоборства формулируются в том числе в терминах теории игр, то для позиционирования соответствующего класса моделей в настоящем вводном разделе кратко рассматривается современное соотношение игровых и графовых моделей.

Согласно определению, приведенному в [21], *теория игр* — раздел прикладной математики, исследующий модели принятия решений в условиях несовпадения интересов сторон (*игроков*), когда каждая сторона стремится воздействовать на развитие ситуации в собственных интересах. Результаты, полученные в теории игр, нашли множество приложений в самых разных областях — в социологии [88, 91, 197], экономике [67, 172, 176], организационном управлении [37, 76], экологии [14, 91], военном деле [16, 43] и др.

Теория графов в качестве теоретической дисциплины может рассматриваться как раздел дискретной математики, исследующий свойства конечных множеств с заданными отношениями между их элементами [13]. Как прикладная дисциплина теория графов позволяет описывать и исследовать многие технические, экономические, биологические и социальные системы (см. примеры приложений теории графов в [13, 16, 88, 91, 155]).

Графы и игры. Между теорией игр и теорией графов существует глубокая взаимосвязь. Можно привести множество примеров использования конструкций и результатов теории графов в игровых постановках:

— древовидный граф задает структуру принятия решений в игре в развернутой форме [86];

— граф (вершины — игроки) задает структуру возможных коалиций [37];

— на графе в дискретном времени осуществляется «игра поиска» (вершины — позиции игроков, ребра — возможные пути переходов) [85];

— ориентированный граф описывает, от чьих действий зависят выигрыши агентов (например, для реализуемости равновесия Нэша достаточно связности графа), в более общем случае граф отражает структуру информированности игроков [80] или структуру коммуникаций между игроками [72];

— граф отражает постоянные или вре́менные связи (информационные, технологические, подчиненности и т. п.) между игроками [36, 64, 72, 74]. И т. д.

Отдельно следует выделить *теорию сетевых игр* — относительно молодой (развивающийся с конца 70-х годов прошлого века) раздел теории игр, акцентирующий внимание как раз на формировании сетевых структур — устойчивых связей между игроками — в условиях несовпадения интересов и/или различной информированности последних (для ознакомления см. обзор [35] и монографию [155]).

Здесь уместно сделать два терминологических замечания. Во-первых, в сетевых играх термин «сеть» употребляется в более широком, чем принято в теории графов [13], значении — практически любой граф называется сетью. Во-вторых, наряду с термином «сетевые игры» (network games), все чаще встречается термин «*игры формирования сетей*» (network formation games), более соответствующий сути игры, результатом которой является сеть, связывающая игроков. Эта тенденция имеет свое обоснование — сетевые игры могут рассматриваться как включающие в себя (рис. 12) игры формирования сетей и «*игры на сетях*» (network-based games), причем в последних «сеть» фиксирована. Среди игр на сетях можно, в свою очередь, выделить (рис. 12) [38]:

— *игры сетевого взаимодействия* (networking games) [4];

— «*когнитивные*» игры (cognitive maps games);

— *игры на социальных сетях* (social networks games);

— *игры на сетевых графиках* [5].

На качественном уровне различие между играми формирования сетей и играми на сетях состоит в том, что в первых предметом выбора игроков являются переменные, относящиеся к пар-

[4] В данном классе игр, имеющих в основном транспортные и телекоммуникационные интерпретации (см. монографию [190], пионерскую статью [205] и обзор [133]), сеть является «инструментом» и/или ограничением взаимодействия игроков.

[5] Играм на сетевых графиках пока не было уделено должного внимания исследователей. Этот класс игр может быть охарактеризован как игры субъектов, выделяющих ресурсы, необходимые для выполнения операций сетевого графика некоторого проекта. То есть игры на сетевых графиках — теоретико-игровое обобщение задачи распределения ресурсов на сетях, являющейся хрестоматийной для календарно-сетевого планирования и управления.

ному взаимодействию между игроками, а в играх на сетях — переменные, описывающие вершины сети (значения факторов в играх на когнитивных картах, мнения агентов в играх на социальных сетях и т. д.). В будущем эти модели, наверное, целесообразно формально объединить (см. штриховые линии на рис. 12). Эффект от

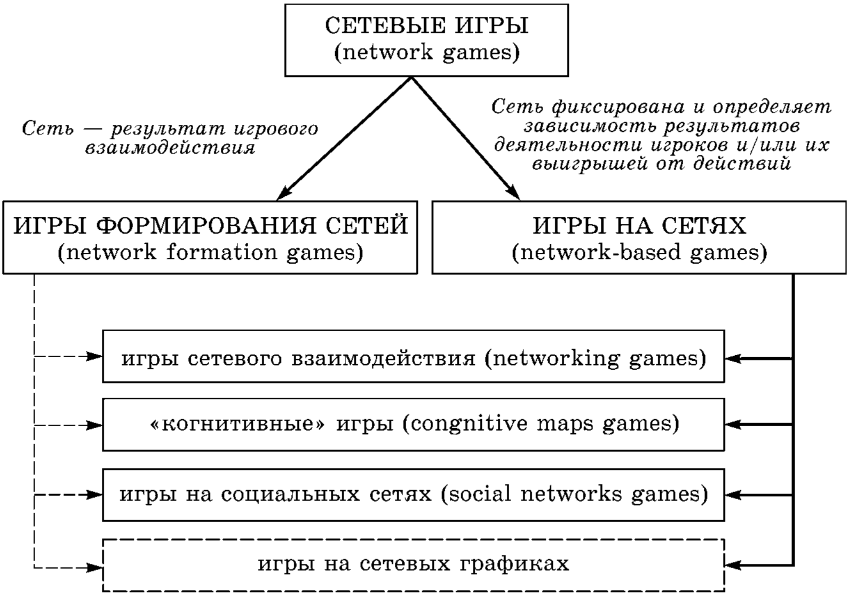


Рис. 12. Сетевые игры

такого объединения может быть обусловлен тем, что во многих играх формирования сетей (например, в моделях информационных коммуникаций в многоагентных системах) для расчета выигрышей игроков требуется привлекать модель сетевой динамики, как и в играх на сетях. Объединение моделей приведет к двухэтапной игре, на первом этапе которой игроки формируют сеть, а на втором этапе используют сформированную сеть для передачи информации, ресурсов и т. д. в соответствии с концепцией игр на сетях.

Игры на сетях. В последние годы все чаще появляются разнообразные содержательные постановки задач описания и исследования такого взаимодействия игроков, что результат их взаимодействия (или связь между выбираемыми действиями или стратегиями и выигрышами) определяется той или иной «сетевой» («теоретико-графовой») моделью. Такого рода игры, как отмечалось выше, называют играми на сетях. Приведем несколько примеров.

Когнитивные игры [71] — игры, в которых когнитивная карта [108] — взвешенный ориентированный граф (его вершинами являются факторы, значения которых измеряются в непрерывной или нечеткой шкале, а взвешенными или функциональными дугами отражается взаимовлияние факторов) — используется для учета причинно-следственных связей и взаимовлияния факторов, а также для моделирования динамики слабоформализуемых систем [1, 56, 68]. Когнитивные модели имеют множество приложений (см. [68, 91, 108]). Для первоначального ознакомления с этой областью можно порекомендовать классические монографии [91, 108] и современные обзоры [1, 52, 55].

Основной целью использования когнитивных карт является качественный анализ, основывающийся в большинстве случаев на имитационном моделировании (реже аналитически решаются обратные задачи управления) динамики ситуаций (тенденций, направлений изменения значений факторов, исследовании сценариев и т. д.). Например, описав взаимосвязь между факторами в виде разностной схемы второго порядка и задав начальные значения, можно анализировать динамику факторов, «установившиеся» значения и т. д., рассматривая все эти аспекты с точки зрения лиц, заинтересованных в том или ином развитии ситуации, или исследуя несовпадение целей различных субъектов. Имея модель связи между факторами, можно рассматривать игровую постановку — пусть игроки имеют возможность влиять на начальные значения факторов (например, для каждого игрока задано множество «контролируемых» им факторов), а их выигрыши зависят от «установившихся» значений факторов. Пример линейной игры такого рода рассмотрен в [71].

Игры на социальных сетях — игры, в которых вершинами являются агенты — участники социальной сети, а взвешенные дуги отражают степени их «доверия» друг другу или влияния друг на друга (см. монографию [155] и третью главу настоящей работы). Мнение каждого агента формируется под влиянием его начального мнения и мнений других агентов с учетом их доверия друг другу (динамика мнений описывается системой линейных дифференциальных или разностных уравнений). Помимо агентов, в модели существуют игроки, которые могут влиять на агентов и их взаимодействие, т. е. игроки могут осуществлять *управление* агентами. Зная связь между начальными мнениями, а также структурой социальной сети и итоговыми мнениями, можно ставить и решать задачу формирования игроками таких начальных мнений у агентов и таких связей между ними (включая как структуру, так и степени доверия), которые были бы равновесием (в том или ином смысле) соответствующей игры. Отметим, что с рассматриваемой точки зрения («соотношения» теоретико-игровых и теоретико-графовых моделей) настоящая работа (точнее, третья ее глава) посвящена играм на социальных сетях.

Третьим примером является использование аппарата сетей Петри [106]. И т. д.

Общим для приведенных примеров, да и для игр на сетях вообще, является следующее. Связь между действиями игроков и результатом, который определяет их выигрыши, описывается в рамках достаточно простой «сети» динамической системой или системой разностных уравнений и т. п. То есть сеть является моделью взаимодействия игроков (факторов и т. п.). Далее все сводится к анализу свойств соответствующей динамической системы, а затем — к той или иной классической теоретико-игровой постановке (в общем случае — к динамической игре [71, 87]). Отметим, что несколько в стороне находятся networking games, в которых динамики как таковой обычно нет, а решением считается равновесие Вардропа [205].

Более того, если рассматривать сеть как объект управления, то, исследовав свойства этой сети — умея описывать ее динамику в зависимости от тех или иных параметров и выделив управляемые переменные (параметры, которые подвергаются целенаправленному изменению со стороны управляющего органа), можно ставить и решать задачи управления. Поясним последнее утверждение.

Задача управления. Обсудим качественно общую постановку задачи управления некоторой системой. Пусть имеется *управляющий орган* и управляемая система (*объект управления*). Состояние управляемой системы зависит от внешних воздействий, воздействий со стороны управляющего органа (управления) и, быть может (если объект управления активен, т. е. также является субъектом, что характерно для социально-экономических, организационных систем), действий самой управляемой системы (рис. 13). Задача управляющего органа заключается в том, чтобы осуществить такие управляющие воздействия (жирная линия на рис. 13), чтобы с учетом информации о внешних воздействиях (штриховая линия на рис. 13) обеспечить требуемое состояние управляемой системы.

Управляемая система может описываться различными способами (системой дифференциальных уравнений, набором логических правил и др.), отражающими зависимость состояний от

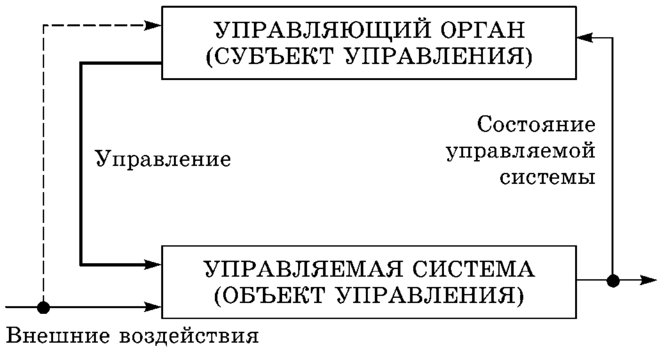


Рис. 13. Структура системы управления

внешних факторов, управлений, предшествующих состояний и т. д. В частности, может использоваться и та или иная сетевая модель (рис. 14), в которой, например, вершины соответствуют компонентам вектора состояний или агентам — участникам системы, а дуги — их влиянию друг на друга.

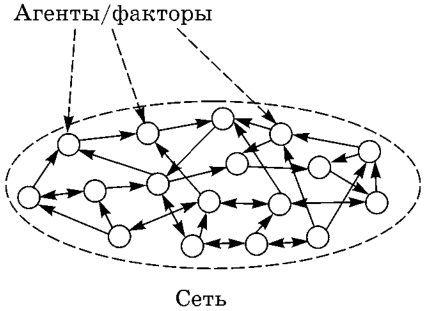


Рис. 14. Сеть как модель объекта (объекта управления)

В [76] была предложена система классификаций задач управления, в которой основанием являлся предмет, на который оказывается воздействие в процессе управления. Так, были выделены:

— управление составом (набором элементов, входящих в состав управляемой системы);

— управление структурой (связями между элементами);

— институциональное управление (управление ограничениями и нормами деятельности элементов системы);

— мотивационное управление (управление предпочтениями элементов системы);

— информационное управление (управление информированностью элементов системы — той информацией, которой они обладают на момент принятия решений).

В «сетевой» интерпретации, т. е. когда объект управления описывается графом (причем вершины графа «пассивны», т. е. не обладают собственными предпочтениями и информированностью), получаем, что управление может заключаться в целенаправленном воздействии на следующие компоненты объекта управления (рис. 15):

— состав управляемой системы (т. е. управление может заключаться в удалении или добавлении вершин);

— структуру (связи между элементами) управляемой системы (т. е. управление может заключаться в удалении или добавлении дуг);

— значения параметров, соответствующих вершинам графа (значения состояний) и его дуг (значения параметров, отражающих взаимосвязи между элементами системы).

Применительно к рассматриваемым в настоящей работе социальным сетям, большинство известных на сегодняшний день моделей управления описывает именно воздействия на параметры

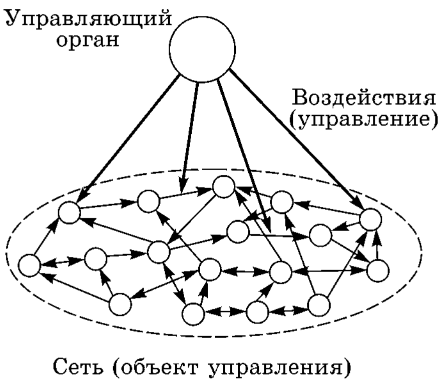


Рис. 15. Управление объектом, описываемым сетью

графа, почти не затрагивая состава сети и его структуры. Поэтому постановку и решение задач управления составом и структурой социальных сетей следует отнести к перспективным направлениям будущих исследований.

Отметим, что изучение «управления сетью» представляет собой самостоятельную нетривиальную задачу, для решения которой может использоваться аппарат исследования операций и оптимального управления. Кроме того, отдельным вопросом является устойчивость, причем как устойчивость, например, по Ляпунову управляемой системы, так и устойчивость решений по параметрам модели (корректность задачи и т. д.) [66, 97].

Усложним рассматриваемую модель, предположив, что существуют несколько (как минимум два) управляющих органа — *игрока*, каждый из которых может оказывать определенные воздействия на те или иные (контролируемые им) компоненты объекта управления (рис. 16).

Если предпочтения каждого из игроков (их «критерии эффективности» или целевые функции) зависят от состояния уп-

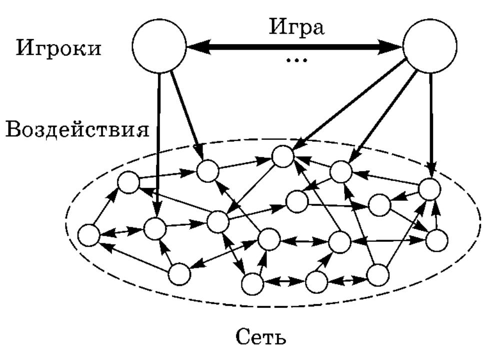


Рис. 16. Игра «на сети» (противоборство)

равляемого объекта (определяемого, в общем случае, действиями всех игроков), то получаем игру на сети (см. определение выше).

Предположим, что множество игроков, множества их допустимых действий, целевые функции (определенные на множестве действий и состояний сети), сеть (включая все ее свойства, в том числе взаимосвязь между действиями игроков и состоянием сети), информированность игроков и порядок принятия ими решений являются общим знанием среди игроков[6]. Совокупность перечисленных параметров задает *динамическую игру* (см. обзоры в [16, 75, 87, 176]), т.е. игра на сети в рассматриваемом случае может быть сведена к динамической игре.

Исследование игр на сетях включает следующие общие этапы:

1) описание сети и исследование ее динамики;

[6] То есть перечисленные параметры известны всем игрокам, всем известно, что всем это известно и т. д. до бесконечности [80]. Отказ от этого предположения приведет к рассмотрению рефлексивных игр на сетях.

2) описание множества игроков, их предпочтений, информированности, множеств допустимых стратегий и контролируемых ими параметров;

3) сведение игры на сети к той или иной известной теоретико-игровой модели (игре в развернутой форме, игре в нормальной форме, кооперативной игре и т. д.).

На этом «сетевая» специфика заканчивается и начинается этап классического теоретико-игрового анализа, результаты которого, конечно, должны затем интерпретироваться в «сетевых» терминах. Другими словами, задача заключается в том, чтобы свести исходную «игру на сети» к такой игре, для которой уже примени́м весь тот богатый инструментарий, который на сегодняшний день накоплен в теории игр.

Множество вариантов различных моделей «сетей» и определений игр на них обусловливают необходимость введения соответствующей системы классификаций. При этом возможны две почти независимые системы классификаций — с точки зрения игр и с точки зрения сетей, «на которых» эти игры определяются.

Классификация игр на сетях. Введем систему оснований классификации с точки зрения теории игр, перечислив основания классификации и возможные значения признаков классификации [7].

1. Вид динамической системы (при наличии в сетевой модели динамики). По этому основанию можно различать *линейные игры* (когда приращения «значений вершин» линейно зависят от значений других вершин, их приращений и «управления») и *нелинейные игры*.

2. Информированность игроков. Возможные значения признаков классификации — параметры и текущие результаты игры являются общим знанием, или общее знание отсутствует. В последнем случае получаем *рефлексивные игры на сетях* (см. в [80] описание рефлексивных игр в нормальной форме). Использование этого класса игр может оказаться эффективным инструментом моделирования информационного противоборства, информационных войн и т. д. [56, 79, 89]. В зависимости от того, какие параметры наблюдаемы для различных игроков, может иметь место *информационная дискриминация* [86] некоторых игроков.

3. Наличие или отсутствие неопределенности (как симметричной, так и асимметричной, при которой игроки

[7] По каждому основанию возможно выделение большего числа подклассов (числа значений признаков классификации). Можно также увеличивать и число оснований, заимствуя их из теории оптимального управления, из исследования операций и т. д.

обладают различной априорной частной информацией и этот факт является общим знанием). Более простым является детерминированный случай, в то время как, например, *игры на сетях с неопределенностью* (симметричной) могут отражать ситуации принятия решений и/или сценарного моделирования в условиях неопределенности.

4. Дискретность или непрерывность времени. В случае зависимости «значений вершин» от действий только соответствующих игроков получаем классические *дифференциальные игры*, представляющие чрезвычайно развитое и богатое результатами направление теории игр (см. [49, 86, 87] и ссылки в них).

5. Структура целевых функций игроков. Целевая функция каждого игрока может зависеть от динамики «значений всех вершин» (траектории) и его собственного действия. Возможны обобщения, когда выигрыш каждого игрока явным образом зависит от действий всех игроков. Возможны *интегральные критерии*, когда выигрышем игрока является интеграл по времени (быть может, нормированный на продолжительность — *усредненный критерий*) от траектории и действий игроков, или *терминальные критерии*, когда выигрыши игроков зависят от «значений вершин» в конечный момент времени. Возможно выделение для каждого из игроков собственного множества целевых вершин и т. д.

6. Интервал времени, на котором рассматривается динамика и для которого решается задача управления. Этот интервал может быть *конечным* или *бесконечным*.

7. Структура ограничений. Могут присутствовать только ограничения на индивидуальные действия игроков. Дополнительно могут присутствовать и *ограничения совместной деятельности* [72, 76], или/и индивидуальные ограничения могут задаваться конструктивно (например, в виде ограниченности тех или иных «интегралов» по времени от действий игроков).

8. Дальновидность игроков. В условиях полной информированности и общего знания при конечном интервале времени, на котором рассматривается динамика, игроки могут сразу выбрать вектор своих действий на все будущие периоды времени (так называемое *программное принятие решений*). *Дальновидность игроков*, т. е. число учитываемых ими будущих периодов, может быть меньше интервала времени, на котором рассматривается динамика. Тогда необходимо рассматривать *скользящее принятие решений*, при котором игроки могут брать или не брать на себя обязательства друг перед другом о выборе опре-

деленных действий (см. модели динамических активных систем в [75]).

9. Моменты времени выбора игроками своих действий. В частности, возможны следующие варианты: так называемое *импульсное управление* — когда действия игроков явно влияют на изменения значений вершин только в одном (как правило, в начальном) периоде или в течение нескольких первых периодов, а дальше имеет место релаксационная динамика. Управление может быть *непрерывным* — когда действия игроков явным образом влияют на значения вершин в каждом периоде. Наконец[8], управление может быть *периодическим*.

10. Множества вершин, контролируемых различными игроками. В общем случае в динамической игре динамика значения каждой вершины зависит от действий всех игроков. В частном случае возможно выделение для каждого игрока множества непосредственно управляемых им вершин графа. Множества вершин, управляемых различными игроками, могут пересекаться или пересечения могут быть запрещены.

11. Последовательность ходов. Игроки могут принимать решения (выбирать действия) *одновременно*. Последовательность выбора игроками действий может быть различна внутри одного временно́го интервала — получаем в случае двух игроков *многошаговые иерархические игры* [24, 49, 74], в случае большего числа игроков — *многошаговые многоуровневые иерархические игры*. Или различные игроки могут выбирать свои действия в различные временны́е интервалы — получаем аналог игр в развернутой форме или *позиционных игр*.

12. Возможность образования коалиций. Принимая решения, игроки могут обмениваться информацией, договариваться о совместных действиях и перераспределении выигрышей, что приведет к *кооперативной игре*.

Вторая система оснований классификации (классификации сетевых структур) может быть описана с точки зрения теории графов. Могут использоваться [71]:

— *функциональные графы* (в которых «сила влияния» одной вершины на другую является известной функцией от «значений этих вершин»);

— *графы с запаздыванием* (в которых изменение «значения одной вершины» приводит к изменению «значения другой вершины» с некоторой задержкой);

[8] Естественно, в общем случае у каждого игрока может иметься собственная последовательность моментов времени, в которые выбранные им действия в явном виде влияют на изменение значений тех или иных вершин.

— *модулируемые графы* (в которых «сила» влияния одной вершины на другую может зависеть от «значения» третьей — модулирующей — вершины);

— *иерархические графы*;

— *вероятностные графы* (в которых каждой дуге, помимо силы связи, поставлена в соответствие вероятность реализации воздействия);

— *нечеткие графы* [54]

и т. д. Различные интерпретации вершин, дуг и «весов» на дугах, а также различные функции, определяющие взаимовлияние вершин, приводят к многообразию возможных моделей сетевых структур.

Промежуточные итоги. Комбинируя различные значения признаков по каждому из перечисленных оснований классификации, а также выбирая тот или иной вид сетевой структуры, можно, с одной стороны, систематически перечислить различные виды игр на сетях, с другой стороны, любую конкретную игру можно попытаться отнести к тому или иному классу [9].

Наличие системы классификаций позволяет, имея результаты исследования некоторой игры на сети, систематически генерировать смежные задачи и пытаться переносить или/и обобщать на них полученные результаты.

Полученные на сегодняшний день результаты исследования игр на сетях, заключающиеся, по сути, в корректном сведении некоторых из них к классическим играм в нормальной форме [32, 54, 71] или к рефлексивным играм [80], представляются более чем скромными. Перспективными с теоретической точки зрения видятся такие задачи будущих исследований, как теоретическое изучение и практическое использование моделей игр на сетях, перечисленных выше в рамках введенной системы их классификаций: нелинейных, рефлексивных, иерархических, кооперативных, описывающих принятие качественных решений (на основе нечетких и/или вероятностных и/или функциональных графов) в условиях неопределенности и др.

Наряду с теоретическим исследованием аналитических решений игр на сетях, учитывая богатство сетевых моделей и их содержательных интерпретаций, чрезвычайно актуальным представляется их имитационное моделирование (см. четвертую главу настоящей работы).

[9] Можно порекомендовать уважаемому Читателю повторно вернуться к данной классификации после ознакомления с основным материалом книги, что позволит четко увидеть место рассмотренных моделей.

Глава 1
МОДЕЛИ ВЛИЯНИЯ В СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЯХ

Первая глава посвящена аналитическому обзору современных моделей социальных сетей и установлению соответствия между классами моделей и отражаемыми ими свойствами моделируемого объекта (см. предисловие). Изложение материала имеет следующую структуру.

Параграф 1.1 включает четыре пункта. В первом пункте рассматриваются определения и модели влияния в социальных сетях, а также подходы к описанию влиятельности агентов, наряду с сетевыми моделями диффузии инноваций. Во втором пункте даны модели определения самых влиятельных агентов в сети, а также задачи максимизации ценности потребителя в моделях маркетинговых акций на социальных сетях. В третьем пункте представлены: задача описания каскадов распространения влияния; ряд моделей влияния, базирующихся на аналогиях с медициной, физикой и другими разделами науки; модели на основе клеточных автоматов и цепей Маркова. Четвертый пункт посвящен краткому описанию индексов влияния.

Параграф 1.2 включает следующие четыре пункта: первый посвящен анализу роли информированности, второй — общественным благам и индивидуальной специализации, третий — коммуникации и координации в социальных сетях, четвертый — социальному контролю и коллективным действиям, а также стабильности сети.

Параграф 1.3 подводит итоги обзора и устанавливает соответствие между свойствами социальных сетей, отражаемыми теми или иными их моделями.

1.1. Влияние и индексы влиятельности

1.1.1. Влияние. Классификация моделей. *Влияние* — процесс и результат изменения субъектом (субъектом влияния) поведения другого субъекта (индивидуального или коллективного объекта влияния), его установок, намерений, представлений и оценок (а также основывающихся на них действий) в ходе взаимодействия с ним [153]. *Влияние* — это способность воздействовать на чьи-либо представления или действия [183]. Различают направленное и ненаправленное влияние [153]. Направленное (целенаправленное) влияние — влияние, использующее в качестве механизмов воздействия на другого субъекта убеждение и внушение. При этом субъект влияния ставит перед собой задачу добиться определенных результатов (например, выбора определенных действий) от объекта влияния. Ненаправленное (нецеленаправленное) влияние — влияние, при котором индивид не ставит перед собой задачу добиться определенных результатов от объекта влияния (а иногда и не подозревает о существовании последнего).

Как показывают наблюдения психологов [124], в социальной сети агенты часто не имеют достаточной для принятия решений информации или не могут самостоятельно обработать ее, поэтому их решения могут основываться на наблюдаемых ими решениях или представлениях других агентов (*социальное влияние*). Социальное влияние реализуется в двух процессах: *коммуникации* (в ходе общения, обмена опытом и информацией, обсуждения тех или иных вопросов с авторитетными для агента соседями он приходит к определенным представлениям, установкам, мнениям) и *сравнения* (в поисках социальной идентичности и социального одобрения агент принимает представления и действия, ожидаемые от него другими агентами в данной ситуации; агент задается вопросом «Что бы сделал другой агент (эталон для сравнения), будь он в моей ситуации?» и, сравнивая себя с ним, определяет свою адекватность и играет соответствующую роль; можно объяснить сравнение и поиском стратегического преимущества: сравнивая себя с другими агентами, занимающими те же позиции в социальной системе, агент может ввести или принять нововведения, которые сделают его более привлекательным в качестве объекта отношений). Необходимо отметить, что при коммуникативном подходе к влиянию агенты могут прийти к сходным представлениям, но не обязательно к сходному поведению. При сравнении же агент обычно косвенным образом копирует поведение. Очевидно, поведение агента определяется не только представлениями, но и ограничениями, с которыми он сталкивается. Поэтому агенты со схожими представлениями могут вести себя по-разному, и наоборот, агенты с разными представлениями могут вести себя одинаково.

Социальная сеть играет большую роль в распространении информации, идей и влияния между ее членами. Влияние в литературе по социальным сетям тесно связано с термином «*диффузия инноваций*» (diffusion of innovations) [45], поэтому ниже будут рассматриваться в том числе и соответствующие модели такой диффузии, в основе которых лежит некоторая фиксированная сеть и локальные правила взаимодействия ее членов.

Классификация моделей влияния в социальных сетях (в том числе моделей «диффузии инноваций»). Анализ литературы позволяет выделить следующие общие классы моделей.

Оптимизационные и имитационные модели, включающие следующие классы (рассматриваются в настоящем параграфе):

1. *Модели с порогами*, в том числе с линейными (Linear Threshold Model). Агент — узел социальной сети (вершина графа) — может находиться в активном и неактивном состояниях, причем возможен переход только из неактивного состояния в активное (обратный переход не допускается). Если в модели [145] агент i испытывает влияние a_{ij} каждого своего j-го соседа в сети так, что выполняется условие $\sum_{j\,\text{активный узел}-\text{сосед}\,i} a_{ij} \leqslant 1$, и становится активным в зависимости от выбранного им порога $\varphi_i \in [0;1]$ (в некоторых моделях значение φ_i фиксируется одинаковым для всех агентов (см., например, [159]), в других выбирается случайно согласно некоторому вероятностному распределению [175], а в общем индивидуальные различия обусловливаются опытом агента, его убежденностью, личностными чертами, воздействием средств информации, затратами [203]), то условие активации: $\sum_{j\,\text{активный узел}-\text{сосед}\,i} a_{ij} \geqslant \varphi_i$.

В статье [187] предлагается расширение модели на основе введения нелинейных пороговых функций; в работе [175] каскадные (лавинообразные) эффекты изучаются с точки зрения топологии сети (см. также ниже).

2. *Модели независимых каскадов* (Independent Cascade Model) принадлежат к моделям так называемых систем взаимодействующих частиц (Interacting Particles Systems). Узел сети (агент) определяется аналогично вышеописанной модели. Когда агент i становится активным в некоторый момент времени [140], он получает шанс активировать на следующем (и только на следующем) шаге каждого из своих соседей j с вероятностью p_{ji} (причем j могут пытаться независимо активировать и другие агенты). В статье [159] предлагается обобщение модели с линейным порогом и модели независимых каскадов и показывается их эквивалентность.

3. *Модели просачивания и заражения.*

4. *Модели Изинга.*

5. *Модели на основе клеточных автоматов.*

6. *Модели на основе цепей Маркова.*

В моделях 3–6 в основном рассматриваются правила взаимодействия агентов, но что касается самой сети влияния в целом и ее свойств, взаимосвязи ее структуры и процессов взаимодействия, то, к сожалению, существующие результаты анализа этих моделей отражают очень немногое.

«Теоретико-игровые» модели, в которых акцент делается на информированность и взаимосвязь между игроками (агентами). Выигрыш, получаемый агентом (игроком), зависит от действий оппонентов (других игроков). Агент действует так, чтобы максимизировать свою выгоду. Ряд теоретико-игровых моделей рассматривается в § 1.2 и третьей главе, в том числе:

1) *модели взаимной информированности*;

2) *модели согласованных коллективных действий* (и общественных благ);

3) *модели коммуникаций* и задачи поиска минимально достаточной сети;

4) *модели стабильности сети*;

5) *модели информационного влияния и управления*;

6) *модели информационного противоборства.*

Перейдем к описанию перечисленных классов моделей.

Модели «диффузии инноваций». Свойствам крупномасштабных сетей посвящены, в частности, работы [178, 206]. Динамика процесса распространения изменений (доля популяции, воспринявшая нововведение) традиционно моделируется S-образной (логистической) кривой (такая кривая — характеристика, в сущности, любого инфекционного процесса [207], процесса научения [69],

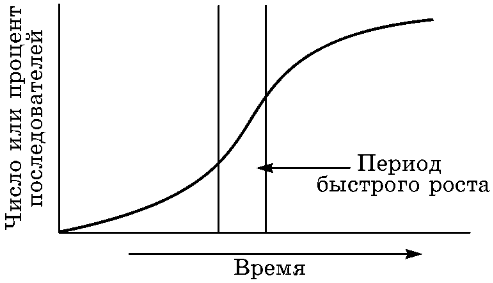


Рис. 17. S-образная кривая (логистическая функция)

«диффузии инноваций» [45]; рис. 17), на которой различают стадии [138]: новаторы (innovators, начинающие первыми воспринимать и использовать нововведение), ранние последователи (early adopters, начинающие воспринимать и использовать нововведение вскоре после его появления), раннее большинство (early majority, воспринимающие нововведение после новаторов и ранних последователей, но раньше большинства других агентов), позднее большинство (late majority, воспринимающие нововведение после широкого его распространения) и поздние последователи

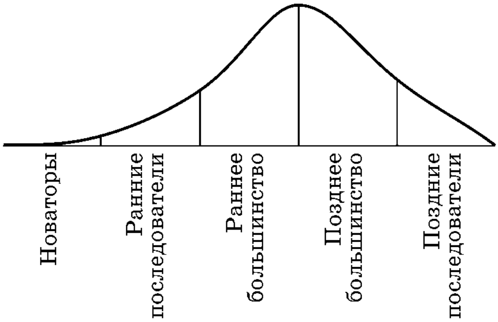


Рис. 18. Кривая стадий

(late adopters, воспринимают последними). Условно перечисленные группы изображены на рис. 18, на котором приведена так называемая кривая стадий, являющаяся производной логистической кривой.

Процесс распространения нововведений, как и многие другие процессы в природе и обществе, имеет пределы возможных изменений, в первую очередь из-за ограниченности ресурсов (ограничения возможностей и емкости социальной системы). S-образная функция содержит три фазы развития: первая — формирование базы развития (медленный рост), вторая — резкий рост, третья — насыщение (медленный рост). Одним из главных факторов, определяющих скорость процессов диффузии, является межличностное общение между сторонниками данной инновации и теми, кто еще колеблется или вообще ничего не слышал о предлагаемом нововведении.

Если новаторов можно охарактеризовать как нонконформистов и «оригиналов», а ранних последователей — как агентов, легко поддающихся социальному нормативному и информационному влиянию (или имеющих «нюх» на перспективное), то поздних последователей — как трудно поддающихся влиянию и устойчивых агентов в сети.

Зачастую небольшие изменения в состояниях вершин сетей могут привести к *каскадным* (лавинообразным) *изменениям* (*локальным*, затрагивающим окружение инициатора, и *глобальным*, ограниченным только размером всей сети). Эмпирическому изучению влияния «из уст в уста» (Word of Mouth), или, по-русски, *сарафанного радио*, посвящены работы [139, 166], однако они не рассматривают детально структуру сети. В работах же [158, 164], хотя и рассматривается взаимосвязь между структурой сети и процессами групповой координации, но в них сети искусственно генерируются экспериментаторами и поэтому не всегда ясно, насколько они похожи на реальные сети.

Теория распространения нововведений (diffusion theory), как известно, рассматривает распространение (диффузию) нововведений (инноваций) в социальной системе. Исследователи в этой области пытаются объяснить, какие условия увеличивают или уменьшают вероятность принятия нововведения членами социальной системы, с какой скоростью нововведения распространяются в социальной системе. К основным понятиям в этой области относятся: *нововведение* — идея, мнение, технология (метод), продукт или любой другой объект, воспринимаемый агентом как новый; *диффузия* — процесс, посредством которого нововведение распространяется по коммуникационным каналам во времени и в пространстве среди членов социальной системы; *коммуникация* — процесс, посредством которого участники создают и обмениваются информацией друг с другом для достижения взаимного понимания и трансляции нововведений.

Нововведения привносятся в социальную систему новаторами — *агентами изменений*, а затем постепенно принимаются многими агентами, которые передают информацию о нововведении друг другу. Межличностные контакты агентов и средства массовой информации (коммуникационные источники) предоставляют информацию о нововведении (по *коммуникационным каналам*) и влияют на установки, диспозиции, представления и, в конечном итоге, на решения агентов о принятии нововведения. Так нововведение распространяется через социальную систему (важную роль играет природа социальной системы). В конечном итоге, от принятия инновации для агентов и социальной системы возникают позитивные или негативные последствия (желаемые или нежелаемые, прямые или косвенные, предвиденные или непредвиденные).

На процесс распространения нововведений воздействует множество факторов: характеристики агентов, характеристики нововведения и природа социальной системы. Исследование диффузии в самой простой форме — это изучение взаимодействия этих и других факторов, воздействующих на принятие нововведения агентами социальной системы. Для исследования распространения нововведений применяются методы сетевого анализа, наблюдения и эксперименты, *ECCO* (Episodic Communication Channels in Organization) анализ и др.

Рассмотрим основные характеристики нововведения и его контекст, связанный с его распространением, в частности — сам механизм диффузии/распространения.

Каждый член социальной системы оказывается перед необходимостью принять решение (если оно не коллективное, т. е. предпринимается всеми членами системы, или властное, т. е. предпринимается для всех немногими, обладающими властью) о принятии и использовании нововведения. Процесс принятия нововведения агентом проходит через следующие стадии [189]:

а) знание — агент ознакомлен с новшеством, но не имеет о нем полной информации;

б) убеждение — агент испытывает интерес, формирует благоприятное или неблагоприятное отношение (установку) к нововведению, осуществляет поиск дополнительной информации;

в) решение — агент мысленно взвешивает преимущества и недостатки принятия нововведения в текущей или ожидаемой ситуации, решает, стоит ли использовать его (принять или отклонить);

г) апробация/выполнение — агент использует нововведение;

д) подтверждение — агент оценивает результаты и принимает решение о дальнейшем использовании.

Решение о принятии нововведения принимается на основе анализа затрат и выгод. Однако часто возникает неопределенность (влияющая на скорость распространения) при принятии решения, обусловленная следующими воспринимаемыми агентом свойствами нововведения:

1) относительными преимуществами нововведения перед имеющимися аналогами, которые зачастую выражаются в экономических или социальных категориях (прибыльность, экономичность, затраты и т. п.);

2) совместимостью нововведения — степенью соответствия инновации существующей системе ценностей (определяется культурными нормами социальной системы), прошлому общественному и/или индивидуальному опыту и потребностям потенциального последователя;

3) сложностью нововведения — степенью сложности для понимания, использования или приспособления к нововведению; предполагается, что сложность инновации негативно связана с ее принятием;

4) простотой апробации/использования — возможностью апробации нововведения в ограниченных масштабах;

5) коммуникационной наблюдаемостью — степенью, с которой нововведение и его результаты могут быть замечены и оценены другими агентами.

Модели сетевой автокорреляции. В работе [135] рассматривается детерминированный линейный процесс в дискретном времени, в котором установки (attitude) агента, описываемые действительным числом, изменяются под влиянием других агентов: $x_{t+1} = Ax_t$, где x_t — вектор установок во времени t; $A = \|a_{ij}\|$ — матрица влияний, где a_{ij} — значение влияния j-го агента на i-го (см. также описание моделей информационного влияния в гл. 3). Эта модель обобщается в работе [136]: в нее включается матрица независимых переменных и вектор ее регрессионных коэффициентов. В работе [165] особое внимание уделяется описанию матрицы влияния A.

Модель подражательного поведения. В [17] описана *модель подражательного поведения*, в которой каждый из агентов может выбрать только одно из двух действий (так называемый бинарный выбор). Каждый агент характеризуется *априорной вероятностью* выбора того или иного действия, склонностью прислушиваться к мнению других агентов (какие действия планируют выбрать они) и матрицей влияний (с этой точки зрения описываемая модель близка к рассмотренной выше модели сетевой автокорреляции, а также к рассматриваемым ниже более общим марковским моделям информационного влияния; см. также п. 1.2.3, посвященный коммуникации и координации коллективных действий). *Апостериорная вероятность* выбора агентом определенного действия вычисляется аналитически по формуле полной вероятности (фактически — в терминах марковских моделей — рассматриваются два момента времени), что дает возможность исследовать многочисленные хорошо интерпретируемые содержательно случаи принятия агентами решений под влиянием окружения (см. [17]).

***P**-модели социального влияния.** Для анализа связей и отношений между агентами в социальной сети используют вероятностные модели [185], учитывающие информацию о распределении структурных характеристик (или конфигураций, или подграфов) в генеральной совокупности сетей с заданными свойствами (например, с заданными вершинами) и позволяющие проверять гипотезы о распределениях, значимости параметров модели, пригодности модели для описания данных. Для моделирования доступна информация о наблюдаемой социальной сети, рассматривающейся как реализация из генеральной совокупности сетей. Предполагается, что в сетях присутствуют конфигурации *выбора* ($i \to j$)

и *взаимности* ($i \leftrightarrow j$) (можно также предположить, что существуют более сложные конфигурации: транзитивность, экспансия, посредничество и т.п., и предложить вероятностную модель с параметрами, соответствующими данным конфигурациям). Значимость параметров оценивается методом максимального правдоподобия для наблюдаемой сети. Если допустить, что сеть достаточно однородна, то можно оценить, насколько часто встречаются те или иные классы конфигураций.

Влияние и корреляция. Как отмечалось выше, социальные связи играют важную роль в формировании поведения агентов. Однако видимая взаимосвязь между действиями агентов-соседей может определяться не столько социальным влиянием (выполнение действия агентом или его мнение может побудить поступить аналогичным образом его соседей), сколько другими факторами *социальной корреляции*: внешней среды (общее место жительства, схожая профессия и т. п.) или схожестью самих агентов (например, близостью вкусов).

Тем не менее выявить влияние в сети можно в силу его причинно-следственной природы. Поэтому в [171] авторы рассматривают в рамках своей модели тесты, выявляющие фактор социального влияния. В модели сеть представлена графом G. Задается период времени $[0; T]$. Агенты могут стать активными в любой момент времени: Q — множество активных агентов в конце периода времени T. Модель локального влияния заключается в следующем: каждый агент в определенные моменты времени становится активным с вероятностью $p(r)$, где r — число активных соседей. Наиболее естественным выбором функции $p(r)$ авторы [171] считают функцию логистической регрессии

$$p(r) = \frac{e^{\alpha \ln(r+1)+\beta}}{1 + e^{\alpha \ln(r+1)+\beta}},$$

где $\ln(r+1)$ — объясняющая переменная; α — *коэффициент социальной корреляции*; для оценки параметров α и β используется метод максимального правдоподобия.

Для описания установления влияния в [171] рассматривается обобщенная модель корреляции: G и Q берутся из совокупного распределения; для каждого агента из Q выбирается время активации из распределения на $[0; T]$. Возможны два теста выявления влияния.

1. «Тасующий» тест (shuffle test) — перетасовать временные отметки для всех активаций и заново оценить коэффициент α. Если коэффициент изменился, то социальное влияние нельзя ис-

ключить, так как только в случае социального влияния время активации агента зависит от времени активации других агентов.

2. Тест инверсии ребер (edge-reversal test) — инвертировать направления всех ребер и повторно оценить α (при сходстве агентов и внешних факторах инверсия не влияет на коэффициент).

Модели «диффузии инноваций», связанные с формированием общественного мнения (т. е. само общественное мнение является нововведением — инновацией). Данный класс содержит значительное число моделей. Например, существуют модели, рассматривающие агентов как разобщенные объекты влияния средств массовой информации [114], однако в литературе по «диффузии инноваций» наибольшее распространение получила двухступенчатая модель [129], в которой средствами массовой информации сначала формируются мнения так называемых лидеров мнений (имеющих статус хорошо информированных, уважаемых или просто характеризуемых большим количеством связей агентов), а затем посредством лидеров формируются мнения «обычных» агентов. При этом неясно, насколько оправдана такая «эвристически понятная» точка зрения. Отсутствуют объяснения того, насколько лидеры мнений через свое ближайшее окружение действительно влияют на все сообщество, насколько их влияние критично. Не учитывается также то, что не только лидеры влияют на обычных агентов, но и обычные агенты влияют на лидеров; влияние может передаваться более чем на два шага. Более того, многие математические модели (см., например, [109, 125, 126, 145, 196, 210]) не требуют введения в явном виде предположения о наличии лидеров мнений или каких-то «особенных» индивидов для формирования S-образной кривой «диффузии инноваций».

Роль лидеров в «диффузии инноваций». В статье [207] выявляется роль лидеров в распространении нововведений в простой модели социального влияния (насколько изменение мнений таких лидеров приводит к крупным каскадным изменениям мнений в сети). Как оказалось, в большинстве случаев лидеры лишь умеренно «важнее» обычных агентов (за исключением некоторых исключительных случаев): фактически к возникновению больших каскадов приводит влияние одних легко поддающихся влиянию агентов на других, столь же легко поддающихся влиянию.

Поясним последнее утверждение. В модели линейного порога [207] агент i должен принять бинарное решение относительно некоторой проблемы. Вероятность того, что i-й агент предпочтет альтернативу B (вместо альтернативы A), увеличивается с числом других агентов, выбравших B (известно из социальной психологии, хотя здесь и исключается, например, «реактивное сопротивление» [59]). Правило порога следующее:

$$P[\text{принять } B] = \begin{cases} 1, & \text{если } r_i \geqslant \varphi_i, \\ 0, & \text{если } r_i < \varphi_i, \end{cases}$$

где φ_i — порог; r_i — доля агентов, выбравших альтернативу B. Отметим, что непосредственным обобщением данной модели является использование вероятности более «чувствительной» к изменению доли агентов r_i.

Дополнительно к правилу влияния одних агентов на решения других необходимо знать сеть влияния (кто из агентов на кого влияет). В [207] предполагается, что i-й агент в популяции размером n влияет на n_i других выбираемых случайно агентов. Число n_i берется из распределения влияния $p(n)$ (среднее $n_{\text{avg}} \ll n$) и означает влияние i-го агента на n_i других относительно данной проблемы. В этой сети влияния все агенты могут (прямо или косвенно) влиять друг на друга. Авторы [207] определяют *лидеров мнений* как агентов, входящих в верхний дециль распределения влияния $p(n)$.

Далее в [207] рассматривается динамика влияния. В начальной стадии агенты не активны (имеют состояние 0), за исключением одного случайно выбранного так называемого *активного инициатора* i (лидера мнений), имеющего состояние 1. Этот инициатор может активировать соседей, далее по цепочке инициируя *каскад*. Если большое число *ранних последователей* — агентов, непосредственно связанных в рамках сети с инициатором, — связано между собой, то может возникнуть глобальный каскад, хотя в целом такие последователи могут составлять небольшую часть всей популяции. Для сравнения среднего размера каскада, инициируемого лидером мнений, и среднего размера каскада, инициируемого обычным агентом, авторами [207] проводится серия экспериментов.

Необходимо отметить, что средний порог φ одинаково влияет на способность инициировать каскад и лидера мнений, и обычного агента, поэтому относительное сравнение их значимости не зависит от φ. Размер каскадов, генерируемых одиночными инициаторами, сильно зависит от «средней плотности» сети n_{avg}: если это значение мало́, то многие агенты уязвимы, но сеть недостаточно плотна для распространения, и, в конечном итоге, активируется только небольшая часть сети; если же значение n_{avg} велико, то сеть сильно связана, но для активации агентам требуется большое число уже активированных соседей, т. е. небольшое число инициаторов не приведет к образованию глобального каскада. Только средний интервал — «*окно каскадов*» — может привести к образованию глобальных каскадов. В этом промежутке и лидеры, и обычные агенты могут инициировать каскады. Таким образом, способность агента инициировать каскад зависит, скорее, от глобальной структуры сети, нежели от персональной степени влияния агента. Если в сети в принципе могут возникать каскады, то любой агент может их инициировать, если нет, то никто не может. Данное утверждение не зависит от значения порога φ, так как последнее просто одинаково сдвинет «окно каскада» и для лидеров, и для обычных агентов.

Как показывают эксперименты [207], лидеры инициируют каскады, размеры которых ненамного больше размеров каскадов, инициируемых обычными агентами (соотношение практически равно единице), за исключением узких границ «окна каскадов», в пределах которых лидеры существенно значимее, чем обычные агенты. С другой стороны, лидеры могут оказать ключевую роль в инициировании глобальных каскадов в качестве образующих критическую массу ранних последователей. Если сеть имеет низкую плотность (n_{avg} примерно равно нижней границе «окна каскадов»), то ранние последователи в среднем более влиятельны ($n_i > n_{\text{avg}}$), но если сеть имеет высокую плотность (n_{avg} у верхней границы «окна каскадов»), то ранние последователи в среднем менее влиятельны ($n_i < n_{\text{avg}}$). Объясняется это тем, что агенты с высоким влиянием (у которых велико n_i) менее уязвимы, но при активации потенциально способны активировать больше других агентов. Однако эксперименты показывают, что хотя ранние последователи являются более влиятельными, чем в среднем агенты всей сети, они не являются лидерами мнений (не всегда достаточно влиятельны для генерации глобальных каскадов).

Вариации модели, предложенной в [207], с разными предположениями о межперсональном влиянии и структуре сети влияния дают различную динамику формирования мнения, но тем не менее общие выводы остаются почти теми же.

Сети с групповой структурой. В реальных сетях существует определенная *локальная структура.* Авторы [207] вводят простую локальную структуру: «знакомые» больше влияют друг на друга, и агенты имеют множественные, обычно перекрывающиеся группы знакомств. Популяция из n агентов делится на m групп размером g. В среднем каждая группа случайно связана с m_{avg} группами. Каждый агент i-й группы с вероятностью p связан с каждым агентом в своей группе и с вероятностью q связан с каждым агентом из m_i соседних групп. Рассматриваются две структуры сети: *интегрированная* ($p = q$) и *концентрированная* (агент в своей группе связан по крайней мере с таким же числом агентов, как и вне нее). Как оказалось, у сетей с групповой структурой «окно каскадов» шире, чем у рассматриваемых ранее случайных сетей. Однако введение групповой структуры снижает значимость лидеров мнений, за исключением интегрированной сети в левой границе «окна каскадов», т. е. в сети с низкой плотностью. То же происходит и с ролью ранних последователей: в разреженных сетях бо́льшую роль играют более влиятельные ранние последователи, и наоборот. И все же эти влиятельные ранние последователи не являются лидерами мнений.

Изменение правила влияния. Предположение о том, что для активации лидера требуется большее число активных соседей, представляется разумным. Тем не менее интересно знать, что произойдет, если на лидеров можно повлиять так же легко, как и на остальных агентов. В работе [207] рассматривается каноническая модель *SIR* («Susceptible–Infected–Removed» [148]), в которой в одном взаимодействии независимо от других взаимодействий агент активируется (в моделях эпидемий — «*инфицируется*») с вероятностью β и дезактивируется со скоростью γ («*выздоравливает*») в единицу времени, т. е. наиболее влиятельные агенты легче поддаются влиянию. В этом случае нет верхней границы «окна каскадов»: чем выше плотность сети (возрастает уязвимость всех (!) агентов), тем большего размера возникают каскады. Но и здесь выводы авторов [207] те же: как и ранее, размеры каскадов, инициируемые лидерами, относительно больше размеров каскадов, инициируемых обычными агентами, но не существенно. А ранние последователи, связанные с инициаторами, в среднем более влиятельны, чем обычные агенты, но не настолько, чтобы быть лидерами.

1.1.2. Влиятельность агентов в сети. Ценность агента. Если рассматривать социальную сеть как множество агентов — потенциальных потребителей некоторого товара или услуги или множество потенциальных последователей новой технологии (инновации, нововведения), то, с точки зрения продавца последних, *ценность* (полезность) *агента* в социальной сети зависит не только от него самого (например, непосредственной ожидаемой прибыли от продажи товара или технологии именно ему), но и от его влияния на других агентов (т. е. важна конфигурация и состояние сети — совокупность мнений потенциальных потребителей относительно «товара»; см. примеры в [61]). Поэтому часто возникает потребность в выявлении небольшого числа агентов (*проблема максимизации влияния*), которым, например, предоставляются льготы, способствующие распространению нововведения по всей сети.

К проблеме определения k самых влиятельных агентов в социальной сети обращались (в контексте так называемого вирусного маркетинга (viral marketing)) авторы работы [127]. Они моделируют рынок как социальную сеть агентов (сеть Маркова), ценность каждого из которых определяется не только непосредственной ожидаемой прибылью от продажи (intrinsic value of customer), но и ожидаемой прибылью от продаж другим агентам, на которых повлияет данный, от продаж агентам, на которых агенты, уже подвергнувшиеся влиянию данного, могут повлиять и т. д. (*сетевая ценность агента-потребителя* — network value of customer).

В [127] ставится задача определения оптимальных маркетинговых действий $MA = \{MA_1, \ldots, MA_n\}$ (MA_i может быть как булевой переменной (1 — наличие скидки, 0 — ее отсутствие для i-го агента), так и непрерывной (размер скидки)) для множества n агентов с предикатом $X_i = 1$, если агент i купил товар, и $X_i = 0$ иначе. Предположим, что товар описывается следующим множеством атрибутов: $Y = \{Y_1, \ldots, Y_m\}$. У каждого агента i существует множество соседей N_i, которые прямо влияют на X_i, определяя тем самым сеть агентов. В свою очередь, i-й агент влияет на своих соседей.

Пусть задана стоимость c маркетинга в расчете на одного агента, выручка rv_1 от продажи товара агенту, если для него была проведена маркетинговая акция, и выручка rv_0 от продажи продукта агенту, если маркетинговая акция не была проведена. Если маркетинговая акция включает скидку, то $rv_1 < rv_0$, иначе $rv_1 = rv_0$. Для простоты пусть MA — булев вектор.

Пусть $f_i^1(MA)$ — множество-результат установки MA_i в единицу (все остальные значения неизменны), аналогично определяется для $f_i^0(MA)$. Тогда ожидаемое повышение прибыли от маркетинговой акции для агента без учета ее воздействия на других агентов, т. е. ожидаемая прибыль от продажи (intrinsic value of customer), определяется формулой

$$\begin{aligned} ELP_i(X^k, Y, MA) = rv_1 P(X_i = 1 \mid X^k, Y, f_i^1(MA)) - \\ - rv_0 P(X_i = 1 \mid X^k, Y, f_i^0(MA)) - c, \end{aligned}$$

где X^k — множество агентов, значения которых известны (про которых известно, купили ли они товар), $P(X_i \mid X^k, Y, MA)$ — условная вероятность покупки товара i-м агентом.

Тогда ожидаемое повышение прибыли от маркетинговых акций для выбранных агентов составит

$$ELP(X^k, Y, MA) = \sum_{i=1}^{n} rv_i P(X_i = 1 \mid X^k, Y, MA) - \\ - \sum_{i=1}^{n} rv_0 P(X_i = 1 \mid X^k, Y, MA_0) - |MA|c,$$

где MA_0 — нулевой вектор; $rv_i = rv_1$, если $MA_i = 1$ (иначе $rv_i = rv_0$); $|MA|$ — число выбранных агентов.

Общей ценностью агента в сети (total value of customer = = network value of customer + intrinsic value of customer) будет $ELP(X^k, Y, f_i^1(MA)) - ELP(X^k, Y, f_i^0(MA))$, т. е. вектор MA уже для других агентов изменится и может повлиять на их вероятность покупки. Тогда *сетевая ценность агента* (network value of customer) есть разница между его общей и личной ценностью (network value of customer = total value of customer – intrinsic value of customer). Как видно, значение ценности зависит от того, проведены ли акции для других агентов и купили ли товар другие агенты.

Вернемся к проблеме определения k самых влиятельных узлов в социальной сети. Очевидно, для их нахождения в данном случае следует найти такое MA, которое максимизирует ELP. В общем случае нахождение оптимального MA требует перебора всех его возможных комбинаций. Возможны следующие аппроксимирующие процедуры, дающие приближенное решение.

1. Одиночный обход. Для i-го агента проводится акция $MA_i = 1$, если $ELP(X^k, Y, f_i^1(MA_0)) > 0$.

2. Жадный алгоритм. Установим $MA = MA_0$. Необходимо обойти в цикле MA_i, устанавливая значение в единицу, если

$$ELP(X^k, Y, f_i^1(MA)) > ELP(X^k, Y, MA).$$

3. Поиск с восхождением (hill-climbing search). Установим $MA = MA_0$. Установим $MA_1 = 1$, где

$$i_1 = \arg\max_i \left(ELP(X^k, Y, f_i^1(MA))\right).$$

Повторять, пока существует агент i, установка для которого $MA_i = 1$ приводит к увеличению ELP.

Максимизация влияния в базовых моделях распространения нововведений. В [159] рассматривается проблема максимизации влияния на примере следующих двух базовых моделей распространения нововведений: линейная пороговая модель (см. выше) и *модель независимых каскадов*, в которой имеется начальное множество активных агентов A_0 и в некоторый момент времени новый активный агент получает шанс активировать своих соседей с вероятностью p_{vw}, последние в случае успеха активируются на следующем шаге; процесс повторяется, пока возможны новые активации.

Проблема максимизации влияния. Влияние $\sigma(M)$ множества агентов M авторы [159] определяют как ожидаемое число активных агентов при завершении процесса распространения нововведений, инициированных агентами из множества M. Для обеих моделей (линейного порога и независимых каскадов) возникает NP-трудная задача: при заданном параметре k найти k-элементное множество M, максимизирующее $\sigma(M)$. Авторы [159] находят аппроксимирующий алгоритм для решения проблемы максимизации влияния. Поскольку проблема максимизации влияния схожа с известной задачей максимизации субмодулярных функций[10], для которой достигнуты определенные результаты (см. работу [177] и современные обзоры в монографиях [137, 201]), то для соответствующего применения алгоритма необходимо лишь доказать, что $\sigma(M)$ является субмодулярной функцией, что и удалось сделать авторам [159].

Обобщенная пороговая модель. Решение агента об активации определяется монотонной пороговой функцией f_v: $S \subseteq N_v \to [0,1]$, где N_v — множество соседей v и $f_v(\varnothing) = 0$. Каждый агент изначально выбирает равномерно случайно порог θ_v и становится активным, если $f_v(S) \geqslant \theta_v$.

Обобщенная модель каскадов. Вероятность $p_v(u, S)$ того, что агент u активирует агента v, зависит от множества S агентов, уже безуспешно пытавшихся активировать агента v. На модель накладывается ограничение: если соседи $u_1, \ldots, u_l$ пытаются активировать v, то вероятность того, что v станет активным после l попыток, не зависит от порядка попыток активации. В [159] для обобщенной модели каскадов получены условия ее эквивалентности обобщенной пороговой модели.

Обобщенные маркетинговые стратегии. Пусть имеется m различных маркетинговых действий $M_1, \ldots, M_m$, каждое из которых может повлиять на некоторое подмножество агентов социальной сети, увеличивая их вероятность активации. То есть началь-

[10] Субмодулярная (submodular) функция f отображает конечное множество U в неотрицательные действительные числа и удовлетворяет естественному свойству «сокращающихся доходов» (предельный доход от добавления элемента к множеству S по крайней мере столь же высок, как предельный доход от добавления того же элемента в любое множество, включающее S).

ное множество активных агентов N_0 не определено. Выбирается объем инвестиций x_i в каждое маркетинговое действие, ограниченный совокупно бюджетом. Маркетинговая стратегия — вектор $x = \{x_1, \ldots, x_m\}$. Вероятность $h_v(x)$ того, что агент v станет активным, определяется стратегией x. Функция $h_v(\cdot)$ — неубывающая и обладает свойством «*сокращающихся доходов*», т. е.

$$\forall x \geqslant y \;\; \forall a \geqslant 0 \;\; h_v(x+a) - h_v(x) \leqslant h_v(y+a) - h_v(y).$$

Результирующее ожидаемое количество активных агентов в таком случае (с учетом прямого маркетинга и последующего влияния) равно

$$EL(x) = \sum_{N_0 \subseteq N} \sigma(N_0) \prod_{u \in N_0} h_u(x) \prod_{v \notin N_0} [1 - h_v(x)].$$

Для того чтобы приближенно максимизировать этот функционал, предполагается, что можно оценить $EL(x)$ в каждой точке x и можно найти направление i с приближенно максимальным градиентом. Пусть e_i — единичный вектор оси i, а δ — константа. Предполагается, что существует $\gamma \leqslant 1$ такое, что можно найти i, для которого $EL(x + \delta e_i) - EL(x) \geqslant \gamma(EL(x + \delta e_j) - EL(x))$ для любого j. Тогда, поделив бюджет k на части размером δ, на каждом шаге (всего таких частей k/δ) можно инвестировать δ средств из бюджета в M_i, которое максимизирует градиент $EL(\cdot)$.

Конкурирующие инновации. В [119] рассматривается проблема максимизации влияния для случая двух конкурирующих нововведений A и B (существуют игрок A и игрок B) для модели независимых каскадов. Соответственно, агент в сети, представленной графом $G(N, E)$, может находиться в трех состояниях: A (принятие нововведения A), B (принятие нововведения B) и C (решение еще не принято). Агент может перейти из состояния C в любое другое, и только. Начальные непересекающиеся активные множества узлов — соответственно I_A и I_B ($I_A \cup I_B = I$, где I — активное множество узлов). Задача максимизации влияния рассматривается для игрока A. Формально нужно максимизировать $f(I_A | I_B)$ — ожидаемое число агентов, которые выберут нововведение A, при заданном I_B с помощью выбора I_A.

Предлагаются две расширенные по отношению к модели независимых каскадов модели.

1. *Модель, основанная на расстоянии* (distance-based), в которой агент принимает соответствующее нововведение от «ближайшего» активированного агента из I.

2. *Волновая модель.* Нововведение распространяется по шагам. Агент, не являющийся активным на предыдущем шаге, активируется на текущем шаге, выбирая равномерно случайно одного из соседей, находящихся на расстоянии, пропорциональном номеру шага.

В [119] утверждается, что функции $f(\cdot)$ субмодулярны, монотонны и неотрицательны, поэтому найдены аппроксимирующие алгоритмы для вычисления множества I_A. Отмечается, что перспективным является вычисление равновесия Нэша и рассмотрение игры Штакельберга.

Модель голосования. В [130] рассматривается проблема максимизации влияния на примере вероятностной модели голосования (voter model). В модели голосования (принадлежащей к классу моделей «систем взаимодействующих частиц» — Interacting Particle Systems) на каждом шаге каждый агент может изменить свое мнение, случайно выбрав одного из соседей и приняв его мнение. Эта модель похожа на пороговую модель в том смысле, что агент с большей вероятностью изменит свое мнение на мнение, поддерживаемое большинством его соседей. Однако в модели голосования, в отличие от модели порогов, агент может стать неактивным.

Социальная сеть представлена неориентированным графом с петлями $G(N, E)$. Каждый узел v имеет множество соседей $N(v)$ и произвольно инициализируется (ему приписывается значение 1 или 0). В каждый момент времени каждый узел случайно выбирает одного из соседей (вероятность выбора каждого соседа одна и та же) и принимает его мнение:

$$f_{t+1}(v) = \begin{cases} 1 & \text{с вероятностью } \dfrac{|\{u \in N(v)\colon\ f_t(u) = 1\}|}{|N(v)|}, \\ 0 & \text{с вероятностью } \dfrac{|\{u \in N(v)\colon\ f_t(u) = 0\}|}{|N(v)|}. \end{cases}$$

Бюджет ограничен сверху константой R, затраты на начальное «убеждение» $f_0(v) = 1$ агента v составляют c_v. Таким образом, проблема максимизации влияния формулируется следующим образом: найти $f_0\colon\ N \to \{0; 1\}$, максимизирующее математическое ожидание $E\Big[\sum\limits_{v \in N} f_i(v)\Big]$ при заданном ограничении бюджета

$$\sum_{\{v \in N \,|\, f_0(v) = 1\}} c_v \leqslant R.$$

1.1.3. Каскадные и другие модели влияния. Часто (например, в области информационной безопасности) необходимо как можно раньше обнаружить каскады распространения изменений в социальной сети. Для этого отслеживаются состояния небольшой части узлов социальной сети. Проблема состоит в том, как определить это множество узлов (так называемых *сенсоров*) Z. Выигрыш зависит от минимального времени обнаружения, числа обнаруженных каскадов, числа «зараженных» узлов, а затраты зависят от свойств выбранных узлов (см. также § 3.7).

В статье [167] социальная сеть представлена графом $G(N, E)$, задан бюджет B для сенсоров и доступны данные о распространении каскада по сети. Для каждого каскада, инициированного в узле i, известно время $T(i, u)$, за которое он дойдет до узла u. Выбирается подмножество Z для максимизации ожидаемого выигрыша:

$$\max_{Z \subseteq N} R(Z) \equiv \sum_i P(i) R_i(T(i, Z)),$$

где $T(i, Z)$ — минимальное время обнаружения одним из сенсоров из Z каскада i; P — вероятностное распределение каскадов по «типам» — узлам возникновения; $R_i(T(i, Z))$ — выигрыш от обнаружения каскада i в момент времен $T(i, Z)$; затраты $c(Z) = \sum_{a \in Z} c(a) \leqslant B$.

Как показано в [167], функции выигрыша субмодулярны, т. е. чем больше сенсоров, тем меньше маржинальная выгода. Следовательно, для нахождения множества Z можно применять алгоритмы, предложенные в [177].

Необходимо отметить, что большинство из рассмотренных выше моделей влияния являются имитационными и используемые в них подходы традиционны для имитационного моделирования и близки к моделям коллективного поведения (см. [12, 63, 72, 82]), моделям эволюционных игр (см., например, [17, 18], обзор в [19]) и моделям искусственных обществ, которые чрезвычайно интенсивно развиваются в настоящее время в рамках агентного имитационного моделирования [60, 163, 195].

Рассмотрим ряд моделей влияния, базирующихся на аналогиях с медициной, физикой и другими разделами науки.

Модели просачивания и заражения. *Модели просачивания* (percolation) и *заражения* (contagion), используемые в различных приложениях (от моделей эпидемий до исследования нефтяных месторождений), представляют собой популярный способ изучения распространения информации (инноваций). Классическая модель распространения *эпидемии* основана на следующем цикле заболевания носителя: первоначально человек восприимчив к заболеванию (susceptible); если он входит в контакт с инфицированным, то заражается (infected & infectious) с некоторой вероятностью β; впоследствии через некоторый период времени человек становится здоровым, приобретая иммунитет, или умирает (recovered/removed); иммунитет со временем снижается, и человек снова становится восприимчивым к болезни (susceptible).

В модели SIR (по первым буквам трех этапов цикла заболевания) [109] выздоровевший становится невосприимчивым к болезни: $S \to I \to R$. Соответственно общество представляется тремя группами: $S(t)$ — численность группы людей, еще не инфицированных или восприимчивых к болезни в момент времени t; $I(t)$ — численность группы инфицированных людей; $R(t)$ — численность группы выздоровевших людей. Пусть $N = \mathrm{const} = S(t)+I(t)+R(t)$. Динамика следующая: $\dfrac{dS(t)}{dt} = -\beta N \dfrac{S(t)}{N} I(t) = -\beta S(t)I(t)$, т. е. каждый из инфицированных в единицу времени, контактируя с восприимчивыми к болезни, заражает их с вероятностью β; $\dfrac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t)$, инфицированные выздоравливают через средний период времени $1/\gamma$; соответственно, $\dfrac{dI(t)}{dt} = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t)$.

Существуют и другие аналогичные более сложные модели, в частности, в модели SIRS выздоровевший становится восприимчивым к болезни через некоторое время. Простейший пример ситуации, где такая модель является естественной, — заболевание гриппом. Другой пример — распространение информации в социальной сети. Блоггер (человек, который ведет *блог* — сетевой дневник) может прочитать блог друга (восприимчив), посвященный некоторой теме, а затем может и сам написать об этой теме (инфицирован), и позже вернуться к ней (восприимчив).

Для социальных сетей ключевым показателем является *«эпидемический порог»* λ_0 — критическая вероятность заражения соседа, при превышении которой «инфекция» распространяется по всей сети. Эпидемический порог зависит от свойств графа социальной сети, например: числа вершин, распределения связей, коэффициента кластеризации. Поэтому распространение инфекции сильно зависит от выбранной модели представления графа сети.

Если социальную сеть представить случайным графом, то инфекция с вероятностью заражения выше порога экспоненциально быстро размножается $\lambda = \beta/\gamma > \lambda_0$; инфекция с вероятностью заражения ниже порога экспоненциально быстро «вымирает».

Более реалистичной моделью социальной сети является *безмасштабный граф*, в котором некоторые вершины связаны с тысячами и даже миллионами других вершин, в большинстве своем имеющих всего по нескольку связей (т. е. отсутствует характерный масштаб). В таком графе распределение количества связей узлов описывается степенным законом [6]. Анализ распространения компьютерных вирусов в безмасштабных сетях показал, что в них эпидемический порог отсутствует — эпидемия охватит всю сеть, если возникнет инфекция [188]. Однако в блогосфере многие обсуждаемые темы могут распространяться без возникновения эпидемий, поэтому порог все же отличен от нуля, следовательно, нужна или более адекватная модель сетей со степенным распределением (т. е. необходимо учесть более «тонкие» свойства таких сетей, например, коэффициент кластеризации [128]), или нужно модифицировать модель передачи инфекции (т. е. ослаблять вероятность заражения с увеличением «дистанции от инициатора» [209]).

Лавинообразные процессы. Как отмечается в [40], широкий круг явлений в природе и обществе (процессы горения и взрыва, размножение вирусов или накопление продуктов распада в живом организме, социальные конфликты [44] с митинговым характером протекания [81], валютные и биржевые паники, ажиотажный спрос на те или иные товары [46], распространение технологических и управленческих новшеств, в том числе информационных систем и технологий, информационные воздействия на индивидуальных и коллективных субъектов [90]) обладают общей отличительной чертой, объединяющей эти объекты, процессы и системы в один класс. Такой чертой является лавинообразный, по типу цепной реакции, характер распространения, развития процессов и, как следствие, наличие внутренних или внешних связей, характеризующихся большим, чаще всего экспоненциальным, изменением одного параметра при небольшом изменении другого. Такие процессы в [40] были определены как *быстрые социально-экономические процессы*. Упомянутая монография содержит как широкий спектр моделей этих процессов (а также моделей просачивания и заражения и моделей на основе клеточных автоматов), так и результаты их имитационного моделирования и идентификации моделей по многочисленным реальным данным.

Модель Изинга. Модель Изинга — математическая модель, описывающая возникновение намагничивания материала [57]. Учитывается взаимодействие только ближайших атомов-соседей в кристаллической решетке (аналогия — агенты-соседи в социальной сети), энергия взаимодействия $E_{ij} = -JS_iS_j$, где S — спин атома, равный ± 1; J — константа обменного взаимодействия. Полная энергия $E(S)$ может быть найдена суммированием по всей решетке:

$$E(S) = -J \sum_{i \sim j} S_i S_j.$$

В случае наличия внешнего поля h

$$E(S) = -J \sum_{i \sim j} S_i S_j + h \sum_i S_i.$$

Для ферромагнетика константа обменного взаимодействия $J > 0$ и энергия минимальна для спинов, направленных в одну сторону. Энтропия минимальна в упорядоченном состоянии (при минимальной энергии) и быстро растет с ростом энергии. При температуре ниже критической большая часть спинов атомов будет ориентирована одинаково (с вероятностью близкой к единице), при более высокой температуре ориентация спинов будет случайной.

В [199] предполагается, что конформность или независимость в большой социальной группе может моделироваться с помощью модели Изинга; влияние ближайших соседей является определяющим, а аналогом температуры является готовность группы мыслить творчески, готовность принять новые идеи. Внешним полем для социальной группы является влияние «авторитета» или управление. Несколько более сложные модели, описывающие социальные сети и основывающиеся на термодинамических аналогиях, рассматривались в [12] (см. гл. 2 настоящей работы).

Модели на основе клеточных автоматов. Для описания процессов распространения информации в социальной сети последнюю можно рассматривать как сложную адаптивную систему, состоящую из большого количества агентов, взаимодействие между которыми приводит к масштабному, коллективному поведению, которое трудно предсказать и анализировать. Для моделирования и анализа таких сложных систем иногда используются клеточные автоматы. Клеточный автомат (см., например, [193]) состоит из набора объектов (в данном случае агентов), обычно образующих регулярную решетку. Состояние отдельно взятого агента в каждый дискретный момент времени характеризуется некоторой переменной. Состояния синхронно изменяются через дискретные интервалы времени в соответствии с неизменными локальными вероятностными правилами, которые могут зависеть от состояний ближайших соседних агентов в *окрестности* данного агента, а также, возможно, от состояния самого агента.

В работе [140] моделируется эффект *«из уст в уста»* в распространении информации в социальных сетях. Каждый агент в большой сети относится к одной персональной сети, агенты в которой связаны *сильными* (стабильными и постоянными) *связями*. Агент также имеет *слабые связи* с агентами из других персональных сетей (о слабых и сильных связях см. [144]). Вероятность того, что информированный агент повлияет по сильной связи на неинформированного агента (т. е. последний станет информированным) в данный период времени равна β_s, а по слабой — β_w ($\beta_s > \beta_w$). Также неинформированные агенты в данный момент времени с вероятностью α (которая меньше вероятности, достигаемой посредством эффекта «из уст в уста», согласно эмпирическим данным [118]) становятся информированными благодаря рекламе и другим маркетинговым приемам.

Итак, в момент времени t неинформированный агент, имеющий m сильных связей с информированными агентами из его персональной сети и j слабых связей с информированными агентами из других персональных сетей, станет информированным с вероятностью

$$p(t) = 1 - (1 - \alpha)(1 - \beta_w)^j(1 - \beta_s)^m.$$

В [140] предлагается использовать вероятностный клеточный автомат со следующим алгоритмом.

1. Первоначально все агенты не информированы (значение 0).

2. В начальный момент времени агенты становятся информированными благодаря рекламе, поскольку распространение информации способом «из уст в уста» требует наличия информированных агентов. Для каждого агента датчиком случайных чисел генерируется случайное число U $(0 < U < 1)$, которое сравнивается с вероятностью $p(t)$ реализации информированности. Если $U < p(t)$, то агент станет информированным (значение 1).

3. В следующие моменты времени подключается эффект «из уст в уста» (сильные и слабые связи). Опять-таки, если $U < p(t)$, то агент станет информированным (значение 1).

4. Процесс повторяется, пока 95% агентов не станут информированными.

Для имитационного эксперимента в [140] задавались следующие параметры: размер каждой персональной сети, число слабых связей для каждого агента, вероятность β_s, вероятность β_w и α. Как оказалось, хотя вероятность распространения по слабым связям ниже, но влияние слабых связей на скорость распространения информации по крайней мере такое же, как и сильных связей. В начальной фазе («early informed») большее влияние на информированность агентов оказывает реклама (см. выше, в дальнейшем ее роль незначительна), в следующей фазе («middle informed») информация распространяется в персональных сетях благодаря сильным связям; по мере того, как информированных агентов в таких сетях становится больше, эффект сильных связей ослабляется, и возрастает роль слабых связей в активации новых сетей. При увеличении размера персональной сети роль сильных связей увеличивается, а слабых — уменьшается. При увеличении количества слабых связей эффект от сильных связей снижается, а от слабых — увеличивается. При усилении рекламы эффект от сильных связей немного увеличивается, а от слабых — уменьшается.

Цепи Маркова. В статье [211] представлена модель *цепей Маркова*, в которой изучается влияние в команде (группе агентов). Предлагаемая модель является динамической байесовой сетью (Dynamic Bayesian Network — DBN) с двухуровневой структурой: уровнем индивидов (моделируются действия каждого агента) и уровнем группы (моделируются действия группы в целом). Всего имеются N агентов; i-й агент в момент времени t находится в состоянии S_t^i, вероятность которого $P(S_t^i \mid S_{t-1}^i, S_{t-1}^G)$ зависит от предыдущего состояния агента и состояния команды, и предпринимает действие O_t^i с условной вероятностью $P(O_t^i \mid S_t^i)$. Команда в каждый момент времени t находится в некотором состоянии S_t^G, вероятность которого $P(S_t^G \mid S_t^1, \ldots, S_t^N)$ зависит от состояний всех агентов. Таким образом, для N агентов вероятность того, что в некоторый момент времени T они будут находиться в совокупном состоянии S и предпримут совокупное действие O, равна

$$P(S,O) = \prod_{i=1}^{N} P(S_1^i) \prod_{i=1}^{N} \prod_{t=1}^{T} P(O_t^j \mid S_t^i) \times \\ \times \prod_{t=1}^{T} P(S_t^G \mid S_t^1, \ldots, S_t^N) \prod_{t=2}^{T} \prod_{i=1}^{N} P(S_t^i \mid S_{t-1}^i S_{t-1}^G).$$

Если ввести переменную Q, определяющую состояние группы, и предположить, что: а) она не зависит от состояний других агентов; б) при значении $Q = i$ состояние группы S_t^G зависит только от состояния i-го агента S_t^i; то $P(S_t^G \mid S_t^1, \ldots, S_t^N)$ можно записать как

$$\sum_{i=1}^{N} P(Q = i) P(S_t^G \mid S_t^i) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i P(S_t^G \mid S_t^i),$$

где α_i — влияние i-го агента на состояние группы.

Описанная двухуровневая модель влияния тесно связана с рядом других моделей: Mixed-memory Markov Model (MMM) [192], Coupled Hidden Markov Models (CHMM) [179], модели влияния и деревья динамических систем (DST — Dynamical Systems Trees) [151]. MMM декомпозирует сложную модель (например, марковскую модель k-го порядка) следующим образом:

$$P(S_t\,|S_{t-1},S_{t-2},\ldots,S_{t-k})=\sum_{i=1}^{k}\alpha_i P(S_t\,|S_{t-i}).$$

В модели *CHMM* моделируется взаимодействие нескольких цепей Маркова прямой связью текущего состояния одного потока с предыдущими состояниями всех других потоков: $P(S_t^i\,|\,S_{t-1}^1,S_{t-1}^2,\ldots$ $\ldots,S_{t-1}^N)$, однако такая модель вычислительно сложна, поэтому ее упрощают следующим образом:

$$P(S_t^i\,|\,S_{t-1}^1,S_{t-1}^2,\ldots,S_{t-1}^N)=\sum_{j=1}^{N}\alpha_{ij}P(S_t^i\,|\,S_{t-1}^j),$$

где α_{ij} — влияние j-го агента на i-го. Предлагаемая модель расширяет эти модели, используя переменную S^G уровня группы, которая позволяет моделировать влияние между всеми агентами и командой: $P(S_t^G\,|\,S_t^1,\ldots,S_t^N)=\sum\limits_{i=1}^{N}\alpha_i P(S_t^G\,|\,S_t^i)$, и дополнительно устанавливает динамику каждого агента от состояния команды: $P(S_t^i\,|\,S_{t-1}^i,S_{t-1}^G)$. Деревья динамических систем имеют структуру дерева, которая моделирует интерактивные процессы через скрытые цепи Маркова. Есть два различия между *DST* и рассмотренной выше моделью [211]. Во-первых, в *DST* родитель имеет собственную цепочку Маркова, в то время как в данной модели текущее состояние команды прямо не зависит от ее предыдущего состояния, т. е. действие группы — это агрегированное действие агентов. Во-вторых, в модели [211] как команда влияет на агентов, так и агенты влияют на команду.

Авторы [211] выдвигают гипотезу, что предложенный ими подход к многоуровневому влиянию послужит средством анализа социальной динамики для выявления шаблонов возникающего группового поведения.

На свойства марковских цепей также опираются *FHG*-модели (J. French [134] — F. Harary [146] — M. DeGroot [122]) социального влияния (см. обзоры в [91, 155], а также модели информационного влияния в § 3.1 настоящей работы). Обобщения подобных моделей, в том числе на случай динамически меняющегося взаимного влияния, рассматривались в [141, 147, 160, 170], условия сходимости мнений членов социальной сети — в [112, 120, 123], скорость сходимости — в [123, 141], условия единственности итогового мнения — в [141, 147].

1.1.4. Индексы влияния. В социальной сети иногда важно определить влиятельность агента, количественной характеристикой которой является индекс «силы» или индекс влиятельности агента.

Индексы «силы» (decisional power indexes) и индексы влияния. В работе [143] изучается следующая модель влияния в социальной сети. Перед агентами группы стоит необходимость принять или отвергнуть некоторое предложение, например, проголосовать за некоторого кандидата на выборах. Предполагается, что агент изначально имеет предрасположенность к некоторому решению (да — «+1» или нет — «−1»), однако из-за влияния других агентов может принять иное итоговое решение. Иногда для оценки воздействия (decisional power) k-го агента на решение всей группы используется *индекс Хёде–Баккера* (Hoede–Bakker) [150]:

$$HB_k(B, Gd) = \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{\{i \,|\, i_k = +1\}} Gd(B(i)),$$

где N — множество из n агентов; $i \in I$ — вектор предрасположенностей/намерений этих агентов; а $B\colon\ I \to I$ — функция влияния, которая отображает вектор намерений в итоговый вектор решений; $Gd\colon\ B(I) \to \{+1,\ -1\}$ — функция группового решения. Содержательно индекс Хёде–Баккера означает меру соответствия решений группы намерениям агента. Функция влияния может быть основана на принципе большинства (когда агент принимает решение на основе намерения, поддерживаемого большинством агентов) либо на ключевой роли экспертов (агенты поступают согласно известному намерению признанного «гуру»/эксперта) и т. п.

В работе [191] предложено следующее обобщение индекса Хёде–Баккера:

$$GHB_k(B, Gd) = \frac{1}{2^n}\left(\sum_{\{i \,|\, i_k = +1\}} Gd(B(i)) - \sum_{\{i \,|\, i_k = -1\}} Gd(B(i)) \right).$$

Определим «Успех» (success), «Неудачу» (failure) и «Авторитетность» (решающую роль, decisiveness) агента. Если решение группы совпадает с намерением агента, то он успешен. Если предположить, что векторы намерений равновероятны, то обобщенный индекс Хёде–Баккера представляет собой «чистый» успех, т. е. он равен «Авторитетность = Успех – Неудача», где «Авторитетность», «Успех» и «Неудача» представляют собой вероятности того, что агент соответственно будет играть решающую роль, успешен, неудачен. Если успешный агент определяется как агент, намерению которого соответствует решение группы, и векторы намерений равновероятны, то обобщенный индекс Хёде–Баккера совпадает с абсолютным *индексом Банцафа* [191]:

$$PB_k(W) = \sum_{\substack{R:\, k\in R\in W\\ R\setminus\{k\}\notin W}} \frac{1}{2^n} + \sum_{\substack{R:\, k\notin R\notin W\\ R\cup\{k\}\in W}} \frac{1}{2^n},$$

где R — такой вектор, в котором агенты из множества R принимают решение принять предложение (значение соответствующей компоненты вектора равно «+1»), а остальные отклоняют предложение (значение равно «−1»), W — множество векторов, которые ведут к принятию предложения (+1) группой согласно некоторому заданному правилу.

Недостаток индекса Хёде–Баккера заключается в том, что он не измеряет влияние между агентами (неясно, каков эффект функции влияния $B(\cdot)$), а показывает только отношение между исходным вектором намерений и итоговым решением группы [150]. Поэтому авторы [143] вводят семейство индексов влияния для агентов и их коалиций, имеющее следующую обобщенную форму:

$$d_\alpha(B, S\to j) = \frac{\sum\limits_{i\in I^*_{S\to j}(B)} \alpha_i^{S\to j}}{\sum\limits_{i\in I_{S\to j}} \alpha_i^{S\to j}} \in [0,1].$$

Величина d_α показывает взвешенный индекс влияния множества агентов S на j-го агента, не входящего в это множество; $I_{S\to j}$ — множество всех векторов намерений, для каждого из которых существует потенциальная возможность влияния коалиции S на изменение итогового решения агента j, т. е. это такой вектор I, для которого намерения коалиции и агента противоположны; $I^*_{S\to j}(B)$ — множество $I_{S\to j}$, для каждого вектора i из которого итоговое решение j-го агента $(B(i))_j$ соответствует намерению коалиции S. Поскольку на изменение решения агента j могут повлиять и другие агенты из $N\setminus\{S\cup j\}$ (как и их различные коалиции) с тем же намерением, что и агенты из S, то вводятся весовые коэффициенты $\alpha_i^{S\to j}$ для S.

Авторы [143] дополнительно вводят следующие понятия:

— *последователи* (followers) — агенты, решения которых всегда совпадают с намерениями агентов из множества S в тех случаях, когда намерения агентов S совпадают (они образуют коалицию);

— *функция чистого влияния* $B(\cdot)$ множества агентов S на T — агенты из T принимают решения исходя из намерений агентов множества S в тех случаях, когда намерения агентов S совпадают, а остальные агенты принимают решения согласно своим первоначальным намерениям;

— *ядро функции влияния* $B(\cdot)$ — множество таких множеств агентов S, подмножества которых не имеют последователей.

Перечисленные конструкции позволяют количественно оценить влиятельность агентов и их групп.

В заключение настоящего параграфа отметим, что в теории принятия решений на сегодняшний день исследовано множество моделей определения индексов влияния (см., например, обзоры в [3, 132]). Кроме того, за рамками настоящей работы оказались индексы влияния агентов, определяемые количеством и топологией сильных (непосредственных) и слабых (косвенных) связей, в которых участвует каждый агент. Многим таким индексам соответствуют модели влияния, в частности, марковские (см., например, [173, 174]). И даже более — задача определения относительного влияния агентов в социальной сети чрезвычайно близка к так называемой *задаче ранжирования Интернет-страниц* (PageRank problem), даже краткое рассмотрение которой требует отдельного обзора (для первоначального ознакомления можно порекомендовать [161, 162, 169]). Дальнейшее развитие приложений перечисленных моделей влияния к социальным сетям представляется перспективным направлением дальнейших исследований.

1.2. Общее знание. Коллективные действия

1.2.1. Роль информированности. Рассмотрим агента, входящего в некоторую социальную сеть. Агент информирован о текущей *ситуационной обстановке* (действиях и представлениях других агентов, параметрах среды — так называемом *состоянии природы* (state of nature) и т. п.). Ситуационная обстановка влияет на имеющийся у агента набор ценностей, установок и представлений, связанных следующим образом: ценности влияют на установки, а те, в свою очередь, приводят к предрасположенности к представлениям того или иного уровня, с предрасположенностями согласована находящаяся «в памяти» агента иерархическая система представлений о мире[11]. Предрасположенность к тем или иным представлениям и ситуационная обстановка (например, действия других агентов) приводят к формированию новых или модификации старых представлений. В соответствии с этими представлениями и установленной целью агент принимает решение и выполняет действие. Результаты действий приводят к изменению как самой ситуационной обстановки, так и внутренних ценностей, установок и представлений.

Представления n-го порядка. Взаимные представления. Если рассмотреть представления агента, то в ситуации принятия решения важными оказываются также его представления о представлениях других агентов и т. д. (пример представлений второго порядка (второго *ранга рефлексии*): агенту A известно, что агенту B известно, что C известно p), поскольку агент перед действием пытается предсказать поведение других агентов. Другие агенты, соответственно, могут иметь свои представления разных порядков (см. обзор и модели взаимных представлений в [80]).

Во многих социальных отношениях, событиях и действиях, участники которых не используют каких-либо явных соглашений и контрактов, важны взаимные представления, предполагающие представление агентов об идентичности их представлений (см. описание *конвенций* в [80, 168]). В [202] выделены следующие два подхода к определению понятия взаимного представления.

I. Итеративный подход. Согласно этому подходу в группе M существует взаимное представление о p тогда и только тогда, когда: всем агентам из M известно p; всем известно, что всем известно p, и так далее до бесконечности, т. е. факт p является *общим знанием* (см., например, [80]) для агентов из M. Данный подход гипотетически предполагает наличие у агентов представлений такого ранга рефлексии, которые они в действительности не смогут иметь или не смогут ими оперировать из-за ограниченности когнитивных возможностей, отсутствия информации и недостатка рациональности (проблема определения *максимальных целесообразных рангов рефлексии* в зарубежной литературе получила название «level problem»). Выделяют несколько способов решения данной проблемы (см. также [80]):

а) агент группы может действовать с позиции отсутствия недоверия к суждению p (lack of disbelief, определяется как отсутствие у агента представлений об отрицании p);

[11] Отметим, что термины «ценности», «представления», «установки» и т. п. в современной психологии и в теории многоагентных систем не согласованы и употребляются в различных толкованиях, которые не совпадают друг с другом.

б) для агентов группы предполагается наличие только предрасположенности к приобретению представлений более высокого порядка; при этом агенты этой группы должны быть должным образом информированы и должны обладать общими для всех шаблонами рассуждений для вывода одних и тех же заключений.

В обоих случаях агенты должны быть достаточно рациональны, интеллектуальны и при необходимости без каких-либо помех способны приобрести представления более высокого уровня (предпосылкой для такого приобретения может послужить вопрос о представлениях более высокого уровня). Однако часто для успешных действий достаточно представлений второго порядка (но далеко не всегда; см. достаточные условия в [80, 102]).

Пример 1.1 (выполнение совместного действия двумя агентами). Высказывания базового порядка:

1) агент A выполнит свою часть X, $p(A)$;

2) агент B выполнит свою часть X, $p(B)$.

Предположим:

i) A верит, что 1) и 2);

ii) B верит, что 1) и 2).

Утверждается [202], что уровень $n = 2$ в данном примере необходим и достаточен для выполнения совместного действия: агент A, очевидно, должен предполагать, что агент B выполнит свою часть действия, поскольку только в этом случае у него возникнут основания для выполнения собственной части. Агент A должен также предполагать, что агент B предполагает, что агент A выполнит свою часть работы. В противном случае у агента A нет достаточных оснований для того, чтобы предполагать, что B выполнит свою часть работы (так как если по предположению агента A агент B не предполагает выполнение агентом A своей части, то он не выполнит свою тоже), а значит, нет оснований для выполнения собственной части. Аналогично для B. Необходимо наличие у агентов представлений следующего порядка:

iii) A предполагает, что i) и ii);

iv) B предполагает, что i) и ii). •[12]

Пример 1.2. Предположим, что каждому участнику «Общества Плоской Земли» не только известно о том, что Земля является плоской, но и то, что всем участникам известно это (поскольку они состоят в этом обществе). Агенты осознают, что другие агенты в группе предполагают то же самое, и это устанавливает социальную связь между ними, основанную на «вере», но на первом

[12] Символ «•» здесь и далее обозначает окончание примера.

уровне рефлексии такое осознание отсутствует. И вновь второй уровень рефлексии необходим и обычно достаточен для согласованных действий участников общества в вопросах, связанных с формой Земли. Однако кто-то мог бы обнаружить, что все они верят в данное представление второго порядка, и мог бы задаться вопросом о представлениях третьего порядка и т. п. •

Отметим, что не все социальные понятия зависят от взаимного представления: скрытое социальное влияние и власть не требуют этого.

II. Рефлексивный подход. В группе G существует взаимное представление о p тогда и только тогда, когда все в группе предполагают p и все предполагают, что в группе G существует взаимное представление о p. Данное представление соответствует второму уровню рефлексии [80].

Взаимное представление как общее (*shared*) *«мы-представление»*. «Мы-представление» агента — это такое представление агента о p, что:

(a) каждый агент имеет данное представление (это требуется, поскольку не может быть общей позиции без всех участников) и предполагает, что

(b) все в группе имеют такое представление (это предоставляет социальную причину для того, чтобы принять и иметь такую позицию), а также каждый агент предполагает, что

(c) все предполагают, что есть взаимное представление в смысле (b) (это усиливает причину, делая ее межсубъектной).

Общее «мы-представление» предполагает наличие у каждого агента группы «мы-представлений», т. е. соответствует третьему уровню рефлексии [80].

С помощью взаимных представлений можно пытаться объяснить коллективное мышление и коллективное действие [72, 102]. Некоторые модели, учитывающие стратегическую и информационную рефлексию членов социальной сети, рассматривались в [33].

1.2.2. Общественные блага и индивидуальная специализация

Коллективные действия, общественные блага и координационные игры. В *коллективном действии* важны следующие факторы: информированность, коммуникация и координация. Теория коллективного действия (collective action theory) объясняет широкий круг явлений (общественные движения, электоральное поведение, членство в группах по интересам), связанных с достижением общественных благ посредством согласованного совместного участия двух или более людей. Теория также рассматривает влияние внешних факторов на поведение людей в данной группе.

Как известно, *общественное благо* (public goods) — это благо, характеризующееся:

1) неисключаемостью из потребления, т. е. невозможно исключить из числа потребителей общественного блага тех, кто не платил за него;

2) отсутствием конкуренции при потреблении блага: потребление блага одним субъектом не ведет к сокращению потребления этого блага другими людьми.

Чистое общественное благо — национальная оборона, мосты, общественное мнение, выборы, открытая информационная база данных, система коммуникации и т. д.

Ради достижения одного и того же общественного блага (цели) коллективное действие (collective action) совершается двумя или более людьми. Каждый человек решает участвовать (participate) или не участвовать (free riding) в коллективном действии. Поскольку перед каждым участником встает вопрос, готов ли он нести затраты ради достижения общественного блага (т. е. участвовать в коллективном действии), и поскольку для него существует возможность получения выгоды без участия в издержках (если число людей велико, то увеличиваются общественные затраты на выявление «безбилетников» и наложение санкций), то возникает затрудненность осуществления взаимовыгодных коллективных действий. То есть возникает «проблема безбилетника» (free rider problem), широко известная в современной микроэкономической теории (см., например, [67, 172]).

Для того чтобы побудить агентов к приложению усилий по созданию общественного блага, можно стимулировать их материальными поощрениями, оказывать влияние в рамках тех или иных схем социального влияния. По мнению [65, 180], только *организация* может справиться с затратами на решение этих задач (ей принадлежит ключевая роль в обеспечении взаимодействия, мотивации, коммуникации и координации участников коллективного действия [72, 76]). Или, по крайней мере, потенциально должны существовать латентные группы, т. е. сообщества с общими групповыми интересами в коллективном благе, которые еще не построили организационную структуру для решения коммуникативных и организационных задач, но со структурами лидерства — центрами, где аккумулируются ресурсы и принимаются решения [65].

Однако следует отметить, что развитие информационно-телекоммуникационных технологий (персональных компьютеров, мобильных телефонов, электронной почты, чатов, Интернета) в коллективных действиях во много раз снижает затраты на коммуникацию и координацию [113], а также иногда освобождает от необходимости построения формальной структуры. Если, например, рассматривать общественно полезную информацию как общественное благо, то при целенаправленном создании информационной базы и построении сообщества на начальном этапе все же требуется координация участников и возникает «проблема безбилетника»; при нецеленаправленном создании такой базы, когда участники могут и не знать других участников, самостоятельно размещая информацию на общественно доступных ресурсах (форумах, Интернет-страницах), возникает по большей части не *проблема участия*, а *проблема доверия* (см. обзор [29]).

Ситуации с коллективным действием, в которых все стороны могут получить взаимную выгоду, если примут взаимно согласованные решения (проблема координации), часто моделируются координационными играми. *Координационные игры* — класс игр с множественными чистыми равновесиями Нэша, в которых игроки выбирают одинаковые или согласованные стратегии [37, 80, 99, 152, 176]. В рамках настоящей работы нас интересуют коллективные действия агентов в социальных сетях.

Коллективные действия в социальных сетях. Ключевое значение здесь имеют социальные связи. С одной стороны, социальные связи могут обеспечить эффективный локальный социальный контроль для стимулирования участия в коллективном действии (в силу давления со стороны своих соседей, доверия к ним, социального одобрения, необходимости сохранения положительных отношений и соответствия ожиданиям, эмоциональной привязанности, сохранения своей репутации, отождествления себя с соседями и т. п.). Так, например, поведение соседей агента повлияет на его собственное поведение. С другой стороны, социальные связи обеспечивают агента информацией о намерениях и действиях других агентов в сети и формируют его (неполные) представления, на основе которых агент принимает свои решения. И, наконец, в пределах социальных связей агенты могут прикладывать совместные усилия по созданию локального общественного блага и совместно пользоваться им. Поэтому структура социальной сети оказывает сильное воздействие на решения агентов о принятии участия в коллективном действии.

Общественные блага в социальных сетях. В статье [115] рассматривается предоставление общественных благ (public goods) в социальной сети, в которой агенты, соединенные связями, могут прикладывать совместные усилия по созданию благ и пользованию ими. По мнению авторов [115], это может привести к *спе-*

циализации в сети в обеспечении общественных благ (см. также обзоры теории *сетевых игр* [35, 156]). В [115] доказано, что существует равновесие, в котором агенты вносят определенный вклад (усилия), а другие пользуются этим. Такая специализация может принести пользу обществу в целом, если вкладчики («специалисты») связаны со многими агентами в сети. Новые связи в сети увеличивают доступность общественного блага, но уменьшают индивидуальные стимулы для приложения усилий (увеличения вклада). Следовательно, общее благосостояние всей сети выше в неполных сетях. В этом смысле для будущих исследований перспективно изучение динамики, процессов формирования социальной сети.

В [115] вводится сетевая модель общественного блага, где фиксирована структура сети (связь между агентами i и j задается бинарным значением $r_{ij} = r_{ji}$), i-й агент выбирает размер e_i своих усилий, вкладываемых в общественное благо, которым смогут воспользоваться все его соседи из множества N_i. Получаемый им выигрыш задается дважды дифференцируемой строго вогнутой функцией выигрыша $f(\cdot)$, которая зависит как от *усилий* (действий) самого агента e_i, так и от суммарного усилия его соседей e_{-i}. Тогда его функция выигрыша задается вектором усилий агентов e и графом G:

$$U_i(e, G) = f\Big(e_i + \sum_{j \in N_i} e_j\Big) - ce_i,$$

где c — стоимость единицы усилий.

В [115] рассматривается игра, в которой при заданной структуре сети G агенты одновременно выбирают значения своих усилий так, чтобы максимизировать свои функции выигрыша. Очевидно (исходя из вида игры), что для всех агентов уровень усилий, максимизирующих их целевые функции, одинаков и составляет такое значение e^*, при котором $f'(e^*) = c$. Вектор e является *равновесным по Нэшу*, если и только если для любого агента i выполняется либо $e_{-i} \geqslant e^*$ и $e_i = 0$ (агент не прикладывает усилий), либо $e_{-i} < e^*$ и $e_i = e^* - e_{-i}$ (агент прикладывает усилия).

Позитивные и негативные эффекты введения новых связей. С одной стороны, новая связь обеспечивает лучший доступ к общественному благу, а с другой — уменьшает стимулы для приложения агентом собственных усилий. Обозначим через $W(e, G)$ суммарный выигрыш членов социальной сети G при векторе действий e. Вектор e называется *second-best* (*утилитарный* [67]) вектор действий агентов (в общем случае, second-best — наилучший с учетом существующих ограничений вариант), если не существует другого вектора e' такого, что $W(e', G) > W(e, G)$. Предположим, что e существует в графе G, в котором агенты i и j не связаны. Введем новую связь (i, j), тогда: если агент i ранее не прикладывал усилий, то равновесие остается тем же, и, следовательно, $W(e, G+ij) > W(e, G)$; если же оба агента прикладывали усилия, то равновесие e исчезнет, возникнет новое равновесие и общее благосостояние может уменьшиться.

Далее авторы [115] вводят в модель следующие изменения.

1. *Несовершенная замена усилий* (усилия самого агента приводят к большему собственному выигрышу, нежели усилия других агентов): $e_i + \delta \sum\limits_{j \in N_i} e_j$, $0 < \delta \leqslant 1$. Если величина δ достаточно мала, то агенты прилагают строго положительные усилия и существует единственное *рассредоточенное* равновесие Нэша (специализации нет). Доказано, что *специализированный вектор* является равновесием, если и только если «неспециалисты» связаны, по крайней мере, с $s = \lceil 1/\delta \rceil$ «специалистами» из максимального независимого множества.

2. *Выпуклые затраты.* Пусть затраты на усилия $c(e_i)$ — такая возрастающая и выпуклая функция, что $c'(0) > f'(+\infty)$. В этом случае агентам выгодны совместные усилия. В полном графе существует единственное равновесие с рассредоточенным вектором (все агенты прилагают некоторые усилия). Специализация все же возможна в неполных графах. Усилие e^*, максимизирующее целевую функцию, достигается при $f'(e^*) = c'(e^*)$. Пусть целое s таково, что $f'(se^*) \leqslant c'(0)$. Доказано, что специализированный вектор является равновесием, если и только если «неспециалисты» связаны по крайней мере с s «специалистами» из максимального независимого множества.

3. *Неоднородность агентов.* Предположим, что для каждого агента затраты c_i и выигрыш f_i — свои, так же как и свой характерный уровень максимизирующих усилий e_i^*. Вектор e является равновесным по Нэшу, если и только если для любого i-го агента выполняется либо $e_j \geqslant e_i^*$ и $e_i = 0$ (агент i не прикладывает усилий), либо $e_j < e_i^*$ и $e_i = e_i^* - e_j$ (агент i прикладывает усилия). В полном графе (для неполного графа — тем более) существует единственное равновесие Нэша, в котором агенты с высоким уровнем порога прикладывают усилия, т. е. неоднородность приводит к специализации.

1.2.3. Коммуникация и координация. В [121] социальная сеть рассматривается как коммуникационная, посредством которой агенты сообщают друг другу о своей готовности принять участие в коллективном действии. Каждый агент информирован о готовности только своих ближайших соседей и на основе этого локального знания принимает решение об участии, используя правило принятия решений «я приму участие, если примешь участие ты» (*механизм координации*). То есть рассматривается координационная игра с неполной информированностью. *Коммуникационная сеть* способствует координации, и основной интерес представляет то, каковы свойства таких сетей, которые допускают коллективное действие. В [121] рассматриваются минимально достаточные сети, которые выстраивают агентов в *иерархию социальных ролей*/ступеней: «ведущие» (initial adopters), «последователи» (followers) и т. д. до «поздних последователей» (late adopters). Такие сети способствуют координации следующим образом:

1) информируя каждую ступень о более ранних ступенях;

2) формируя общее знание в пределах каждой ступени.

То есть обеспечивается понимание роли (локально) общего знания в коллективном действии и соотношение между структурой социальной сети и общим знанием.

В модели [121] группа агентов представлена конечным множеством $N = \{1, 2, \ldots, n\}$. Каждый агент $i \in N$ расположен (w) к участию в коллективном действии или не расположен (x). Множество состояний природы: $\Theta = \{w, x\}^n$. Агент принимает решение об участии $a_i \in \{r, s\}$, где r — принять участие, а s — не участвовать. Выигрыш агента зависит от его склонности к участию и от решений всех агентов группы; функция его полезности u_i: $\{w, x\} \times \{r, s\}^n \to \mathbb{R}$ обладает следующими свойствами:

$$1)\quad u_i(x, a) = \begin{cases} 0, & \text{если } a_i = r, \\ 1, & \text{если } a_i = s, \end{cases}$$

т. е. если агент не расположен к участию, то он всегда предпочтет остаться в стороне;

$$2)\quad \forall\, a, a' \in \{r, s\}^n\colon\ a'_j = r \Rightarrow a_j = r \text{ выполняется}$$

$$u_i(r,\, a_{N\setminus\{i\}},\, w) - u_i(s,\, a_{N\setminus\{i\}},\, w) \geqslant \\ \geqslant u_i(r,\, a'_{N\setminus\{i\}},\, w) - u_i(s,\, a'_{N\setminus\{i\}},\, w),$$

т. е. расположенность агента к участию возрастает с увеличением количества других агентов, которые примут участие в коллективном действии (функция полезности супермодулярна; см. определение выше).

Однако нужно учесть еще и существование социальной (коммуникационной, в которой социальная связь указывает направление передачи информации) сети. Каждому агенту известно о существовании всех остальных агентов в сети (этот факт — общее знание). Сеть является бинарным отношением $\to$ на N: $j \to i$ означает, что i-й агент информирован о намерениях j-го. Агент i информирован только о своих намерениях и намерениях своих соседей $B(i) = \{j \in N \mid j \to i\}$. Поэтому если $\theta \in \Theta$ — действительное состояние природы, то i-й агент знает только то, что оно находится во множестве неразличимых для него состояний природы $P_i(\theta) = \{(\theta_{B(i)}, \varphi_{N\setminus B(i)}) \mid \varphi_{N\setminus B(i)} \in \{w, x\}^{n-\#B(i)}\}$. Такие множества формируют $\mathfrak{I}_i = \{P_i(\theta)\}_{\theta\in\Theta}$ — *информационное разбиение* возможных состояний природы Θ для i-го агента.

Стратегией для i-го агента является функция $f_i\colon \Theta \to \{r, s\}$ такая, что для любых $\theta,\ \theta' \in \Theta$, если $\theta,\ \theta' \in P \in \mathfrak{I}_i$, то $f_i(\theta) = f_i(\theta')$. То есть если два состояния находятся в одном и том же элементе разбиения $\mathfrak{I}_i$, то агент i не может различить их и принимает одно и то же решение. Пусть F_i — множество всех стратегий для i-го агента, тогда $F = \prod\limits_{i\in N} F_i$.

Ожидаемый выигрыш i-го агента для $f \in F$:

$$EU_i(f) = \sum_{\theta\in\Theta} \pi(\theta) u_i(\theta_i, f(\theta)),$$

где $\pi \in \Delta\Theta$ — считающиеся заданными априорные представления агентов о намерениях друг друга (prior beliefs — вероятностное распределение на $\{w, x\}^n$), являющиеся в рамках традиции байесовых игр [80, 176] общим знанием среди агентов.

Вектор f является *равновесием Байеса–Нэша* [176] в игре $\Gamma(\to, \pi)$, если $\forall\, i \in N$, $\forall \xi_i \in F_i$ $(EU_i(f) \geqslant EU_i(\xi_i, f_{N\setminus\{i\}}))$. Поскольку функции выигрыша супермодулярны, то можно показать, что равновесие существует всегда.

Минимально достаточные сети. Если все агенты имеют достаточно «оптимистичные» представления, то все агенты примут участие в коллективном действии независимо от структуры коммуникационной сети. Однако, как отмечается в [121], представляет интерес то, какими свойствами должны обладать коммуникационные сети, чтобы вся[13] группа агентов приняла участие в коллективном действии независимо от их априорных представлений. Такие сети были названы достаточными. То есть *достаточная сеть* — сеть, для которой существует такое равновесие, в котором все агенты выбирают участие в коллективном действии (на-

[13] Надо сказать, что существуют и другие равновесные ситуации, в которых лишь часть игроков принимает участие, и это выгодно для них.

помним, что такое возможно только если все они готовы/желают участвовать) независимо от их априорных представлений.

Существуют достаточные сети, называемые *минимальными*, в которых отсутствуют избыточные коммуникационные связи. Формальное определение таково: сеть $\to$ минимально достаточная, если она достаточна и для любой достаточной сети $\to'$ такой, что из $\to' \subset \to$ следует $\to' = \to$. То есть она не содержит в себе меньших достаточных сетей.

Такая минимально достаточная сеть представляет собой иерархию клик. *Клика* — подмножество агентов, в которой каждый непосредственно информирует каждого другого агента, т. е. клика сети $\to$ — множество $M_k \subseteq P$ такое, что $\forall i, j \in M_k \;\; i \to j$. Любая минимальная достаточная сеть разбивает агентов на клики, и между кликами существует коммуникационная связь только в одном направлении. Минимально достаточная сеть распределяет агентов в социально-сетевой иерархии ролей, определенной кликами и их отношением $\to^*$: «ведущие» (leading adopters) и «последователи» (followers).

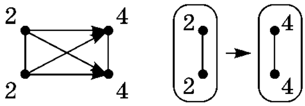
В целом следует отметить, что задача поиска минимальной структуры коммуникаций между агентами, обеспечивающей требуемые свойства социальной сети (как правило, такой структурой является остовное дерево в орграфе коммуникаций; см., например, [1, 208]), является общей для множества моделей влияния в социальных сетях, а именно — для моделей сетевой автокорреляции, подражательного поведения, координации, марковских и др. моделей.

«Игра порогов», локальное общее знание. В [121] рассматривается на примерах частный случай $\Gamma_{e_1 \ldots e_n}$ теоретико-игровой модели, в которой i-й агент принимает решение об участии, если примут участие по крайней мере e_i агентов (порог). То есть его функция выигрыша ($\#D$ обозначает число элементов множества D)

$$u_i(w,a) = \begin{cases} 1, & \text{если } a_i = r \;\text{ и }\; \#\{j \in N\colon\, a_j = r\} \geqslant e_i, \\ -1, & \text{если } a_i = r \;\text{ и }\; \#\{j \in N\colon\, a_j = r\} < e_i, \\ 0, & \text{если } a_i = s. \end{cases}$$

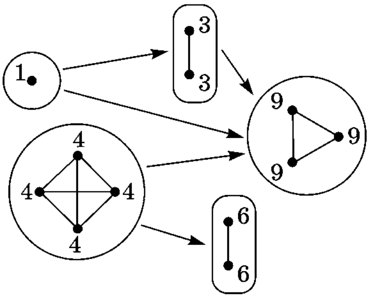
У каждого агента свое значение порога в диапазоне от 1 до $n+1$. Если порог равен единице, то агент всегда примет участие; если порог равен двум, то агент обязательно будет участвовать при условии участия своего соседа и т. д. Агент i знает свой порог и знает пороги только своих соседей. И, наконец, хотя это явно не отмечено, в [121] подразумевается, что агент знает то, как информированы его соседи друг о друге.

Пример 1.3. Игра $\Gamma_{2,2,4,4}$.



Агенты со значением порога 2 — клика «ведущих», 4 — клика «последователей». •

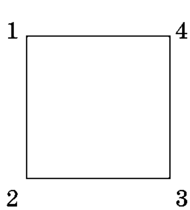
Пример 1.4. Игра $\Gamma_{1,3,3,4,4,4,4,6,6,9,9,9}$.



Имеются две ведущие клики. Необходимо отметить, что агентам клики со значением 9 необходимо знать о значении порога агента клики со значением 1, поскольку для своего участия они должны быть уверены в участии агентов клики 3.

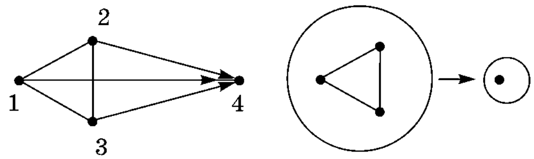
Интересно то, что в рассматриваемом примере клики однородны (агенты в них имеют одни и те же значения порогов), а агенты с высоким значением порога находятся на низшем уровне иерархии. •

Пример 1.5. Игра $\Gamma_{3,3,3,3}$ и представления высокого порядка. Рассмотрим игру $\Gamma_{3,3,3,3}$ («квадрат»), в которой все агенты готовы к участию (числами на рисунке обозначаются не значения порогов, а номера агентов):



Здесь первый агент знает о том, что второй и четвертый имеют значение порога равное 3. Но он не знает о пороге третьего агента и знает, что второй не осведомлен о значении порога четвертого агента. Эта неопределенность приводит к тому, что первый агент не будет участвовать в коллективном действии, несмотря на то, что оно потенциально возможно (его порог равен трем и число склонных к участию агентов, как он знает, тоже равно трем). И так для каждого агента, следовательно, никто не примет участия в игре, хотя агентов, желающих участвовать, достаточно и они все по отдельности знают это, но ни один из агентов не знает, что другие знают это. Этот пример показывает, что знания первого порядка еще недостаточно для принятия решения, для этого необходимо знание более высокого порядка.

Рассмотрим игру $\Gamma_{3,3,3,3}$ с другой структурой (минимально достаточная сеть).



Первый агент знает, что второй и третий агенты имеют значение порога равное 3, и знает, что они знают о значениях порогов друг друга, и знает, что они знают, что он знает о том, что они знают о порогах друг друга, и т. д. (локально общее знание «у всех агентов 1, 2, 3 порог равен 3»). Аналогично для второго и третьего агента. Этого оказывается достаточно для того, чтобы они приняли участие в коллективном действии, поскольку они знают о готовности друг друга. Четвертому агенту это тоже известно, и он также примет участие.

Рассматриваемый пример подчеркивает важность того, что структура сети должна быть не просто известна агентам, но быть общим знанием для агентов. То есть важную роль играют такие структуры как клики, в которых «локально» общее знание (ограниченная частью агентов структура) возникает естественно. Информация о готовности «течет» от «ведущих» клик по цепочке. Агенты знают готовность других агентов, но не их действия. Минимальные достаточные сети — неотъемлемые для игры структуры, интерпретируемые как иерархические социальные роли. Коммуникационные сети способствуют координации следующим образом:

1) информируя каждую ступень о более ранних/предшествующих ступенях;

2) формируя общее знание в пределах каждой ступени (роли). •

О сильных и слабых связях. Интуитивно понятно, что в сети с большим количеством сильных связей сразу формируются небольшие клики из-за «транзитивности»: друзья моих друзей часто оказываются и моими друзьями. Поэтому в них формирование общего знания на локальном уровне происходит быстрее. И если значения порогов достаточно низки, то есть шансы, что группа, связанная сильной связью, станет ведущей кликой. Однако если пороги высоки, то локальное общее знание в маленьких кликах останется бесполезным, а большее значение приобретут слабые связи в силу того, что они пересекают общество быстро, ускоряют коммуникацию и усиливают распространение знания, создавая предпосылки для коллективного действия.

1.2.4. Социальный контроль и коллективное действие. Стабильность сети. В статье [157] рассматривается взаимосвязь между механизмами социального контроля, свойствами социальных сетей и коллективным действием (collective action), предпринимаемым для обеспечения общественного блага всего сообщества агентов. Показано, что ключевыми факторами, влияющими на решения агентов сети в рамках конфликта частных и общественных интересов, являются осуществляемые посредством межличностных связей в социальной сети различные виды социального контроля: *поведенческое подтверждение* (behavioral confirmation — следование агента социальным ожиданиям) и *социальные стимулы* (social selective incentives — дополнительные персональные блага, предоставляемые данному агенту другими агентами).

Принятие коллективного решения моделируется некооперативной игрой. Авторы [157] вводят понятие *структурно обусловленной игры общественного блага* (structurally embedded public goods game) с однократным взаимодействием, $n > 2$ агентами ($N = \{1, \ldots, n\}$), где каждый агент принимает решение об участии ($\sigma_i = 1$) или неучастии ($\sigma_i = 0$) в коллективном действии (см. также выше). Участие требует общих затрат c и приносит дополнительное благо α для каждого агента сети (если $c > \alpha$, то все же участие достаточно большого количества агентов n^* может оказаться «прибыльным»: $\alpha n^* > c$). Наличие неориентированной связи между i-м и j-м агентами обозначается как $r_{ij} = 1$ (отсутствие — как $r_{ij} = 0$), петли в графе связей отсутствуют, а общее количество связей i-го агента равно $r_i = \sum\limits_{j=1}^{n} r_{ij}$. На агента по связям оказывают влияние следующие факторы: поведенческие стимулы от соседей, принявших аналогичное решение (аддитивный стимул b_1 и пропорциональный стимул b_2) и социальные стимулы (s от каждого соседа). Для простоты положим $c, \alpha > 0$ и $b_1, b_2, s \geqslant 0$. Пусть C — множество агентов, принимающих решение об участии, D — множество «безбилетников». Тогда для i-го агента-участника $r_i = r_{id}+r_{ic}$. И выигрыши от участия/неучастия для i-го агента соответственно следующие ($j \neq i$):

$$\pi_i\,(\sigma_i = 1) = r_i s + r_{ic} b_1 + \frac{r_{ic}}{r_i} b_2 + \alpha\left(\sum_{j=1}^{n} \sigma_j + 1\right),$$

$$\pi_i\,(\sigma_i = 0) = c + r_{id} b_1 + \frac{r_{id}}{r_i} b_2 + \alpha \sum_{j=1}^{n} \sigma_j.$$

Таким образом, для рационального агента выгоднее участвовать, если

$$r_i s + (r_{ic} - r_{id}) \left(b_1 + \frac{b_2}{r_i}\right) + \alpha \geqslant c.$$

Для простоты примем $r_i > 0$, $i \in N$. Тогда участие в коллективном действии всех агентов будет равновесным по Нэшу, если сеть обладает следующим свойством:

$$\min_i \{r_i\} \geqslant \frac{c - \alpha - b_2}{s + b_1}.$$

Видно, что нет ни одного агента, для которого неучастие при участии всех соседей было бы выгодно. Содержательно это означает, что усиление стимулов, так же как и высокая минимальная степень вершин сети, приводит к повышению вероятности успешности коллективного действия.

Однако в некоторых случаях возможно участие только части агентов сети n^* в коллективном действии, которое будет все же выгодно для участников (если $\alpha n^* > c$) и равновесно по Нэшу в случае, если для непустых множеств C и D

$$\forall i \in C \qquad r_i s + (r_{ic} - r_{id}) \left(b_1 + \frac{b_2}{r_i}\right) + \alpha \geqslant c,$$

$$\forall j \in D \qquad r_j s + (r_{jc} - r_{jd}) \left(b_1 + \frac{b_2}{r_j}\right) + \alpha \leqslant c.$$

В том случае, когда возможно несколько равновесий Нэша, выбирается равновесие, обеспечивающее больший выигрыш для каждого агента, нежели какое-либо другое. Если возможны как равновесие Нэша полного участия агентов, так и равновесие Нэша полного неучастия, и число агентов превосходит n^*, то равновесие Нэша с полным участием агентов Парето-доминирует. Если есть равновесие Нэша для полного участия и равновесие Нэша для частичного участия, то первое из них доминирует в случае, если из выражений для $\pi_i(\cdot)$ следует:

$$\forall j \in D \quad n_d \alpha + r_j s + r_{jc}\left(b_1 + \frac{b_2}{r_j}\right) > c.$$

Другими словами, чем меньше «безбилетников»в равновесии Нэша с частичным участием, тем реже равновесие полного участия будет доминировать, так как шансы «безбилетников» получить больший выигрыш увеличиваются.

Кроме того, в статье [157] обсуждается *возможность формирования и разрыва связей в сети.* Социальная сеть с данным вектором стратегий *стабильна*, если нет ни одного агента, для которого разрыв и/или образование связей привели бы к лучшему для него результату. Пусть заданы стоимость разрыва связи a и стоимость образования новой связи f.

Для «безбилетника» $i \in D$ выгодны структурные изменения связей с образованием y новых с «безбилетниками» и разрывом x старых связей с агентами-участниками, если

$$yb_1 + b_2 \frac{yr_{ic} + xr_{id}}{r_i(r_i - x + y)} > xa + yf.$$

Для агента-участника $j \in C$ выгодны структурные изменения связей с образованием y новых с агентами-участниками и разрывом x старых связей с «безбилетниками», если

$$(y - x)s + yb_1 + b_2 \frac{yr_{jd} + xr_{jc}}{r_j(r_j - x + y)} > xa + yf.$$

Если образование и разрыв связей ничего не стоят, то стабильной будет только такая сеть, в которой множества C и D полносвязны и не имеют связей между собой.

Равновесие стабильной сети (stable network equilibrium) определяется в [157] как ситуация, в которой не существует агента, для которого любая комбинация изменения его действия и изменения его связей приведет к лучшему результату. Доказывается, что только равновесия с полным участием или полным неучастием являются равновесиями стабильной сети ($(s > 0$ или $b_1 > 0$ или $b_2 > 0)$ и $(f = a = 0)$).

Ограничением рассматриваемой модели является то, что связи между агентами не ориентированы, и для агента стимулы, предоставляемые всеми его соседями, равнозначны. Кроме того, рассматриваются только внешние стимулы, «внутренние» (собственные) стимулы агентов отсутствуют. Предполагается также, что агенты рациональны и полностью информированы, что маловероятно в больших сетях. Перспективным представляется ограничить информированность, например структурно, и/или предположить, что агенты ограниченно рациональны [70, 93].

Завершая обзор, отметим, что в нем почти не рассмотрены марковские модели влияния в социальных сетях, а также модели информационного управления и информационного противоборства — они подробно описаны в третьей главе.

1.3. Модели и свойства социальных сетей

В целом, на основании обзора такой интенсивно развивающейся области, как моделирование влияния в социальных сетях, можно сделать вывод, что эта область пока еще только становится самостоятельной дисциплиной, представляя собой синтетический «сплав» теории графов, теории игр, социальной психологии, социологической теории малых групп, теории марковских цепей, теории синтеза механизмов (mechanism design), теории многоагентных систем и других научных направлений. Тем не менее можно с достаточной степенью уверенности предположить, что в ближайшие годы модели социальных сетей станут самостоятельной ветвью исследований, привлекающей внимание все большего числа ученых — специалистов в области прикладной математики, психологии, экономики и социологии. Наряду с этим следует признать, что в настоящей работе мы оставили без внимания существующие многочисленные примеры анализа конкретных социальных сетей с использованием рассмотренных моделей. Даже схематичное их описание потребовало бы обзора не меньшего объема.

Приведенный выше в § 1.1 и 1.2 обзор свидетельствует, что известные на сегодняшний день и кратко описанные выше модели социальных сетей (см. их классификацию в п. 1.1.1) адекватно отражают многие свойства и эффекты, имеющие место в реальных социальных сетях (см. перечисление этих свойств и эффектов во введении); см. табл. 1, 2, в которых столбцы соответствуют моделям, а строки — эффектам, присущим социальным сетям. Символ «+» на пересечении строки и столбца свидетельствует, что соответствующая модель более или менее адекватно отражает соответствующий эффект, «•» — модель учитывает соответствующий эффект.

Проведенный в настоящей главе анализ (а также его краткая сводка, приведенная в табл. 1, 2) свидетельствует, что ряд свойств социальных сетей еще ждет своего исследования — разработки адекватного аппарата моделирования.

Т а б л и ц а 1. **«Оптимизационные» и «имитационные» модели социальных сетей и их свойства**

Свойства	Классы моделей					
	Модели с порогами	Модели независимых каскадов	Модели просачивания и заражения	Модели Изинга	Модели на основе клеточных автоматов	Модели на основе цепей Маркова
Наличие собственных «мнений» (состояний) агентов	+	+	+	+	+	+
Изменение мнений под влиянием других членов социальной сети	+	+	+	+	+	+
Различная значимость мнений (влиятельности, доверия) одних агентов для других	+	+	+	•	+	•
Различная степень подверженности агентов влиянию	+	–	–	–	+	–
Существование косвенного влияния	–	–	–	–	–	–
Существование «лидеров мнений»	+	•	–	–	–	–
Существование порога чувствительности к изменению мнения окружающих	+	–	–	–	+	–
Локализация групп	–	•	–	–	–	–
Наличие специфических социальных норм	–	–	–	–	–	–
Учет факторов «социальной корреляции»	•	–	–	–	–	–
Существование внешних факторов влияния	+	–	–	+	+	–

Таблица 1 (окончание)

Свойства	Классы моделей					
	Модели с порогами	Модели независимых каскадов	Модели просачивания и заражения	Модели Изинга	Модели на основе клеточных автоматов	Модели на основе цепей Маркова
Наличие стадий	+	–	–	–	●	–
Лавинообразные эффекты (каскады)	+	+	●	–	–	–
Влияние структурных свойств социальных сетей на динамику мнений, включая степенной эффект, эффект кластеризации, локальную промежуточность	+	●	–	–	+	–
Активность агентов	–	–	–	–	–	–
Возможность образования группировок, коалиций	–	–	–	–	–	–
Неполная и/или асимметричная информированность агентов	–	–	–	–	–	–
Нетривиальная взаимная информированность (рефлексия) агентов	–	–	–	–	–	–
Игровое взаимодействие агентов	–	–	–	–	–	–
Оптимизация информационных воздействий	+	+	–	–	●	–
Информационное управление в социальных сетях	–	–	–	–	–	–

Таблица 2. **«Теоретико-игровые» модели социальных сетей и их свойства**

Свойства	Классы моделей					
	Модели взаимной информированности	Модели согласованных коллективных действий	Модели коммуникаций	Модели стабильности сети	Модели информационного влияния и управления	Модели информационного противоборства
Наличие собственных «мнений» (состояний) агентов	+	+	+	+	+	+
Изменение мнений под влиянием других членов социальной сети	+	+	+	+	+	+
Различная значимость мнений (влиятельности, доверия) одних агентов для других	+	•	•	–	+	+
Различная степень подверженности агентов влиянию	–	•	•	+	+	+
Существование косвенного влияния	•	–	–	–	+	+
Существование «лидеров мнений»	–	–	–	–	+	–
Существование порога чувствительности к изменению мнения окружающих	–	–	•	–	–	–
Локализация групп	–	–	+	–	+	•
Наличие специфических социальных норм	–	–	–	–	+	•
Учет факторов «социальной корреляции»	•	•	•	–	–	–
Существование внешних факторов влияния	–	•	–	•	+	+

Таблица 2 (окончание)

Свойства	Классы моделей					
	Модели взаимной информированности	Модели согласованных коллективных действий	Модели коммуникаций	Модели стабильности сети	Модели информационного влияния и управления	Модели информационного противоборства
Наличие стадий	–	–	+	–	•	–
Лавинообразные эффекты (каскады)	–	–	–	–	•	–
Влияние структурных свойств социальных сетей на динамику мнений, включая степенной эффект, эффект кластеризации, локальную промежуточность	•	+	+	+	•	•
Активность агентов	•	+	•	•	•	+
Возможность образования группировок, коалиций	–	–	–	–	•	•
Неполная и/или асимметричная информированность агентов	+	+	+	–	•	+
Нетривиальная взаимная информированность (рефлексия) агентов	+	–	•	–	+	•
Игровое взаимодействие агентов	•	+	•	+	•	+
Оптимизация информационных воздействий	–	–	–	–	+	+
Информационное управление в социальных сетях	–	–	–	–	+	+

Глава 2
СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЕЙ

Настоящая глава[14] состоит из трех частей. В первой части (§ 2.1) рассматриваются два варианта социальной сети — с зависимыми и независимыми агентами. Множество допустимых действий агентов конечно. Склонность агента к выбору того или иного действия отражается неравномерностью соответствующего распределения вероятности. Частным случаем вырожденной социальной сети является сеть с однородными зависимыми агентами, обладающими одинаковыми распределениями вероятностей выбора тех или иных действий.

Отсутствие социального фактора взаимовлияния агентов (см. предисловие) отражается тем, что состояние всей социальной сети выражается через меру, которая представляет собой произведение индивидуальных распределений вероятностей агентов.

Неопределенность поведения агента, связанная со стохастическим характером первого, определяется через энтропию распределения вероятностей его действий. Наиболее неопределенным поведением (максимальной энтропией) обладает агент с равномерным распределением вероятностей.

Далее вводится понятие зависимости агента как разность между значением энтропии независимого поведения (см. ниже) и значением энтропии для распределения вероятности действий этого агента.

Рассматривается понятие конечной вырожденной социальной сети, характеризуемой своей энтропией, которая, в силу вырожденности, представляется в виде суммы энтропий поведения агентов. Такие же рассуждения проводятся для «зависимости» всей вырожденной социальной сети.

Рассматривается пример двоичной счетной социальной сети, в которой счетно количество агентов, принимающих одно из возможных действий. Для этого случая можно найти явный вид зависимости агента. Введя понятие частичного среднего действия как суммы действий первых n агентов, нормированной на их ко-

---

[14] Глава написана В.В. Бреером.

личество, можно показать, что при большом n подавляющее число состояний этой социальной сети будет сосредоточено вблизи состояния с нулевым частичным средним. При этом флуктуации будут экспоненциально убывать.

В § 2.2 рассматривается невырожденная социальная сеть с конечным числом агентов. Здесь вводится понятие полезности всей сети как суммы индивидуальных полезностей ее членов. Далее вводится понятие математического ожидания этой полезности. Распределение, которое определяет это математическое ожидание, заранее не известно и должно быть определено с помощь дополнительных условий.

По аналогии с § 2.1 вводится понятие зависимости невырожденной социальной сети через относительную энтропию. Далее с помощью математического ожидания полезности, цены автономности и относительной энтропии вводится понятие потенциальной ценности социальной сети, которая в статистической физике является аналогом свободной энергии. Нахождение максимума потенциальной ценности определяет то стационарное распределение (распределение Гиббса), которое вначале не было известно.

Приводится табл. 3 соответствия понятий статистической физики, теории информации и социальных сетей. Далее рассматривается двоичная невырожденная конечная социальная сеть. Здесь приводится явный вид полезности сети. Вводятся понятия «послушности» и «дружественности» социальной сети.

Формулируются утверждения о предельном поведении сети при устремлении цены автономности к бесконечности и к нулю. Так, при бесконечной величине цены автономности сеть превращается в «анархическую», что соответствует разрыву связей взаимодействия в статистической физике. При устремлении цены автономности к нулю состояние сети «сваливается» в одно из базисных состояний, которые зависят от знака величины управления со стороны центра.

Интерпретируя среднее действие членов социальной сети как выигрыш центра, а величину управления — как его затраты, можно показать, что существует оптимальное управление для невырожденной конечной социальной сети.

В § 2.3 рассматривается двоичная невырожденная бесконечная (счетная) социальная сеть. Показывается, что при определенном соотношении между ценой взаимодействия агентов в сети и ценой автономности среднее действие может быть ненулевым при бесконечно малом управлении центра. Знак этого среднего действия будет совпадать со знаком управления. Такое явление соответствует фазовому переходу в статистической физике. Показывается, что в этом случае также существует оптимальное управление. Эффективность этого оптимального управления можно рассматривать как ценность социальной сети с точки зрения центра.

2.1. Вырожденная социальная сеть

Построим стохастическую модель вырожденной (см. предисловие) социальной сети, состоящую из большого числа агентов. Пусть *множество допустимых действий* $X_r = \{1, 2, \ldots, r\}$ для каждого агента сети состоит из конечного числа r вариантов. *Действие* агента i обозначим через $\omega_i \in X_r$. Выберем в качестве *пространства состояний социальной сети* Ω_r декартово произведение множеств допустимых действий [15]:

$$\Omega_r = \{\omega = (\omega_1, \omega_2, \ldots) \mid \omega_i \in X_r,\ i = \overline{1, \infty}\}. \tag{1}$$

Элемент этого множества $\omega \in \Omega_r$ будем называть *состоянием социальной сети.*

Далее, для построения стохастической модели вырожденной социальной сети необходимо выбрать соответствующую меру на всем пространстве состояний Ω_r. Для этого сначала зададим меру на множестве допустимых действий X_r. Как следует из классификации, введенной выше на основании факторов поведения агентов, социальная сеть может состоять как из зависимых, так и из независимых агентов. Для *вырожденной* социальной сети с *зависимыми агентами* будем считать, что действие любого агента i *характеризуется* следующим распределением ρ_i: $2^{X_r} \to [0, 1]$:

$$\rho_i(\cdot) = \sum_{j=1}^{r} \rho_{ij} \chi_j(\cdot), \quad \sum_{j=1}^{r} \rho_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, \infty}, \tag{2}$$

где $\chi_j(\cdot)$ — точечная мера, сосредоточенная в точке $j \in X_r$. Поведение агента i *описывается* его склонностью выбирать то или иное действие j с неодинаковой, в общем случае, вероятностью ρ_{ij}. Частным случаем вырожденной социальной сети с зависимыми агентами является социальная сеть с *однородными* зависимыми агентами, т. е. такими, что $\rho_{ij} = \rho_j$, $i = \overline{1, \infty}$.

Для *вырожденной* социальной сети с *независимыми агентами* будем считать, что действие любого агента i характеризуется следующим распределением ρ_i: $2^{X_r} \to [0, 1]$:

$$\rho_i(\cdot) = \rho(\cdot) = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^{r} \chi_j(\cdot), \tag{3}$$

[15] В настоящей главе принята сквозная нумерация формул.

т. е. для независимого агента, у которого нет предпочтений, любое действие равновероятно.

Существенным для вырожденной сети является то, что в ней отсутствует социальный фактор взаимовлияния, т. е. между агентами нет взаимодействий. Чтобы модель удовлетворяла этому критерию, необходимо определить соответствующую меру на пространстве состояний (1).

Сначала определим алгебру $\mathcal{F}_n = \prod\limits_n 2^{X_r}$ на декартовом произведении n множеств допустимых действий $\Omega_r^n = \prod\limits_n X_r$. Чтобы показать, что n агентов действуют независимо друг от друга, зададим меру Π_n на алгебре $\mathcal{F}_n$ через произведение соответствующих распределений действий агентов:

$$\Pi_n(A_1, A_2, \ldots, A_n) = \prod_{i=1}^{n} \rho_i(A_i), \quad \text{где} \quad A_i \in 2^{X_r}. \tag{4}$$

Можно показать [105], что существуют σ-алгебра $\mathcal{F}$ на Ω_r, согласованная с алгебрами $\mathcal{F}_n$, и такая мера Π: $\mathfrak{J} \to [0,1]$, что ее конечные распределения равны независимым распределениям, т. е.

$$\Pi\{\omega \in \Omega \,|\, \omega_1 \in A_1,\ \omega_2 \in A_2,\ \ldots,\ \omega_n \in A_k\} = \\ = \Pi_n(A_1, A_2, \ldots, A_n), \tag{5}$$

где $A_i \in 2^{X_r}$. Эта мера характеризует отсутствие взаимозависимости между действиями агентов в большой социальной сети, т. е. вырожденность последней.

Таким образом, модель конечной вырожденной социальной сети описывается вероятностным пространством $(\Omega_r^n, \mathfrak{J}_n, \Pi_n)$, а модель большой вырожденной социальной сети описывается вероятностным пространством $(\Omega_r, \mathcal{F}, \Pi)$.

Стохастическое поведение агентов, с одной стороны, вносит неопределенность в их действия, что приводит к усложнению описания всей сети. С другой стороны, большое количество агентов позволяет описать социальную сеть в целом с помощью небольшого количества макрохарактеристик. Как будет показано ниже, произвольность действий агентов описывает большие уклонения состояний ω социальной сети $(\Omega_r, \mathcal{F}, \Pi)$ от ее стационарных состояний, которые описываются макрохарактеристиками социальной сети, например, математическим ожиданием действия агента. Для численного описания произвольности и неопределенности поведения агента будем использовать одну и ту же функцию — энтропию.

Понятие энтропии изначально определялось в статистической механике и теории вероятностей как неопределенность опыта, т. е. некий недостаток информации у наблюдателя для определения исхода опыта. Для социальных сетей, где подразумевается, что агенты выбирают те или иные действия, заменим термин «неопределенность» поведения на термин «произвольность» поведения. В этом случае акцент смещается на самого агента и не возникает необходимости вводить еще и наблюдателя. Итак, определим численную характеристику произвольности действий агента i через *энтропию* S как функцию от вероятности (2) его индивидуального поведения ρ_i:

$$S(\rho_i) = -\sum_{j=1}^{r} \rho_{ij} \ln(\rho_{ij}). \qquad (6)$$

Энтропия (6) принимает максимальное значение, равное $\ln(r)$, когда $\rho_{ij} = 1/r$, т. е. агент является независимым, его действия обладают наибольшей произвольностью и описываются распределением ρ из выражения (3) (см. [10, 92, 96]).

Энтропия зависимого агента будет меньше энтропии независимого агента на следующую величину:

$$I_r(\rho_i) = \ln(r) - S(\rho_i) = \sum_{j=1}^{r} \rho_{ij} \ln(r\rho_{ij}). \qquad (7)$$

Величина (7) характеризует уменьшение произвольности действий зависимого агента по отношению к полной произвольности действий независимого. Так как уменьшение произвольности равно приросту зависимости от каких-либо факторов, то величину $I_r(\rho_i)$, определяемую выражением (7), будем называть *зависимостью*[16] агента i. Легко видеть, что зависимость независимого агента равна нулю.

Перейдем к описанию произвольности конечной вырожденной социальной сети в целом. По аналогии с выражением (6) определим энтропию следующим образом:

$$S_n(\Pi) = -\sum_{(\omega_1,\omega_2,\ldots,\omega_n)\in\Omega_r^n} \Pi(\omega) \ln[\Pi(\omega)]. \qquad (8)$$

[16] Величина (7) названа не приростом зависимости, а зависимостью, так как независимый агент обладает полной произвольностью действий, и, значит, прирост равен самой зависимости.

Определения энтропии (6) и (8) связаны между собой следующим простым соотношением, называемым свойством аддитивности энтропии [10, 96, 107]:

$$S_n(\Pi) = \sum_{i=1}^{n} S(\rho_i). \tag{9}$$

В частности, из свойства аддитивности (9) следует, что энтропия (8) достигает своего максимума $n\ln(r)$, когда вырожденная сеть состоит из независимых агентов. Из (7) и (9) также следует, что «зависимость» конечной вырожденной социальной сети в целом равна сумме зависимостей агентов этой сети:

$$I_{n,r}(\Pi) = n\ln(r) - S_n(\Pi) = \sum_{i=1}^{n} I_r(\rho_i) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{r} \rho_{ij}\ln(r\rho_{ij}). \tag{10}$$

Для однородных вырожденных социальных сетей, где все агенты имеют одинаковые индивидуальные предпочтения $\rho_{ij} = \rho_j$, $i = \overline{1,n}$, выражение (10) примет следующий вид:

$$I_{n,r}(\Pi) = nI_r(\rho) = n\sum_{j=1}^{r} \rho_j\ln(r\rho_j). \tag{11}$$

Функция nI_r из выражения (11) ниже будет получена как характеристика флуктуаций состояний счетной социальной сети вокруг ее стационарных состояний.

Рассмотрим *однородную* двоичную счетную вырожденную социальную сеть, где агенты независимы и выбирают один из двух вариантов ($r = 2$) действий $X_2 = \{-1, 1\}$, с пространством состояний

$$\Omega_2 = \{\omega = (\omega_1, \omega_2, \ldots) \mid \omega_i \in \{-1, 1\},\ i = \overline{1,\infty}\}. \tag{12}$$

Выбор действия каждого (независимого) агента i в данном случае описывается следующим равномерным распределением вероятностей, получающимся как следствие выражения (3) для пространства (12):

$$\rho_i(\cdot) = \rho(\cdot) = \frac{1}{2}\chi_{-1}(\cdot) + \frac{1}{2}\chi_1(\cdot), \tag{13}$$

где $\chi_{-1}(\cdot)$ и $\chi_1(\cdot)$ — точечные меры на $X_i = \{-1, 1\}$, сосредоточенные в точках -1 и 1 соответственно.

Уточним понятия микро- и макропоказателей. Макропоказателями будем называть величины, описывающие бесконечную социальную сеть, к которым стремятся микропоказатели, являющиеся характеристиками конечной социальной сети, при стремлении количества агентов к бесконечности. Например, можно условно считать, что в законе больших чисел микропоказателем является *среднее арифметическое* первых n координат (частичная сумма), а макропоказателем — *математическое ожидание*.

Пространство вероятностных мер $\mathcal{M}_1(2^{\{-1,1\}})$, которому принадлежит распределение (13), изоморфно отрезку $[-1, 1]$, а именно, любую меру $\mu \in \mathcal{M}_1(2^{\{-1,1\}})$ можно выразить через число $x \in [-1, 1]$ следующим образом:

$$\mu = \frac{1-x}{2}\chi_{-1}(\cdot) + \frac{1+x}{2}\chi_1(\cdot). \tag{14}$$

Например, мера (13) получается при $x = 0$. Так как эта мера описывает выбор действия независимого агента, то $x = 0$ означает отсутствие предпочтений агентом в ту или другую сторону. Значения $x = 1$ и $x = -1$ определяют соответствующие детерминированные случаи.

Очевидно, что число x является математическим ожиданием действия агента ω_i по мере μ. Таким образом, математическое ожидание x можно интерпретировать в данном примере как индивидуальные предпочтения агентов. Кроме того, из (14) и (7) следует, что если зависимый агент «смещает» свои индивидуальные предпочтения на x от 0 в сторону -1 или 1, то его зависимость (7) будет равна

$$I_2(\mu) = I(x) = \frac{1-x}{2}\ln(1-x) + \frac{1+x}{2}\ln(1+x), \tag{15}$$

причем $0\ln(0) = 0$. График функции (15) приведен на рис. 19, из которого видно, что функция (15) является строго выпуклой на отрезке $[-1, 1]$, обладает свойством четности и достигает своего минимального значения 0 в точке $x = 0$.

Назовем *частичным средним действием* состояния социальной сети величину $s_n = \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i$. Следующая теорема утверждает, что флуктуации тех состояний сети, у которых частичное среднее действие отклоняется от математического ожидания $x = 0$, экспоненциально уменьшаются с увеличением n. Причем скорость этого убывания определяется функцией зависимости (15).

Утверждение 2.1. *Для любого* $0 < \varepsilon \leqslant 1$ *и достаточно большого* n *относительное число состояний* ω *с частичным средним действием* s_n, *отличающимся от математического ожидания* 0 *не менее чем на* ε, *экспоненциально мало́*:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln\left[\Pi\{\omega \in \Omega \,|\, |s_n| \geqslant \varepsilon\}\right] = -\min_{1\geqslant|x|\geqslant\varepsilon} I(x), \tag{16}$$

где функция $I(x)$ *определяется выражением* (15).

Доказательства всех утверждений второй главы можно найти в [12].

Из выражения (16) и того факта, что $\min\limits_{1\geqslant|x|\geqslant\varepsilon} I(x) > I(0) = 0$, следует, что для всех достаточно больших n справедливо следующее неравенство:

$$\Pi\{\omega \in \Omega \,|\, |s_n| \geqslant \varepsilon\} \leqslant \exp\left[-n\left(\min_{1\geqslant|x|\geqslant\varepsilon} I(x) + 1\right)\right]. \tag{17}$$

Выражение (17) показывает, что для больших социальных сетей характерна высокая кратность состояний, частичные средние которых находятся вблизи математического ожидания и флукту-

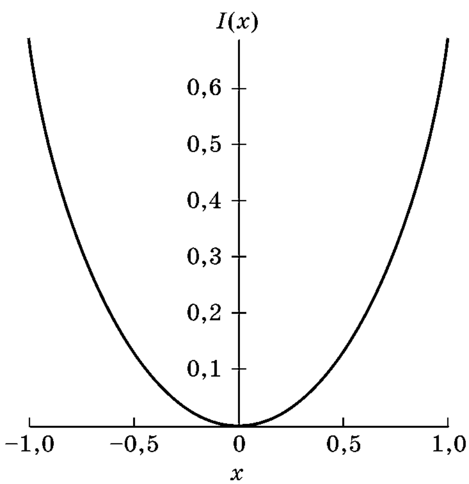


Рис. 19. Функция «зависимости» агента в двоичной сети

ации около этого равновесного состояния экспоненциально малы. Кратность этих состояний определяется минимумом функции зависимости (15).

2.2. Невырожденная конечная социальная сеть

Предположим, что для агентов социальной сети (независимых или индивидуально зависимых) добавляется зависимость поведения агентов от административного и социального факторов. Воздействие со стороны управляющего центра — *управление* — обозначим через u, а *взаимовлияние* агентов друг на друга — через t (см. ниже). Эта зависимость приводит к тому, что поведение агентов в невырожденной социальной сети уже не будет описываться распределениями типа (2), так же как и вся сеть не будет характеризоваться произведением индивидуальных распределений (4). В данном случае характеристики социальной сети в целом могут быть описаны некоторым вероятностным распределением $P\{\cdot\}$ (которое нам предстоит найти) на пространстве состояний Ω_r^n.

Будем считать, что полезность социальной сети для каждого из ее членов зависит от действий всех агентов этой сети, т. е. от состояния всей сети. Пусть полезность социальной сети в состоянии $\omega^{(n)}$ для агента i определяется функцией его индивидуальной полезности $H_{ut}^i(\omega^{(n)})$ (см. описание индивидуальных предпочтений, например, в [37]), которая также зависит и от факторов влияния u и t.

Тогда полезность всей сети в целом для ее членов можно определить через сумму индивидуальных полезностей:

$$H_{ut}(\omega^{(n)}) = \sum_{i=1}^{n} H_{ut}^i(\omega^{(n)}). \tag{18}$$

Так как состояние $\omega^{(n)}$ является случайным, то полезность (18) также является случайной и требует вероятностного описания. Определим *математическое ожидание полезности* (18) по некоторому вероятностному распределению P, которое характеризует социальную сеть в целом:

$$EH_{ut}(P) = \sum_{\omega^{(n)}\in\Omega_n} H_{ut}(\omega^{(n)})P\{\omega^{(n)}\}. \tag{19}$$

В дальнейшем функцию (19) будем называть *ценностью сети.* В статистической физике эта величина соответствует средней энергии системы. В теории информации она соответствует риску.

Произвольность поведения невырожденной социальной сети оценим, как и в (8), с помощью следующей энтропии:

$$S_n(P) = -\sum_{\omega^{(n)}\in\Omega_n} P(\omega^{(n)}) \ln [P(\omega^{(n)})]. \tag{20}$$

Можно показать, что $S_n(P) \leqslant S_n(\Pi) = n \ln(r)$, где $S_n(\Pi)$ — значение энтропии для вырожденной социальной сети (8). Таким образом, произвольность поведения невырожденной социальной сети уменьшается по сравнению с вырожденной социальной сетью. Это происходит за счет зависимости поведения агентов от административного фактора u и социального фактора t. Зависимость агентов от этих факторов определим через *относительную энтропию* [130] меры P по мере вырожденной социальной сети (4):

$$I_\Pi(P) = \sum_{\omega^{(n)} \in \Omega_n} P\{\omega^{(n)}\} \ln\left[\frac{P\{\omega^{(n)}\}}{\Pi_n\{\omega^{(n)}\}}\right]. \tag{21}$$

Если указанные два внешних фактора воздействуют на (внутренне) независимых агентов, поведение которых до этого воздействия описывалось распределением (3), то возникающая при этом зависимость агентов (21) от этих факторов примет следующий вид:

$$I_\Pi(P) = \sum_{\omega^{(n)} \in \Omega_n} P\{\omega^{(n)}\} \ln[r^n P\{\omega^{(n)}\}] = \\ = n \ln(r) + \sum_{\omega^{(n)} \in \Omega_n} P(\omega^{(n)}) \ln[P(\omega^{(n)})]. \tag{22}$$

что совпадает с разностью энтропий $S_n(\Pi) - S_n(P)$, уменьшением произвольности поведения агентов.

Будем считать, что ценность социальной сети для ее агентов уменьшается с уменьшением свободы их действий, т. е. увеличением зависимости от внешних факторов (22). Таким образом, окончательную ценность социальной сети можно выразить следующим выражением:

$$G(P) = EH_{ut}(P) - \nu I_\Pi(P), \tag{23}$$

где параметр $\nu > 0$ введен для приведения величины $I_\Pi(P)$ к размерности ценности. Кроме того, его можно содержательно интерпретировать как *цену автономности* агентов в социальной сети. В статистической механике и теории информации параметр ν называется *температурой.*

В выражении (23) из ценности, которую приобрели агенты от социального и административного факторов, вычитается ценность, которую они потеряли в связи с уменьшением индивидуальной свободы (зависимостью). «Остаток», т. е. функцию G, будем называть *потенциальной ценностью социальной сети.* Термин «потенциальный» имеет двоякий смысл. Во-первых, именно потенциальной (в смысле будущей потенциальной полезности) ценностью обладают социальные сети [184]. Во-вторых, как будет видно ниже, функция (23) обладает свойствами термодинамического потенциала, при дифференцировании которого получаются зависимости макрохарактеристик системы EH_{ut} и I_Π от температуры ν. В статистической механике термодинамический потенциал $F = -G$ называется *свободной энергией Гельмгольца.*

Как следует из введения, взаимодействие агентов в рамках сети должно приводить к увеличению ее ценности, в противном случае эта сеть распадается. Будем считать, что равновесное распределение $P\{\cdot\}$ соответствует максимальной потенциальной ценности социальной сети.

Формально говоря, необходимо найти такое распределение P_G,[17] для которого потенциальная ценность сети (23) максимальна на симплексе вероятностных мер $\mathcal{M}_1 = \Big\{P \in \mathcal{M} : \sum\limits_{\omega^{(n)}\in\Omega_n} P\{\omega^{(n)}\} = 1\Big\}$:

$$P_G = \arg\max_{P\in\mathcal{M}_1} [EH_{ut}(P) - \nu I_P(P)]. \qquad (24)$$

Вариационную задачу (24) можно решить методом неопределенных множителей Лагранжа. Для этого введем функцию Лагранжа:

$$L = \sum_{\omega^{(n)}\in\Omega_n} H_{ut}(\omega^{(n)})P\{\omega^{(n)}\} - \\ -\nu \sum_{\omega^{(n)}\in\Omega_n} P\{\omega^{(n)}\} \ln\left[\frac{P\{\omega^{(n)}\}}{\Pi_n\{\omega^{(n)}\}}\right] - \alpha \sum_{\omega^{(n)}\in\Omega_n} P\{\omega^{(n)}\}, \qquad (25)$$

где α — множитель Лагранжа для ограничения в (24). Продифференцировав выражение (25) по каждому $P\{\omega^{(n)}\}$, получим следующую систему уравнений для экстремума:

$$\frac{\partial L}{\partial P\{\omega^{(n)}\}} = H_{ut}(\omega^{(n)}) - \nu \ln\left[\frac{P\{\omega^{(n)}\}}{\Pi_n\{\omega^{(n)}\}}\right] - \nu - \alpha = 0. \qquad (26)$$

[17] Символ G в обозначении распределения вводится, следуя названию этого распределения в статистической физике — распределение Гиббса.

Значит, искомое распределение представляется в виде

$$P_G\{\omega^{(n)}\} = e^{\frac{\nu+\alpha}{\nu}} e^{\frac{H_{ut}(\omega^{(n)})}{\nu}} \Pi_n\{\omega^{(n)}\}. \tag{27}$$

Из условий нормировки $\sum P_G = 1$ и равенства (27) следует, что величина $e^{\frac{\nu+\alpha}{\nu}}$ равна

$$Z = Z(\nu) = \sum_{\omega^{(n)} \in \Omega_n} e^{\frac{H_{ut}(\omega^{(n)})}{\nu}} \Pi_n\{\omega^{(n)}\}. \tag{28}$$

Следуя терминологии статистической физики, будем называть величину Z *статистической суммой.* Окончательно искомое равновесное распределение состояний социальной сети, которое будем называть *распределением Гиббса*, принимает следующий вид:

$$P_G\{\omega^{(n)}\} = Z^{-1} e^{\frac{H_{ut}(\omega^{(n)})}{\nu}} \Pi_n\{\omega^{(n)}\}. \tag{29}$$

Легко показать, что равновесную (соответствующую распределению Гиббса) потенциальную ценность социальной сети можно представить через статистическую сумму Z и цену автономности агентов ν:

$$G(\nu) = \nu \ln Z(\nu). \tag{30}$$

Следующее утверждение показывает, что через потенциальную ценность сети можно определить равновесную ценность сети $R = R(\nu) = EH_{ut}(P_G)$ и зависимость агентов от внешних факторов $I = I(\nu) = I_\Pi(P_G)$ как функции от ν.

Утверждение 2.2.

$$I(\nu) = -\frac{dG}{d\nu}(\nu). \tag{31}$$

Соотношение (31) показывает, что зависимость агентов от внешних факторов I можно вычислить из статистической суммы (28) и соотношения для потенциальной ценности сети (30). Ценность социальной сети (19) может быть тогда вычислена исходя из определения потенциальной ценности (23) и уже вычисленной зависимости агентов (31).

Содержательные интерпретации приведенных формул будут ниже проиллюстрированы примером конкретного вида полезности сети $H_{ut}(\omega^{(n)})$.

Таблица 3. **Соответствие понятий различных дисциплин, описывающих большие системы**

Статистическая физика [92]	**Теория информации [96]**	**Социальные сети**
Частица	Передаваемый символ	Агент социальной сети
Фазовое пространство	Пространство значений символа	Множество допустимых действий агента
Координаты точки в фазовом пространстве	Значение символа	Действие агента
Координаты N частиц в фазовом пространстве	Значения последовательности из N символов	Пространство состояний социальной сети из N агентов
Энергия частицы	Функция штрафа символа	Полезность социальной сети для агента
Средняя энергия системы	Риск	Ценность сети
Энтропия	Количество информации	Зависимость агентов от внешних факторов
Свободная энергия Гельмгольца	Свободная энергия	Потенциальная ценность сети
Температура	Дифференциальная ценность информации	Цена автономности агентов сети

Двоичная невырожденная конечная социальная сеть. Пусть социальная сеть состоит из конечного числа n агентов, и они выбирают один из двух вариантов $r = 2$ действий $X_2 = \{-1, 1\}$. Тогда пространство состояний этой сети:

$$\Omega_2^n = \{\omega^{(n)} = (\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n)\colon\ \omega_i \in \{-1, 1\},\ i = \overline{1, n}\}. \tag{32}$$

Будем характеризовать степень влияния агентов друг на друга (во введенной терминологии — это социальный фактор t) матрицей «цен» взаимовлияния агентов $\|t_{ij}\|$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, n}$. Величина t_{ij} содержательно интерпретируется как «цена» влияния агента j на агента i, а произведение $t_{ij}\omega_j$ — как ценность действия ω_j агента j для агента i. Ценность состояния всей сети ω для агента i запишем в виде суммы ценностей действий каждого агента сети:

$$\sum_{j=1}^{n} t_{ij}\omega_j. \tag{33}$$

Свое действие агент i выбирает исходя из индивидуальных предпочтений, характеризуемых распределением (13), и знака ценности социального влияния (33) так, чтобы максимизировать следующую целевую функцию:

$$\sum_{j=1}^{n} t_{ij}\omega_i\omega_j. \tag{34}$$

Положительность цены влияния t_{ij} соответствует «дружественности» отношения агента i к агенту j, т. е. полезность состояния сети ω для агента i будет тем выше, чем большее число других агентов действуют одинаково, и агент действует так же, как и большинство. Очевидно, что $t_{ij} < 0$ соответствует недружественной сети, полезность состояний которой для агента i будет вести себя противоположным образом. Далее будем считать, что $t_{ij} \geqslant 0$ для всех агентов i и j, т. е. что сеть является «дружественно-нейтральной».

Будем считать, что все агенты подвергаются влиянию (управлению) центра. Цену влияния центра обозначим числом $u \in \mathbb{R}$. Знак цены влияния центра характеризует мнение центра. Абсолютная величина $|u|$ характеризует удельные затраты центра на управление мнением одного агента. С учетом этого управления запишем полезность социальной сети для агента i в следующем виде:

$$H^i_{ut}(\omega^{(n)}) = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{ij}\omega_j + u\right)\omega_i. \tag{35}$$

Знак «+» в выражении (35) соответствует «послушности» агентов, т. е. полезность сети для агента возрастает, если его действия совпадают с мнением центра.

Полезность всей социальной сети для состояния $\omega^{(n)}$ определим, как и в (18), через сумму индивидуальных полезностей агентов:

$$H_{t,u}(\omega^{(n)}) = \sum_{i,j=1}^{n} t_{ij}\omega_i\omega_j + u\sum_{i=1}^{n}\omega_i. \tag{36}$$

Аналогом полезности (36) в статистической физике является гамильтониан для конечной модели Изинга. Эта модель рассматривается в социальных сетях (см. первую главу).

Согласно (29), распределение Гиббса для невырожденной социальной сети с функцией полезности (36) будет выглядеть следующим образом:

$$P_{\nu,t,u}\{\omega^{(n)}\} = Z^{-1} e^{\frac{H_{t,u}(\omega^{(n)})}{\nu}} \Pi_n\{\omega^{(n)}\}, \qquad (37)$$

где ν — цена автономности, а $H_{t,u}(\omega^{(n)})$ — полезность социальной сети для состояния $\omega^{(n)}$, определяемая выражением (36).

Рассмотрим свойства распределения Гиббса $P_{\nu,t,u}$ для различных значений ν и управления центра u. Можно показать, что при неограниченном возрастании цены автономности ν агенты действительно начинают действовать независимо, т. е. справедливо следующее утверждение.

Утверждение 2.3.

$$P_{\nu,t,u} \overset{W}{\to} \Pi_n, \quad \nu \to \infty, \qquad (38)$$

где W означает слабую сходимость мер (см. [9]). *Содержательно это означает, что при неограниченном возрастании цены автономности агентов в сети будет «полная анархия» при любом значении управления u, т. е. сеть превратится в вырожденную. Аналогом этого явления в статистической физике является нагрев вещества до газообразного состояния.*

Когда цена автономности («температура») принимает некоторое конечное значение $\nu > 0$, вступает в силу взаимовлияние агентов и влияние на них центра. Так как $P_{\nu,t,u}\{\overline{\omega^{(n)}}\}$ тогда и только тогда, когда $H_{t,u}(\overline{\omega^{(n)}}) > H_{t,u}(\omega^{(n)})$, то наиболее вероятными будут те состояния, которые максимизируют полезность сети. Такие максимизирующие состояния будем называть *базисными*. Обозначим через $\omega_+^{(n)}$ ($\omega_-^{(n)}$) состояние сети, когда действия всех агентов равны 1 (-1). Это и есть базисные состояния, для которых справедливы следующие утверждения, выполняющиеся для «дружественной» и «послушной» социальной сети.

Утверждение 2.4. *Для $u > 0$ состояние $\omega_+^{(n)}$ является единственным базисным состоянием. Для $u < 0$ состояние $\omega_-^{(n)}$ является единственным базисным состоянием. Для $u = 0$ только состояния $\omega_+^{(n)}$ и $\omega_-^{(n)}$ являются базисными состояниями.*

Таким образом, в конечной социальной сети наиболее вероятно, что все агенты действуют в соответствии с мнением центра (его управлением). Когда управление отсутствует, нельзя предсказать, какое из базисных состояний будет наиболее вероятным.

Утверждение 2.5.

$$P_{\nu,t,u} \xrightarrow{W} \chi_{\omega_+}, \quad \nu \to +0, \quad u > 0, \tag{39}$$

$$P_{\nu,t,u} \xrightarrow{W} \chi_{\omega_-}, \quad \nu \to +0, \quad u < 0. \tag{40}$$

Таким образом, при нулевой цене автономности, очевидно, исчезают любые независимые действия, и агенты действуют в соответствии с мнением центра u.

Назовем (общим) *действием социальной сети* $\sum\limits_{i=1}^{n} \omega_i$ сумму действий всех агентов. Математическое ожидание действия социальной сети назовем *средним действием сети*, которое определим следующим образом:

$$M_n(\nu, u) = Z^{-1}2^{-n} \sum_{i=1}^{n} \sum_{\omega^{(n)} \in \Omega_n} \omega_i e^{\frac{H_{t,u}(\omega^{(n)})}{\nu}}. \tag{41}$$

Для среднего действия социальной сети (41) справедливо следующее утверждение, которое доказывается в [130, IV.3.4].

Утверждение 2.6.

1. *Для любого* $\nu > 0$ $M_n(\nu, 0) = 0$.

2. $M_n(\nu, u)$ *является неотрицательной вогнутой функцией от* $u \geqslant 0$ *и неубывающей функцией от* $u \in \mathbb{R}$.

3. $M_n(\nu, -u) = -M_n(\nu, u)$ *и* $|M_n(\nu, u)| \leqslant n$.

4. *Если* $u \geqslant 0$, *то* $M_n(\nu, u)$ — *неотрицательная, невозрастающая функция от* $\nu > 0$.

Свойство 1 утверждения 2.6 показывает, что при отсутствии влияния центра среднее действие агентов социальной сети равно нулю (что условно можно считать бездействием агентов).

Свойство 2 и 3 утверждения 2.6 позволяют решить *задачу управления* [76] для социальной сети. Действительно, величину $K_\nu(u) = M_n(\nu, u) - nu$ можно интерпретировать как эффективность управления (целевую функцию центра — как ценность сети для него), считая что $M_n(\nu, u)$ — выигрыш центра (среднее действие сети осуществляется в соответствии с мнением центра), u — затраты центра на «управление» одним агентом. В силу свойства 3 утверждения 2.6 можно ограничиться неотрицательным управлением $u \geqslant 0$. В силу свойства 2 эффективность управления $K_\nu(u)$ является вогнутой функцией, поэтому можно найти ее максимум, т. е. оптимальное управление.

Свойство 4 утверждения 2.6 показывает, что при увеличении цены автономности $\nu > 0$ среднее действие не возрастает, а значит, так же ведет себя и эффективность управления $K_\nu(u)$. Таким образом, ценность социальной сети с точки зрения центра снижается. Это совпадает с таким очевидным фактом, что более автономными агентами управлять сложнее.

2.3. Невырожденная бесконечная социальная сеть

Рассмотрим модель социальной сети, в которой каждый агент влияет на другого в одинаковой степени, и это влияние убывает с увеличением числа агентов n:

$$t_{ij} = \frac{t}{n}, \quad t > 0. \tag{42}$$

Полезность сети для агента i запишем в виде следующей функции:

$$\sum_{j=1}^{n} t_{ij}\omega_i\omega_j = \frac{t}{2n}\sum_{j=1}^{n} \omega_i\omega_j. \tag{43}$$

Коэффициент $1/2$ в выражении (43) учитывает симметричность полезностей для агентов i и j. Полезность всей социальной сети для состояния $\omega^{(n)}$ определим, как и в выражении (18), через сумму индивидуальных полезностей агентов:

$$H_{t,u}(\omega^{(n)}) = \frac{t}{2n}\sum_{i,j=1}^{n} \omega_i\omega_j + u\sum_{i=1}^{n} \omega_i. \tag{44}$$

Определим среднее действие бесконечной социальной сети через следующий предел:

$$m(\nu, u) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} M_n(\nu, u), \tag{45}$$

где $M_n(\nu, u)$ определяется (41). Изучим поведение этой величины. Для этого сначала запишем целевую функцию $H_{t,u}$ в следующем виде:

$$H_{t,u}(\omega^{(n)}) = n\left[\frac{t}{2}\left(\frac{\sum\limits_{j=1}^{n}\omega_j}{n}\right)^2 + u\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i}{n} - \frac{t}{2}\right] =$$

$$= n\left[\frac{t}{2}\left(\frac{S_n(\omega)}{n}\right)^2 + u\frac{S_n(\omega)}{n} - \frac{t}{2}\right]. \tag{46}$$

По определению среднего действия сети (41) можно записать:

$$m(\nu, u) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} M_n(\nu, u) =$$
$$= \lim_{n\to\infty} Z^{-1} \int\limits_{\Omega_n} s_n(\omega^{(n)}) e^{n\left[\frac{t}{2\nu}(s_n(\omega^{(n)}))^2 + \frac{u}{\nu} s_n(\omega^{(n)}) - \frac{t}{2}\right]} \Pi_n \left\{d\omega^{(n)}\right\}. \tag{47}$$

Введем новую меру на отрезке $[-1, 1]$:

$$Q_n(A) = \Pi_n\{\omega^{(n)} \in \Omega_n\colon\, s_n(\omega^{(n)}) \in A\}, \quad A \in [-1, 1]. \tag{48}$$

Сделав замену переменной в выражении (47), получим

$$m(\nu, u) = \lim_{n\to\infty} Z^{-1} \int\limits_{-1}^{1} x e^{n\left[\frac{t}{2\nu}x^2 + \frac{u}{\nu}x - \frac{t}{2}\right]} Q_n\left\{dx\right\}, \tag{49}$$

где статистическая сумма равна

$$Z = \int\limits_{-1}^{1} e^{n\left[\frac{t}{2\nu}x^2 + \frac{u}{\nu}x - \frac{t}{2}\right]} Q_n\left\{dx\right\}. \tag{50}$$

Величину $Q_n\{dx\}$ для достаточно большого n можно выразить следующим образом:

$$Q_n\{dx\} \approx e^{-nI(x)}\, dx, \tag{51}$$

где $I(x)$ определяется зависимостью агентов (15). Строго это доказывается в [130, II.7.2 (b)].

Поэтому среднее действие сети можно переписать в следующем виде:

$$m(\nu, u) \approx \frac{1}{\int\limits_{-1}^{1} e^{nf_{\nu,u}(x)}\, dx} \int\limits_{-1}^{1} x e^{nf_{\nu,u}(x)}\, dx, \tag{52}$$

где $f_{\nu,u}(x) = \left(\dfrac{t}{2\nu}x^2 + \dfrac{u}{\nu}x - \dfrac{t}{2}\right) - I(x)$. Согласно выражению (52) среднее действие социальной сети (45) определяется теми точками x, в которых функция $f_{\nu,u}(x)$ достигает своего максимума. Точки максимума этой функции должны удовлетворять уравнению

$$\frac{df_{\nu,u}(x)}{dx} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{t}{\nu}x + \frac{u}{\nu} = I'_\rho(x) = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}. \tag{53}$$

Рассмотрим графическое решение этого уравнения с различными параметрами ν, u, t (рис. 20).

При условии, что коэффициент социального влияния меньше цены автономности агентов социальной сети, т. е. $t < \nu$, наклон прямой $\dfrac{t}{\nu}x + \dfrac{u}{\nu}$ будет меньше 1, и эта прямая будет пересекать график $I'_\rho(x)$ один раз, так как производная функции $I'_\rho(x)$ в точке 0

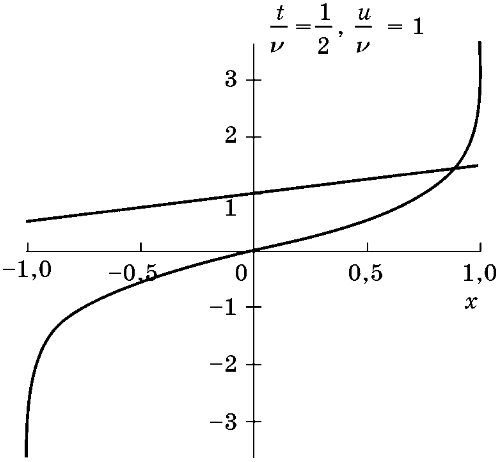


Рис. 20. Среднее действие при большой автономности

равна 1 (рис. 20). Точка пересечения $x(\nu, u)$ будет являться точкой минимума функции $f_{\nu,u}$. В данном случае не происходит «фазового перехода» и среднее действие социальной сети непрерывно зависит от управления u.

Если справедливо обратное неравенство $t > \nu$, то при достаточно малых $u \approx 0$ будут существовать две точки экстремума, как показано на рис. 21, 22. При $u > 0$ точкой минимума функции $f_{\nu,u}$ будет правая точка $x(\nu, u)$ (рис. 21), а при $u < 0$ — левая $x(\nu, u)$ (рис. 22). Таким образом, если агенты ценят фактор социальной зависимости выше, чем цену автономности, центр может этим воспользоваться и с минимальными затратами на управление u повлиять на социальную сеть так сильно, что подавляющее большинство агентов будет выбирать действие, желательное центру.

Можно строго показать [130, IV.4.1 а], что точки $x(\nu, u)$ будут предельными значениями в выражении (47), причем при $t > \nu$ и малом u ($u \to \pm 0$) значение предела будет зависеть от того, с

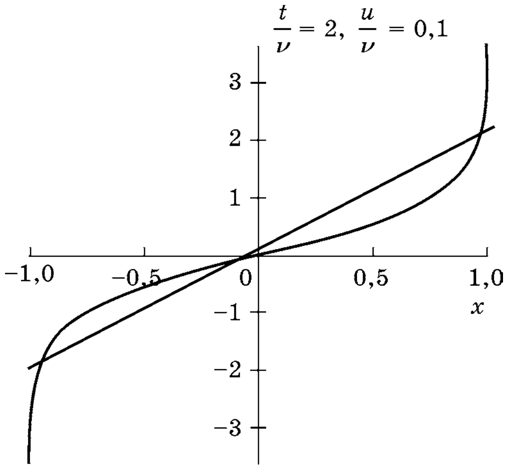


Рис. 21. Среднее действие при малой автономности и малом положительном управлении

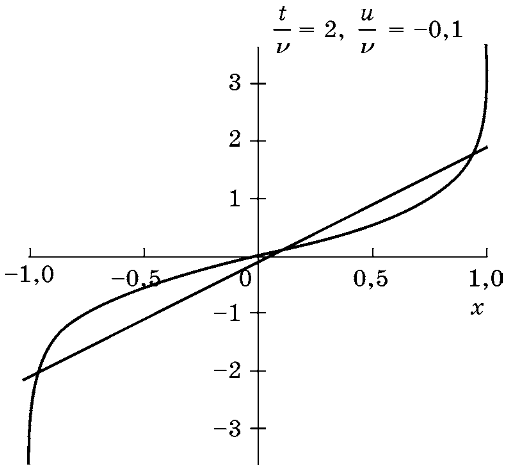


Рис. 22. Среднее действие при малой автономности и малом отрицательном управлении

какой стороны u приближается к нулю:

$$m(v, \pm) = \lim_{u \to \pm 0} m(\nu, u) = \lim_{u \to \pm 0} \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} M_n(\nu, u) = x(\nu, \pm) \neq 0. \tag{54}$$

Как и в предыдущем параграфе, рассмотрим эффективность управления $k_\nu(u) = m(\nu, u) - u$. Как видно из рис. 20–22, $k_\nu(u)$

является вогнутой функцией, следовательно, оптимальное управление существует и единственно. Эффективность снижается с повышением цены автономности агентов, причем за счет двух факторов — уменьшения наклона прямой и ее точки пересечения с осью ординат. В бесконечной социальной сети возникает дополнительный эффект: среднее действие сети $m(\nu, \pm)$ оказывается ненулевым при бесконечно малом управлении u. Этот эффект делает большую (бесконечную) социальную сеть более ценной с точки зрения центра.

Итак, в настоящей главе рассмотрены математические модели, построенные исходя из базовых принципов поведения агента в социальной сети. Эти принципы выражаются во влиянии на поведение агента трех основных факторов: индивидуального, социального и управленческого. Стохастический подход к описанию поведения социальных сетей позволяет использовать математические модели, которые разработаны в статистической физике, теории вероятностей и теории информации (см. табл. 3). Такие понятия, как зависимость поведения, цена автономности, цена взаимовлияния, потенциальная ценность социальной сети, имеют прямые аналогии в статистической физике и теории информации. С другой стороны, эти понятия имеют содержательные интерпретации в терминах социальных сетей и приводят к возможности формализации эффектов, происходящих в них.

Представляется перспективным, используя этот аппарат и введя новые содержательные интерпретации, рассмотреть другие разработанные в статистической физике модели, например, модель Изинга и прочие модели взаимодействия частиц с конечным радиусом действия.

Кроме того, поведение агентов в социальных сетях с порогами [145] приводит к эффектам, которые, по-видимому, не разработаны в статистической физике и требуют разработки независимых методов, что представляется одним из перспективных направлений дальнейших исследований.

Глава 3

МОДЕЛИ ИНФОРМАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННОГО ПРОТИВОБОРСТВА В СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЯХ

Настоящая глава посвящена разработке и исследованию теоретико-игровых и оптимизационных моделей и методов информационного влияния, управления и противоборства в социальных сетях. В § 3.1 рассматривается модель информационного влияния, в которой изучается формирование и динамика мнений агентов в социальной сети. Динамика влияний описывается марковским процессом, а мнения рассчитываются при помощи графа влияний. Вводятся понятия сообществ, групп и спутников. С помощью результирующей структуры влияний доказывается, что мнения спутников определяются мнением групп, а в группах мнения стабилизируются и равны.

В § 3.2–3.5 на основе модели информационного влияния рассматриваются модели информационного управления:

— мнениями членов социальной сети (§ 3.2 и 3.3);

— репутацией членов социальной сети (§ 3.4);

— доверием членов социальной сети (§ 3.2, 3.4 и 3.5).

Показывается, что «стабильное» состояние сети линейно по управлению. Вводится понятие *репутации* и рассматриваются модели информационного управления и противоборства, позволяющие моделировать динамику репутации членов социальной сети и исследовать роль репутации в осуществлении информационных воздействий. Как оказывается, чем выше репутация *активного агента*, осуществляющего манипулирование, тем больше его возможности по влиянию на итоговое мнение агентов в социальной сети. Поэтому, как следует из модели, активный агент максимизирует свою репутацию, манипулируя своими начальными мнениями по каждому из вопросов, чтобы добиться определенного результирующего мнения всех членов социальной сети по последнему вопросу. Задача информационного противоборства (игры нескольких манипулирующих агентов) в рамках такой модели, фактически, сводится к задаче динамической активной экспертизы с репутацией. Также анализируются подходы к построению моделей стратегической и информационной рефлексии агентов.

В § 3.6 рассматриваются модели *распределенного информационного управления* членами социальных сетей. Для субъектов, осуществляющих информационные воздействия на агентов, формулируются условия согласования интересов (в общем случае, несовпадающих).

В § 3.7 рассматривается модель *информационного противоборства* для случая двух управляющих субъектов с несовпадающими интересами (защитника и нападающего). Приводится случай *информационной эпидемии* (т. е. мнение распространяется в сети от одного активного агента к другому пассивному агенту) в социальной сети и защиты от нее. Для такой задачи информационного противоборства представлен алгоритм сведения к биматричной игре. Для частного случая социальной сети — полного графа — доказано, что существует хотя бы одно равновесие Нэша такой игры. Для биматричной игры также показано, что стратегическая рефлексия приводит к уменьшению числа равновесий (не более двух) Нэша и может привести к лучшим результатам для игроков.

Следует отметить, что рассматриваемые в третьей главе модели отражают многие эффекты, наблюдаемые в реальных социальных сетях (см. предисловие и [28]).

3.1. Марковская модель информационного влияния

В настоящем параграфе изучаются формирование и динамика мнений в социальной сети, моделируемые при помощи цепей Маркова: динамика влияний описывается марковским процессом, а мнения рассчитываются при помощи графа влияний. Рассмотренная модель в целом следует традиции использования марковских цепей для исследования социальных сетей [122, 134, 146] (см. также [91]).

Выводы, полученные в рамках модели, согласуются с результатами социальных психологов (см. например, [4, 44, 59, 101, 104]), например, в группе «тесно связанных» вершин устанавливается одинаковое мнение.

Прямое и косвенное информационное влияние. Будем описывать агентов, входящих в социальную сеть, множеством $N = \{1, 2, \ldots, n\}$. Агенты в сети влияют друг на друга, и степень влияния задается *матрицей прямого влияния* $A = \|\alpha_{ij}\|$ размерности $n \times n$, где $\alpha_{ij} \geqslant 0$ обозначает степень доверия i-го агента j-му агенту. Здесь и далее мы будем говорить как о влиянии, так и о доверии, и считать, что эти два понятия являются противоположными в следующем смысле: выражение «степень доверия i-го агента j-му равна α_{ij}» тождественно по смыслу выражению «степень влияния j-го агента на i-го равна α_{ij}» (см. обзор [29]).

Доверие в социальной сети можно наглядно изображать в виде стрелок с весами, соединяющих вершины. Например, стрелка от

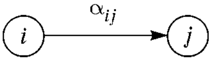


Рис. 23. Прямое (непосредственное) доверие

i-го агента к j-му с весом α_{ij} (рис. 23) означает соответствующую степень доверия.

Будем считать, что агент i достоверно знает только «свою» (i-ю) строчку матрицы A — кому и насколько он доверяет.

Будем считать выполненным условие нормировки [18]:

$$\forall i \in N \quad \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} = 1, \tag{1}$$

т. е. предположим, что «суммарное доверие» агента равно единице. Это условие означает, что матрица A является стохастической по строкам [22]. Отметим, что агент может доверять и самому себе, чему соответствует $\alpha_{ii} > 0$.

Если i-й агент доверяет j-му, а j-й доверяет k-му (рис. 24), то это означает следующее: k-й агент *косвенно влияет* на i-го (хотя i-й может даже не знать о его существовании).

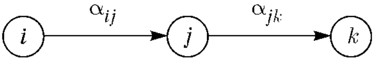


Рис. 24. Косвенное доверие (влияние)

Это соображение побуждает к поиску ответа на вопрос о том, как в итоге формируются мнения членов социальной сети.

Формирование и динамика мнений агентов. Пусть у каждого агента в некий начальный момент времени имеется мнение по некоторому вопросу, мнение i-го агента отражает вещественное чи-

[18] В настоящей главе принята независимая внутри параграфов нумерация формул.

сло x_i^0, $i \in N$. Мнение всех агентов сети отражает вектор-столбец мнений x^0 размерности n.

Агенты в социальной сети взаимодействуют, обмениваясь мнениями. Этот обмен приводит к тому, что мнение каждого агента меняется в соответствии с мнениями агентов, которым данный агент доверяет. Будем считать это изменение линейным, т. е. положим, что мнение агента в следующий момент времени является взвешенной суммой мнений агентов, которым он доверяет (весами являются степени доверия α_{ij}):

$$x_i^\tau = \sum_j \alpha_{ij} x_j^{\tau-1}, \quad i \in N, \tag{2}$$

где индекс τ обозначает момент времени [32].

Нетрудно убедиться, что в векторной записи первое измененное мнение агентов равно произведению матрицы непосредственного доверия на вектор начальных мнений: $x^1 = Ax^0$. Если обмен мнениями продолжается и далее, то вектор мнений агентов становится равным $x^2 = (A)^2 x^0$, $x^3 = (A)^3 x^0$ и т. д.

Если взаимодействие агентов продолжается достаточно долго, то их мнения стабилизируются — сходятся к результирующему мнению $X = \lim\limits_{\tau \to \infty} (A)^\tau x^0$ (об условиях существования предела см. ниже).

Будем называть *матрицей результирующего влияния* предел $A^\infty = \lim\limits_{\tau \to \infty} (A)^\tau$ (условиях существования предела также описываются ниже). Тогда можно записать соотношение

$$X = A^\infty x^0, \tag{3}$$

где x^0 — вектор начальных мнений, A^∞ — матрица результирующего влияния, X — вектор итоговых мнений.

Структуру косвенного доверия (влияния) также удобно изображать в виде ориентированного графа (агенты — вершины), где стрелками обозначено доверие агентов (стрелка идет от агента к тем агентам, кому он доверяет; если степень доверия равна нулю, то стрелка не проводится).

Пример 3.1. Пример преобразования прямого доверия (влияния) в результирующее приведен на рис. 25.

На рис. 25*б* видно, что все результирующее доверие агентов сети сосредоточено на двух агентах с номерами 3 и 6. Именно эти два агента, по сути, определяют мнение в данной социальной сети. •

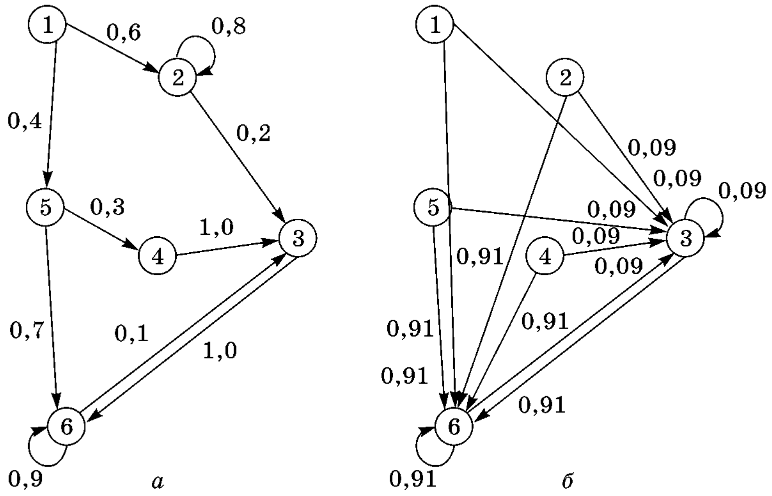


Рис. 25. Преобразование прямого доверия (*а*) в результирующее (*б*)

Чтобы описать структуру результирующего доверия (влияния) в общем случае нам понадобятся некоторые понятия, вводимые ниже.

Группы и сообщества. Назовем *сообществом* множество агентов, которые не подвергаются влиянию агентов вне него. Формально, сообщество — это подмножество $S \subset N$ такое, что $\forall i \in S$ $\forall j \in N \setminus S$ $(\alpha_{ij} = 0)$. Обозначим через $\mathfrak{N}$ множество таких подмножеств.

Назовем *группой* сообщество агентов, которые взаимодействуют таким образом, что любые два агента влияют друг на друга прямым или косвенным образом. Формально, группа — это «минимальное» сообщество, т. е. такое, внутри которого нельзя выделить никакое другое сообщество: множество $Q \in \mathfrak{N}$ такое, что $\nexists S \in \mathfrak{N}$ $(S \subset Q)$.

Спутник — агент, подвергающийся влиянию агентов тех или иных групп, однако не оказывающий влияния ни на одну из них (ни на одного из агентов ни одной из групп). Это агент, не входящий ни в одну из групп.

Таким образом, каждый агент либо принадлежит ровно одной группе, либо является спутником. В то же время, агент может принадлежать нескольким «вложенным» друг в друга сообществам.

На рис. 26 выделены группа, сообщество и спутники в социальной сети примера 3.1. Здесь имеется единственная группа, включающая агентов 3 и 6; остальные агенты являются спутниками.

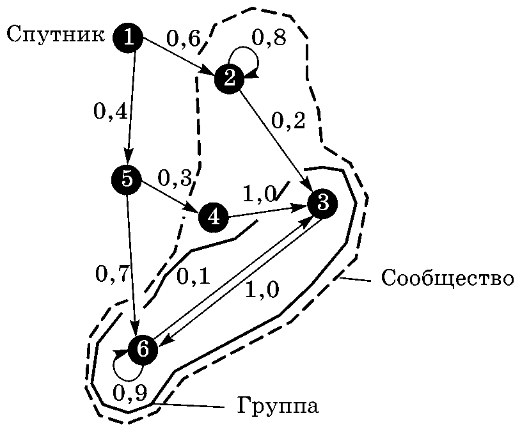


Рис. 26. Сообщество, группа и спутник социальной сети примера 3.1

Структура результирующих влияний. Для описания структуры результирующих влияний мы используем известные результаты, полученные при исследовании конечных цепей Маркова (см., например, [48]). Для этого установим соответствие между введенными нами понятиями и понятиями теории марковских цепей следующим образом:

- агент — состояние марковской цепи;
- степень доверия — вероятность перехода из одного состояния в другое;
- матрица прямых доверий — матрица переходных вероятностей;
- косвенное доверие — достижимость;
- группа — неразложимый класс существенных состояний;
- спутник — несущественное состояние.

Далее, будем считать выполненным следующее

Условие 1. В каждой группе существует хотя бы один агент $i \in N$, для которого $\alpha_{ii} > 0$. Иными словами, в каждой группе хотя бы один агент хоть сколько-нибудь доверяет своему мнению.

В этом случае каждой группе соответствует (в теории марковских цепей) неразложимый апериодический класс. Поэтому справедливы следующие утверждения, являющееся следствием известных фактов в теории цепей Маркова (подчеркнем, что условие 1 здесь и далее будем считать выполненным, если явно не оговорено обратное).

Утверждение 3.1. *Существует матрица результирующих влияний — предел* $A^\infty = \lim_{\tau\to\infty} (A)^\tau$.

Утверждение 3.2. *Мнения агентов стабилизируются, т. е. существует предел* $X = \lim_{\tau\to\infty} x^\tau$.

Утверждение 3.3. *Результирующее влияние любого спутника на любого агента равно нулю. Это, в частности, означает, что начальные мнения спутников не оказывают никакого влияния на итоговые мнения каких-либо агентов.*

Утверждение 3.4. *В матрице результирующих влияний строки, соответствующие членам одной группы, совпадают. Это, в свою очередь, означает, что совпадают итоговые мнения агентов, т. е. каждая группа имеет общее мнение, которое можно считать мнением группы.*

Отметим, что утверждение 3.4 соответствует наблюдениям социальных психологов: в группе ее участники, испытывая информационное влияние, приходят к *консенсусу* [50].

Таким образом, структура результирующих влияний в социальной сети выглядит следующим образом (рис. 27). Имеется некоторое количество групп, в каждой из которых итоговые мнения

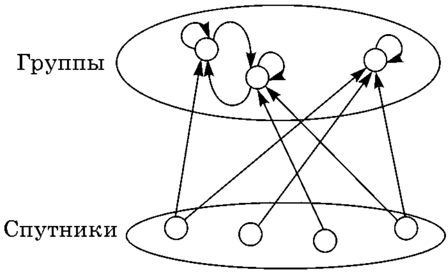


Рис. 27. Структура графа результирующих влияний

агентов совпадают (имеет место консенсус) и не зависят от начальных мнений агентов, не входящих в данную группу. Остальные агенты являются спутниками, их итоговые мнения полностью определяются мнением одной или нескольких групп.

Как уже было отмечено, каждый агент из группы является *существенным состоянием* в терминологии теории конечных цепей Маркова[19] [22, 48, 100]. Из этой теории известно, что если

[19] Матричный анализ структуры результирующих влияний принадлежит к.т.н. Н.А. Коргину.

у процесса имеется несколько неразложимых классов существенных состояний (которые соответствуют нашему понятию групп), то матрица переходов A может быть представлена в виде

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \multicolumn{5}{c}{\dotfill} \\ 0 & 0 & \dots & A_k & 0 \\ Q_1 & Q_2 & \dots & Q_k & R \end{pmatrix},$$

где A_l — соответствует матрице переходов внутри группы l (*неразложимые* стохастические матрицы), $l = \overline{1,k}$, k — число неразложимых классов, Q_l — матрица, описывающая влияние группы l на спутников, R — матрица влияний спутников друг на друга.

Если конечный марковский процесс оказывается в каком-либо существенном состоянии из класса A_l, то далее возможны существенные состояния только из этого же класса. При этом возврат в это же существенное состояние возможен через какое-то число шагов (которое, очевидно, не превышает число состояний в данном классе). Минимальное число шагов, через которое процесс, выйдя из существенного состояния, может вернуться в него, называется *периодом состояния*, которой в описываемой модели социальной сети будет длиной минимального цикла в графе, описываемого матрицей A_l, проходящего через агента, соответствующего данному существенному состоянию.

Наибольший общий делитель периодов всех существенных состояний из одного класса называется *цикличностью* d_l класса [48]. Данная характеристика является крайне важной, так как необходимым и достаточным условием сходимости мнений внутри отдельной группы l является *ацикличность* (или *примитивность* по Колмогорову [22]) матрицы взаимовлияний агентов данной группы: $d_l = 1$.

В [32] было показано, что достаточным условием сходимости мнений внутри отдельно взятой группы является наличие в ней хотя бы одного агента, который хоть немного доверяет себе. Легко убедиться, что матрица взаимовлияний данной группы ациклична, так как длинна минимального цикла для данного агента будет равна единице. Если все неразложимые классы в матрице A ацикличны, то матрица называется *простой*. Если в простой матрице A есть только один неразложимый класс, то такая матрица называется *регулярной* [22, 48].

Далее для простоты иногда (оговаривая это в каждом конкретном случае) будем предполагать, что все элементы стохастической матрицы прямого влияния A строго положительны. Если все члены социальной сети образуют одну группу, это является достаточным условием регулярности. Отметим, что даже в рамках этого достаточно сильного предположения нельзя гарантировать, что мнения агентов сойдутся за конечное время.

Известно, что для регулярной матрицы A каждая строка матрицы A^∞ представляет из себя один и тот же вероятностный положительный вектор $\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$: $\sum\limits_{i=1}^{n} \alpha_i = 1$, $\forall i \in \{1, \ldots, n\}$ $\alpha_i > 0$. Более того, этот вектор является решением уравнения $\alpha A = \alpha$, которое в силу регулярности матрицы A имеет единственное решение [22, 48]. Вектор α известен как *финальное* или *предельное* распределение регулярной цепи Маркова [48].

При заданном векторе начальных мнений x^0 итоговым мнением каждого агента будет αx^0. Поэтому, с точки зрения рассматриваемой модели, величина α_i может трактоваться как *влиятельность* i-го агента, так как она определяет, насколько сильно его начальное мнение отражается в итоговом. Также очевидным является тот интересный факт, что $\forall \tau = 1, 2, \ldots$ выполнено равенство $\alpha x^0 = \alpha x^\tau$, где $x^\tau = (A)^\tau x^0$.

Из этого факта следует, что для $\forall a \in \mathbb{R}^1$ можно определить *область притяжения* — множество начальных мнений, из которых достижимо данное значение как консенсус группы $X = a \begin{pmatrix} 1 \\ \cdots \\ 1 \end{pmatrix}$:

$$X(a) \subseteq \mathbb{R}^{n-1} = \{x^0 \in \mathbb{R}^n \colon \alpha x^0 = a\}.$$

Причем $\forall a, b \in \mathbb{R}^1$, $a \neq b$, $X(a) \cap X(b) = \varnothing$, из любого вектора начальных мнений возможно достижение лишь одного вектора итогового мнений. Геометрические интерпретации данного утверждения тесно связаны с условием, фигурирующим в формулировке утверждения 3.6в), приведенного в § 3.2.

В качестве отступления отметим, что задача определения относительного влияния агентов в социальной сети (анализ уравнений типа $\alpha A = \alpha$), чрезвычайно близка в определенном смысле к так называемой *задаче ранжирования Интернет-страниц* (PageRank problem); см., например, обзоры в [161, 162, 208].

Возникает вопрос об информированности самих агентов о создавшейся ситуации. Знает ли агент, является ли он членом одной из групп либо спутником? Логично считать, что каждый агент в каждый момент времени знает свое мнение, мнение тех агентов, кому он доверяет, а также степень своего доверия каждому их них (здесь идет речь о прямом доверии). Если агент знает, что его итоговое мнение не совпадает с мнением тех, кому он доверяет, то он является спутником и знает это. В то же время, если итоговые мнения агента и тех, кому он доверяет, совпадают, то агент может быть как членом группы, так и спутником.

Примеры формирования и динамики мнений агентов. Рассмотрим несколько модельных примеров, иллюстрирующих формирование мнений агентов.

Начнем с «предельных» случаев.

Пример 3.2. Пусть имеется агент $i \in N$, который доверяет только самому себе: $\forall j \neq i \quad \alpha_{ij} = 0$, $\alpha_{ii} = 1$. Мнения такого агента меняться во времени не будут: $x_i^\tau = x_i^0$, $\tau = 0, 1, \ldots$ •

Пример 3.3. Пусть имеется агент, который доверяет в некоторой (отличной от нуля) степени всем остальным агентам, которые все имеют одно и то же мнение и никому, кроме себя, не доверяют. Тогда мнение этого агента со временем будет стремиться к мнению других агентов, которое меняться не будет. •

Пример 3.4. Пусть имеются два агента, каждый из которых полностью доверяет оппоненту ($\alpha_{12} = \alpha_{21} = 1$). Тогда введенное выше условие 1 не имеет места и будут наблюдаться колебания мнений агентов с периодом 2. •

Пример 3.5. Пусть имеются два агента и ситуация симметрична: $\alpha_{11} = \alpha_{22} < 1$. Начальные мнения агентов — 0 и 1 соответственно. Результирующее мнение будет единым и равным 0,5, причем максимальная «скорость сходимости» будет иметь место при $\alpha_{11} + \alpha_{22} = 1$. •

Пример 3.6. Пусть социальная сеть — полный граф, а степени доверия всех агентов друг другу и себе одинаковы. Тогда результирующее мнение будет единым для всех агентов и равным среднему арифметическому их начальных мнений. •

Пример 3.7. Пусть социальная сеть представлена линейной цепочкой агентов.

А. Первый агент доверяет только себе, каждый из остальных доверяет себе и своему предшественнику в цепи $\alpha_{i,i-1} = 0{,}5$. Тогда по цепи агентов пробежит затухающая волна мнений, т. е. мнение

i-го агента в момент времени τ будет $x_i^\tau = 0{,}5x_i^{\tau-1} + 0{,}5x_{i-1}^{\tau-1}$. Итоговые мнения будут одинаковыми (рис. 28) [20].

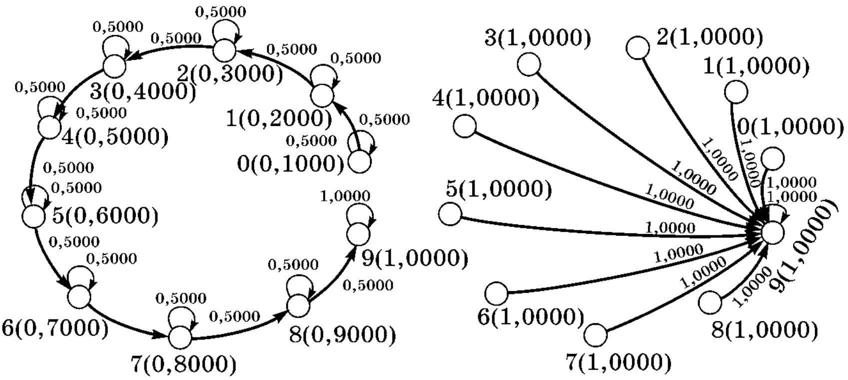


Рис. 28. Иллюстрация пункта А примера 3.7

Б. Каждый из агентов доверяет себе: $\alpha_{i,i} = 0{,}5$. Для первого агента $\alpha_{1,2} = 0{,}5$, для n-го агента $\alpha_{n,n-1} = 0{,}5$, для всех остальных $\alpha_{i,i-1} = 0{,}25$ и $\alpha_{i,i+1} = 0{,}25$. Тогда итоговые мнения будут одинаковыми:

$$X = \frac{1}{n-1}\left(0{,}5x_1^0 + 0{,}5x_n^0 + \sum_{i=2}^{n-1} x_i^0\right)$$

(на рис. 29 представлены начальные и итоговые мнения и доверия в сети из десяти агентов). •

Пример 3.8. Пусть социальная сеть является кольцом.

А. Каждый из агентов доверяет себе: $\alpha_{i,i} = 0{,}5$, и следующему агенту в кольце: $\alpha_{i,i+1} = 0{,}5$, тогда итоговые мнения будут одинаковыми: $X = \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^0$ (рис. 30).

Б. Для каждого из агентов $\alpha_{i,i} = 0{,}5$, $\alpha_{i,i+1} = 0{,}25$ и $\alpha_{i,i-1} = 0{,}25$, тогда итоговые мнения будут одинаковыми: $X = \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^0$ (рис. 31). •

[20] Изображение сети и расчет динамики мнений в этом и некоторых последующих примерах получены в рамках системы имитационного моделирования, описанной в четвертой главе.

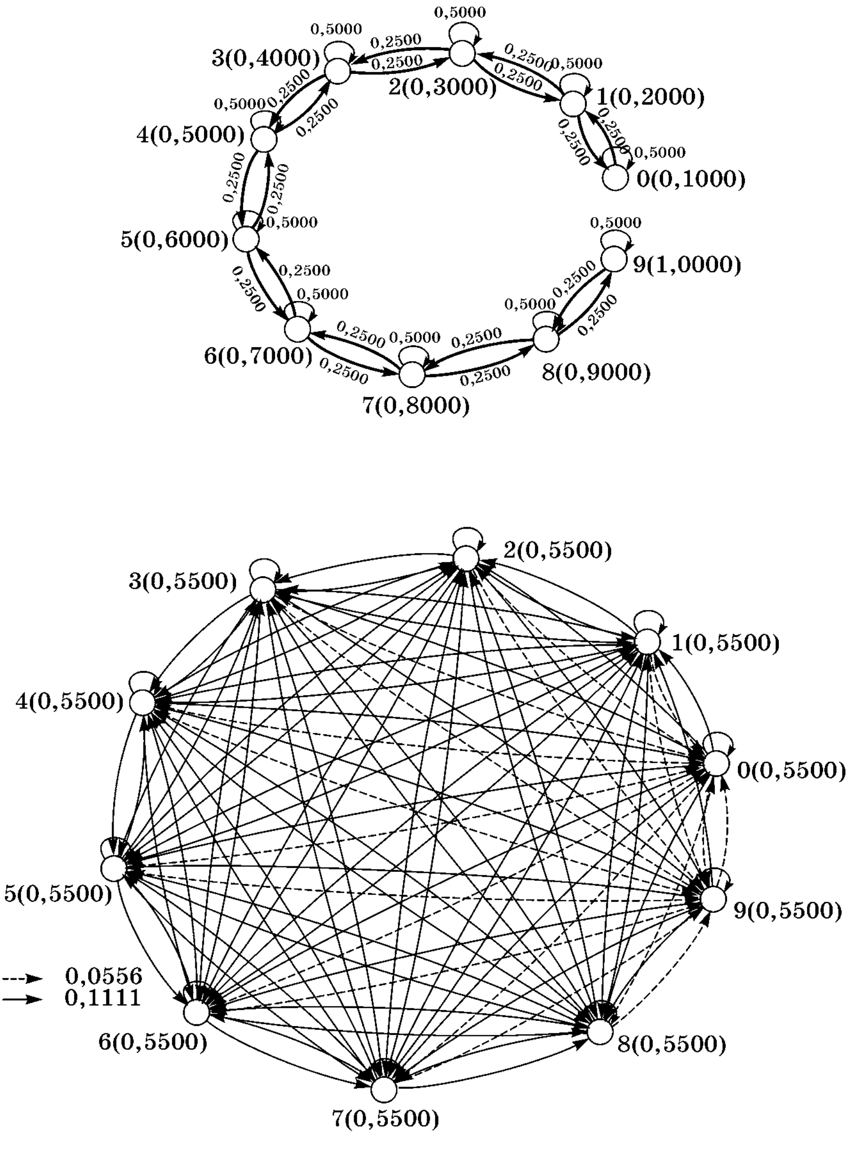


Рис. 29. Иллюстрация пункта Б примера 3.7

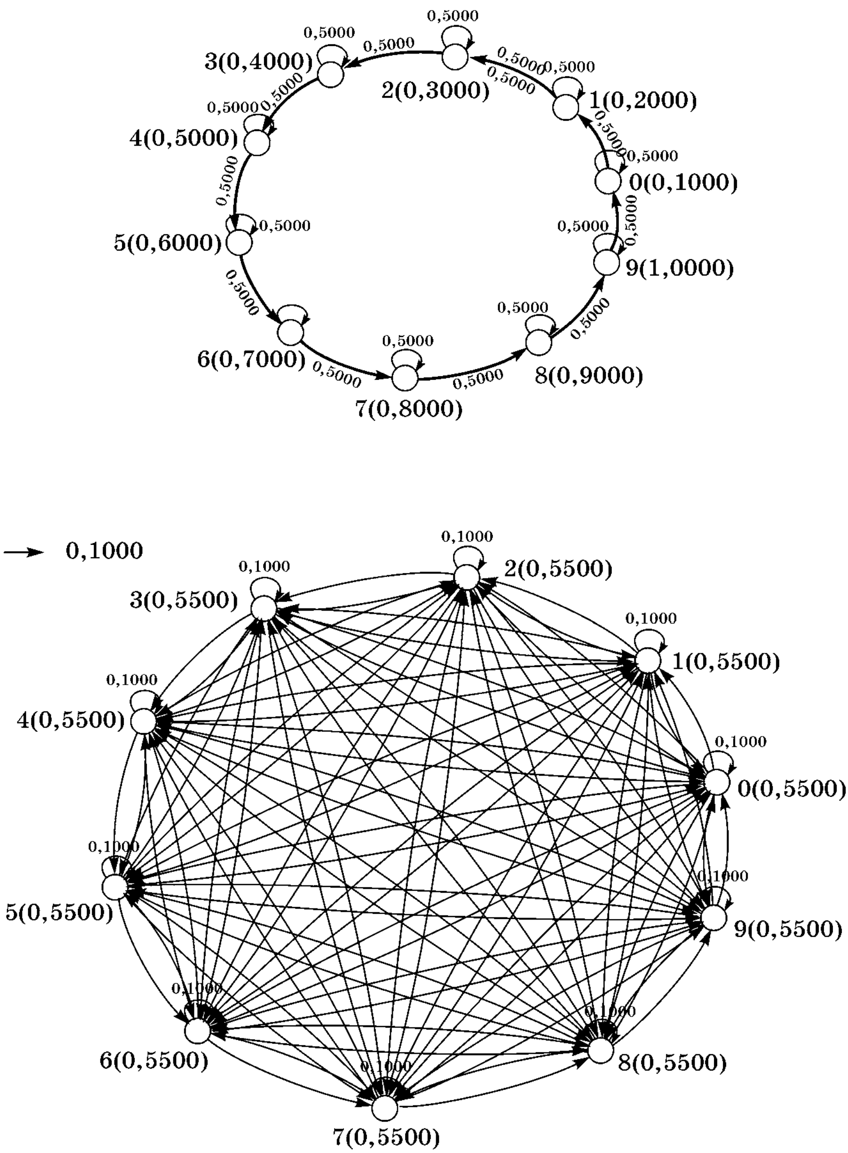


Рис. 30. Иллюстрация пункта А примера 3.8

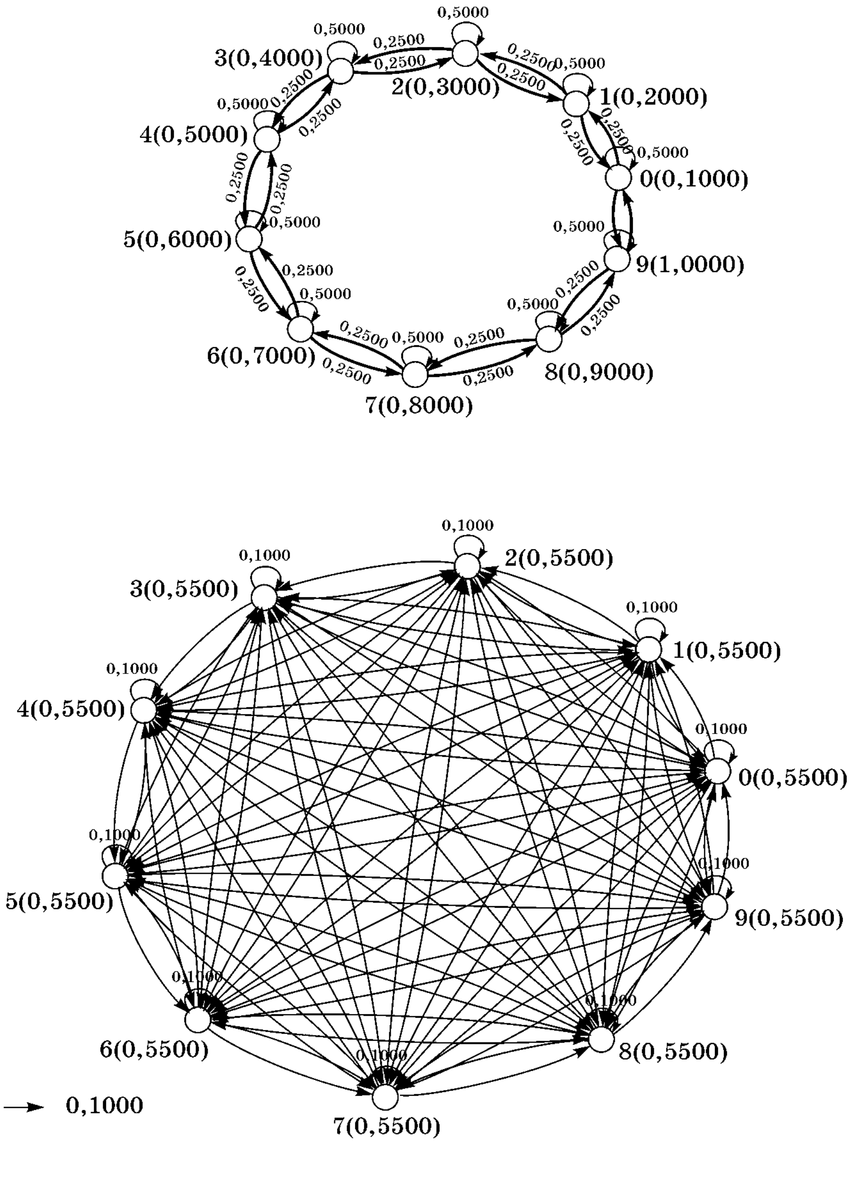


Рис. 31. Иллюстрация пункта Б примера 3.8

Пример 3.9. Пусть социальная сеть является звездой.

А. Все агенты доверяют центру: $\alpha_{i,1} = 0{,}5$, и себе: $\alpha_{i,i} = 0{,}5$, а центр звезды (агент с номером 1) доверяет только себе: $\alpha_{1,1} = 1{,}0$. Тогда итоговые мнения агентов станут равными начальному мнению центра звезды: $X = x_1^0$ (рис. 32).

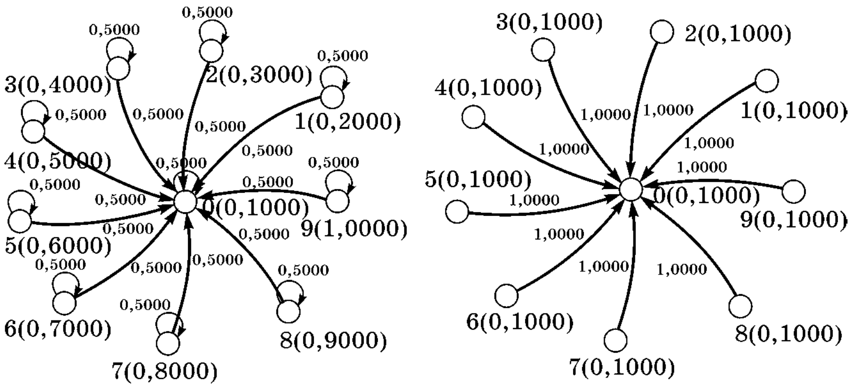


Рис. 32. Иллюстрация пункта А примера 3.9

Б. Центральный агент доверяет себе: $\alpha_{1,1} = 0{,}5$, и периферийным агентам: $\alpha_{1,i} = 0{,}5/(n-1)$, а те — себе: $\alpha_{i,i} = 0{,}5$, и центру: $\alpha_{i,1} = 0{,}5$. Тогда итоговые мнения будут одинаковыми:

$$X = 0{,}5x_1^0 + \frac{0{,}5}{n-1}\sum_{i=2}^{n} x_i^0$$

(рис. 33). •

Пример 3.10. Пусть социальная сеть представлена полным графом. Каждый из агентов доверяет себе: $\alpha_{i,i} = 0{,}5$, и каждому из остальных: $\alpha_{i,j} = 0{,}5/(n-1)$, тогда в сети установится итоговое мнение $X = \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^0$ (рис. 34). •

Пример 3.11. Пусть социальная сеть представлена двумя полными графами (состоящими соответственно из n и m агентов): каждый агент доверяет себе: $\alpha_{i,i} = 0{,}5$, в первом графе $\forall j \neq i \quad \alpha_{ij} = 0{,}5/(n-1)$, второй граф соединен с первым исходящей дугой. Тогда итоговые мнения всех агентов в сети будут одинаковыми: $X = \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^0$ (рис. 35). •

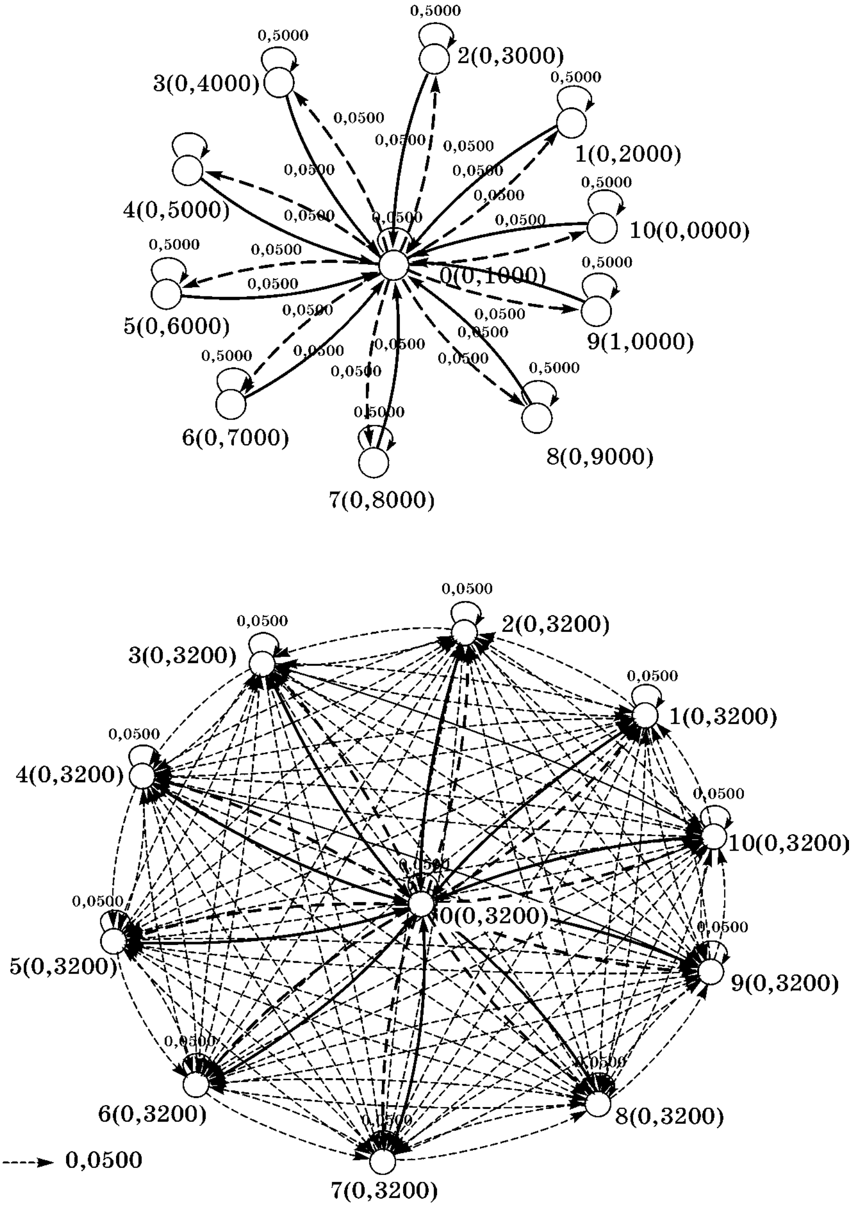


Рис. 33. Иллюстрация пункта Б примера 3.9

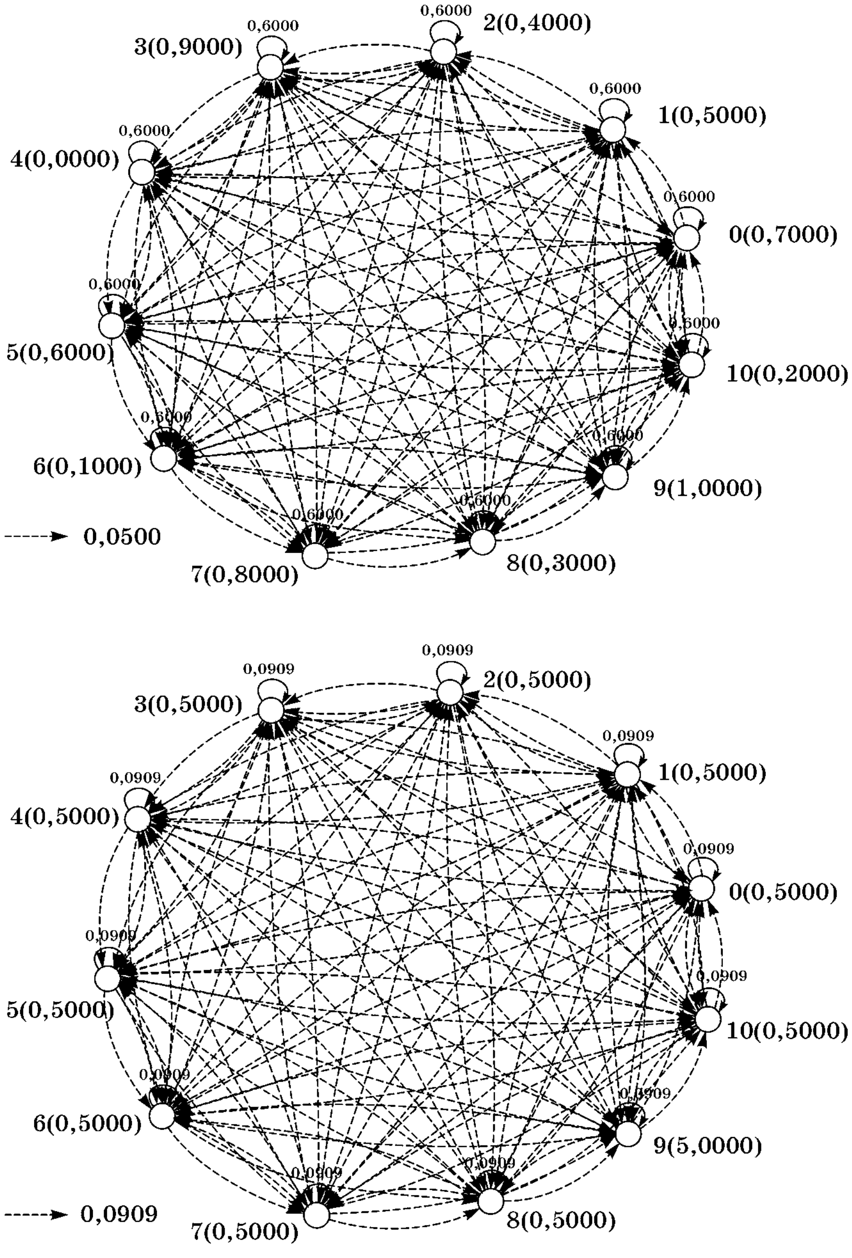


Рис. 34. Иллюстрация примера 3.10

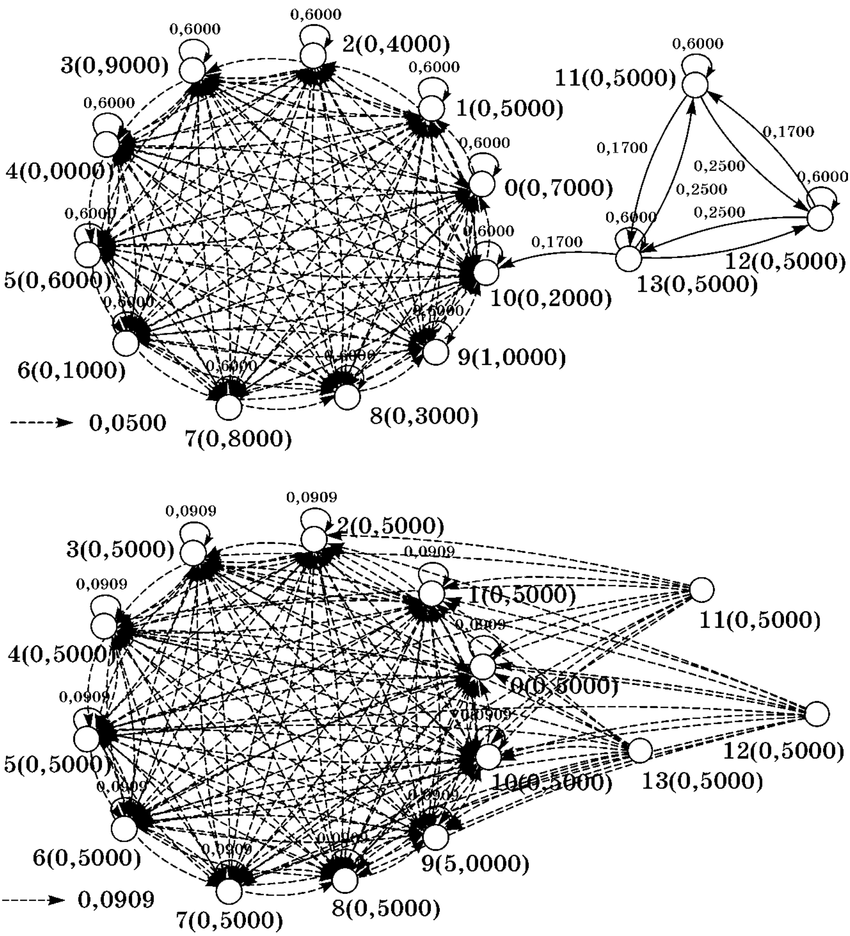


Рис. 35. Иллюстрация примера 3.11

Пример 3.12. Пусть социальная сеть представлена регулярным деревом.

А. Агент в корне дерева (первый агент) доверяет только себе, остальные доверяют себе: $\alpha_{i,i} = 0{,}5$, и агенту-родителю. Тогда итоговые мнения всех агентов в сети будут одинаковыми: $X = x_1^0$ (рис. 36).

Б. Пусть у каждого узла в дереве m потомков, агент в дереве доверяет себе: $\alpha_{i,i} = 0{,}5$, и доверяет одинаково агенту-родителю и потомкам. Пусть N_l — множество листьев, N_{int} — множество

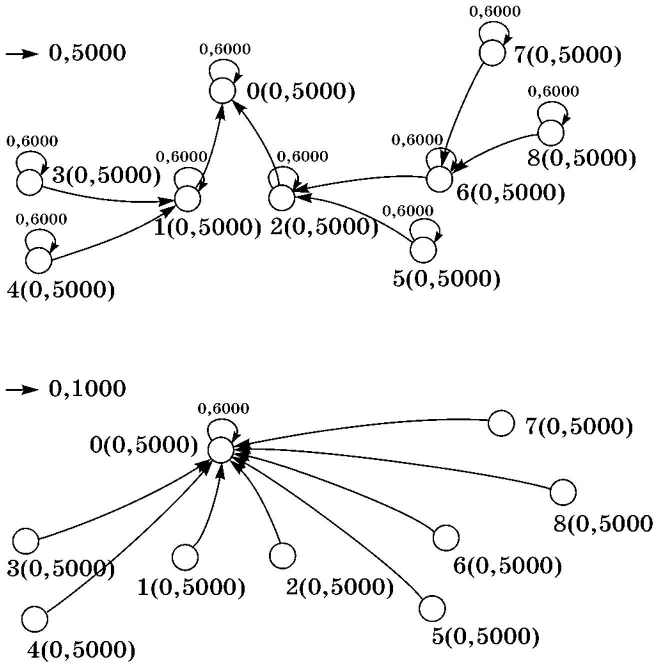


Рис. 36. Иллюстрация пункта А примера 3.12

промежуточных узлов, а r — корень ($N = N_{\text{int}} \cup N_l \cup \{r\}$), тогда (рис. 37)

$$X = \frac{mx_r^0 + (m+1)\sum\limits_{i \in N_{\text{int}}} x_i^0 + \sum\limits_{i \in N_l} x_i^0}{m + (m+1)|N_{\text{int}}| + |N_l|}. \bullet$$

Пример 3.13. Пусть имеются три агента, каждый из которых в некоторой степени доверяет себе и другим. Начальные мнения агентов различны. Тогда мнения агентов будут сходиться и результирующее мнение будет единым для всех агентов.

Иллюстрацией данного вывода является эксперимент Шерифа. Приведем его описание согласно [59].

Вы сидите в темной комнате, и в 4,5 метрах от вас появляется святящаяся точка. Затем она передвигается в течение нескольких секунд, после чего исчезает. А вам нужно ответить на вопрос, на какое расстояние она сместилась. И вы начинаете гадать: «Может быть, сантиметров на 15». Все ваши последующие ответы колеблются вокруг цифры «20». На следующий день, вернувшись в ла-

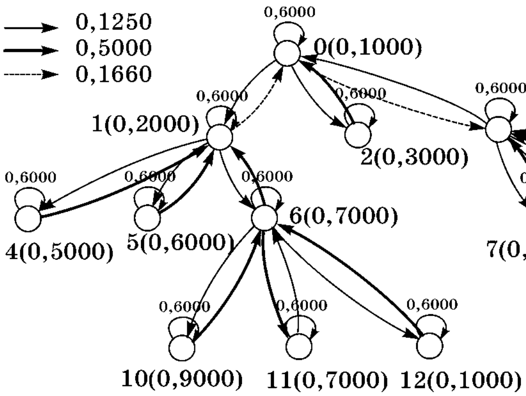


Рис. 37. Иллюстрация пункта Б примера 3.12

браторию, вы оказываетесь в обществе еще двух испытуемых, которые накануне, как и вы, наблюдали за светящейся точкой поодиночке. Когда заканчивается первая процедура, ваши товарищи предлагают свои ответы, исходя из уже имеющегося у них опыта. «2,5 сантиметра», — говорит первый. «5 сантиметров», — говорит второй. Несколько растерявшись, вы, тем не менее, говорите: «15 сантиметров». Если процедура будет повторяться в том же составе и в течение этого дня, и в течение двух последующих дней, изменится ли ваш ответ? Ответы участников эксперимента Шерифа изменились весьма существенно, оценки сближались, обычно складывалась некая групповая норма. Она не соответствовала действительности. Почему? Потому что световая точка вообще не двигалась. •

Пример 3.14. Пусть имеются шесть агентов, пятеро из которых доверяют только себе, а шестой доверяет себе и в некоторой степени всем остальным. Начальные мнения пяти агентов — 0, шестого — 1. Тогда мнение шестого агента со временем будет стремиться к мнению других агентов (0), которое меняться не будет.

Иллюстрацией данного вывода является эксперимент Аша. Приведем его описание согласно [59].

Вы сидите шестым в ряду, в котором всего 7 человек. Сначала экспериментатор объясняет вам, что все вы принимаете участие в исследовании процесса восприятия и связанных с ним суждений, а затем просит ответить на вопрос: какой из трех отрезков прямой равен по длине стандартному отрезку? Вам с первого взгляда понятно, что стандартному отрезку равен отрезок № 2. Поэтому нет ничего удивительного в том, что все 5 человек, которые ответили до вас, сказали: «Отрезок № 2».

Следующее сравнение проходит столь же легко. Однако третий раунд очень удивляет вас. Хотя правильный ответ кажется таким же бесспорным, как и в первых двух случаях, первый отвечающий дает неверный ответ. А когда и второй говорит то же самое... Четвертый и пятый соглашаются с первыми тремя. И вот взгляд экспериментатора устремлен на вас. Вы испытываете то, что называется «эпистемологической дилеммой»: «Как мне узнать, кто прав? Мои товарищи или мои глаза?» В ходе экспериментов Аша в подобной ситуации оказывались десятки студентов. В целом 37% ответов оказались «конформными» (или следует сказать, что в 37% случаев испытуемые «*полагались* на других»?). •

Таким образом, выводы последних двух примеров вполне соответствуют наблюдениям социальных психологов.

Подведем промежуточные итоги. Следует признать, что рассмотренная выше марковская модель представляет собой, наверное, простейшую модель влияния в социальной сети с учетом репутации агентов. Возможные обобщения этой модели очевидны — можно отказываться от предположений о полноте графа, определять доверие/влияние в зависимости от репутации более сложным образом, учитывать мнения агентов с весами, зависящими от отклонения от некоторого «среднего» мнения, принимать во внимание взаимные оценки агентами друг друга и т. д. (см. в [29] обзор моделей взаимосвязи доверия, влияния и репутации в социальных сетях). Несмотря на простоту базовой модели социальной сети, ниже мы будем пользоваться ею, так как она позволяет получить ряд аналитических решений для задач информационного управления и информационного противоборства.

К перспективам дальнейшего развития моделей информационного влияния в социальных сетях следует также отнести рассмотрение *мультисетей*. Основная идея заключается в следующем: каждый субъект является членом нескольких реальных и/или виртуальных (онлайновых) социальных сетей одновременно (например, в рамках виртуальной сети «Одноклассники» можно выделить подсети выпускников такой-то школы, такого-то вуза, имеющих определенное хобби и т. д.). В реальности каждый выполняет определенные социальные роли в различных социальных сетях (на работе, в семье, с друзьями и т. д.). Формальное описание мультисети — набор подграфов на одном множестве вершин. Как «пересекаются» эти сети «в голове» конкретного человека — вопрос, на который адекватного ответа на сегодня не существует.

Для того чтобы связать различные сети с пересекающимися (или даже совпадающими) наборами участников, можно предположить, что участие в них требует от каждого агента времени, которое ограничено. Введя ту или иную модель принятия агентом решений о распределении времени, получим отражение эффекта взаимодействия сетей.

3.2. Информационное управление и мнения членов сети[21]

Статическая модель. Имея «основное уравнение», связывающее начальные и итоговые мнения агентов (см. выражение (2) § 3.1), можно ставить и решать задачу управления — воздействия на агентов социальной сети с целью формирования требуемых их мнений. Для сохранения аддитивности модели будем считать, что управляющему органу (*центру*) известна матрица влияния (доверия), а управляющее (информационное) воздействие заключается в изменении центром начальных мнений агентов x^0 путем «добавления» вектора управлений $u \in \mathbb{R}^n$. Содержательно управление заключается в изменении мнения i-го агента с x_i на x_i+u_i, $i \in N$.

Предположим, что $u_i \in U_i$, $i \in N$ (подобное ограничение имеет прозрачные содержательные интерпретации). Обозначим

$$U = \prod_{i \in N} U_i.$$

Тогда итоговые мнения будут определяться следующим уравнением:

$$X = A^\infty(x^0 + u), \tag{1}$$

или в покоординатном виде:

$$X_{ui} = \sum_{j \in N} A_{ij}^\infty (x_j^0 + u_j) = \sum_{j \in N} A_{ij}^\infty x_j^0 + \sum_{j \in N} A_{ij}^\infty u_j, \quad i \in N.$$

То есть результирующее мнение агента, сложившееся в результате информационного управления, является суммой его «невозмущенного» результирующего мнения $\sum\limits_{j \in N} A_{ij}^\infty x_j^0$ и изменений $\sum\limits_{j \in N} A_{ij}^\infty u_j$, вызванных управляющими воздействиями. В силу (1) «стабильное» состояние социальной сети линейно по управлению [32].

Пусть целевая функция центра $\Phi(X, u)$ — *критерий эффективности управления* — зависит от итоговых мнений агентов и

---

[21] Параграф написан совместно с к.ф.-м.н. И.Н. Барабановым.

вектора управлений. Тогда задача управления будет заключаться в выборе допустимого вектора управлений, максимизирующего критерий эффективности:

$$\Phi(A^\infty(x^0+u),u) \to \max_{u\in U}.$$

В соответствии с утверждениями 3.1–3.4 воздействовать на мнения спутников не имеет смысла, поэтому можно априори (имея только матрицу доверия) сказать, на каких агентов должно быть нацелено информационное воздействие.

В целевой функции центра можно, следуя традиции теории управления организационными системами [76], выделить две аддитивные компоненты: $\Phi(X,u) = H(X) - c(u)$, где $H(\cdot)$ — выигрыш («доход») центра, зависящий от итоговых мнений агентов[22], $c(\cdot)$ — затраты на осуществление управляющих воздействий (может быть, целесообразно в некоторых моделях считать, что $c = c(x^0, u)$).

Пример 3.15. Если условно считать, что мнения агентов отражают степень их «убежденности» в том, в чем их хотел бы убедить центр (поддержать того или иного кандидата на выборах, приобрести определенный товар, принять определенное решение и т. д.), то примерами функции дохода центра $H(\cdot)$ могут служить:

— $\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i\in N} X_i$ — «среднее мнение» коллектива агентов;

— $\sum\limits_{i\in N} \lambda_i X_i$ — «взвешенное» $\Big(\lambda_i \geqslant 0,\ \sum\limits_{i\in N}\lambda_i = 1\Big)$ мнение коллектива агентов;

— $n_\theta = |\{i\in N \mid X_i \geqslant \theta\}|$ — число агентов (в случае пороговых голосований может использоваться их доля), мнение которых превышает пороговое значение $\theta\in[0;1]$;

— $\min\limits_{i\in N} X_i$ — «наихудшее» из мнений агентов,

и т. д. — в зависимости от содержательной постановки задачи. •

Пример 3.16. Пусть $H(X) = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i\in N} X_i$, а затраты центра однородны и линейны по управляющим воздействиям: $c(u) = \beta\sum\limits_{i\in N} u_i$ (содержательно β — стоимость единичного изменения

[22] В рамках теории рефлексивных игр [80] считается, что действия субъектов определяются их информированностью. Поэтому, считая эту зависимость известной, можно от предпочтений центра, зависящих от действий агентов (что представляется естественным), перейти к его предпочтениям, зависящим от информированности (т. е. мнений) агентов.

мнения любого агента), причем ресурсы центра ограничены величиной $R \geqslant 0$:

$$\beta \sum_{i \in N} u_i \leqslant R. \tag{2}$$

Задача управления примет вид следующей задачи линейного программирования (ЛП):

$$\frac{1}{n}\left(\sum_{i \in N}\sum_{j \in N} A_{ij}^{\infty} x_j^0 + \sum_{i \in N}\sum_{j \in N} A_{ij}^{\infty} u_j\right) - \beta \sum_{i \in N} u_i \to \max_{\{u_i \geqslant 0\},(2)}.$$

Обозначая $F_j = \dfrac{1}{n} \sum\limits_{i \in N} A_{ij}^{\infty}$, $j \in N$, запишем рассматриваемую задачу в виде

$$\sum_{j \in N} (F_j - \beta) u_j \to \max_{\{u_i \geqslant 0\},(2)}. \tag{3}$$

Решение задачи (3) очевидно — следует весь ресурс вкладывать в изменение мнения агента, для которого величина F_j максимальна. Содержательно это решение интерпретируется следующим образом. Величина F_j отражает среднюю степень итогового доверия всех агентов j-му агенту. Назовем эту характеристику *влиятельностью агента*. Весь ресурс следует расходовать на воздействие на того агента, которому больше всего доверяют другие агенты.

Полученное свойство решения задачи (3) обусловлено тем, что в ней, как в задаче ЛП, всего одно ограничение (2). Можно усложнить ситуацию, предположив, что $U_i = [0; R_i]$. При достаточно малых величинах $\{R_i\}$ (например, не превышающих пороги обнаружения внешних воздействий агентами или некоторой системой защиты) данную модель можно интерпретировать как отражающую так называемое *скрытое управление* (см. его содержательные примеры в [79, 89]). Тогда решение соответствующего аналога задачи (3) будет следующим: выделять агентам, упорядоченным по убыванию величин F_i, «ресурс» в максимальном количестве R_i до тех пор, пока не станет существенным ограничение (2). При этом последний из агентов, среди получивших ресурс, может получить его в объеме, меньшем максимально для него возможного. •

Перечислим ряд перспективных направлений дальнейших исследований задачи управления мнениями агентов, входящих в социальную сеть.

Во-первых, задачу, рассмотренную в примере 3.16, можно обобщать в различных направлениях, содержательно соответствующих тем или иным постановкам *задач медиапланирования* (в том числе — выбора оптимального набора информационных мероприятий) и распределения информационных ресурсов в рекламе, маркетинге, информационных войнах, обеспечении информационной безопасности и т. д. (см. [15, 27, 51, 56, 103]).

Во-вторых, целесообразно рассмотрение более сложных, в том числе нелинейных, зависимостей, отражающих изменение мнений агентов под влиянием других агентов и центра (см. классификацию «сетей» во введении).

В-третьих, для агентов по матрице A^∞ можно вычислять их «индексы влияния» и другими способами, отличными от определенной выше «влиятельности» (см. [3, 129, 132, 194]), и по этим индексам в рамках тех или иных эвристик или точных решений судить, на кого из агентов надо, в первую очередь, воздействовать.

В-четвертых, представляет интерес решение задачи управляемости — определения множества состояний, в которое может быть переведена система при заданных ограничениях на управление (см. ниже).

В-пятых, в силу «аддитивности» (1) по управлению, можно ставить и решать динамические задачи выработки оптимальной последовательности информационных воздействий (см. ниже).

В-шестых, прозрачные содержательные интерпретации имеет обратная задача — определения множества управляющих воздействий (или «минимальных» ограничений на них), обеспечивающих достижение системой заданного состояния (или их множества), т. е. формирование требуемых мнений агентов.

И, наконец, в рамках предложенной модели можно ставить и решать задачи *информационной безопасности* — определения оптимальных вариантов защиты от информационных воздействий на агентов, образующих социальную сеть.

Выше рассмотрена модель информационного управления, заключающегося в однократном формировании управляющим органом — *центром* — начальных мнений агентов. Представляет интерес анализ возможностей информационного управления, осуществляемого на протяжении, как минимум, нескольких периодов времени. Перейдем к рассмотрению соответствующей модели [5].

Динамическая модель: анализ. Пусть центр имеет возможность оказывать влияние на начальные мнения не всех агентов, а только на их подмножество $M \subseteq N$, которых будем условно называть «*агентами влияния*», число которых равно $m = |M|$.

Рассмотрим случай динамического информационного управления, когда центр имеет возможность оказывать влияние на мнения агентов не только в начальный, но и в другие моменты времени.

Без потери общности предположим, что агентами влияния являются агенты с номерами 1, 2, …, m. Обозначим $u^k = (u_j^k)_{j \in M}$ $(k = 0, 1, \ldots)$ — вектор управлений в момент времени k, $B = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & \cdots & 1 \\ & 0 & \end{pmatrix}$ — матрица $n \times m$.

Утверждение 3.5. *Пусть все элементы стохастической матрицы прямого влияния A строго положительны, а управления не ограничены. Тогда при наличии, как минимум, одного (произвольного) агента влияния может быть реализовано любое единогласное значение итоговых мнений членов социальной сети.*

Справедливость утверждения 3.5 следует из того, что в рамках предположения о строгой положительности элементов матрицы A все строки матрицы A^∞ одинаковы и не содержат нулевых элементов (столбцовые суммы матрицы A^∞ отражают *влиятельность* соответствующих агентов; см. выше) [141]. Из (1) следует, что, например, для любого значения $\frac{1}{n}\sum\limits_{i \in N} X_i$ всегда можно найти соответствующее управление.

Считая, что в каждом периоде (в том числе, в нулевом) управление оказывается до обмена мнений между агентами, уравнение динамики мнений можно записать в матричном виде следующим образом (ср. с выражением (1)):

$$x^{k+1} = A[x^k + Bu^k], \quad k = 0, 1, \ldots \tag{4}$$

Выражение (4) представляет собой разностное уравнение, которое описывает *линейную дискретную систему управления* [95]. Его решение при заданном начальном условии (аналог решения задачи Коши в непрерывном случае) можно записать в виде

$$x^k = A^k x^0 + \sum_{\tau=0}^{k-1} A^{k-r} B u^\tau, \quad k = 1, 2, \ldots \tag{5}$$

Обозначим *матрицу управляемости* через

$$\Phi_0 = [B' \; AB' \; \ldots \; A^{n-1}B'], \quad \text{где } B' = AB.$$

Предположим пока, что ограничения на управления отсутствуют, т. е. $\alpha_j = +\infty$, $j \in M$. Тогда вопрос о достижимости произвольного состояния x^T линейной системы (4) за T ($T \geqslant n$) шагов сводится к вопросу о невырожденности пары матриц A и AB, или, что то же самое — равен ли ранг матрицы Φ_0 числу n [95]. Искать ответ на этот вопрос, используя известные результаты, можно в каждом конкретном случае.

Если предпочтения центра зависят именно от итоговых мнений агентов, то следующее утверждение позволяет существенно упростить задачу, сведя ее к статической.

Утверждение 3.6а). *Пусть центр оказал воздействия $u^0, \ldots, u^l$, $l < +\infty$. Вектор итоговых (при $t \to +\infty$) мнений агентов не изменится, если те же (по величине) воздействия были оказаны в любые другие конечные моменты времени.*

Утверждение 3.6б). *Пусть управления не ограничены. Тогда для любой последовательности векторов управляющих воздействий $u^0, \ldots, u^l$, $l < +\infty$, существует такой вектор управлений v в начальный (нулевой) момент времени, который приводит к тем же итоговым мнениям агентов.*

Утверждение 3.6в). *Пусть управления не ограничены и*

$$\operatorname{span}(\Phi_0) \subseteq \operatorname{span}(A^{l+1}B).$$

Тогда для любой последовательности векторов управляющих воздействий $u^0, \ldots, u^l$, $l < +\infty$, и реализовавшегося в результате этих воздействий состояния x^{l+1} социальной сети, существует такой вектор управлений $\widehat{\nu}$ в начальный (нулевой) момент времени, который приводит к тому же состоянию x^{l+1} социальной сети в момент времени $l+1$.

Доказательство утверждений 3.6а), 3.6б). В силу (1), (4) и равенства $A^\infty A = A^\infty$ имеем:

$$X = A^\infty[\ldots A(A(A(x^0 + Bu^0) + Bu^1) + Bu^2) + \ldots + Bu^l] = \\ = A^\infty(x^0 + Bu^0) + A^\infty \sum_{\tau=1}^{l} Bu^\tau. \quad (6)$$

Обозначая

$$v = \sum_{\tau=0}^{l} u^\tau, \quad (7)$$

получим $X = A^\infty(x^0 + Bv)$, что и требовалось доказать.

Доказательство утверждения 3.6в). В соответствии с выражением (5) можно записать:

$$x^{l+1} = A^{l+1}[x^0 + Bu^0] + \sum_{\tau=1}^{l} A^{l-\tau+1} Bu^{\tau}.$$

С другой стороны, требуется найти вектор $\widehat{\nu}$ такой, что $x^{l+1} = A^{l+1}[x^0 + B\widehat{\nu}]$. Если выполнены условия утверждения 3.6в), то по теореме Кронекера–Капелли можно найти вектор $\widehat{\nu}$, являющийся решением системы линейных алгебраических уравнений

$$A^{l+1} B\widehat{\nu} = A^{l+1} Bu^0 + \sum_{\tau=1}^{l} A^{1-\tau} Bu^{\tau}.$$

Следствие 3.6. Пусть управления не ограничены, а предпочтения центра зависят только от итоговых мнений агентов и суммы (по агентам и периодам времени) управлений. Тогда для любой конечной последовательности векторов управляющих воздействий существует вектор (7) начальных управлений не меньшей эффективности.

Итак, в рамках условий следствия 3.6 **использование зависящего от времени управления не дает ничего нового по сравнению со статическим случаем**. Следует подчеркнуть, что данный результат может оказаться чрезвычайно эффективным в моделях когнитивных карт (см. обсуждение задач управления «на когнитивных картах» в [71]). Поэтому существенным предположением, которое будем считать выполненным в ходе последующего изложения, является то, что предпочтения центра зависят от мнений агентов в конечном числе $T < +\infty$ первых периодов их взаимодействия.

Назовем *влиятельностью* агента j в момент t следующую сумму: $w_j^t = \sum\limits_{i \in N} (A)_{ij}^t$. Назовем *суммарным мнением* агентов в момент t сумму $\sum\limits_{i \in N} x_i^t$. Пусть центр оказал воздействия $u^0, \ldots, u^l$.

Назовем *суммарным воздействием* сумму $\sum\limits_{\xi=0}^{l} \sum\limits_{j \in M} u_j^{\xi}$.

Для удобства вычислений введем матрицу $C = \underbrace{\|1\ 1\ \ldots\ 1\|}_{n}$ и запишем в матричном виде: $w^t = CA^t$ — матрица-строка размерности n, состоящая из влиятельностей агентов, суммарное мнение агентов в момент времени t: $x_\Sigma^t = Cx^t$, суммарное воздействие $u_\Sigma = \sum\limits_{\xi=0}^{l} CBu^\xi$.

Утверждение 3.7. *Пусть управления неотрицательны* ($u_j^t \geqslant 0$, $j \in M$, $t = 0, 1, \ldots$). *Если центр стремится достичь максимального суммарного мнения агентов в момент T при заданном суммарном воздействии, то для этого достаточно оказать в момент времени t^* единственное воздействие на одного агента j^* с максимальной влиятельностью*:

$$(j^*, t^*) \in \operatorname*{Arg\,max}_{j\in M,\, t\in\{0,\ldots,T-1\}} w_j^{T-t}. \tag{8}$$

Доказательство утверждения 3.7. Вектор мнений агентов в момент T имеет следующий вид (см. выражение (5)):

$$x^T = A^T x^0 + \sum_{t=0}^{T-1} A^{T-t} B u^t, \quad T = 1, 2, \ldots$$

Как и ранее, обозначим суммарное воздействие через u_Σ:

$$u_\Sigma = \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{j\in M} u_j^t = CB \sum_{t=0}^{T-1} u^t.$$

Далее, обозначим за (j^*, t^*) пару (агент, момент времени), на которой достигается максимум влиятельности агента:

$$(j^*, t^*) \in \operatorname*{Arg\,max}_{j\in M,\, t\in\{0,\ldots,T-1\}} w_j^{T-t}.$$

Для суммарного мнения агентов в момент T справедлива следующая цепочка соотношений:

$$\begin{aligned}
x_\Sigma^T = \sum_{i\in N} x_i^T &= \sum_{i\in N} (A^T x^0)_i + \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i\in N} (A^{T-t} B u^t)_i = \\
&= CA^T x^0 + \sum_{t=0}^{T-1} CA^{T-t} B u^t = w^T x_0 + \sum_{t=0}^{T-1} w^{T-t} B u^t \leqslant \\
&\leqslant w^T x_0 + \max_{j\in M,\, t\in\{0,1,\ldots,T-1\}} w_j^t \sum_{t=0}^{T-1} CB u^t = w^T x_0 + w_{j^*}^{t^*} u_\Sigma.
\end{aligned}$$

С другой стороны, если взять управления $u_{j^*}^{t^*} = u_\Sigma$, $u_j^t = 0$ $(j \neq j^*,\ t \neq t^*)$, то неравенство, представленное выше, обратится в равенство. Утверждение 3.7 доказано.

Аналогичный утверждению 3.7 результат будет иметь место и в случае, когда целевая функция центра частично монотонна по мнениям агентов (в любой момент времени в течение планового горизонта), а ограничения заданы не на суммарное, а на индивидуальные управляющие воздействия. При этом оптимальные управления будут однократными и будут лежать на границе множества допустимых управлений.

Ситуация усложнится, если целевая функция центра не будет частично монотонна по действиям агентов. Тогда динамическая задача синтеза оптимального информационного управления сведется к той или иной (в зависимости от структуры целевой функции центра) оптимизационной задаче, которая в каждом конкретном случае может быть решена численно. Существенным упрощающим фактором при этом является линейность управляемой системы (см. выражение (5)).

Влиятельность агентов может сильно меняться с течением времени, что показывает следующий пример.

Пример 3.17. Рассмотрим социальную сеть из трех участников, задаваемую матрицей влияния

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1-\alpha & \alpha \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где $\alpha \in (0,1)$ — константа. Эта же сеть задается ориентированным графом, изображенным на рис. 38.

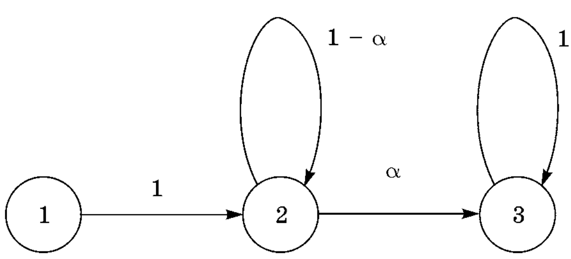


Рис. 38. Социальная сеть из примера 3.17

Содержательно структура сети следующая:

1) 1-й агент абсолютно доверяет 2-му;

2) 2-й агент доверяет 3-му со степенью α, а себе — со степенью $1-\alpha$;

3) 3-й агент абсолютно доверяет себе.

Нетрудно убедиться, что

$$A^t = \begin{pmatrix} 0 & (1-\alpha)^{t-1} & 1-(1-\alpha)^{t-1} \\ 0 & (1-\alpha)^t & 1-(1-\alpha)^t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A^\infty = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вычислим влиятельность агентов:

$$\begin{aligned} w_1^t &= 0, \\ w_2^t &= (2-\alpha)(1-\alpha)^{t-1}, \\ w_3^t &= 3-(2-\alpha)(1-\alpha)^{t-1}. \end{aligned}$$

Нетрудно видеть, что влиятельность второго агента с течением времени монотонно убывает от $2-\alpha$ до 0, а влиятельность третьего агента монотонно возрастает от $1+\alpha$ до 3. Это означает, в частности, что при бесконечном горизонте планирования мнение третьего агента является доминирующим, а мнения первого и второго агентов не играют никакой роли. Поэтому, если центр стремится максимизировать суммарное мнение агентов, то информационное воздействие следует оказывать на третьего агента.

Однако при рассмотрении конечного горизонта $t < \infty$ ситуация может существенно измениться. Ясно, что для любого такого t существует интервал достаточно малых значений α, при которых второй агент остается более влиятельным, чем третий, на протяжении всего промежутка времени от 0 до t. •

Пример 3.18. Пусть центр стремится найти оптимальное управляющее воздействие в социальной сети с тремя агентами, рассмотренной в примере 3.17. Для его нахождения при заданном горизонте планирования t следует сравнить величины w_2^t и w_3^t.

Если $w_2^t > w_3^t$, то максимально возможное воздействие следует оказать на 2-го агента в момент $\tau = t-1$, если же $w_2^t < w_3^t$, то на 3-го агента в момент $\tau = 0$ (в случае $w_2^t = w_3^t$ оба эти воздействия оптимальны). •

Перейдем к постановке динамической задачи синтеза оптимального информационного управления.

Динамическая модель информационного управления. Синтез. В общем случае задача синтеза формулируется следующим образом. Обозначим: $y = Y(x) \in \mathbb{R}^k$ — вектор *наблюдаемых состояний* социальной сети, $Y\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^k$ — известная функция,

$k \leqslant n$, T — плановый горизонт, $x^{1,T} = (x^1, x^2, \ldots, x^T)$ — траектория состояний социальной сети, $y^{1,T} = (y^1, y^2, \ldots, y^T)$ — траектория наблюдаемых состояний социальной сети, $u(y)$: $\mathbb{R}^k \to U$ — *закон управления*, $u^{1,T} = (u(y^1), u(y^2), \ldots, u(y^T))$ — последовательность управлений, $F(y^{1,T}, u^{1,T})$ — критерий эффективности управления.

Пусть известно начальное наблюдаемое состояние социальной сети. В общем виде динамическая *задача синтеза оптимального позиционного информационного управления* заключается в нахождении допустимого закона управления дискретной системой (4), обладающего максимальной эффективностью:

$$F(y^{1,T}(x^{1,T}(u^{1,T})), u^{1,T}) \to \max_{u(\cdot)}. \tag{9}$$

В общем виде динамическая *задача синтеза оптимального программного информационного управления* заключается в нахождении последовательности управлений дискретной системой (4), обладающей максимальной эффективностью:

$$F(y^{1,T}(x^{1,T}(u^{1,T})), u^{1,T}) \to \max_{u^{1,T}}. \tag{10}$$

Задача построения оптимального управления для систем с дискретным временем исследовалась многими авторами. Некоторые подходы к решению этой задачи можно найти, например, в [95].

Рассмотрим ряд практически важных частных случаев задач (9) и (10). Пусть фиксирован вектор y^*, являющийся «целью» информационного управления в пространстве наблюдаемых состояний социальной сети. Задачи

$$\|y^T - y^*\| \to \min_{u(\cdot)}, \tag{11}$$

$$\|y^T - y^*\| \to \min_{u^{1,T}} \tag{12}$$

назовем условно *задачами позиционного и программного управления конечным состоянием социальной сети.*

Рассмотрим задачу (12), причем для простоты будем считать, что $y = x$, т.е. наблюдаемыми являются состояния всех агентов системы. Если выполнены условия утверждения 3.6в), то минимум в выражении (12) будет равен нулю, а управление достаточно будет приложить только один раз (утверждения 3.6а) и 3.6б)). Если условие $\operatorname{span}(\Phi_0) \subseteq \operatorname{span}(A^T B)$ не будет выполнено, то, вообще говоря, система не придет в положение y^* (в нашем случае $x^* = y^*$), здесь можно говорить только о том, чтобы перевести систему в некоторое состояние, лежащее на множестве $A^T x^0 + \mathrm{span}\,(\Phi_0)$, максимально близкое к y^* в смысле евклидовой метрики. Задача отыскания соответствующего управления сведется в этом случае к задаче безусловной минимизации неотрицательно определенной квадратичной формы. Решение при этом не будет единственным, и, опять же в силу утверждений 3.6а) и 3.6б), одним из решений будет однократное управляющее воздействие на системы.

К известной задаче задача (12) также сводится при условии, что управление u_i принимает значения в некотором выпуклом множестве U, например, $|u_i| \leqslant 1$. Тогда задача нахождения программного управления, которое переводит систему из некоторого заданного начального состояния x^0 в положение, максимально близкое к x^*, сведется к задаче выпуклого программирования:

$$\left\| A^T x^0 + \sum_{t=1}^{T-1} A^{T-t} B u^t - x^* \right\| \to \min_{u_i^t \in U},$$

которая может быть решена известными методами (см., например, [20]).

В заключение настоящего параграфа приведем пример постановки задачи позиционного управления — синтеза линейного регулятора, осуществляющего стабилизацию социальной сети.

Пусть $y = C_0 x$, где $C_0 \in \mathbb{R}^{k \times n}$ — некоторая матрица. Выберем линейный закон управления в виде $u = Ky$ ($u = Kx$, $C_0 = E_n$ в случае, если наблюдению доступны состояния всех агентов). Уравнение замкнутой системы управления имеет вид

$$x^{k+1} = (A + ABKC_0)x^k. \tag{13}$$

В силу линейности рассматриваемой системы стабилизация произвольного положения x^* будет эквивалентна стабилизации нулевого положения равновесия замкнутой системы (13). Управление будет стабилизирующим, если спектр матрицы замкнутой системы $A + ABKC_0$ будет лежать внутри единичного круга на комплексной плоскости с центром в нуле. Заметим, что в случае $C_0 = E_n$ и невырожденности пары A, AB соответствующая матрица K всегда найдется.

В общем случае для данной задачи можно применять методы синтеза линейных стабилизирующих регуляторов для линейных дискретных систем [95].

Основным результатом настоящего параграфа является, наверное, сведение динамических задач управления определенным классом социальных сетей к каноническим для теории управления задачам исследования управляемости и синтеза линейных дискретных систем управления. Поэтому явной перспективой является дальнейшая трансляция результатов теории управления в такую область, как управление в социальных сетях. Кроме того, многообещающими выглядят [5]:

1) отказ от очень сильного предположения (в том случае, когда оно вводится) о строгой положительности матрицы влияний, а в более общем случае — исследование влияния графа коммуникаций на свойства социальной сети и ее управляемость;

2) рассмотрение критериев эффективности управления более общего вида;

3) рассмотрение задач управления «нелинейными» социальными сетями, т. е. такими, в которых уравнения динамики мнений агентов, аналогичные выражению (2), нелинейны;

4) введение нескольких управляющих органов, каждый из которых управляет некоторым множеством агентов, причем на одного и того же агента могут оказывать воздействие различные управляющие органы. Тогда, предполагая аддитивность управляющих воздействий на одного и того же агента, получим обычную динамическую игру управляющих органов (модель так называемого информационного противоборства; см. [34] и ниже), для которой можно искать, например, совершенное по подиграм равновесие (subgame perfect equilibrium) и т. д. [176];

5) постановка и решение задачи управления структурой коммуникаций между агентами с взаимной трансляцией результатов на задачу о консенсусе [2, 208];

6) разработка имитационных моделей, позволяющих анализировать динамические процессы информационного управления.

3.3. Унифицированное информационное управление в однородных сетях. Роль СМИ

Предположим, что у каждого агента в начальный момент времени имеется *мнение* по некоторому вопросу. Мнение всех агентов сети отражает вектор-столбец $x^0 \in \mathbb{R}^n$ начальных мнений. Будем считать, что в результате обмена мнениями со своими «соседями» из множества $N_i = \{j \in N \mid \alpha_{ij} > 0\}$ мнение i-го агента $x_i^k \in \mathbb{R}^1$ в момент времени k равно

$$x_i^k = \sum_{j \in N_i} \alpha_{ij} x_j^{k-1}, \quad k = 1, 2, \ldots \tag{1}$$

Понятно, что любой вектор одинаковых мнений является неподвижной точкой отображения (1). Предположим, что каждый агент хоть сколько-нибудь доверяет сам себе, т. е. $\forall i \quad \alpha_{ii} > 0$. Тогда, как показано в § 3.1, в конечном итоге (при многократном обмене мнениями) вектор мнений агентов сходится к результирующему (итоговому) вектору мнений $X = \lim\limits_{k\to\infty} x^k$. Если мнения агентов со временем стабилизируются, то можно записать соотношение

$$X = A^\infty x^0, \quad \text{где} \quad A^\infty = \lim_{k\to\infty} (A)^k. \tag{2}$$

В настоящем параграфе рассматривается модификация марковской модели в случае, когда агенты однородны, а структура связей между ними представляет собой связный регулярный граф [30]. В отличие от модели (2) ниже считается, что, помимо агентов, входящих в социальную сеть, существуют *средства массовой информации* (СМИ), сообщения которых также влияют на мнения членов социальной сети.

С этой точки зрения рассматриваемая в настоящем параграфе модель близка к *модели подражательного поведения* (см. [17]), в которой каждый агент осуществляет выбор одного из двух действий (так называемый бинарный выбор) — см. первую главу. Отличие модели однородной социальной сети от модели подражательного поведения заключается в наличии динамики, а также в том, что множества возможных мнений агентов континуальны.

Однородная социальная сеть. «Доверчивые» агенты. Рассмотрим случай однородной сети, в которой начальные мнения всех агентов одинаковы и равны $x^0 \in \mathbb{R}^1$, а граф связей между ними связный и l-регулярный, т. е. $|N_i| = l,\ i \in N$.

Будем считать, что кроме агентов существуют СМИ, влияющие на мнения членов социальной сети.

Каждый агент с некоторой (одинаковой для всех агентов) степенью $\alpha \in (0; 1]$ доверяет сам себе, с некоторой (тоже одинаковой для всех агентов) степенью $\beta \in [0; 1]$ $(\alpha + \beta \leqslant 1)$ он доверяет средствам массовой информации (можно условно считать, что через СМИ осуществляется *информационное управление* [76] — агент получает от СМИ информацию якобы о мнениях тех агентов, с которыми не связан непосредственно), а «остаток доверия» $(1-\alpha-\beta)$ агент делит поровну между теми агентами, с которыми непосредственно связан. СМИ сообщает всем агентам одинаковое мнение $u \in \mathbb{R}^1$. Получаем, что динамика мнений агентов описывается следующим выражением:

$$x_i^k = \alpha x_i^{k+1} + \beta u + \frac{1-\alpha-\beta}{l} \sum_{j \in N_i} x_j^{k-1}, \quad k = 1, 2, \ldots, \qquad (3)$$

причем, в силу однородности сети и регулярности графа связей, от его степени l (т. е. от числа связей каждого агента с другими агентами), а также от размера n социальной сети и от степени α доверия агента самому себе, выражение (3) не зависит (см. (4)). Отметим, что (3) имеет и вероятностную трактовку: агент с вероятностью α останется при своем мнении, с вероятностью β примет мнение СМИ и т. д.

Опуская в силу однородности сети индекс, соответствующий номеру агента, из (3) получим

$$x^k = \beta u + (1-\beta) x^{k-1}, \quad k = 1, 2, \ldots, \qquad (4)$$

или

$$x^k = u\beta \sum_{\tau=1}^{k} (1-\beta)^{\tau-1} + x_0 (1-\beta)^k, \quad k = 1, 2, \ldots \qquad (5)$$

Преобразовывая (5), можно записать:

$$x^k = u(1-(1-\beta)^k) + x^0 (1-\beta)^k, \quad k = 1, 2, \ldots \qquad (6)$$

Для любого момента времени мнения агентов не выходят за диапазон, ограниченный их начальным мнением x^0 и управлением u. Предел последовательности (6) мнений агентов при $k \to +\infty$ равен значению управления u.

Отметим, что «экспоненциальная» кривая (6) может интерпретироваться в терминах научения, запоминания и забывания информации и т. д. (см. обзор моделей научения в [69]).

Управление, при котором управляющее воздействие в любой момент времени планового горизонта одинаково для всех агентов влияния, называется *унифицированным информационным управлением*. В рассматриваемой модели управление является постоянным (не зависящим от времени) и унифицированным (см. выражение (3)). Задача управления заключается в нахождении управления $u(x^*, x^0, T)$, которое при известных начальных мнениях агентов в заданный момент времени T приводит агентов к требуемому мнению x^*. Если ограничения на управление отсутствуют, то эта задача решается тривиально посредством алгебраических преобразований выражения (6):

$$u(x^*, x^0, T) = \frac{x^* - x^0(1-\beta)^T}{1-(1-\beta)^T}. \qquad (7)$$

При $T \to +\infty$ управление (7) стремится к итоговому мнению x^*.

Пример 3.19. Пусть $\beta = 1/2$, $x_0 = 0$, $u = 1$. График динамики (6) мнений агентов приведен на рис. 39.

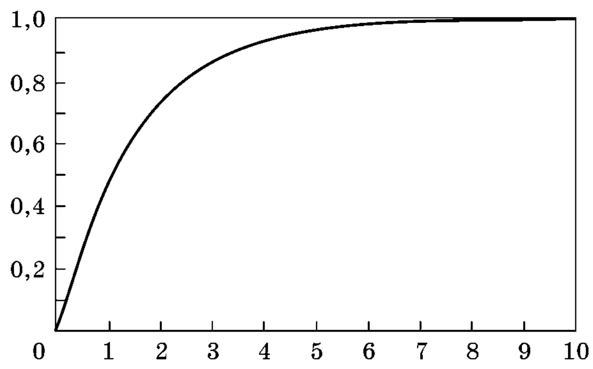


Рис. 39. Динамика мнений агентов в примере 3.19

Для того чтобы добиться в десятом периоде ($T = 10$) мнения $x^* = 1$, управление, в соответствии с выражением (7), должно равняться $u(1, 0, 10) = 1024/1023$. •

Отметим, что, сделав предположения об однородности агентов и регулярности графа связей между ними, мы, фактически, **свели всю однородную регулярную социальную сеть к единственному агенту, подвергающемуся влиянию СМИ** (см. выражение (6)). Для того чтобы такие параметры, как степень доверия агента своему собственному мнению, размер сети и степень регулярного графа влияли на динамику мнений агентов, необходимо использовать отличные от выражения (3) законы изменения мнений агентов под влиянием друг друга и СМИ.

Рассмотрим следующий (один из множества возможных — в каждом конкретном случае необходимо, в первую очередь, руководствоваться содержательной спецификой рассматриваемой задачи) вариант такого закона. Предположим, что динамика мнений агентов описывается следующим выражением (ср. с выражением (3)):

$$x_i^k = \alpha x_i^{k-1} + \beta \frac{n-1}{n} u + \frac{1-\alpha-\beta(n-1)/n}{l} \sum_{j\in N_i} x_j^{k-1}, \quad k = 1, 2, \ldots \tag{8}$$

Содержательно выражение (8) означает, что СМИ якобы отражает мнение той части социальной сети, которая не взаимодействует с данным агентом (доля таких агентов составляет $(n-l)/n$; данное отношение можно условно интерпретировать как «*вес общественного мнения*»).

Опуская в силу однородности сети индекс, соответствующий номеру агента, из (8) получим

$$x^k = \beta \frac{n-l}{n} u + \left(1 - \beta \frac{n-l}{n}\right) x^{k-1}, \quad k = 1, 2, \ldots, \tag{9}$$

или

$$x^k = u\beta \frac{n-l}{n} \sum_{\tau=1}^{k} \left(1 - \beta \frac{n-l}{n}\right)^{\tau-1} + x^0 \left(1 - \beta \frac{n-l}{n}\right)^k, \quad k = 1, 2, \ldots \tag{10}$$

Преобразовывая (10), получим (ср. с выражением (6)

$$x^k = u \left(1 - \left(1 - \beta \frac{n-l}{n}\right)^k\right) + x^0 \left(1 - \beta \frac{n-l}{n}\right)^k, \quad k = 1, 2, \ldots \tag{11}$$

Отметим, что на динамику (11) мнений агентов в рамках рассматриваемой модели влияет не абсолютное число связей у каждого агента с другими (степень l графа), а относительный показатель $(n-l)/n$. Кроме того, величина u является значением предела выражения (11) при $k \to +\infty$.

«Предельными» случаями выражения (11) являются следующие:

— при $l = n$ (граф связей полный) $x^k = x^0$, т. е. влияние СМИ отсутствует, так как каждый агент получает всю информацию только от членов социальной сети;

— при $l = 0$ (связи между агентами отсутствуют) влияние СМИ максимально и динамика мнений агентов будет описываться выражением (6).

Аналогом выражения (7) в рассматриваемом случае будет

$$u(x^*, x^0, T) = \frac{x^* - x^0[1 - \beta(n - l)/n]^T}{1 - [1 - \beta(n - l)/n]^T}. \tag{12}$$

Пример 3.20. Рассмотрим в условиях предыдущего примера два графа связей между агентами. В первом графе $l/n = 0{,}1$, т. е. каждый агент связан только с каждым десятым членом социальной сети, во втором графе $l/n = 0{,}01$, т. е. каждый агент связан только с каждым сотым членом социальной сети. Графики динамики (11) мнений агентов приведены на рис. 40 (случай, соответ-

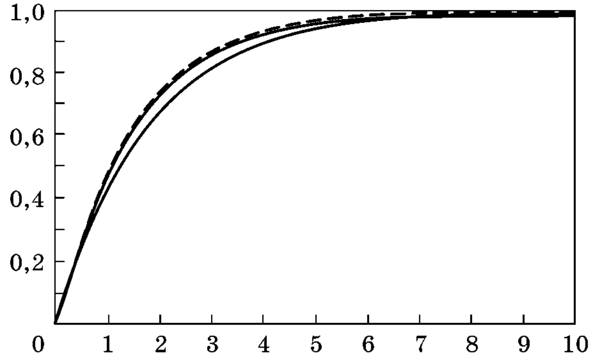


Рис. 40. Динамика мнений агентов в примерах 3.19, 3.20

ствующий первому графу, выделен жирной линией). Для наглядности на рис. 40 штриховой линией приведена кривая динамики мнений в примере 3.19.

Из выражения (11) следует (см. в качестве иллюстрации рис. 40), что при фиксированном размере социальной сети рост числа связей агента с другими агентами приводит к уменьшению влияния СМИ (как в терминах скорости изменений мнений агентов, так и в терминах «равновесного» мнения). И, наоборот, при фиксированной степени графа с ростом размера социальной сети влияние СМИ возрастает.

Если $l/n = 0{,}1$, то для того чтобы добиться в десятом периоде мнения $x^* = 1$, управление, в соответствии с выражением (12), должно равняться $u(1, 0, 10) \approx 1{,}003$. Если $l/n = 0{,}01$, то $u(1, 0, 10) \approx 1{,}001$, т. е. чем выше вес общественного мнения, тем меньше должно отличаться от мнения агента сообщение СМИ, обеспечивающее формирование требуемых мнений. •

В рассмотренной модели степень доверия агента сообщениям СМИ была постоянной и не зависела от того, насколько сообщения СМИ совпадают с мнением агента или ему противоречат. Условно такой случай соответствует *«доверчивым» агентам*. Рассмотрим другой вариант — *«осторожных» агентов*, доверие которых к сообщениям СМИ, условно говоря, зависит от содержания этих сообщений.

«Осторожные» агенты. Для того чтобы отразить зависимость степени доверия агента сообщениям СМИ от их содержания (см. обзор моделей доверия/репутации в [29], а также многочисленные примеры и экспериментальные данные в литературе по социальной психологии, например, в [59]), введем описывающую эту зависимость *функцию доверия* $G(x, u)$, где x — мнение агента, u — управление (сообщение СМИ). Относительно свойств функции доверия можно предполагать следующее (далее мы будем пользоваться теми или иными комбинациями вводимых предположений).

А.1. Функция $G(x, u)$ принимает неотрицательные значения и достигает своего максимального значения, равного β, при $u = x$: $G(x, x) = \beta$.

А.2. Функция $G(x, u)$ принимает неотрицательные значения и достигает своего минимального значения, равного β, при $u = x$: $G(x, x) = \beta$.

А.3. Функция $G(x, u)$ зависит только от разности $x - u$.

А.4. Функция $G(x, u)$ монотонно убывает с ростом $|x - u|$.

А.5. Функция $G(x, u)$ монотонно возрастает с ростом $|x - u|$.

А.6. Пусть выполнены предположения А.1, А.3 и $\forall x \in \mathbb{R}^1$ $\lim\limits_{u\to-\infty} G(x, u) = \beta_-$, $\lim\limits_{u\to+\infty} G(x, u) = \beta_+$, $\beta_- \leqslant \beta$, $\beta_+ \leqslant \beta$, а на полуинтервалах $(-\infty; x]$ и $[x;\, +\infty)$ значений u функция $G(x, u)$ имеет единственные точки минимума.

А.7. Пусть выполнены предположения А.2, А.3 и $\forall x \in \mathbb{R}^1$ $\lim\limits_{u\to-\infty} G(x, u) = \beta_-$, $\lim\limits_{u\to+\infty} G(x, u) = \beta_+$, $\beta \leqslant \beta_-$, $\beta \leqslant \beta_+$, а на полуинтервалах $(-\infty; x]$ и $[x;\, +\infty)$ значений u функция $G(x, u)$ имеет единственные точки максимума.

Содержательно предположение А.1 (А.2) означает, что агент максимально (минимально) доверяет СМИ, сообщающим информацию, совпадающую с его мнением. Предположение А.3 означает, что доверие к сообщению СМИ зависит только от того, насколько оно отличается от мнения агента и не зависит от их значений. Предположение А.4 (А.5) означает, что доверие к сообщению СМИ тем выше (ниже), чем оно ближе к мнению агента. Примерами являются соответственно

$$G(x,u) = \beta \exp(-\gamma|x-u|), \quad \gamma > 0 \tag{13}$$

и

$$G(x,u) = 1 - (1-\beta)\exp(-\gamma|x-u|), \quad \gamma > 0. \tag{14}$$

Предположение А.6 означает, что:

— агент максимально доверяет СМИ, сообщающим информацию, совпадающую с его мнением (А.1);

— при сообщениях СМИ, все более отличающихся от его мнения, агент им все менее доверяет;

— но при «экстремальных» мнениях СМИ агент начинает все больше доверять СМИ («чем чудовищнее ложь, тем быстрее в нее поверят»).

Примером при $\beta_- = \beta_+ = \beta$ является функция

$$G(x,u) = \beta[1 - (1 - \exp(-\gamma|x-u|))\exp(-\gamma|x-u|)]. \tag{15}$$

Предположение А.7 означает, что:

— агент минимально доверяет СМИ, сообщающим информацию, совпадающую с его мнением (А.2);

— при сообщениях СМИ, все более отличающихся от его мнения, агент им все больше доверяет;

— но при «экстремальных» мнениях СМИ агент начинает все меньше доверять СМИ (люди восприимчивы к выводам, не превышающим их порога приемлемого).

Примером при $\beta_- = \beta_+ = \beta$ является функция

$$G(x,u) = (1-\beta)\exp(-\gamma|x-u|)\exp(-\gamma|x-u|) + \beta. \tag{16}$$

Эскизы графиков функций доверия (13)–(16) приведены на рис. 42, представленном ниже.

Итак, можно условно выделить пять случаев: в качестве функций доверия можно использовать функцию, тождественно равную β — случай 1, (13) — случай 2, (14) — случай 3, (15) — случай 4 или (16) — случай 5. Содержательные интерпретации в рамках вероятностной трактовки (когда значение функции доверия интерпретируется, например, как вероятность выделить/заметить данное сообщение из общего потока сообщений) следующие.

Случай 1 (функция доверия — константа) — агент независимо от содержания реагирует на сообщение СМИ.

Случай 2 (функция доверия описывается выражением типа (13)) соответствует агенту-консерватору, у которого вероятность выделить сообщение будет уменьшаться с возрастанием отклонения его мнения от мнения СМИ.

Случай 3 (функция доверия описывается выражением типа (14)) соответствует агенту-новатору, у которого вероятность выделить сообщение будет возрастать с ростом отклонения его мнения от мнения СМИ.

Случай 4 (функция доверия описывается выражением типа (15)) соответствует агенту-умеренному консерватору, который выделяет и воспринимает информацию СМИ, совпадающую с его мнением, до тех пор, пока различие во мнениях не станет достаточно велико. Но при очень больших отклонениях вероятность того, что агент заметит такую информацию, растет.

Случай 5 (функция доверия описывается выражением типа (16)) соответствует агенту-умеренному новатору, у которого, пока отличие его мнения от мнения СМИ не слишком велико, вероятность выделить сообщение СМИ только возрастает, но при достаточно больших отклонениях эта вероятность начинает уменьшаться.

Завершив содержательные интерпретации введенных случаев функций доверия, предположим, что управление не обязательно постоянно во времени. Обозначим: $u^{0,T-1} = (u^0, u^1, \ldots, u^{T-1}) \in \in \mathbb{R}^T$ — последовательность управлений, $x^{0,T} = (x^0, x^1, \ldots, x^T) \in \in \mathbb{R}^{T+1}$ — траекторию состояний социальной сети, $T \geqslant 0$, $F(x^{0,T}, u^{0,T-1})$ — критерий эффективности управления, где $F(\cdot,\cdot)$: $\mathbb{R}^{(T+1)T} \to \mathbb{R}^1$ — заданная функция. Ограничения на управления пока рассматривать не будем, считая, что если таковые существуют, то они учтены в критерии эффективности.

По аналогии с выражением (4), управляемая динамика состояний социальной сети будет описываться выражением

$$x^k = G(x^{k-1}, u^{k-1})u^{k-1} + (1 - G(x^{k-1}, u^{k-1}))x^{k-1}, \quad k = 1, 2, \ldots \tag{17}$$

Сделав маленькое отступление, отметим, что перспективным направлением будущих исследований представляется анализ следующей динамики мнений агентов в неоднородной и нерегулярной (в общем случае) социальной сети:

$$x_i^k = \alpha_{ii} x_i^{k-1} + \beta G_i(x_i^{k-1}, u^{k-1})u^{k-1} + \\ + \sum_{j \in N_i} \alpha_{ij} G_i(x_i^{k-1}, x_j^{k-1}) x_j^{k-1}, \quad k = 1, 2, \ldots, \tag{17$'$}$$

где индивидуальные функции доверия $\{G_i(\cdot)\}_{i \in N}$ таковы, что выполняется условие нормировки. В рамках такой модели можно условно содержательно считать, что матрица A отражает доверие агентов *источникам информации*, а функции доверия отражают доверие агентов *содержанию информации*.

В общем виде *задача синтеза оптимального информационного управления* в однородной социальной сети может быть сформулирована как задача поиска такой последовательности управлений динамической системой (17), которая максимизирует критерий эффективности:

$$F(x^{0,T}, u^{0,T-1}) \to \max_{u^{0,T-1} \in \mathbb{R}^T}. \tag{18}$$

Задача (18) является задачей оптимального управления и может быть решена известными методами (см. пример 3.21 ниже), например, при аддитивном по периодам времени критерии эффективности — применением принципа оптимальности Беллмана.

Если управление постоянно, то выражение (17) примет вид

$$x^k = G(x^{k-1}, u)u + (1 - G(x^{k-1}, u))x^{k-1}, \quad k = 1, 2, \ldots, \tag{19}$$

а задача (18) может быть записана как

$$F_0(x^{0,T}, u) \to \max_{u \in \mathbb{R}^1}, \tag{20}$$

т. е. является задачей безусловной скалярной оптимизации, где $F_0(\cdot,\cdot)$: $\mathbb{R}^{T+1} \to \mathbb{R}^1$ — заданный критерий эффективности в задаче с постоянным управлением.

Частным случаем задачи (18) является следующая постановка: пусть фиксирован вектор x^*, являющийся «целью» информационного управления и заданы затраты $C(u^{0,T-1})$: $\mathbb{R}^T \to \mathbb{R}^1$ на управление, а также ограничение $R \geqslant 0$ на эти затраты. Тогда задача (18) может быть записана в виде

$$\|x^T - x^*\| \to \min_{u^{1,T}}, \quad C(u^{0,T-1}) \leqslant R. \tag{21}$$

Приведем пример решения задач синтеза оптимального информационного управления, иллюстрирующий зависимость оптимального решения от свойств функции доверия.

Пример 3.21. Рассмотрим задачу (21). Пусть $\beta = 0{,}5$, $\gamma = 0{,}1$, $x_0 = 0$, $x^* = 1$, $T = 10$, $C(u^{0,T-1}) = \sum\limits_{\tau=0}^{T-1} u^\tau$, $R = 5$ и в целевой функции задачи (21) используется квадратичная норма. Соответствующие выделенным выше пяти случаям функции доверия изображены на рис. 41 (по горизонтали отложен $|x - u|$).

Из рис. 41 видно, что при малых значениях параметра γ функции доверия в рассматриваемом примере ведут себя почти линейно, а (13) и (15) ((14) и (16)) вообще слабо различимы. С ростом γ

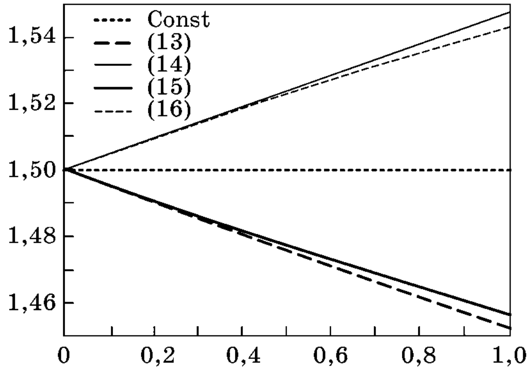


Рис. 41. Значения функций доверия в примере 3.21 ($\gamma = 0{,}1$)

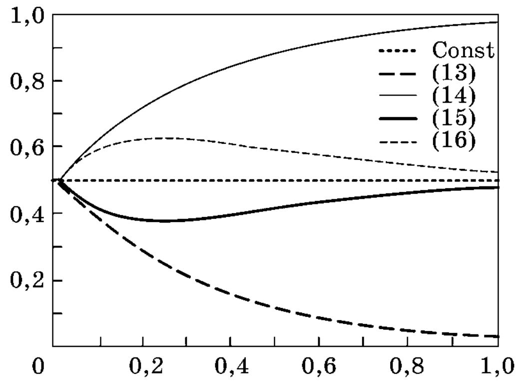


Рис. 42. Значения функций доверия в примере 3.21 ($\gamma = 3$)

они начинают все больше различаться — на рис. 42 приведены графики функций доверия при $\gamma = 3$. Постоянное управление во всех случаях равно 0,5.

На рис. 43 и 44 приведены графики динамики мнений для функций доверия (13), (14), (15) или (16) при оптимальном постоянном управлении и значениях параметра γ равном 0,1 и 3 соответственно. Ограничение на управление не позволяет добиться того, чтобы мнения агентов стали достаточно близкими к целевому значению $x^* = 1$.

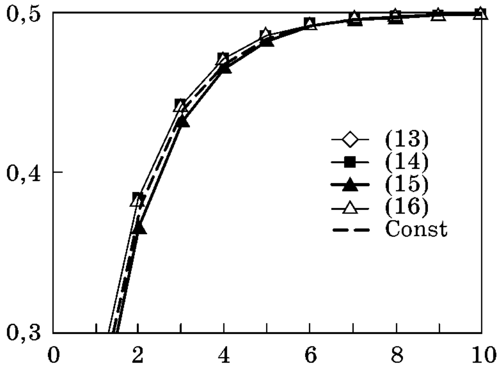


Рис. 43. Динамика мнений при оптимальном постоянном управлении в примере 3.21 ($\gamma = 0{,}1$)

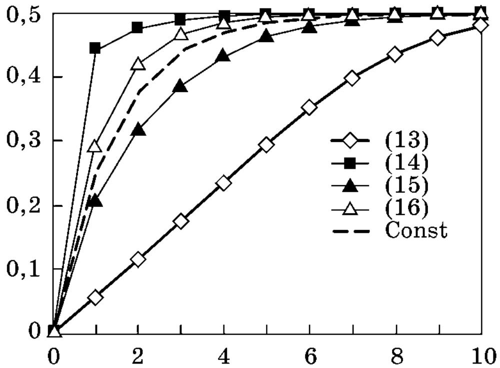


Рис. 44. Динамика мнений при оптимальном постоянном управлении в примере 3.21 ($\gamma = 3$)

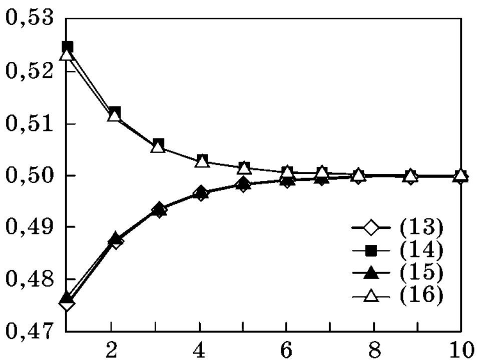


Рис. 45. Динамика доверия при оптимальном постоянном управлении в примере 3.21 ($\gamma = 0{,}1$)

На рис. 45 и 46 приведены графики динамики доверия для функций доверия (13), (14), (15) или (16) при оптимальном постоянном управлении и значениях параметра γ равных 0,1 и 3 соответственно.

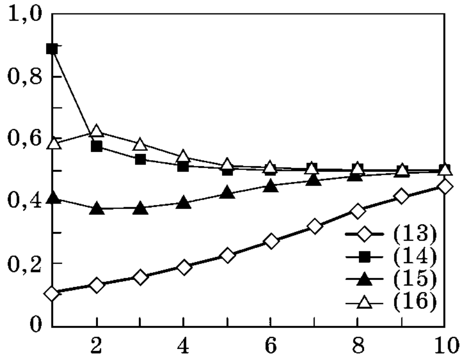


Рис. 46. Динамика доверия при оптимальном постоянном управлении в примере 3.21 ($\gamma = 3$)

Рассмотрим теперь более сложный случай — переменное управление, т. е. решим для рассматриваемого примера частный случай задачи (18), а именно — задачу (17), (21), которая в данном

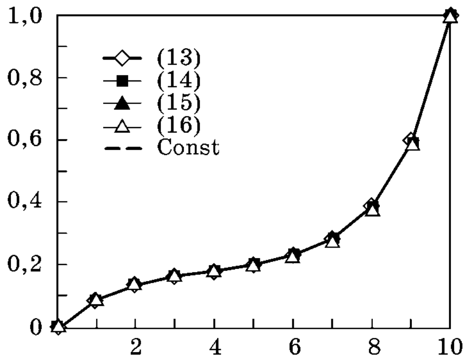


Рис. 47. Динамика мнений при оптимальном переменном управлении в примере 3.21 ($\gamma = 0{,}1$)

случае является линейной дискретной задачей с квадратичным интегральным критерием на фиксированном промежутке времени.

На рис. 47 и 48 приведены графики динамики мнений для функций доверия (13), (14), (15) или (16) при оптимальном пе-

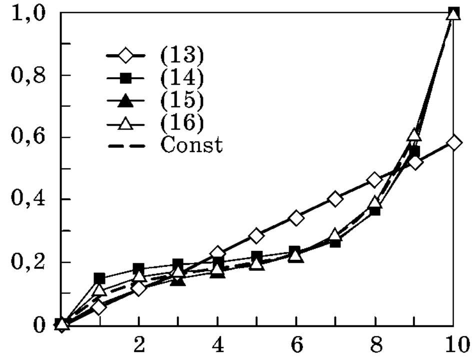


Рис. 48. Динамика мнений при оптимальном переменном управлении в примере 3.21 ($\gamma = 3$)

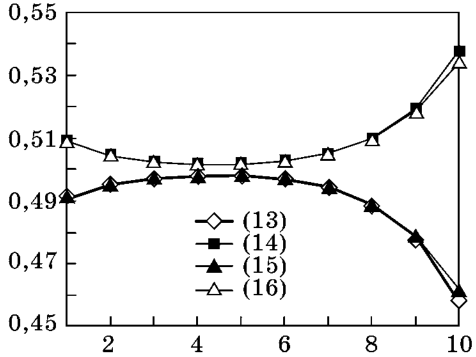


Рис. 49. Динамика доверия при оптимальном переменном управлении в примере 3.21 ($\gamma = 0{,}1$)

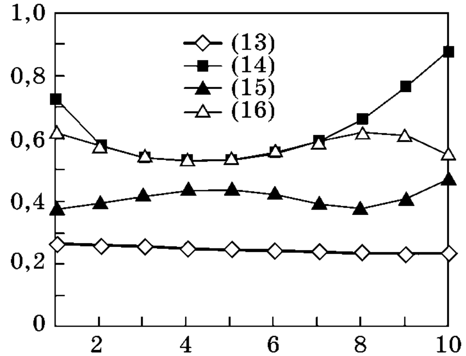


Рис. 50. Динамика доверия при оптимальном переменном управлении в примере 3.21 ($\gamma = 3$)

ременном управлении и значениях параметра γ равных 0,1 и 3 соответственно.

На рис. 49 и 50 приведены графики динамики доверия для функций доверия (13), (14), (15) или (16) при оптимальном переменном управлении и значениях параметра γ равных 0,1 и 3 соответственно.

Графики оптимальных зависимостей управления от времени при значениях параметра γ равных 0,1 и 3 приведены соответственно на рис. 51 и 52.

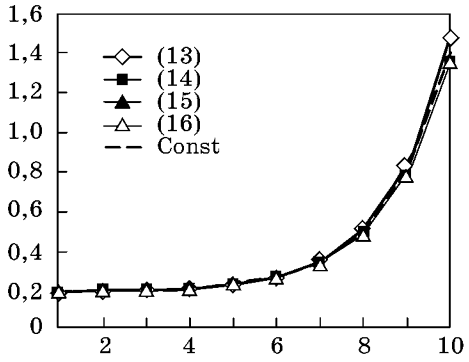


Рис. 51. Оптимальное переменное управление в примере 3.21 ($\gamma = 0{,}1$)

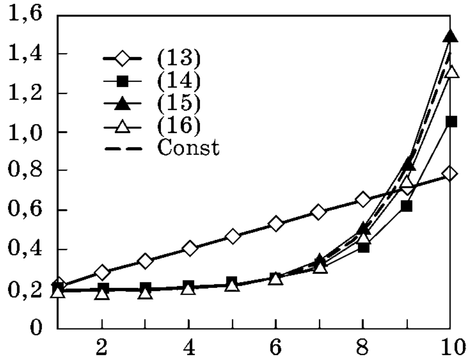


Рис. 52. Оптимальное переменное управление в примере 3.21 ($\gamma = 3$)

Значения критерия эффективности (напомним, что решается задача минимизации) для рассмотренных случаев приведены в следующей таблице.

Случай	Эффективность постоянного управления		Эффективность переменного управления	
	$\gamma = 0{,}1$	$\gamma = 3$	$\gamma = 0{,}1$	$\gamma = 3$
1. $G(\cdot) = \beta$	0,2505	0,2505	0	0
2. $G(\cdot)$ описывается выражением (13)	0,2505	0,2711	0	0,1736
3. $G(\cdot)$ описывается выражением (14)	0,2504	0,25	0	0
4. $G(\cdot)$ описывается выражением (15)	0,2505	0,2515	0	0
5. $G(\cdot)$ описывается выражением (16)	0,2504	0,2502	0	0

•

Основной результат настоящего параграфа на качественном уровне заключается, во-первых, в сведении задачи унифицированного информационного управления в однородных социальных сетях, описываемых регулярным графом взаимодействия их членов, к задаче анализа изменений мнений одного агента под воздействием сообщений СМИ. Во-вторых, представляется интересным рассмотрение зависимости доверия агента к сообщаемой СМИ информации не только от того, кто сообщает ему эту информацию (что традиционно учитывается в марковских моделях социальных сетей), т. е. того, какова репутация источника информации (см. обзор [29] и модели репутации в § 3.4), но и от содержания этой информации, т. е. от того, насколько она противоречит представлениям самого агента.

Существенным представляется то, что введенные (достаточно сильные) предположения о регулярности графа связей и одинаковости агентов позволили получить простые аналитические выражения для динамики мнений агентов и свести задачу информационного управления к простым и известным оптимизационным задачам.

Очень перспективным выглядит описание и изучение нелинейных моделей социальных сетей с учетом доверия (когда степень учета агентом мнения своего «соседа» зависит не только от того, кто сообщает информацию, но и какую информацию он сообщает; см. выражение ($17'$)). При этом, правда, в общем случае неоднородных агентов вряд ли удастся получить простые (типа (2)) аналитические выражения для «равновесных» состояний социальной сети.

Можно рассматривать другие (в том числе пороговые) классы функций доверия, можно усложнить внутреннюю структуру агента (по аналогии с моделями биполярного выбора [102] или логическими моделями В.А. Лефевра [58]). Можно ввести в модель рефлексию и предполагать, что агенты, в зависимости от своих мнений выбирают действия и наблюдают результаты этих действий, т. е. разделить «мнение — действие — результат». Тогда можно исследовать не только эффективность, но и стабильность информационных воздействий [79, 102]. В конце концов, можно рассматривать не марковский закон динамики мнений агентов, а более сложный, в рамках которого каждый агент пытается прогнозировать изменение мнений остальных и т. д. Для этого, правда, придется потребовать, чтобы вся социальная сеть была общим знанием среди агентов, что является очень сильным предположением. Все это — перспективные направления исследования моделей информационного управления в социальных сетях.

3.4. Информационное управление и репутация членов сети

Репутация. Возможности влияния одних членов социальной сети на других ее членов существенно зависят от репутации первых. *Репутация* — «создавшееся общее мнение о достоинствах или недостатках кого-либо, чего-либо, общественная оценка» [94, с. 431]. Репутацию можно рассматривать, во-первых, как ожидаемую (другими агентами) норму деятельности агента — какого поведения от него ожидают остальные [42]. Во-вторых, как «весомость» мнения агента, определяемую предшествуемой оправдываемостью его суждений и/или эффективностью его деятельности. Репутация оправдывается и, как правило, возрастает, если выбор агента (его суждения, действия и т. п.) совпадает с тем, чего от него ожидают остальные и/или с тем, что остальные впоследствии считают нормой (например, эффективной деятельностью). Репутация может и снижаться, например, при нарушении субъектом принятых в сообществе норм поведения, при принятии неэффективных решений и т. д. Отметим, что репутация может быть как индивидуальной, так и коллективной. Обзор моделей индивидуальной и коллективной репутации приведен в [42], см. также обзор онлайновых систем репутации/доверия [29].

Пусть $r_i \geqslant 0$ — параметр, описывающий репутацию i-го агента. Вектор репутаций $r = (r_1, r_2, \ldots, r_n)$, если не оговорено особо, будем считать общим знанием среди агентов. Потребуем, чтобы в сети всегда существовал агент с ненулевой репутацией. Также будем считать, что сеть представляет собой полный граф, следовательно, в силу приведенных выше результатов (см. § 3.1), результирующее мнение будет единым для всех агентов, входящих в рассматриваемую социальную сеть.

Определим степень доверия i-го агента j-му агенту как

$$\alpha_{ij} = \frac{r_j}{\sum\limits_{k \in N} r_k}, \quad i, j \in N, \tag{1}$$

т. е. будем считать, что степень влияния каждого агента не зависит явным образом от объектов влияния и пропорциональна его относительной репутации. В соответствии с выражением (1) агент i тем более подвержен влиянию со стороны агента j, чем ниже репутация первого, чем выше репутация второго и чем ниже репутация других членов социальной сети[23].

Отметим, что при определении степени доверия в виде (1), условие нормировки всегда выполнено. Обозначим через $R = \sum\limits_{k \in N} r_k$ *суммарную* (*«коллективную»*) *репутацию* членов сети.

Тогда линейную динамику мнений агентов можно записать в виде

$$x_i^\tau = \frac{1}{R} \sum_{j \in N} r_j x_j^{\tau-1}, \quad i \in N, \tag{2}$$

а итоговое мнение — в виде

$$X = \frac{1}{R}(r \cdot x^0), \tag{3}$$

т. е. скалярное (одинаковое для всех агентов) итоговое мнение агентов X (которое сформируется за один шаг, так как правая часть выражения (2) не зависит от i), будет определяться скалярным произведением вектора репутаций r и вектора начальных мнений агентов x^0 и нормироваться на суммарную репутацию [33].

Манипулирование мнениями членов социальной сети. Простейшей моделью *информационного управления* (манипулирова-

[23] Естественно, можно определять зависимость степени вляния от репутации и другим образом, удовлетворяющим перечисленным свойствам частичной монотонности, имеющим прозрачную содержательную интерпретацию (см. обсуждение ниже).

ния мнениями членов социальной сети[24]) является следующая. Пусть некоторый агент (без потери общности здесь и далее будем считать, что это агент с номером один, имеющий $r_1 > 0$) заинтересован в том, чтобы итоговое мнение агентов было равно X_*. При заданном векторе репутаций и фиксированных мнениях остальных агентов для этого, в силу (3), ему достаточно сообщить

$$s_1 = \frac{1}{r_1}\left[RX_* - \sum_{k>1} r_k x_k^0\right]. \tag{4}$$

Из условия неотрицательности начальных мнений (в том числе, и $x_1^0 \geqslant 0$) можно найти нижнюю границу «диапазона манипулирования» первого агента (любого большего значения при неограниченных сверху своих сообщениях и ненулевой репутации он всегда может добиться):

$$X_* \geqslant \frac{1}{R}\sum_{k>1} r_k x_k^0. \tag{5}$$

Из выражения (5) следует, что, **чем выше репутация агента, осуществляющего манипулирование, тем больше его возможности по влиянию на итоговое мнение агентов в социальной сети**.

В общем случае манипулировать итоговым мнением могут все агенты, если предположить, что любой из агентов может сообщать другим мнение, отличное от его истинного мнения. В результате получим модель линейной (см. выражение (3)) *активной экспертизы*[25], хорошо известную в литературе (см., например, [76]).

Исследуем теперь возможности манипулирования со стороны первого агента в зависимости от его репутации. Предположим, что значение начального мнения, которое может сообщать первый агент, ограничено снизу величиной $x_1^{\min} > 0$. Тогда из (3) получаем оценку репутации первого агента, минимально необходимой для обеспечения равновесия X_* при ограничении $x_1^{\min}$ на свои сообщения:

$$r_1 = \frac{\sum\limits_{j>1} r_j (x_j^0 - X_*)}{X_* - x_1^{\min}}. \tag{6}$$

[24] Под манипулированием мы будем понимать целенаправленное формирование мнений участников социальной сети, т. е. информационное управление. При этом не предполагается негативная окраска этого термина, т. е. будем считать манипулирование этически нейтральным. Вопрос об этико-психологических аспектах манипулирования подробно рассмотрен в [41]. Второе (близкое) значение термина «манипулирование» — искажение агентом сообщаемой кому-либо информации (см. также ниже).

[25] Обмен мнениями между членами социальной сети с формированием некоторого итогового «коллективного» мнения можно интерпретировать как экспертизу.

Из выражения (6) следует, что чем выше репутации других агентов, тем жестче требования к репутации манипулирующего агента.

В реальных социальных сетях агенты зачастую могут сообщать свои мнения в достаточно широком диапазоне. Однако самостоятельно выбирать непосредственно свою репутацию они, как правило, не могут, так как последняя в существенной степени зависит от предыстории взаимодействия агентов.

На качественном уровне идея дальнейших рассмотрений заключается в следующем. Если некоторый агент хочет осуществлять манипулирование мнениями членов социальной сети, то для этого он должен иметь достаточную репутацию. Поэтому необходимо рассмотрение сценария, при котором этот агент сначала предпринимает действия по увеличению своей репутации, а затем использует ее для достижения своих целей — эффективного манипулирования. Следовательно, возникает задача описания, во-первых, динамики репутации и, во-вторых — процессов целенаправленного ее формирования.

Динамика репутации. Для моделирования динамики репутации агентов предположим, что описанное выше их взаимодействие повторяется последовательно (при различных «начальных условиях») конечное число раз. Содержательно — агенты могут последовательно обсуждать ряд интересующих их вопросов, причем репутация каждого агента в общем случае зависит от всей предшествующей «истории» обсуждений.

Предположим, что члены социальной сети последовательно рассматривают T вопросов (имеются T последовательных периодов времени — в каждый период времени «обсуждается» соответствующий вопрос), по каждому из которых у каждого из агентов имеется свое начальное мнение x_i^τ, $i \in N$, $\tau = \overline{1, T}$. Начальные репутации агентов обозначим r_i^1, $i \in N$. Будем считать, что общим знанием среди агентов являются репутации (начальные и текущие — для соответствующего момента времени, а также история изменения репутаций), начальные и результирующие мнения всех агентов для текущего и всех прошлых периодов[26].

Обозначим через R^τ суммарную репутацию агентов в начале периода τ, а через X^τ — результирующее мнение агентов к концу периода τ (из (3) следует, что это мнение будет одинаковым для всех агентов).

[26] Условно можно считать, что социальная сеть функционирует в двух временах — «быстром» (в котором сходятся мнения членов социальной сети по фиксированному вопросу) и «медленном» (в котором члены социальной сети последовательно рассматривают различные вопросы).

Итак, вопросы, рассматриваемые агентами, независимы, и результирующие мнения будут определяться следующим образом:

$$X^\tau = \frac{1}{R^\tau}(r^\tau \cdot x^\tau), \tag{7}$$

где $r^\tau = (r_1^\tau, \ldots, r_n^\tau)$, $x^\tau = (x_1^\tau, \ldots, x_n^\tau)$ — соответственно вектора репутаций и начальных мнений агентов в начале периода времени τ, $\tau = \overline{1, T}$.

Для описания всей траектории изменения мнений и репутаций агентов необходимо доопределить, как изменяется репутация каждого из агентов в каждом периоде времени. Будем считать, что репутация является «кумулятивной» характеристикой (забывание отсутствует), и репутация любого агента в начале любого периода равна репутации данного агента в конце предыдущего периода времени.

Примером является ситуация, когда обсуждаемые агентами вопросы принадлежат примерно одной тематике, так что агент, имеющий высокую репутацию по одному вопросу (по результатам обсуждения этого вопроса), будет иметь эту же репутацию при начале обсуждения следующего вопроса.

В общем случае можно предположить, что репутация i-го агента в момент времени τ определяется начальными и результирующими мнениями всех агентов (пока считаем, что каждый из них ведет себя честно и сообщает достоверную информацию) и их репутациями во всех предшествующих периодах:

$$\begin{gathered} r_i^\tau = F_i(r^1, \ldots, r^{\tau-1}, x^1, \ldots, x^{\tau-1}, X^1, \ldots, X^{\tau-1}), \\ i \in N, \quad \tau = \overline{2, T}, \end{gathered} \tag{8}$$

причем, логично предположить, как минимум, что функция $F_i(\cdot)$ монотонно убывает по разности $|x_i^{\tau-1} - X^{\tau-1}|$ и возрастает по предыдущим значениям репутации данного агента. В качестве частного можно использовать, например, следующий закон изменения репутации:

$$r_i^\tau = \frac{r_i^{\tau-1}}{\gamma + \beta|x_i^{\tau-1} - X^{\tau-1}|}, \quad i \in N, \quad \tau = \overline{2, T}, \tag{9}$$

где $\gamma \in (0; 1]$, $\beta > 0$ — заданные константы. В соответствии с выражением (9) репутация агента в начале некоторого периода времени зависит только от его репутации в предыдущем периоде, а также от того, насколько его начальное мнение в предыдущем периоде оказалось отличным от результирующего мнения всех агентов к концу этого периода. Другими словами, репутация агента возрастает (уменьшается), причем скорость изменения определяется константами γ и β, если итоговое мнение всех агентов оказывается близким к его мнению (сильно отличается от его мнения).

Закон (9) изменения репутации является одним из множества возможных. Нередко используют логистический закон изменения репутации (см. [42]) и др., в каждом конкретном случае необходимо решать задачу идентификации — поиска тех зависимостей, которые наилучшим образом приближают или объясняют наблюдаемые или прогнозируемые эффекты.

Можно надеяться, что сложные динамические модели репутации позволят имитировать такие распространенные на практике эффекты, как создание ложной репутации, использование инерционности репутации (прекратив «инвестиции» в свою репутацию, агент может пользоваться тем, что ее снижение происходит не сразу) и др. (см. примеры в [42]). Разработка подобных теоретико-игровых моделей представляется перспективной задачей будущих исследований и выходит за рамки настоящей работы.

Описав информационное влияние и динамику репутации, перейдем к постановке и решению задачи управления для рассматриваемой модели.

Задача информационного управления. Имея уравнения (7) и (8), описывающие соответственно динамику мнений агентов в зависимости от репутации и динамику репутации в зависимости от динамики мнений, можно ставить и решать задачу *управления* — воздействия на агентов социальной сети с целью формирования требуемых мнений.

Ограничимся случаем манипулирования со стороны одного (первого) агента, целью которого является такое *манипулирование* своими начальными мнениями по каждому из вопросов, чтобы (с учетом соответствующей динамики его репутации) добиться определенного результирующего мнения всех членов социальной сети по последнему вопросу.

Итак, имеем динамическую систему (7), (8). Требуется найти последовательность сообщаемых другим агентам начальных мнений первого агента s_1^1, s_1^2, …, s_1^T (манипулирование как раз и заключается в возможности сообщения им $s_1^\tau \neq x_1^\tau$), удовлетворяющую ограничениям $s_1^\tau \geqslant x_1^{\tau\,\min}$, $\tau = \overline{1,T}$, и минимизирующую заданную монотонную целевую функцию $F(|X^T - X_*^T|)$, где формирование итогового мнения X_*^T по последнему вопросу может интерпретироваться как цель управления (манипулирования).

В общем случае сформулированная задача является задачей динамического программирования (при наложении соответствующих ограничений на свойства функций и допустимых множеств) и в каждом конкретном случае может быть решена численно.

Рассмотрим следующую *эвристику* поведения первого агента. Выше было показано, что, чем выше репутация агента, осуществляющего манипулирование, тем при фиксированных репутациях остальных агентов больше его возможности по влиянию на итоговое мнение агентов в социальной сети. Значит, можно предполагать, что к началу последнего периода первому агенту желательно иметь максимально возможную репутацию. Если функция $F_1(\cdot)$ удовлетворяет введенному выше условию монотонности и такова, что репутация первого агента на текущем шаге зависит только от его репутации на предыдущем шаге, его начального мнения на предыдущем шаге и от результирующего мнения на предыдущем шаге (предположение (*)), то рассмотрим следующее решение задачи информационного управления: первому агенту следует на каждом шаге (независимо от других шагов), кроме последнего шага, выбирать такое значение своего начального мнения на этом шаге, чтобы к его завершению максимизировать свою репутацию. На последнем шаге (при сложившейся и фиксированной в рамках этого шага его репутации) первому агенту следует выбирать свое начальное мнение с целью минимизации $F(|X^T - X^T_*|)$, причем значение X^T будет зависеть только от его начального мнения s_1^T на шаге T.

Формально, первый агент должен решить задачу, состоящую из $T - 1$ независимой задачи максимизации репутации и одной задачи выбора своего начального мнения на последнем шаге:

$$\left| s_1^\tau - \frac{1}{R^\tau}\left[r_1^\tau s_1^\tau + \sum_{j>1} r_j^\tau x_j^\tau \right] \right| \to \min_{s_1^\tau \geqslant x_1^{\tau\,\min}}, \qquad \tau = \overline{1, T-1}, \tag{10}$$

$$\left| \frac{1}{R^T}\left[r_1^T s_1^T + \sum_{j>1} r_j^T x_j^T \right] - X_*^T \right| \to \min_{s_1^T \geqslant x_1^{T\,\min}}. \tag{11}$$

При отсутствии ограничений на сообщаемые первым агентом начальные мнения решение задачи (10) имеет вид

$$s_1^\tau = \frac{\sum\limits_{j>1} r_j^\tau x_j^\tau}{\sum\limits_{j>1} r_j^\tau}, \qquad \tau = \overline{1, T-1}, \tag{12}$$

т. е. для максимизации своей репутации ему всегда следует высказывать «средневзвешенное» (с учетом репутаций) мнение остального коллектива. Образно говоря, выражение (12) иллюстрирует принцип «всегда говори то же, что и большинство — сойдешь за умного»[27].

Итак, на первых $T-1$ шагах манипулирующий агент максимизирует свою репутацию, а на последнем шаге использует ее для достижения целей информационного управления. Подчеркнем, что такое поведение, хотя и выглядит рациональным с точки зрения здравого смысла, является только эвристикой, т. е. не дает точного решения задачи информационного управления. Причина заключается в том, что в суммарной репутации R^T агентов в периоде T (см. выражение (11)) фигурирует сумма репутаций всех агентов, а выбирая в каждом периоде свои действия в соответствии с принципом (10), в рамках предположения (*) первый агент, не учитывая этого, влияет на репутацию других агентов (см. также пример в § 3.6). Избежать этого, превратив эвристическое решение в точное, можно, определив, вместо (1), влияние и репутацию таким образом, чтобы суммарная репутация была постоянна[28] или обосновав тем или иным образом *гипотезу слабого влияния* [76].

Нечеткая модель социальной сети. Описанную выше (в настоящем параграфе и § 3.1) модель социальной сети, отражающую информационное влияние агентов, их репутацию и динамику их мнений, можно условно назвать *базовой моделью социальной сети*. Обобщим ее на нечеткий случай.

Достаточно простое выражение (3), описывающее зависимость итогового мнения членов социальной сети от их начальных мнений и репутаций, дает возможность получить аналогичное выражение и для случая, когда репутации и начальные мнения агентов являются нечеткими, т. е. для *нечеткой модели социальной сети*.

Предположим, что нечеткое начальное мнение i-го агента описывается функцией принадлежности $\nu_i(x_i)$: $[0;+\infty) \to [0;1]$, $i \in N$. Репутации агентов также будем считать нечеткими и описываемыми функциями принадлежности $\mu_i(r_i)$: $[0;+\infty) \to [0;1]$, $i \in N$.

В соответствии с принципом обобщения [83] можно записать следующее выражение для функции принадлежности нечеткого

[27] Точнее говоря, выражение (12) все-таки подразумевает прогнозирование результатов обмена мнениями.

[28] Произведя нормировку индивидуальной репутации на суммарную, получим марковскую модель, в которой вероятности стационарных состояний (принятия коллективом агентов решения, совпадающего с мнением одного из агентов) будут определяться относительными репутациями соответствующих агентов.

итогового мнения членов социальной сети:

$$\mu(X) = \max_{\left\{(r,x) \middle| \left(\sum\limits_{j\in N} r_j x_j / \sum\limits_{i\in N} r_i\right) = X\right\}} \min_{i\in N} \{\min [\mu_i(r_i); \nu_i(x_i)]\}.$$

Произведенный переход от базовой к нечеткой модели социальной сети, естественно, удовлетворяет принципу соответствия: при «предельном переходе» (когда репутации и начальные мнения агентов являются четкими) приведенное выше выражение для $\mu(X)$ дает тот же результат, что и выражение (2).

Пример 3.22. Пусть имеются два агента, чьи репутации являются четкими, а нечеткие начальные мнения определены на бинарном носителе — множестве $\{0; 1\}$ и имеют вид $\nu_1(0) = 1 - p$, $\nu_1(1) = p$, $\nu_2(0) = 1 - q$, $\nu_2(1) = q$, где $p, q \in [0; 1]$. Получим

$$\mu(X) = \max_{\left\{(x_1, x_2) \middle| \frac{r_1 x_1 + r_2 x_2}{r_1 + r_2} = X\right\}} \min [\nu_1(x_1); \nu_2(x_2)].$$

Итак, итоговое мнение является нечеткой величиной $\widetilde{X}$ с конечным носителем $\left\{0; \dfrac{r_2}{r_1 + r_2}; \dfrac{r_1}{r_1 + r_2}; 1\right\}$ и функцией принадлежности, принимающей, соответственно, значения

$$(\min [(1 - p); (1 - q)]; \min [(1 - p); q]; \min [p; (1 - q)]; \min [p; q]).$$

Если $p = 1/3$, $q = 1/4$, $r_1 = 1$, $r_2 = 2$, то нечеткое итоговое мнение членов социальной сети будет равно $\{0 \,|\, 2/3;\ 1/3 \,|\, 1/3;\ 2/3 \,|\, 1/4;\ 1 \,|\, 1/4\}$ (см. рис. 53). •

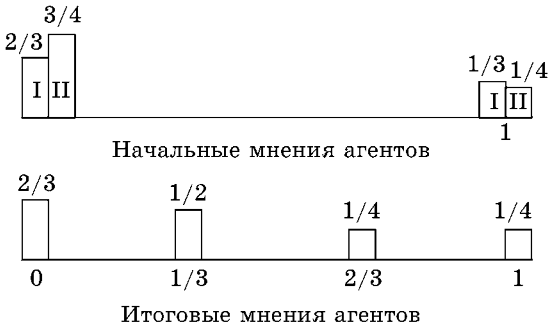


Рис. 53. Начальные и итоговые мнения агентов в примере 3.22

Рассмотренный пример иллюстрирует такое свойство нечеткой модели социальной сети, что, даже при одинаковых носителях нечетких начальных мнений агентов, носитель их нечеткого итогового мнения может отличаться от носителя начальных мнений. Это свойство, даже в случае конечного числа попарно различных возможных начальных мнений агентов, существенно с точки зрения возможности решения задач информационного управления.

Информационное противоборство. Предположим, что часть агентов — назовем их *активными* — имеет возможность осуществлять манипулирование, выбирая из заданного множества на каждом (или в более общем случае — заранее оговоренном) шаге значения сообщаемых другим агентам своих мнений, естественно, учитывая не только влияния этих сообщений на итоговые мнения, но и принимая во внимание влияние этих сообщений на репутацию. Предпочтения активных агентов определены на множестве последовательностей итоговых мнений социальной сети по рассматриваемым вопросам. Требуется найти решение игры активных агентов — множества их равновесных (в том или ином смысле) действий. Используемая концепция равновесия определяется как содержательными соображениями, так и последовательностью и объемом получаемой агентами информации — можно рассматривать повторяющиеся, в развернутой форме, кооперативные и другие игры на социальных сетях.

В рамках предложенной модели социальной сети задача информационного противоборства, фактически, сводится к *задаче сетевой динамической активной экспертизы с репутацией*, что представляется перспективным обобщением классической задачи теории коллективного выбора. В рамках динамической активной экспертизы с репутацией возникает ключевой для теории коллективного выбора вопрос о *манипулируемости* (strategy-proofness) результатов экспертизы — в каких случаях (при каких процедурах принятия решений, т. е. при каких процессах информационного влияния агентов друг на друга) агентам невыгодно манипулирование информацией, а выгодно сообщение достоверной информации о своих мнениях? Этот вопрос ждет своего ответа.

Пример 3.23. Рассмотрим пример взаимодействия трех агентов ($n = 3$) в течение двух периодов ($T = 2$). Начальные мнения агентов: $x_1^1 = 1$, $x_2^1 = 2$, $x_3^1 = 3$, $x_1^2 = 4$, $x_2^2 = 5$, $x_3^2 = 6$, $x_i^{t\min} = 0{,}5$, $i = 1,2,3$, $\tau = 1,2$, начальные репутации агентов одинаковы и равны единице ($r_1^1 = 1$, $r_2^1 = 1$, $r_3^1 = 1$), репутация меняется в соответствии с законом (9), в котором $\gamma = 1/2$, $\beta = 1$.

Сначала найдем результирующие мнения и репутации в отсутствии манипулирования (когда все агенты сообщают достоверную информацию). Суммарная репутация в первом периоде $R^1 = 3$. В соответствии с выражением (3) вычисляем $X^1 = 2$. В соответствии с выражение (9) находим репутации агентов во втором периоде: $r_1^2 = 2/3$, $r_2^2 = 2$, $r_3^2 = 2/3$. Опять же в соответствии с выражением (3) вычисляем итоговое мнение агентов в конце второго периода: $X^2 = 5$.

Предположим теперь, что первый агент осуществляет манипулирование с целью максимально приблизить результирующее мнение во втором периоде к своему мнению, т. е. $X_*^2 = x_1^2$ (содержательная интерпретация такой целевой функции такая же, как и в моделях активной экспертизы [76]). Для этого он должен выбрать два числа: $s_1^1, s_1^2 \geqslant x_1^{\min} = 0{,}5$, минимизирующие (см. выражение (11)), следующую целевую функцию:

$$F(|X^T - X_*^T|) = \left| \frac{1}{R^2}[r_1^2 s_1^2 + r_2^2 x_2^2 + r_3^2 x_3^2] - X_*^T \right|. \tag{13}$$

Из выражения (3) имеем: $X^1(s_1^1) = (s_1^1 + 5)/3$. Подставляя выражение (9), найдем зависимость репутаций агентов во втором периоде от действий первого агента в первом периоде:

$$r_1^2(s_1^1) = \frac{6}{3 + 2|2s_1^1 - 5|}, \quad r_2^2(s_1^1) = \frac{6}{3 + 2|1 - s_1^1|},$$
$$r_3^2(s_1^1) = \frac{6}{3 + 2|4 - s_1^1|}.$$

Задача (13) окончательно примет вид

$$\left| \frac{r_1^2(s_1^1)s_1^2 + 5r_2^2(s_1^1) + 6r_3^2(s_1^1)}{r_1^2(s_1^1) + r_2^2(s_1^1) + r_3^2(s_1^1)} - 4 \right| \to \min_{s_1^1, s_1^2 \geqslant 1/2}. \tag{14}$$

Решение этой задачи: $s_1^1 = 2{,}5$, $s_1^2 = 2{,}5$ (репутации агентов во втором периоде равны: $r_1^2 = 2$, $r_2^2 = 1$, $r_3^2 = 1$). При этом целевая функция (14) принимает значение 0, т. е. цель управления полностью достижима при заданных ограничениях ($X^2 = 4 = 4 = X_*^2$). Отметим, что в рассмотренном примере эвристический алгоритм дает оптимальное решение.

Предположим теперь, что первый агент осуществляет манипулирование с целью максимально приблизить результирующее мнение в первом периоде к своему мнению, т. е. $X_*^1 = x_1^1$, а второй агент осуществляет манипулирование с целью максимально приблизить результирующее мнение к своему мнению во втором периоде ($X_*^2 = x_2^2$). Тогда $X^1(s_1^1, s_2^1) = (s_1^1 + s_2^1 + 3)/3$. Найдем зависимость репутаций агентов во втором периоде от действий первого и второго агента в первом периоде:

$$r_1^2(s_1^1, s_2^1) = \frac{6}{3 + 2|2s_1^1 - s_2^1 - 3|}, \quad r_2^2(s_1^1, s_2^1) = \frac{6}{3 + 2|2s_2^1 - s_1^1 - 3|},$$

$$r_3^2(s_1^1, s_2^1) = \frac{6}{3 + 2|6 - s_1^1 - s_2^1|}.$$

Первый агент должен выбрать s_1^1 и минимизировать свою целевую функцию:

$$F(X^1 - x_1^1) = \left|\frac{1}{3}[s_1^1 + s_2^1 + 3] - 1\right| = \left|\frac{1}{3}[s_1^1 + s_2^1]\right|$$

при заданных ограничениях на мнения. Очевидно, что независимо от действий второго игрока минимум достигается при $s_1^1 = 0{,}5$.

Второй игрок в первом периоде выбирает s_2^1 для максимизации своей репутации. Для этого ему необходимо минимизировать свою целевую функцию (при заданных ограничениях на мнения): $\left|s_2^1 - \frac{1}{3}[s_1^1 + s_2^1 + 3]\right|$. То есть $s_2^1 = 1{,}75 = X^1$ (следовательно, первый агент не полностью достиг своей цели $1{,}75 - 1{,}0 = 0{,}75$). Репутации агентов во втором периоде равны: $r_1^2 = 4/7$, $r_2^2 = 2$, $r_3^2 = 4/7$.

Во втором периоде второй игрок должен выбрать s_2^2 и минимизировать свою целевую функцию:

$$F(X^2 - x_2^2) = \left|\frac{4r_1^2(s_1^1, s_2^1) + s_2^2 r_2^2(s_1^1, s_2^1) + 6r_3^2(s_1^1, s_2^1)}{r_1^2(s_1^1, s_2^1) + r_2^2(s_1^1, s_2^1) + r_3^2(s_1^1, s_2^1)} - 5\right|$$

при заданных ограничениях на мнения. Откуда $s_2^2 = 5$ при полном достижении цели вторым агентом. •

Аналогично можно рассматривать и другие игры с фиксированной последовательностью ходов.

Рефлексия агентов. Выше мы предполагали, что такие параметры социальной сети, как начальные мнения каждого из агентов по каждому из вопросов, репутации агентов, законы формирования результирующего мнения и динамики репутации являются общим знанием среди агентов. Однако на практике это не всегда так, например, в больших социальных сетях агенты могут не знать всего множества членов сети, представления агентов о мнениях и/или репутации друг друга могут быть неполными и/или различающимися. Для адекватного отражения подобных ситуаций целесообразно рассматривать неопределенность (неполную информированность) и/или нетривиальную взаимную информированность агентов. Неопределенность в задачах информационного управления в социальных сетях может вводиться по аналогии с тем, как это делается в других моделях принятия решений и теоретико-игровых моделях (см., например, [80]). Поэтому рассмотрим кратко аспекты рефлексии агентов.

Наряду с *информационной рефлексией*, основанной на асимметричной информированности агентов, интерес представляет более традиционная для теоретико-игровых моделей *стратегическая рефлексия* — процесс и результат размышления агентов о том, какое действие выберут оппоненты. Однако здесь необходимо сделать важное замечание: в рамках данной модели агенты не являются активными участниками ситуации, поскольку не выбирают свое действие и не имеют собственных предпочтений. Они лишь пассивно (или «доверчиво») формируют свое мнение на основе мнений других. Исключение представляет манипулирующий агент — он как раз является игроком, т. е. стремится достичь определенной цели и выбирает наиболее оптимальное действие для ее достижения. Иными словами, «обычные» агенты и игрок-«манипулятор» — это два принципиально разных объекта моделирования. Их различие незаметно в простых случаях (см. предыдущий пример), но в более сложных (например, когда несколько манипулирующих агентов осуществляют информационное противоборство) оно весьма существенно. Повторим: это различие между агентом, меняющим свое мнение в зависимости от мнений других, и игроком, который формирует мнение других (не меняя при этом своего), преследуя определенные цели. То есть узлы сети рассматриваются как *агенты*, которые управляются «более интеллектуальными» *игроками* (в частном случае игрок может являться агентом или их группой).

Как нам представляется, возможны два подхода к моделированию игроков. Первый состоит в том, что игроки сами не являются элементами социальной сети (агентами), а лишь воздействуют на нее тем или иным способом (см. реализацию данного подхода в § 3.3 и 3.6). Второй подход состоит в рассмотрении игроков как агентов (элементов социальной сети), для которых репутация других агентов не имеет значения и которые не меняют своего мнения. Проработка данных подходов, однако, выходит за рамки данной работы.

В качестве иллюстративного примера рассмотрим следующую модель принятия произвольным агентом из множества N решений (случай стратегической рефлексии [80]) о сообщаемом другим агентам своем мнении [29]: пусть он заинтересован в том, чтобы результирующее мнение совпадало с сообщенным им мнением [30]. Содержательно, при этом его «вес» (репутация) в глазах оппонентов будет высок — все сообщество «соглашается с ним».

Если рефлексия отсутствует, то из (3) следует, что i-й агент сообщит мнение (см. также выражение (12)):

$$s_i^*(r, x_{-i}) = \frac{\sum\limits_{j \neq i} r_j x_j^0}{R - r_i}, \tag{15}$$

где $x_{-i} = (x_1, x_2, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots, x_n)$, $i \in N$. Содержательно выражение (15) означает, что при рассматриваемом принципе принятия решений агент не обращает внимания на свое мнение и сообщает «среднее» (взвешенное с учетом репутаций) мнение остальных агентов. Вектор (15) можно условно назвать «*рефлексивным равновесием*» (первого ранга; см. ниже).

Возникает вопрос: какие предположения о принципах принятия решений оппонентами использует агент? Если предположить, что каждый агент использует принцип принятия решений типа (15), то единственным «равновесием» будет сообщение всеми агентами одного и того же мнения, причем, например, в случае одинаковых репутаций агентов равновесием Нэша это «равновесие» будет только при условии, что и истинные мнения всех агентов одинаковы.

Поэтому добавим фактор стратегической рефлексии, т. е. будем считать, что, выбирая свое сообщение в соответствии с выражением (15), i-й агент полагает, что все остальные агенты **честно сообщат свои истинные мнения** (это предположение в рамках приведенного выше обсуждения различий между «агентами» и «игроками» означает, что в рассматриваемом случае все агенты являются «не очень интеллектуальными» [31] игроками). Если все аген-

---

[29] Если каждый из агентов честно сообщает свое мнение, то рассмотрение рефлексии вряд ли имеет смысл.

[30] Отметим, что такое определение целей поведения агента отличается от принятого в моделях активной экспертизы и рассмотренного выше (когда агент хочет приблизить результирующее мнение к своему «истинному», а не к сообщаемому мнению).

[31] Более интеллектуальный игрок должен был бы, как минимум, предполагать, что остальные агенты-игроки также способны к рефлексии.

ты ведут себя так же, то сложится следующее итоговое мнение:

$$\widehat{X} = \frac{1}{R} \sum_{i \in N} \frac{\sum\limits_{j \neq i} r_j x_j^0}{R - r_i} r_i. \tag{16}$$

В случае двух агентов выражение (16) примет вид

$$\widehat{X} = \frac{x_1^0 r_2 + x_2^0 r_1}{r_1 + r_2},$$

т. е. осуществляя стратегическую рефлексию, агенты «обмениваются» своими репутациями и сообщают не свое мнение, а мнение оппонента.

Условием стабильности [102] рефлексивного равновесия (15) можно считать условие совпадения результирующих мнений, определяемых выражениями (3) и (16):

$$\sum_{i \in N} r_i [s_i^*(r, x_{-i}^0) - x_i^0] = 0. \tag{17}$$

Перейдем теперь к краткому качественному обсуждению случая *информационной рефлексии*, которая в соответствии с [80] предшествует стратегической. Введем обозначения: Σ — множество всевозможных конечных последовательностей индексов из N, $r_{i\sigma}$ — представления i-го агента о репутации σ-агента [80], $i \in N$, $\sigma \in \Sigma$. Например, r_{ij} — представления i-го агента о репутации j-го, r_{ijk} — представления i-го агента о представлениях j-го агента о репутации k-го агента и т. д. (в случае общего знания $r_{ij} = r_j$, $i, j \in N$). К такой конструкции примени́м аппарат теории рефлексивных игр [80], с помощью которого можно искать *информационные равновесия*, исследовать их стабильность и т. д., что представляется актуальной задачей будущих исследований.

В заключение настоящего параграфа отметим, что информационные воздействия, направленные на формирование той или иной структуры информированности агентов в социальной сети о репутациях друг друга, также являются разновидностью информационного управления. Исследование этого вида информационного управления, наряду с изучением такого его вида как манипулирование агентами информацией (см. выше), также представляется перспективным направлением будущих исследований.

Пример 3.24. Рассмотрим пример стратегической рефлексии при взаимодействии трех агентов ($n = 3$). Начальные мнения агентов: $x_1^0 = 1$, $x_2^0 = 2$, $x_3^0 = 3$, репутации агентов одинаковы и равны единице. Если бы все агенты честно сообщали свои мнения, то сложилось бы результирующее мнение $X = 2$.

В соответствии с выражением (15) находим:

$$s_1^* = 5/2, \quad s_2^* = 2, \quad s_3^* = 3/2.$$

При таких сообщениях результирующее мнение $\widehat{X} = 2$, т. е. условие (17) выполнено.

Примером невыполнения условия (17) является ситуация, когда мнение третьего агента $x_3 = 4$. Тогда

$$s_1^* = 3, \quad s_3^* = 5/2, \quad s_3^* = 3/2 \quad \text{и} \quad \widehat{X} = 7/3 > X = 2.$$

Рассмотрим пример информационной рефлексии при взаимодействии двух агентов ($n = 2$). Начальные мнения агентов: $x_1^0 = 1$, $x_2^0 = 2$, репутации агентов: $r_1 = 2$, $r_2 = 1$. Если бы все агенты честно сообщали свои мнения, то сложилось бы результирующее мнение $X = 4/3$. При стратегической рефлексии результат будет $5/3$.

Предположим, что имеет место следующая структура информированности: $1 \to 2 \leftrightarrow 21$, т. е. второй агент имеет свои представления $r_{21} = 3$ о репутации первого агента и считает, что это является общим знанием. Первый агент об этом полностью информирован. Найдем информационное равновесие: второй агент в соответствии с выражением (15) выберет $s_2^*(r_{21}, r_2, x_1^0) = x_1^0$ (отметим, что в случае двух агентов этот выбор не зависит от представлений второго агента о репутации первого), рассчитывая на такое же сообщение первого агента; первый же агент выберет свой наилучший ответ s_1^* из условия $\dfrac{s_1^* r_1 + x_1^0 r_2}{r_1 + r_2} = s_1^*$, т. е. $s_1^* = x_1^0$. Информационное равновесие (x_1^0, x_1^0) *стабильно*, но является *ложным равновесием*, так как приводит к итоговому мнению $2/3$, отличающемуся от итогового мнения $X = 4/3$ в условиях полного знания. •

Перспективным направлением дальнейших исследований представляется, во-первых, рассмотрение обобщений описанных выше моделей за счет ослабления вводимых предположений, в первую очередь — допущение неполной и асимметричной информированности агентов. Во-вторых, представляется целесообразной разработка теоретико-игровых моделей информационного управления и информационного противоборства, учитывающих неопределенность, рефлексию агентов и возможность образования их коалиций.

3.5. Информационное управление и доверие членов сети

В настоящем параграфе рассматриваются две постановки задачи информационного управления доверием членов социальной сети. Первая предполагает возможность управления репутацией агентов, вторая — управление непосредственно доверием агентов друг другу.

Управление репутацией. Предположим, что существует множество $M \subseteq N$ агентов влияния, на репутацию которых может оказывать влияние управляющий орган — центр.

Пусть начальные мнения всех агентов, а также репутации всех агентов, кроме агентов влияния, фиксированы. Пусть также известны: затраты центра $c_j(r_j)$ на создание репутации r_j j-го агента влияния, $j \in M$ $(|M| = m)$, и зависимость выигрыша центра $H(X)$ от итогового мнения агентов X. Обозначим через $r_M = (r_j)_{j \in M}$ вектор репутаций агентов влияния, а через $C_0(r_M) = \sum\limits_{j \in M} c_j(r_j)$ — суммарные затраты центра.

В соответствии с результатами предыдущего параграфа, итоговое мнение членов социальной сети зависит от их начальных мнений и репутаций следующим образом:

$$X(r_M) = \frac{1}{\sum\limits_{i \in N \setminus M} r_i + \sum\limits_{j \in M} r_j} \left(\sum_{i \in N \setminus M} r_i x_i^0 + \sum_{j \in M} r_j x_j^0 \right).$$

Предположим, что ограничения на репутацию отсутствуют. Тогда, считая, что целевая функция центра

$$\Phi(r_M) = H(X(r_M)) - C_0(r_M)$$

представляет собой разность между выигрышем и затратами, получим, что *задача управления репутацией* может быть записана в виде следующей стандартной оптимизационной задачи:

$$H\left[\frac{1}{\sum\limits_{i \in N \setminus M} r_i + \sum\limits_{j \in M} r_j} \left(\sum_{i \in N \setminus M} r_i x_i^0 + \sum_{j \in M} r_j x_j^0 \right) \right] - \\ - \sum_{j \in M} c_j(r_j) \to \max_{r_M \geqslant 0}.$$

Управление элементами матрицы доверия. В данной работе в основном предполагается, что предметом управления являются мнения агентов. Центр может воздействовать на эти мнения, вообще говоря, в некоторые моменты времени. В результате этого информационного воздействия результирующие мнения агентов меняются, становятся более желательными для центра. Однако возможны случаи, когда предметом управления являются не мнения агентов, а их взаимное доверие (влияние). Управляя взаимным доверием агентов, т. е. элементами матрицы доверия, центр также может добиваться требуемых ему результатов.

Для того чтобы построить формальную модель управления доверим, вспомним, что в отсутствии управления состояние социальной сети (т. е. вектор мнений агентов) в момент $t \geqslant 0$ задается соотношением

$$x^t = (A)^t x^0, \tag{1}$$

где x^0 — начальное состояние сети, A — матрица прямого влияния размерности $n \times n$. Будем считать, что центр осуществляет *управление доверием* путем аддитивного изменения матрицы A — увеличения ее на матрицу управлений $V = \|v_{ij}\|$. Предположим, что эта матрица принадлежит множеству возможных управлений $\overline{V}$. Содержательно множество $\overline{V}$ отражает возможности центра по оказанию воздействия на те или иные связи между агентами, а также общие ресурсные ограничения.

Рассмотрим сначала случай, когда воздействие оказывается центром единственный раз в начальный момент времени. Тогда в результате этого воздействия формула (1) приобретает следующий вид:

$$x^t = (A + V)^t x^0. \tag{2}$$

Поскольку добавление матрицы V не должно менять свойство стохастичности матрицы влияния, необходимо наложить следующие дополнительные ограничения на ее выбор центром:

$$\begin{gathered} \forall\, i \in N \quad \sum_{j \in N} v_{ij} = 0, \\ \forall\, i, j \in N \quad -a_{ij} \leqslant v_{ij} \leqslant 1 - a_{ij}. \end{gathered} \tag{3}$$

Обозначим через $\widehat{V}$ множество матриц размерности $n \times n$, удовлетворяющих условиям (3).

Пусть целевая функция центра $\Phi(x^t, V)$ — критерий эффективности управления — зависит от мнений агентов в момент t и матрицы управлений. Тогда задача управления будет заключаться в выборе допустимой матрицы управлений, максимизирующей критерий эффективности:

$$\Phi(x^t, V) \to \max_{V \in \overline{V} \cap \widehat{V}}.$$

Пример 3.25. Вновь обратимся к социальной сети с тремя агентами, рассмотренной выше в примерах 3.17 и 3.18. Предположим, что центр может в начальный момент изменить (уменьшить либо увеличить) степень доверия второго агента третьему, причем не более чем на заданную константу Δ, где $\Delta \leqslant \min\{\alpha, 1-\alpha\}$. Таким образом, множество допустимых управлений составляют матрицы вида $V = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v & v \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, где $|v| \leqslant \Delta$. Предположим, что центр стремится максимизировать суммарное мнение агентов в фиксированный момент t: $\Phi = x_1^t + x_2^t + x_3^t \to \max\limits_{|v| \leqslant \Delta}$.

Путем непосредственного вычисления нетрудно убедиться, что

$$x^t = (A+V)^t x^0 = \begin{pmatrix} (1-\alpha-v)^{t-1}x_2^0 + [1-(1-\alpha-v)^{t-1}]x_3^0 \\ (1-\alpha-v)^t x_2^0 + [1-(1-\alpha-v)^t]x_3^0 \\ x_3^0 \end{pmatrix}.$$

Поэтому

$$\begin{aligned} \Phi &= x_1^t + x_2^t + x_3^t = \\ &= [(2-\alpha-v)(1-\alpha-v)^{t-1}]x_2^0 + [3-(2-\alpha-v)(1-\alpha-v)^{t-1}]x_3^0 = \\ &= 3x_3^0 + (2-\alpha-v)(1-\alpha-v)^{t-1}(x_2^0 - x_3^0). \end{aligned}$$

Из последнего соотношения ясно, что:

— если $x_2^0 > x_3^0$, то оптимальным для центра является выбор $v = -\Delta$;

— если $x_2^0 < x_3^0$, то оптимальным для центра является выбор $v = \Delta$;

— если $x_2^0 = x_3^0$, то управление центра не влияет на ситуацию (формально любое допустимое управление является оптимальным). •

В более общем случае воздействие на взаимное влияние агентов может оказываться центром в разные моменты времени, причем для каждого момента могут быть свои ограничения.

Обозначим множество возможных управлений в момент τ через $\overline{V}^\tau$, а саму матрицу управлений — через V^τ. Тогда матрица влияния в момент t рассчитывается по следующей формуле:

$$A^t = A + \sum_{\tau=0}^{t} V^\tau, \qquad (4)$$

а рекуррентная формула вычисления состояния сети приобретает следующий вид:

$$x^{t+1} = (A^t + V^t)x^t. \tag{5}$$

При этом допустимыми на горизонте планирования T являются лишь такие управления V^τ, $\tau = 0, \ldots, T-1$, для которых все матрицы A^t, $t = 1, \ldots, T-1$, являются стохастическими по строкам:

$$\begin{gathered} \forall i \in N \quad \forall t \in \{0, \ldots, T-1\} \quad \sum_{j \in N} v_{ij}^t = 0, \\ \forall i, j \in N \quad \forall t \in \{0, \ldots, T-1\} \quad -a_{ij} \leqslant \sum_{\tau=0}^{t} v_{ij}^t \leqslant 1 - a_{ij}. \end{gathered} \tag{6}$$

Обозначим через $\widehat{V}(T)$ множество конечных последовательностей матриц $(V^0, \ldots, V^{T-1})$ размерности $n \times n$, удовлетворяющих условиям (6).

Соотношение (2) в этом случае приобретает (с учетом (4)) следующий вид:

$$x^T = \left(\prod_{t=0}^{T-1} A^{T-t-1} \right) x^0.$$

Пусть целевая функция центра зависит от итоговых мнений агентов в момент T и матриц управления в моменты времени $0, \ldots, T-1$. Тогда задача управления будет заключаться в выборе допустимой последовательности матриц управления, которая максимизирует критерий эффективности:

$$\Phi(x^T, V^0, \ldots, V^{T-1}) \to \max_{\substack{V^0 \in \overline{V}^0, \ldots, V^{T-1} \in \overline{V}^{T-1} \\ (V^0, \ldots, V^{T-1}) \in \widehat{V}(T)}}. \tag{7}$$

В общем случае задача управления (7) является довольно сложной. Формулировка и анализ интересных с содержательной точки зрения частных случаев представляется перспективным направлением дальнейших исследований.

Следует также отметить следующую особенность управления доверием: если в начальный момент мнения агентов находятся в некотором промежутке, то они и дальше будут находиться в этом промежутке при любом управлении. Сформулируем этот факт в виде утверждения.

Утверждение 3.8. *При осуществлении управления доверием для любого $t = 0, 1, \ldots$ и любого $i \in N$ справедливо соотношение*

$$x_{\min} \leqslant x_i^t \leqslant x_{\max}, \tag{8}$$

где $x_{\min} = \min\{x_1^0, \ldots, x_n^0\}$, $x_{\max} = \max\{x_1^0, \ldots, x_n^0\}$.

Доказательство утверждения 3.8. Введем обозначение t для стохастической матрицы, фигурирующей в рекуррентном соотношении выражения (5): $\Gamma^t = A^t + V^t$.

Будем рассуждать, используя индукцию по t. Для $t = 0$ соотношение (8) выполняется по определению $x_{\min}$ и $x_{\max}$. Пусть соотношение (8) выполняется для всех $i \in N$ при некотором t. Запишем мнение i-го агента в момент $t+1$, используя элементы матрицы $\Gamma^t = \|\gamma_{ij}^t\|$ $\left(\text{напомним, что } \sum\limits_{j \in N} \gamma_{ij}^t = 1 \text{ для любого } i \in N\right)$:

$$x_i^{t+1} = \sum_{j \in N} \gamma_{ij}^t x_j^t.$$

Для правой части последнего соотношения справедлива следующая цепочка неравенств:

$$x_{\min} = \sum_{j \in N} \gamma_{ij}^t x_{\min} \leqslant \sum_{j \in N} \gamma_{ij}^t x_j^t \leqslant \sum_{j \in N} \gamma_{ij}^t x_{\max} = x_{\max}.$$

Последнее соотношение означает, что $x_{\min} \leqslant x_i^{t+1} \leqslant x_{\max}$. Утверждение 3.8 доказано.

Следствие 3.8. Если мнения агентов в начальный момент совпадают, то они не меняются со временем при осуществлении центром управления доверием.

Для доказательства следствия 3.8 достаточно в утверждении 3.8 положить $x_{\min} = x_{\max}$.

Утверждение 3.8 накладывает серьезные ограничения на возможности центра достигать своих целей посредством управления доверием: мнения агентов ни при каком управлении не могут выйти за пределы отрезка $[x_{\min}, x_{\max}]$. Однако, наряду с этим, справедливо следующее утверждение.

Утверждение 3.9. *Если не накладывать ограничения на возможные управляющие воздействия центра, то управление доверием позволяет за один шаг сделать мнением каждого агента любое наперед заданное значение* $x^* \in [x_{\min}, x_{\max}]$.

Доказательство утверждения 3.9. Если $x_{\min} = x_{\max}$, то утверждение очевидно (см. следствие 3.8). Пусть $x_{\min} < x_{\max}$ и задано значение $x^* \in [x_{\min}, x_{\max}]$. Определим величину γ исходя из соотношения $x^* = \gamma x_{\min} + (1-\gamma)x_{\max}$, т. е.

$$\gamma = \frac{x_{\max} - x^*}{x_{\max} - x_{\min}}.$$

Пусть, далее, $k \in N$ и $l \in N$ такие числа, что $x_k = x_{\min}$ и $x_l = x_{\max}$. Определим матрицу управления $V = \|v_{ij}\|$ следующим образом: для всех $i \in N$ $v_{ik} = \gamma - a_{ik}$, $v_{il} = 1 - \gamma - a_{il}$, $v_{ij} = -a_{ij}$, $j \in N \setminus \{k, l\}$.

Тогда все элементы вектор-столбца $x^1 = (A+V)x$ равны x^*, поскольку для любого $i \in N$

$$x_i^1 = \sum_{j \in N} (a_{ij} + v_{ij}) x_j = \gamma x_k + (1-\gamma) x_l = x^*.$$

Таким образом, за один шаг удалось сделать «единогласным» мнением агентов величину x^*. Утверждение 3.9 доказано.

В заключение данного параграфа подчеркнем, что раздельное рассмотрение управления мнениями и управления доверием обусловлено удобством их теоретического изучения, в то время как на практике оба эти вида управления должны применяться (и применяются) совместно. Поэтому перспективным направлением дальнейших исследований представляется разработка моделей одновременного управления мнениями агентов (см. § 3.2 и 3.3) и их доверием/репутацией друг другу (см. § 3.1, 3.4 и 3.5).

3.6. Информационное противоборство: распределенный контроль и согласование интересов

Теоретико-игровая модель информационного противоборства. Общая постановка. Пусть существует множество *игроков*, имеющих возможность влиять на начальные мнения агентов и заинтересованных в формировании определенных их итоговых мнений. Отметим, что агенты в рассматриваемых нами моделях «пассивны» — они меняют свои мнения в соответствии с заданным линейным законом, учитывая мнения других агентов. В отличие от агентов, игроки активны, имеют собственные интересы и возможность, выбирая собственные действия, влиять на агентов[32]. Опишем возникающую между игроками игру.

[32] Отметим, что такой подход не исключает возможности совпадения некоторых агентов и игроков — совмещение двух ролей (управляющего органа и управляемой системы) одним субъектом.

Введем следующие обозначения: $M = \{1, 2, \ldots, m\}$ — множество игроков, $u_{ij} \in U_{ij} = [-r_{ij}; R_{ij}]$ — действие j-го игрока по изменению мнения i-го агента, $r_{ij}, R_{ij} \geqslant 0$, $\mathbf{u} = \|u_{ij}\|$, $\mathbf{u}_j = (u_{1j}, u_{2j}, \ldots, u_{nj}) \in U_j = \prod_{i \in N} U_{ij}$, $u_i = \sum_{j \in M} u_{ij}$, $u = (u_1, u_2, \ldots$ $\ldots, u_n)$ — вектор «воздействий», $g_j(X)$: $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^1$ — целевая функция j-го игрока, $i \in N$, $j \in M$.

Будем считать, что воздействия игроков на мнение каждого из агентов аддитивны. Тогда итоговое мнение будет

$$X_i(\mathbf{u}) = \sum_{j \in N} A_{ij}^{\infty} \left(x_j^0 + \sum_{k \in M} u_{jk} \right) = \\ = \sum_{j \in N} A_{ij}^{\infty} x_j^0 + \sum_{j \in N} A_{ij}^{\infty} \sum_{k \in M} u_{jk}, \quad i \in N. \quad (1)$$

Отметим, что каждый из игроков в общем случае имеет возможность влиять на начальные мнения всех агентов (в случае отсутствия такой возможности следует положить нижнюю и верхнюю границы соответствующего множества U_{ij} допустимых действий равными нулю).

Обозначая $G_j(\mathbf{u}) = g_j(X_1(\mathbf{u}), X_2(\mathbf{u}), \ldots, X_n(\mathbf{u}))$, $j \in M$, и считая, что игроки выбирают свои действия однократно, одновременно и независимо, получим игру $\Gamma = (M, \{U_j\}_{j \in M}, \{G_j(\cdot)\}_{j \in M})$ в нормальной форме, определяемую заданием соответственно множества игроков, их множеств допустимых действий и целевых функций [37]. Имея игру в нормальной форме, можно исследовать ее равновесия, определять «на ней» кооперативные, повторяющиеся и другие виды игр (см. классификацию в [37]).

Пример 3.26. Пусть целевые функции игроков линейны: $g_j(X) = \sum_{i \in N} \beta_{ji} x_i^0$, $j \in M$. Подставляя в целевые функции выражение (1), получим

$$G_l(\mathbf{u}) = \sum_{i \in N} \beta_{li} \sum_{j \in M} A_{ij}^{\infty} x_j^0 + \sum_{i \in N} \beta_{li} \sum_{j \in N} A_{ij}^{\infty} \sum_{k \in M} u_{jk}, \quad l \in M. \quad (2)$$

От выбранных игроками действий зависит только второе слагаемое. Обозначим $\gamma_{lj} = \sum_{i \in N} \beta_{li} A_{ij}^{\infty}$, $l \in M$. В силу линейности целевых функций игроков по их действиям, в рассматриваемой игре существует равновесие в доминантных стратегиях $\mathbf{u}^d$ [37], когда l-й игрок будет выбирать независимо от других игроков действие, максимизирующее $\sum\limits_{j \in M} \gamma_{lj} u_{jl}$, т. е.

$$u_{jl}^d = \begin{cases} -r_{jl}, & \text{если } \gamma_{lj} < 0, \\ R_{jl}, & \text{если } \gamma_{lj} \geqslant 0, \end{cases} \quad j \in N, \quad l \in M. \tag{3}$$

Содержательно выражение (3) означает, что каждый игрок осуществляет на каждого агента максимально возможное воздействие, знак которого зависит от того, к каким итоговым изменениям мнения этого агента приведет данное воздействие («ценности» этих изменений для игроков определяются величинами $\{\gamma_{lj}\}$). •

Пример 3.27. Пусть имеются два игрока, преследующих несовпадающие цели. Перенумеруем агентов таким образом, что первый игрок имеет возможность влиять на начальное мнение первого агента, а второй игрок — второго агента. Обозначим эти аддитивные воздействия $u_1 \in U_1$ и $u_2 \in U_2$ соответственно.

Тогда результирующие мнения агентов имеют следующий вид:

$$X_i(u_1, u_2) = \sum_{j \in N} A_{ij}^{\infty} x_j^0 + A_{i1}^{\infty} u_1 + A_{i2}^{\infty} u_2, \quad i \in N. \tag{4}$$

Обозначим через $\mathbf{X}(u_1, u_2)$ вектор мнений агентов с компонентами (4). Равновесие Нэша (u_1^*, u_2^*) имеет вид

$$\begin{aligned} &\forall\, u_1 \in U_1 \quad g_1(\mathbf{X}(u_1^*, u_2^*)) \geqslant g_1(\mathbf{X}(u_1, u_2^*)), \\ &\forall\, u_2 \in U_2 \quad g_2(\mathbf{X}(u_1^*, u_2^*)) \geqslant g_2(\mathbf{X}(u_1^*, u_2)). \end{aligned} \tag{5}$$

В силу достаточно простой аддитивной зависимости (4) результирующих мнений агентов от управлений (действий игроков), можно рассматривать на базе данной модели игры с фиксированной последовательностью ходов (иерархические игры) [24, 37, 49], содержательно интерпретируемые как игры «нападение–защита».

Рассмотренная в настоящем примере модель легко обобщается на случай, когда каждый из игроков может воздействовать на начальные мнения любого множества агентов. •

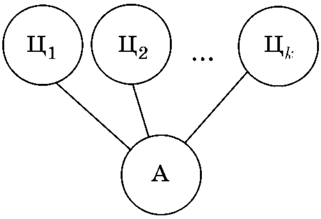
Пример 3.28. Пусть имеются два игрока, каждый из которых имеет возможность влиять на начальное мнение одного из агентов из множеств $N_1 \subseteq N$ и $N_2 \subseteq N$ соответственно, причем $N_1 \cap N_2 = \varnothing$. Тогда действия игроков будут заключаться в выборе, на кого из «управляемых» ими агентов воздействовать. Так как множества возможных действий в этом случае конечны, то, рассчитав соответствующие выигрыши, получим стандартную биматричную игру [21], в которой можно аналитически искать равновесие в чистых и/или смешанных стратегиях. •

Отметим, что формулируя теоретико-игровую модель информационного противоборства, мы предположили, что игроки выбирают свои действия однократно, одновременно и независимо, т. е. разыгрывают *игру в нормальной форме* [37]. Это же предположение останется в силе и в модели распределенного контроля, к описанию которой мы и переходим.

Распределенный контроль. Во многих реальных системах один и тот же агент оказывается подчинен одновременно нескольким управляющим органам — *центрам*, находящимся либо на одном, либо на различных уровнях иерархии. Первый случай называется *распределенным контролем* (английский аналог в теории контрактов — agency [111, 172]), второй — *межуровневым взаимодействием* [73, 78]. Наиболее ярким примером распределенного контроля являются *матричные структуры управления* [36, 76].

В настоящем параграфе рассматривается распределенный контроль в социальных сетях, когда субъекты, осуществляющие информационные воздействия на членов социальной сети, могут иметь, в общем случае, несовпадающие интересы.

Условно систему с распределенным контролем (РК), состоящую из k управляющих органов — *центров* и одного управляемого субъекта — *агента* (А), можно представить в виде, приведенном на рис. 54.



$\Gamma_0(\Gamma_i(\text{ГРП}))$
$(i = 1,2,3)$

Рис. 54. Структура системы с распределенным контролем

В модели РК центры, осуществляющие управление агентом, оказываются вовлеченными в «игру» (на рис. 54 эта «игра в нормальной форме» условно обозначена Γ_0; она разыгрывается «над» набором иерархических игр (Γ_1, Γ_2 или Γ_3 [74]), в каждой из которых поведение агента описывается гипотезой рационального поведения — ГРП [37]). Равновесие этой игры имеет достаточно сложную структуру. В частности, можно выделить два устойчивых режима взаимодействия центров — режим сотрудничества и режим конкуренции [78].

В *режиме сотрудничества* центры действуют совместно, что позволяет добиваться требуемых результатов деятельности управляемого агента с использованием минимального количества ресурсов.

В *режиме конкуренции*, который возникает, если цели центров различаются достаточно сильно, ресурсы расходуются неэффективно.

Приведем, следуя [76], простейшую (базовую) модель РК, на основе которой затем сформулируем задачу распределенного контроля для социальной сети. Пусть организационная система (ОС) состоит из одного агента и k центров. Стратегией агента является выбор *действия* $y \in A_0$, что требует от него затрат $c(y)$. Каждый центр получает от деятельности агента «*доход*», описываемый функцией $H_i(y)$, и несет затраты $\sigma_i(y)$ на изменение мнений и/или действий агента (далее — *затраты центра*), $i \in K = \{1, 2, \ldots, k\}$ — множеству центров. Таким образом, целевая функция i-го центра имеет вид

$$\Phi_i(\sigma_i(\cdot), y) = H_i(y) - \sigma_i(y), \quad i \in K, \tag{6}$$

а целевая функция агента —

$$f(\{\sigma_i(\cdot)\}) = \sum_{i \in K} \sigma_i(y) - c(y). \tag{7}$$

Порядок функционирования следующий: центры одновременно и независимо выбирают, какие мнения они будут пытаться формировать у агента (тем самым определяются затраты центров), который затем выбирает свое действие. Ограничимся рассмотрением множества *Парето-эффективных* равновесий Нэша игры центров, в которых, как показано в [47, 78], их стратегии имеют вид

$$\sigma_i(x, y) = \begin{cases} \lambda_i & \text{при} \;\; y = x, \\ 0 & \text{при} \;\; y \neq x, \end{cases} \qquad i \in K. \tag{8}$$

Содержательно, центры договариваются о том, что будут побуждать агента выбирать действие $x \in A_0$ — *план* — и вместе нести затраты, деля их между собой тем или иным эффективным по Парето образом (см. ниже). Такой режим взаимодействия центров называется режимом сотрудничества.

Из условий оптимальности по Парето следует, что сумма затрат центров в случае выполнения агентом плана равна его затратам (обобщение принципа компенсации затрат [76] на системы с распределенным контролем), т. е.

$$\sum_{i \in K} \lambda_i = c(x). \tag{9}$$

Условие выгодности сотрудничества для каждого из центров можно сформулировать следующим образом: в режиме сотрудничества каждый центр должен получить полезность не меньшую, чем он мог бы получить, осуществляя воздействие на агента в одиночку (компенсируя последнему затраты по выбору наиболее выгодного для данного центра действия). Полезность i-го центра от «самостоятельного» взаимодействия с агентом в силу результатов решения соответствующих задач, приведенных в [76], равна

$$W_i = \max_{y \in A_0} [H_i(y) - c(y)], \quad i \in K. \tag{10}$$

Обозначим $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k)$, через

$$S = \left\{ x \in A_0 \,\middle|\, \exists\, \lambda \in \mathbb{R}_+^k : \, H_i(x) - \lambda_i \geqslant W_i, \ i \in K, \ \sum_{i \in K} \lambda_i = c(x) \right\} \tag{11}$$

обозначим множество таких действий агента, для реализации которых сотрудничество выгодно для центров. Множество пар $x \in S$ и соответствующих векторов λ называется *областью компромисса*:

$$\Lambda = \left\{ x \in S, \ \lambda \in \mathbb{R}_+^k \,\middle|\, H_i(x) - \lambda_i \geqslant W_i, \ i \in K, \ \sum_{i \in K} \lambda_i = c(x) \right\}. \tag{12}$$

Режим сотрудничества по определению имеет место, если область компромисса не пуста: $\Lambda = \varnothing$. В режиме сотрудничества агент получает нулевую полезность. Обозначим

$$W_0 = \max_{y \in A_0} \left(\sum_{i \in K} H_i(y) - c(y) \right). \tag{13}$$

Основным результатом исследования РК является следующий критерий: область компромисса не пуста тогда и только тогда, когда [78]

$$W_0 \geqslant \sum_{i \in K} W_i. \tag{14}$$

Таким образом, критерием реализуемости режима сотрудничества является условие (14). Содержательно оно означает, что, действуя совместно, центры могут получить бóльшую суммарную полезность, чем действуя в одиночку. Разность $W_0 - \sum_{i \in K} W_i$ может интерпретироваться как мера согласованности интересов центров и характеристика эмерджентности системы.

Если условие (14) не выполнено и $\Lambda = \varnothing$, то имеет место режим конкуренции центров, характеризуемый так называемым *аукционным решением*. Упорядочим (перенумеруем) центры в порядке убывания величин $\{W_i\}$: $W_1 \geqslant W_2 \geqslant \ldots \geqslant W_k$. Победителем будет первый центр (имеющий максимальный ресурс), который предложит агенту, помимо компенсации затрат, полезность, на сколь угодно малую величину превышающую W_2.

Общая технология постановки и решения задач согласования интересов элементов систем с распределенным контролем. В соответствии с [8] технология заключается в следующем.

1. Описывается состав и структура системы, состоящей, как минимум, из нескольких управляющих органов и одного или нескольких управляемых ими агентов на более низких уровнях иерархии.

2. Задается порядок функционирования: центры одновременно и независимо выбирают управления и сообщают их агентам, которые затем, в свою очередь, одновременно и независимо выбирают свои действия при известных управлениях.

3. Задаются целевые функции и множества допустимых действий участников. При этом обычно предполагается, что управления центров аддитивно входят в целевую функцию каждого из агентов, а управления, сообщаемые каждым из центров разным агентам, также входят аддитивно в целевую функцию первого.

4. Обосновывается, что при рассмотрении эффективных по Парето равновесий Нэша игры центров последним достаточно ограничиться квазикомпенсаторными стратегиями вида (8) (в многоэлементных системах), декомпозирующими взаимодействие агентов [76]. Для этого целесообразно использовать общие результаты, приведенные в [47], в соответствии с которыми для любой Парето-эффективной стратегии любого центра найдется стратегия не меньшей эффективности, в которой затраты этого центра будут отличны от нуля не более чем в k точках.

Тем самым задача поиска набора функций сводится к поиску[33] значений $k+1$ параметра — одного для всех центров согласованного плана и размеров затрат каждого из k центров.

5. Записывается балансовое условие типа (9), означающее, что суммарные затраты центров в случае выбора агентом требуемых действий должны в точности компенсировать затраты последнего.

6. Для каждого из центров вычисляется величина вида (10) его выигрыша от взаимодействия с агентом в одиночку.

7. Записывается область компромисса вида (12).

8. Вычисляется максимально возможное значение суммарного выигрыша центров при совместной деятельности вида (13).

---

[33] Если центры управляют несколькими ($n \geqslant 2$) агентами, то число искомых параметров равно $n(k+1)$.

9. Проверяется условие типа (14), гарантирующее непустоту области компромисса.

10.1. Если условие типа (14) выполнено, то возможен режим сотрудничества и задача заключается в поиске механизма компромисса — процедуры определения конкретной точки внутри области компромисса.

10.2. Если условие типа (14) не выполнено, то имеет место режим конкуренции центров, характеризуемый аукционным решением их игры. В этом случае проводится анализ эффективности этого решения, и, если оно признано неудовлетворительным, то исследуется возможность обеспечения согласованности интересов центров за счет вмешательства органов управления более высоких уровней или использования концепции ограниченной рациональности.

Приведенная выше технология постановки и решения задачи согласования интересов элементов системы с распределенным контролем является общей. Проиллюстрируем ее применение к задаче информационного управления в социальных сетях.

В соответствии с моделью, приведенной в § 3.1, будем описывать агентов, входящих в социальную сеть, множеством $N = \{1, 2, \ldots, n\}$. Агенты влияют друг на друга, а степень этого влияния определяется их репутацией или доверием. У каждого агента в начальный момент времени имеется *мнение* по некоторому вопросу. Мнение всех агентов сети отражает вектор-столбец неотрицательных начальных мнений y^0 размерности n. Агенты в социальной сети взаимодействуют, обмениваясь мнениями. Мнение i-го агента в момент времени τ равно

$$y_i^\tau = \sum_{j \in N} \alpha_{ij} y_j^{\tau-1}. \tag{15}$$

Если при многократном обмене мнениями мнения агентов сходятся к итоговому вектору мнений $Y = \lim\limits_{\tau \to \infty} y^\tau$, то можно записать соотношение

$$Y = A^\infty y^0. \tag{16}$$

Таким образом, вектор результирующих мнений членов социальной сети в рассматриваемой модели однозначно определяется вектором их начальных мнений и матрицей влияния/доверия A^∞. Этот факт позволяет ставить и решать задачи информационного управления — поиска таких целенаправленных воздействий на начальные мнения агентов, которые приводили бы к требуемым итоговым мнениям. Далее формулируется задача согласования интересов органов, осуществляющих информационное управление.

Условия согласования интересов управляющих органов. Введем следующие обозначения:

• $\{N_i\}_{i \in K}$ — совокупность подмножеств множества агентов N, где N_i — множество агентов, на которые может оказывать информационные воздействия i-й центр, $i \in K$;

• $K_j = \{k \in K \mid j \in N_k\}$ — множество центров, которые могут оказывать информационные воздействия на j-го агента, $j \in N$;

• $c_i(y^0, x)$ — затраты на изменение мнения i-го агента с y_i^0 на x_i, причем эти затраты могут в общем случае зависеть от векторов мнений всех агентов — вектора y^0 (начальные мнения до информационного воздействия) и вектора x (начальные мнения после информационного воздействия), $i \in N$;

• $H_i(x)$ — предпочтения i-го центра на множестве мнений агентов[34], $i \in K$;

• $\sigma_{ij}(y^0, x)$ — затраты i-го центра на осуществление информационных воздействий на j-го агента, $j \in N_i$, $i \in K$.

Содержательно, центры осуществляют информационные воздействия на агентов, меняя их мнения, причем на одного и того же агента могут воздействовать одновременно несколько центров (система с распределенным контролем). Если каждый из центров будет пытаться изменить мнение некоторого агента в свою сторону, то необходимо иметь модель того, как будет изменяться мнение агента под влиянием таких «противоречивых» воздействий. Соответствующих формальных моделей, хоть сколько-нибудь адекватных действительности, на сегодняшний день не существует, поэтому в настоящем параграфе мы ограничимся анализом условий согласованности интересов управляющих органов — когда они смогут договориться между собой, каковы должны быть формируемые мнения агентов (при этом можно быть уверенным, что ни один из агентов не будет получать «противоречивых» воздействий).

Целевая функция i-го центра имеет вид

$$\Phi_i(\{\sigma_{ij}(\cdot)\}_{j \in N_i}, y^0, x) = H_i(x) - \sum_{j \in N_i} \sigma_{ij}(y^0, x), \quad i \in K, \tag{17}$$

а целевая функция j-го агента —

$$f(\{\sigma_{ij}(\cdot)\}_{i \in K_j}, y) = \sum_{i \in K_j} \sigma_{ij}(y^0, x) - c_i(y^0, x). \tag{18}$$

Порядок функционирования следующий: центры одновременно и независимо выбирают свои управляющие воздействия и сооб-

---

[34] Конечно, более естественным было бы считать, что предпочтения центров определены на множестве результирующих мнений агентов, но последние, в силу выражения (16), однозначно определяются начальными мнениями.

щают их агентам. Ограничимся, как и выше, рассмотрением множества Парето-эффективных равновесий Нэша игры центров, т. е. исследуем стратегии центров вида

$$\sigma_{ij}(y^0, x) = \begin{cases} \lambda_{ij} & \text{при } y_j = x_j, \\ 0 & \text{при } y_j \neq x_j, \end{cases} \quad j \in N_i, \quad i \in K. \tag{19}$$

Содержательно, центры договариваются о сотрудничестве, т. е. о том, что они будут совместно формировать единый вектор x мнений агентов и вместе нести соответствующие затраты.

Из условий оптимальности по Парето следует, что сумма затрат центров должна быть равна затратам агета, т. е.

$$c_i(y^0, x) = \sum_{j \in K_i} \lambda_{ji}, \quad i \in N. \tag{20}$$

Условие (20) означает, что центры должны распределить между собой затраты на изменение мнений каждого из агентов.

По аналогии с выражением (10) вычислим

$$W_i = \max_x \left[H_i(x_{N_i}, y^0_{-N_i}) - \sum_{j \in N_i} c_i(y^0, x) \right], \quad i \in K, \tag{21}$$

$$W_0 = \max_x \left[\sum_{i \in K} H_i(x) - \sum_{j \in N} c_j(y^0, x) \right]. \tag{22}$$

Обозначим $\lambda = \|\lambda_{ij}\|$, через

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R}^n_+ \,\middle|\, \exists\, \lambda \in \mathbb{R}^{nk}_+ : \ H_i(x) - \sum_{j \in N_i} \lambda_{ij} \geqslant W_i, \ i \in K, \right.$$
$$\left. c_i(y^0, x) = \sum_{j \in K_i} \lambda_{ij}, \ i \in N \right\} \tag{23}$$

обозначим множество таких векторов мнений агентов, для реализации которых сотрудничество выгодно для центров. Множество пар векторов $x \in S$ и соответствующих матриц затрат центров λ назовем *областью компромисса* в задаче распределенного управления социальной сетью:

$$\Lambda = \left\{ x \in \mathbb{R}^n_+, \ \exists\, \lambda \in \mathbb{R}^{nk}_+ \,\middle|\, H_i(x) - \sum_{j \in N_i} \lambda_{ij} \geqslant W_i, \ i \in K, \right.$$
$$\left. c_i(y^0, x) = \sum_{j \in K_i} \lambda_{ij}, \ i \in N \right\}. \tag{24}$$

Режим сотрудничества (условно говоря, в случае социальных сетей — *информационная кооперация*) по определению имеет место, если область компромисса (24) не пуста: $\Lambda \neq \varnothing$.

По аналогии с соответствующими критериями непустоты области компромисса (см. [8, 47, 76, 78]) можно доказать справедливость следующего утверждения.

Утверждение 3.10. *Согласование интересов управляющих органов, осуществляющих информационные воздействия на членов социальной сети, возможно тогда и только тогда, когда*

$$\max_x \left[\sum_{i \in K} H_i(x) - \sum_{j \in N} c_j(y^0, x)\right] \geqslant$$
$$\geqslant \sum_{i \in K} \max_x \left[H_i(x_{N_i}, y^0_{-N_i}) - \sum_{j \in N_i} c_i(y^0, x)\right]. \quad (25)$$

Условие (25) гарантирует возможность согласования интересов управляющих органов. Если оно не выполнено, то имеет место режим конкуренции. Если считать, что воздействия центров не «интерферируют», т. е. агент соглашается принять мнение того центра, который предложил максимальное поощрение, не обращая внимания на информацию от других центров, то будет иметь место аукционное решение. Содержательно, режим конкуренции соответствует *информационной войне*, победителем в которой будет центр, имеющий максимальный ресурс (21).

Обозначим

$$x^i = \arg\max_x \left[H_i(x_{N_i}, y^0_{-N_i}) - \sum_{j \in N_i} c_i(y^0, x)\right], \quad i \in K.$$

Упорядочим (перенумеруем) центры в порядке убывания величин $\{W_i\}$: $W_1 \geqslant W_2 \geqslant \ldots \geqslant W_k$. По аналогии с анализом аукционных решений в [8, 78] можно доказать справедливость следующего утверждения.

Утверждение 3.11. *Если условие* (25) *не выполнено, то мнение членов социальной сети, сложившееся в результате информационных воздействий, будет* $(x_{N_1}, y^0_{-N_1})$.

Умея анализировать модели распределенного контроля в социальных сетях, можно ставить и решать задачу более высокого уровня, а именно — *задачу раздела сфер влияния*, т. е. определения того, какие из подмножеств членов социальной сети будут контролироваться тем или иным управляющим органом. Исследование соответствующих кооперативных теоретико-игровых моделей представляется перспективным направлением дальнейших исследований.

Кроме того, в рамках рассматриваемых моделей социальных сетей агенты пока пассивны и неинтеллектуальны. Поэтому наделение агентов более сложным внутренним устройством (в первую

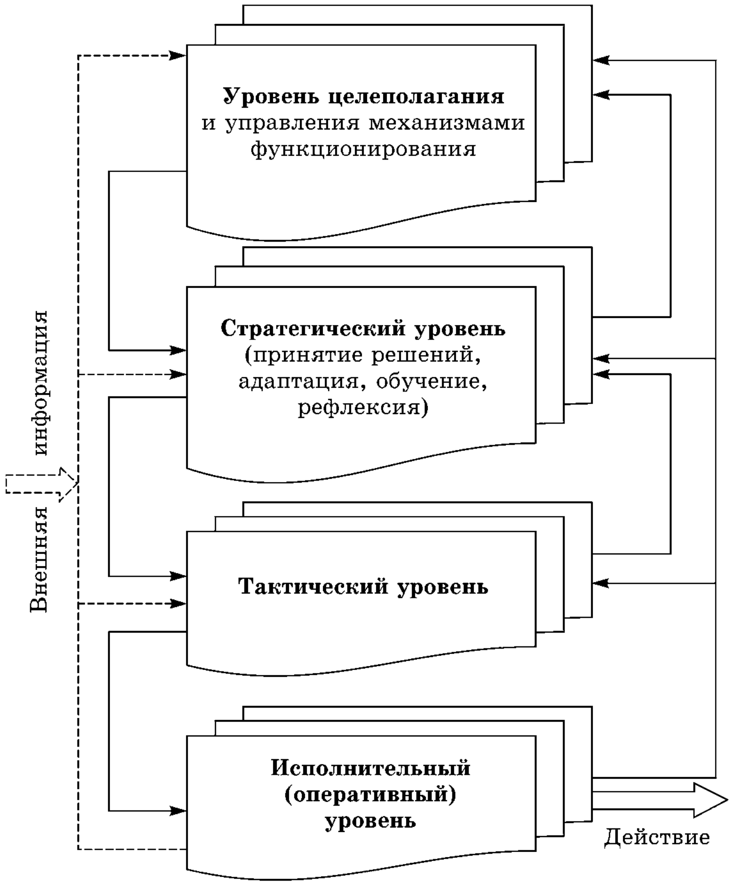


Рис. 55. Обобщенная иерархическая архитектура агента

очередь, наверное, за счет использования *логических моделей*), которое позволяло бы моделировать их способность к нетривиальному *целеполаганию*, *целевыполнению*, *адаптации* и *рефлексии*, также представляется чрезвычайно многообещающим. Например, в идеале можно стремиться к предложенной в [77] обобщенной иерархической архитектуре агента, включающую следующие уровни (в порядке возрастания сложности); см. рис. 55:

1) *исполнительный* (*оперативный*) *уровень*, на котором реализуются алгоритмы управления поведением при заданных частных целях и способах их достижения;

2) *тактический уровень*, на котором реализуются алгоритмы распознавания ситуаций и выбора соответствующего поведения;

3) *стратегический уровень*, на котором реализуются алгоритмы принятия решений о частных целях (задачах, распределении функций между агентами группы и т. д.), алгоритмы адаптации, обучения и рефлексии [35];

4) *уровень целеполагания*, на котором реализуются алгоритмы выбора глобальных целей и способов их достижения — механизмов функционирования.

Первым шагом рассмотрения «активных» и «интеллектуальных» агентов может быть разделение их мнений (информированности) и самостоятельно выбираемых ими на основании этих мнений действий (связь между информированностью и выбираемыми действиями может производиться, например, как и в задачах принятия решений [37, 76] и/или информационного управления, рассматриваемых в [80, 102]).

Перспективным также видится рассмотрение задач управления в рамках *мультисетей*, для которых управляющие воздействия в разных сетях могут быть разнородными (например, через одну сеть у агентов создается впечатление нестабильности текущей ситуации, через вторую доводится определенная информация, а через третью осуществляется побуждение к действиям). Здесь может оказаться эффективным более полный учет рефлексии — построение и исследование моделей *фантомных сетей*.

3.7. Информационная эпидемия и защита от нее

При моделировании социальных сетей возникает необходимость рассмотрения распространения мнений агентов в сети, т. е. когда мнение распространяется в сети от одного агента (активного) к другому агенту (пассивному). Такое распространение мнений рассматривается, например, в теории распространения инноваций (diffusion of innovations); см. первую главу настоящей работы. Кроме того, часто (например, в области *информационной безопасности*) необходимо как можно раньше обнаружить каскады рас-

[35] На данном уровне могут быть выделены четыре подуровня, соответствующих принятию решений, адаптации, обучению и рефлексии.

пространения в социальной сети. В этом случае выделяются два управляющих субъекта с несовпадающими интересами: защитник и атакующий, а также управляемые объекты — узлы в сети. Для каждого субъекта объект обладает своей ценностью. Защитник должен выбрать интервал сканирования сети и отслеживать состояние узлов, а атакующий — выбрать узел для атаки. Возникает информационное противоборство, и для его исследования требуется найти решение игры таких субъектов, т. е. найти множества их равновесных действий. В данном параграфе приведена постановка задачи информационного противоборства в социальной сети, описан алгоритм сведения информационного противоборства защитника и атакующего к биматричной игре. Доказано, что в случае полного графа у игры всегда существует равновесие Нэша в чистых стратегиях.

Исходные данные и предпосылки. Между агентами в социальной сети существуют связи, заданные симметричной квадратной матрицей $G = (g_{km})_{k,m \in N}$. Элемент g_{km} равен 1 (ненулевое доверие), если между агентами k и m имеется связь, либо агенты совпадают (т. е. $g_{mm} = 1$ для всех m); в противном случае $g_{km} = 0$.

Наряду с агентами в ситуации участвуют два игрока — A и B. Игрок B стремится «инфицировать» сеть, т. е. распространить в сети некоторую информацию, мнение и пр. Для этого он может выбрать одного из агентов и «инфицировать» его, далее «инфекция» распространяется по сети. Распространение инфекции (здесь и далее кавычки будем опускать) будем моделировать наиболее простым способом: предположим, что в каждый момент дискретного времени инфицированным оказывается каждый агент, связанный с агентом, инфицированным в предыдущий момент.

Формально: имеется последовательность моментов времени $\tau = 0, 1, \ldots$ Пусть в момент τ имеется множество инфицированных агентов $S_\tau \subset N$. Тогда в следующий момент $\tau + 1$ инфицированными окажутся все агенты, инфицированные ранее, либо имеющие связь хотя бы с одним из инфицированных:

$$S_{\tau+1} = \{m \in N \,|\, \exists\, k \in S_\tau g_{km} = 1\}. \tag{1}$$

Игрок A стремится противодействовать инфицированию. Он проводит периодический мониторинг сети (будем считать, что мониторинг осуществляется мгновенно), в ходе которого безошибочно выявляет множество инфицированных агентов. Выявив инфекцию, игрок A может мгновенно остановить ее дальнейшее распространение.

Стратегией игрока B в данной игре является выбор единственно агента $j \in N$, с которого он начинает инфицирование сети.

Стратегией игрока A является выбор периода мониторинга — целого неотрицательного числа i. Выбор периода $i = 1$ означает, что инфицированным оказывается — при стратегии j игрока B — единственный агент j. Выбор $i = 2$ означает, что инфицированными оказываются агент j и все агенты, связанные с ним, т. е. такие агенты $m \in N$, что $g_{mj} = 1$. Будем считать, что множеству стратегий игрока A принадлежит также элемент ∞ («бесконечный период»), что означает отсутствие мониторинга.

В общем случае множеством инфицированных агентов при выборе игроками A и B стратегий i и j является множество S_i, определяемое за i шагов из рекуррентного соотношения (1) с начальным значением $S_1 = \{j\}$. Обозначим это множество через $\delta(i, j)$.

Завершая описание стратегий игроков A и B, примем следующее предположение: стратегии игроки выбирают одновременно и независимо, т. е. разыгрывается игра в нормальной форме.

Опишем теперь выигрыши игроков при выборе ими пары стратегий (i, j).

В рамках описываемой модели будем предполагать, что:

1) каждый агент $k \in N$ обладает для игроков некоторой ценностью: a_k для игрока A и b_k для игрока B;

2) затраты игрока A на мониторинг с периодичностью i составляют c_i.

При этих двух предположениях выигрыши игроков A и B при выборе пары стратегий (i, j) составляют соответственно

$$f_{ij} = -\sum_{k \in \delta(i,j)} a_k - c_i, \tag{2}$$

$$h_{ij} = \sum_{k \in \delta(i,j)} b_k. \tag{3}$$

Для завершения описания модели необходимо ввести предположения об информированности игроков. Будем считать, что структура социальной сети (т. е. матрица G), а также параметры a_k, b_k, $k \in N$, c_i, $i = 0, 1, \ldots$, являются общим знанием [80] игроков A и B.

Алгоритм сведения к биматричной игре. Выше были определены стратегии, информированность и выигрыши игроков A и B, т. е. модель информационного противоборства в социальной сети была формализована. Однако применение формул (2) и (3) может оказаться неудобным для анализа конкретных случаев. Поэтому опишем алгоритм построения биматрицы игры (см., например, [37]), в которой на пересечении i-й строки и j-го столбца находится пара выигрышей (f_{ij}, h_{ij}).

Алгоритм основан на известном свойстве матрицы G (см., например, [98]), которое состоит в следующем: элемент (k, j) матрицы G^i (где $k \neq j$)[36] не равен нулю тогда и только тогда, когда расстояние между вершинами k и j (т. е. количество ребер в минимальном пути, соединяющем эти вершины) не превосходит i.

Рассмотрим следующую последовательность $(n \times n)$-матриц:

$$Q_1 = E, \quad Q_i = \varphi(G^{i-1}), \quad i = 2, 3, \ldots, \tag{4}$$

где E — единичная матрица, а оператор φ преобразует все ненулевые элементы матрицы в 1. Легко видеть, что в j-м столбце матрицы Q_i единице равны элементы в точности тех строк $k \in N$, для которых агент k входит во множество $\delta(i, j)$.

Обозначим через f_i i-ю строку матрицы выигрышей игрока A, а за h_i — i-ю строку матрицы выигрышей игрока B. Введя также обозначения: $a = (a_1, \ldots, a_n)$, $b = (b_1, \ldots, b_n)$, $e = (1, \ldots, 1)$ — вектор-строка длины n, каждый элемент которой равен 1, можно записать $(i = 1, 2, \ldots)$:

$$f_i = -aQ_i - c_i e, \quad h_i = bQ_i. \tag{5}$$

Также в биматрицу выигрышей будет входить строка, соответствующая стратегии $i = \infty$, т. е. отсутствию мониторинга (в этом случае затраты на мониторинг игрока A являются нулевыми).

Таким образом, матрицы выигрышей игроков A и B могут быть последовательно определены по строкам при помощи соотношений (4) и (5).

Число строк биматрицы выигрышей можно считать конечным при выполнении следующего условия:

$$c_1 \geqslant c_2 \geqslant \ldots \tag{6}$$

(содержательно условие (6) означает, что чем чаще осуществляется мониторинг, тем больше (по крайней мере, не меньше) затраты на него). Действительно, для матрицы Q_i справедливо тождество $Q_{d+1} = Q_{d+2} = \ldots$, где d — диаметр (максимальное из попарных расстояний между двумя вершинами) компоненты связности сети с наибольшим диаметром. Поэтому справедливы соотношения (см. (5)) $f_{d+1} \leqslant f_{d+2} \leqslant \ldots$ Формально это означает, что стратегии проведения мониторинга $i = d + 1$, $d + 2$, ... никогда не будут оптимальными для игрока A (и доминируются стратегией $i = \infty$). Содержательно: если период между двумя мониторингами настолько велик, что игрок B успевает инфицировать всю

[36] Элемент (k, k) матрицы G^i не равен нулю для любых k, i.

сеть (или, для несвязной сети — любую компоненту связности), то игроку A невыгодно проводить мониторинг.

Таким образом, для определения d на каждом шаге алгоритма надо проверить условие $Q_{i+1} = Q_i$, и если для некоторого номера i оно выполнено, то $d = i + 1$. В этом случае размерность матриц выигрышей f и h составляет $(d+1) \times n$. Будем считать, что последняя, $(d+1)$-я строка биматрицы выигрышей соответствует стратегии $i = \infty$ и равна

$$(-aQ_{d+1};\ bQ_{d+1}). \tag{7}$$

Пример 3.29. Пусть социальная сеть состоит из трех агентов (рис. 56), на котором обозначены номера агентов.

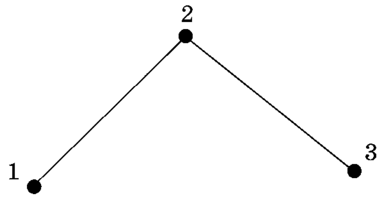


Рис. 56. Сеть в примере 3.29

Матрица, соответствующая данной сети, имеет следующий вид:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пусть, далее, ценности агентов для игроков A и B одинаковы и задаются вектором $a = b = (4; 1; 5)$, а затраты агента A на осуществление мониторинга таковы: $c_1 = 3$, $c_2 = 1$, $c_i = 0{,}5$, $i \geqslant 3$.

Тогда величины в соотношениях (4), (5) (с учетом (7)) приобретают следующий вид:

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad Q_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad Q_i = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$i \geqslant 3, \quad d = 2,$$

$$(f, h) = \begin{pmatrix} (-7; 4) & (-4; 1) & (-8; 5) \\ (-6; 5) & (-11; 10) & (-7; 6) \\ (-10; 10) & (-10; 10) & (-10; 10) \end{pmatrix}. \tag{8}$$

Так как $d = 2$, то значения c_i при $i \geqslant 3$ не играют никакой роли.

Биматрица (8) полностью описывает ситуацию информационного противоборства. Заметим, что в игре информационного противоборства (8) отсутствует равновесие Нэша в чистых стратегиях. •

Сеть, являющаяся полным графом. Опишем модель противоборства в социальной сети, задаваемой полным графом, т. е. графом, любые две вершины которого соединены ребром.

Рассмотрим следующий пример, отличающийся от примера 3.29 лишь структурой социальной сети.

Пример 3.30. Пусть социальная сеть состоит из трех агентов (рис. 57), на котором обозначены номера агентов.

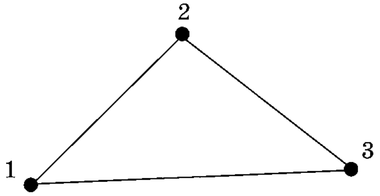


Рис. 57. Сеть в примере 3.30

Матрица, соответствующая данной сети, имеет следующий вид:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Остальные параметры такие же, как в примере 3.29: $a = b = (4; 1; 5)$, $c_1 = 3$, $c_2 = 1$, $c_i = 0{,}5$, $i \geqslant 3$.

В данном случае величины в соотношениях (4), (5) (с учетом (7)) приобретают следующий вид:

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad Q_i = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad i \geqslant 2, \quad d = 1,$$

$$(f, h) = \begin{pmatrix} (-7; 4) & (-4; 1) & (-8; 5) \\ (-10; 10) & (-10; 10) & (-10; 10) \end{pmatrix}. \tag{9}$$

В игре (9) имеется ровно одно равновесие Нэша в чистых стратегиях: $i = 1$, $j = 3$, т. е. игрок A выбирает минимальный период мониторинга, а игрок B инфицирует агента 3. •

Оказывается, что полнота графа социальной сети является достаточным условием существования равновесия в игре информационного противоборства.

Утверждение 3.12. *В произвольной игре информационного противоборства на полном графе существует* (*хотя бы одно*) *равновесие Нэша.*

Доказательство утверждения 3.12. Поскольку в полном графе $d = 1$, то биматрица игры имеет размерность $2 \times n$, причем во второй строке все элементы одинаковы.

Для каждой такой биматрицы имеет место ровно один из следующих двух возможных случаев:

1) существует номер $j \in N$, для которого $f_{2j} \geqslant f_{1j}$. Тогда пара стратегий $(2; j)$ является равновесием Нэша;

2) для всех $j \in N$ справедливо неравенство $f_{2j} < f_{1j}$. Тогда равновесием Нэша является пара стратегий $(1; j)$, где $j \in \operatorname{Arg}\max\limits_{k \in N} h_{1k}$.

Таким образом, в любом случае существует хотя бы одно равновесие Нэша. Утверждение 3.12 доказано.

Итак, рассмотрена задача информационного противоборства в социальной сети для двух игроков. Представлен алгоритм сведения задачи к биматричной игре. Для частного случая социальной сети — полного графа — доказано, что существует хотя бы одно равновесие Нэша такой игры. Можно задаться вопросом о том, приведет ли стратегическая рефлексия (процесс и результат размышления агентов о том, какое действие выберут оппоненты) в соответствующей биматричной игре (или любой другой) к какимлибо преимуществам для агентов. Оказывается, может привести.

Стратегическая рефлексия агентов. Одним из основных вопросов теории игр является моделирование того, какие действия [37] изберут агенты (или иначе — какие действия им надо избрать) в той или иной ситуации. «Устойчивый» в том или ином смысле набор действий агентов обычно называется *решением игры*, что подчеркивает важность данного аспекта.

Поскольку выигрыш (значение целевой функции) агента зависит от действий других агентов, постольку выбор агента в большой степени зависит от того, как он учитывает (или не учитывает) возможные рассуждения оппонентов о выборе ими своего действия,

[37] Отметим, что мы рассматриваем игры в нормальной форме, т. е. агенты выбирают действия однократно, одновременно и независимо друг от друга. В более сложных случаях (например, в многошаговых играх) следует различать действие агента и его стратегию.

т. е. как он осуществляет *стратегическую рефлексию*. Агент может, например, при принятии решения вообще не учитывать действия оппонентов, основываясь лишь на своей целевой функции (нулевой ранг стратегической рефлексии). Если так действуют все агенты, то мы получаем концепцию *максимального гарантированного результата* решения игры — каждый агент максимизирует свой наихудший результат при всевозможных действиях оппонентов.

Если агент считает, что оппоненты обладают нулевым рангом, то сам он обладает первым рангом стратегической рефлексии. При этом он выбирает свое наилучшее (т. е. максимизирующее целевую функцию) действие, ожидая от оппонентов выбора гарантирующих действий.

Если агент считает, что оппоненты выбрали второй ранг стратегической рефлексии, то сам он обладает третьим рангом и т. д. Таким образом, обладая k-м рангом, агент считает, что оппоненты обладают $(k-1)$-м. Выбирая любой ненулевой конечный ранг рефлексии, агент считает себя рефлексирующим иначе, чем оппоненты. Выбирая равновесие Нэша, агент считает всех участников игры рефлексирующими одинаковым образом.

Рассмотрим игру двух участников, число действий каждого из которых конечно. Как известно, такие игры называются *биматричными*, и целевые функции первого и второго агентов в них обычно задаются матрицами $A = (a_{ij})$ и $B = (b_{ij})$, вместе составляющими матрицу игры $(A, B) = (a_{ij}, b_{ij})$.

Обозначим $I = \{1, 2, \ldots, m\}$ — множество действий первого агента, $J = \{1, 2, \ldots, n\}$ — множество действий второго агента. Введем следующие предположения. Пусть матрицы выигрышей таковы, что у каждого агента существует единственный наилучший ответ на любое действие оппонента:

$$\forall j \in J \quad \Big|\operatorname*{Arg\,max}_{i\in I} a_{ij}\Big| = 1, \qquad \forall i \in I \quad \Big|\operatorname*{Arg\,max}_{j\in J} b_{ij}\Big| = 1 \tag{10}$$

(здесь и далее за $|M|$ обозначено количество элементов множества M).

Пусть, кроме того, максимальный гарантированный результат каждого агента достигается ровно на одном действии:

$$\Big|\operatorname*{Arg\,max}_{i\in I} \min_{j\in J} a_{ij}\Big| = \Big|\operatorname*{Arg\,max}_{j\in J} \min_{i\in I} b_{ij}\Big| = 1. \tag{11}$$

Условия (10) и (11), обеспечивающие однозначное соответствие между рангом рефлексии агента и его действием, далее будем считать выполненными.

Как было сказано выше, каждый агент может выбрать конечный ранг своей рефлексии. Это приводит к выбору соответствующего действия: обладая нулевым рангом, первый агент выбирает гарантирующую стратегию — действие $i_0 = \arg\max_{i \in I} \min_{j \in J} a_{ij}$, а обладая рангом $k \geqslant 1$ — действие $i_k = \arg\max_{i \in I} a_{ij_{k-1}}$.

Аналогично для действий второго агента: $j_0 = \arg\max_{j \in J} \min_{i \in I} b_{ij}$ при нулевом ранге, $j_k = \arg\max_{j \in J} b_{i_{k-1}j}$ при ранге $k \geqslant 1$.

Справедливо следующее утверждение.

Утверждение 3.13 [80]. *В биматричных играх неограниченное увеличение ранга рефлексии заведомо нецелесообразно, т. е. существует ранг рефлексии, превышение которого не приводит к новым действиям агентов. Максимальный целесообразный ранг рефлексии не превышает*

$$\max\{\min\{n, m+1\}, \min\{m, n+1\}\}.$$

Из утверждения 3.13 следует, что множество допустимых действий по выбору ранга конечно. Поэтому мы можем перейти из исходной игры к *игре рангов* стратегической рефлексии, в которой стратегией агента является выбор ранга стратегической рефлексии (см. табл. 4).

Таблица 4. **Ранги рефлексии и действия агентов**

Ранг k	0	1	...	R
Действие первого агента	i_0	i_1	...	i_R
Действие второго агента	j_0	j_1	...	j_R

Верхняя оценка количества возможных попарно-различных пар стратегий составляет $R = |I| \times |J| = m \times n$. Тогда исходную биматричную игру можно преобразовать в биматричную игру $R \times R$.

Ясно, что некоторые строки и столбцы этой новой матрицы могут совпадать (это означает, что выбор агентами разных рангов приводит к одному и тому же действию в исходной игре). Отождествив совпадающие строки и столбцы, мы получаем матрицу новой игры, которую будем называть *игрой выбора ранга стратегической рефлексии*, или для краткости *игрой рангов*.

В силу того, что $i_k \in I$, $j_k \in J$, все действия агентов в игре рангов соответствуют действиям в исходной игре. Следовательно, справедливым является следующее утверждение.

Утверждение 3.14. *Матрица выигрышей в игре рангов является подматрицей матрицы исходной биматричной игры.*

Утверждение 3.14 наводит на мысль о том, что при переходе к игре рангов равновесия могут исчезать, т. е. отсутствовать в матрице игры рангов. Действительно, приведем пример биматричной игры.

Пример 3.31. Пусть

$$\begin{pmatrix} (2,3) & (0,0) & (3,2) \\ (0,0) & (4,4) & (0,1) \\ (3,2) & (1,0) & (2,3) \end{pmatrix}.$$

Чтобы построить матрицу игры рангов, проанализируем выбор агентов при том или ином ранге рефлексии (см. табл. 5).

Таблица 5. **Ранги рефлексии и действия агентов в примере 3.31**

Ранг k	0	1	2	...
Действие первого агента	3	1	3	...
Действие второго агента	3	1	3	...

Таким образом, матрица игры рангов выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} (2,3) & (3,2) \\ (3,2) & (2,3) \end{pmatrix}.$$

Нетрудно видеть, что равновесная пара выигрышей исходной игры $(4,4)$ исчезла при переходе к игре рангов. •

Возникает вопрос: могут ли при переходе к игре рангов появляться новые равновесия (которых не было в исходной игре)? Оказывается, что это невозможно.

Утверждение 3.15. *Для произвольной биматричной игры переход к игре рангов не приводит к появлению новых равновесий.*

Доказательство утверждения 3.15. Пусть, как и ранее, I — множество действий первого агента, J — множество действий второго агента. Пусть, далее, $I' \subseteq I$ и $J' \subseteq J$ — множества действий первого и второго агентов соответственно в игре рангов.

Рассмотрим пару действий (i_u, j_v), $i_u \in I'$, $j_v \in J'$, являющуюся равновесием игры рангов.

Покажем сначала, что наилучшим ответом второго игрока на действие первого i_u в исходной игре является j_v. Действительно, наилучший ответ на множестве J входит в J' (по правилу построения игры рангов), поэтому наилучший ответ на множестве J' такой же, как наилучший ответ на множестве J. Но наилучший ответ на множестве J' — это как раз j_v (по определению равновесия[38]).

Аналогично, наилучшим ответом первого игрока на стратегию второго j_v в исходной игре является i_u. Поэтому пара действий (i_u, j_v) является равновесием исходной игры.

В силу произвольности выбора равновесной пары получаем, что любое равновесие игры рангов является равновесием исходной игры, т. е. новых равновесий не появится. Утверждение 3.15 доказано.

Итак, при переходе к игре рангов новые равновесия не появляются (утверждение 3.15), а существующие могут исчезать (пример 3.31). Относительно количества равновесий в игре рангов справедливо следующее утверждение, которое существенно использует условия (10) и (11).

Утверждение 3.16. *В игре рангов существует не более двух равновесий.*

Доказательство утверждения 3.16. Пусть в игре рангов существует три различных равновесия: (i_u, j_v), $(i_{u'}, j_{v'})$ и $(i_{u''}, j_{v''})$. По утверждению 3.15 они являются равновесиями и в исходной игре. Тогда в силу (10) $i_u \neq i_{u'} \neq i_{u''}$. Без ограничения общности предположим, что $u = \max\,[u, u', u'']$. Поскольку в равновесии действие агента является наилучшим ответом на действие оппонента, справедливы следующие соотношения: $i_u = i_{v+1} = i_{u+2} = i_{v+3} = i_{u+4} = \ldots$, $j_v = j_{u+1} = j_{v+2} = \ldots$ Аналогичные соотношения верны для $i_{u'}$, $i_{u''}$. Следовательно, $i_{u+1} = i_{u'}$, $i_u = i_{u''}$. Но тогда $i_u = i_{u''}$. Полученное противоречие доказывает утверждение 3.16.

Следует отметить, что в некоторых случаях любой исход игры рангов дает обоим игрокам лучший результат, чем равновесие. Приведем пример такой биматричной игры.

Пример 3.32. Пусть

$$\begin{pmatrix} (6,10) & (0,0) & (10,6) \\ (0,0) & (5,5) & (0,1) \\ (10,6) & (1,0) & (6,10) \end{pmatrix}.$$

[38] Напомним, что под равновесием мы понимаем равновесие Нэша.

Равновесие приводит к паре выигрышей $(5,5)$, что хуже (для обоих агентов) любого из исходов игры рангов:

$$\begin{pmatrix} (6,10) & (10,6) \\ (10,6) & (6,10) \end{pmatrix}. \bullet$$

Глава 4
ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННОГО ВЛИЯНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ В СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЯХ

Для решения задач имитационного моделирования информационного влияния, управления и противоборства в социальных сетях Д.А. Губановым предложена и разработана система имитационного моделирования, которая обеспечивает:

а) представление структуры социальной сети;

б) воспроизведение моделируемых процессов для их анализа, интерпретации и оценки;

в) возможность использования разработанных математических моделей (см. гл. 3).

Изложение материала настоящей главы имеет следующую структуру. В первом параграфе приведено описание разработанной модели данных, необходимой для имитационного моделирования (модель социальной сети и соотнесенных с ней социально-сетевых сервисов), и ее различных представлений; подсистем: сбора информации, запросов к хранимым данным, интерактивной визуализации данных, моделирования информационного управления. Второй параграф содержит иллюстративные примеры результатов имитационного моделирования.

4.1. Программный комплекс имитационного моделирования

Модель данных. Для достаточно полного и целостного представления социальной сети, необходимого для имитационного моделирования, система включает следующие *онтологии*: базовая онтология социальной сети и онтология социально-сетевых сервисов. Базовая онтология социальной сети содержит описывающие социальную сеть и деятельность пользователей сети классы понятий с заданными на них семантическими отношениями: Агент, Доверие, Социальная сеть и др. Онтология социально-сетевых сервисов содержит понятия и отношения, используемые для описания конкретных социально-сетевых сервисов. Такая модель организации базы данных программного комплекса позволяет использовать основанные на онтологиях (например, OWL) Интернет-системы; использовать при построении модели существующие онтологии, описывающие различные аспекты социальных сетей; легко модифицировать модель в процессе ее использования (в нее могут интегрироваться как новые понятия и отношения, так и новые типы социально-сетевых сервисов). Кроме того, модель предоставляет выразительные средства для представления структурных и поведенческих свойств объектов в социальных сетях, причем такие возможности используются в полной мере в подсистеме запросов программного комплекса.

Представления базовой онтологии социальной сети. Для удобства анализа и использования библиотек сторонних производителей разработаны следующие виды представлений вышеописанной базовой онтологии, скрывающих физическое представление данных в памяти компьютера:

— представление в виде графа поддерживает работу с вершинами и ребрами графа, обеспечивает обход ребер и вершин, предоставляет информацию о свойствах графа (например, информацию о смежности вершин и ребер);

— представление в виде матрицы поддерживает работу с матрицами и векторами, выполнение матричных операций (например, перемножение матриц или нахождение кратчайших путей между вершинами в графе).

Сбор информации. Онлайновая социальная сеть в Web состоит из взаимосвязанных персональных страниц пользователей. Для обхода такой социальной сети и сбора требуемой информации разработан *поисковый робот* (рис. 58). Необходимость разработки такого робота обусловлена:

а) закрытостью данных в социальных сетях;

б) невозможностью развития роботов сторонних разработчиков в требуемых направлениях, возникающих по мере проведения исследований.

Для обхода социальной сети пользователем задается начальное множество ссылок. Робот по ссылке из множества полностью скачивает соответствующую страницу. Далее на основе описания данного социально-сетевого сервиса из онтологии описаний (ключевые слова в html-тэгах страницы, расположение ключевых слов во фрагментах текста) текстовое содержимое страницы анализируется, и из нее извлекаются требуемые объекты и связи (например, пользователи и их активность, рейтинг, контакты и ссылки на контакты), соответствующие понятиям и отношениям базовой онтологии. Извлеченная информация сохраняется в хранилище. Затем из множества ссылок удаляется обработанная ссылка и в него добавляются ссылки на контакты, извлеченные из содержимого

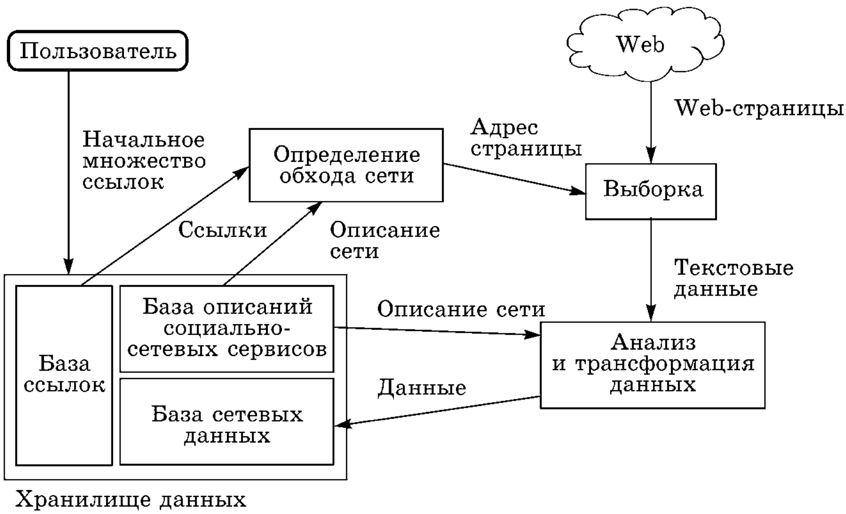


Рис. 58. Схема работы поискового робота

страницы. Робот по ссылке из множества закачивает страницу и продолжает свою работу пока множество ссылок не пусто.

Если же социально-сетевой сервис поддерживает открытые стандарты данных, то для сбора первичной информации система может использовать Google Social Graph API [142]. Такой API (программный интерфейс) позволяет получить сведения о социальных связях между пользователями.

Коммуникация с сервером Google. Для нее формируется запрос в соответствующем формате, передается на сервер Google, который индексирует онлайновые социальные сети, поддерживающие открытые стандарты данных. Сервер обрабатывает запрос и выдает роботу результат в формате JSON [154]. Для обработки таких данных использована соответствующая свободно распространяемая библиотека, доступная по адресу http://www.json.org/java.

Другие методы сбора информации. Поддерживаются и другие методы сбора информации (рис. 59):

• можно воспользоваться информацией о топологии социальных сетей, поставляемой сторонними источниками в файлах формата GraphML или форматах сериализации RDF [204] (N3, Turtle, RDF/XML). При таком подходе необходимо доопределить другие параметры модели социальной сети;

• генераторы: в условиях отсутствия остальных источников данных можно генерировать данные на основе заданных параметров (см. модели Барабаши [6] и другие модели);

• пользователь системы может сам интерактивно ввести данные социальной сети.

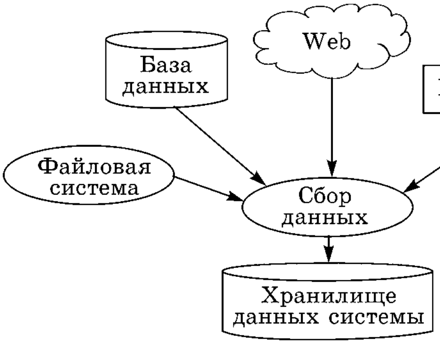


Рис. 59. Способы сбора информации в системе

Запросы к хранимым данным. Поскольку социальная сеть представляет собой граф, то для анализа социальной сети нужен специальный декларативный язык запросов, который бы:

а) позволял аналитикам выполнять семантический поиск и проводить многошаговый (итеративный) анализ на больших графах;

б) легко интегрировал функции анализа графов в себя;

в) использовал онтологии для обогащения запросов.

Таким требованиям удовлетворяет модифицированный декларативный язык запросов SPARQL, на котором можно задавать запросы к хранимым данным на декларативном языке, например, искать всех пользователей в социальной сети, связанных прямо или косвенно с данным пользователем и т. п. Ключевые элементы такого языка: поддержка работы с путями в графе; поиск с использованием групповых символов; функции агрегирования (сумма, среднее, минимум, максимум); функции агрегирования множеств (объединение, пересечение, дополнение); поддержка пользовательских функций. Для работы с онтологиями использовались функции библиотеки JENA [149].

Схема работы подсистемы запросов такова (рис. 60): подсистема получает запрос в некоторой форме (может быть, в виде набора полей), переводит его на декларативный язык запросов, производит предварительную обработку запроса (анализируются конструкции, не свойственные языку SPARQL, производятся предварительные вычисления и замена конструкций в запросе), передает

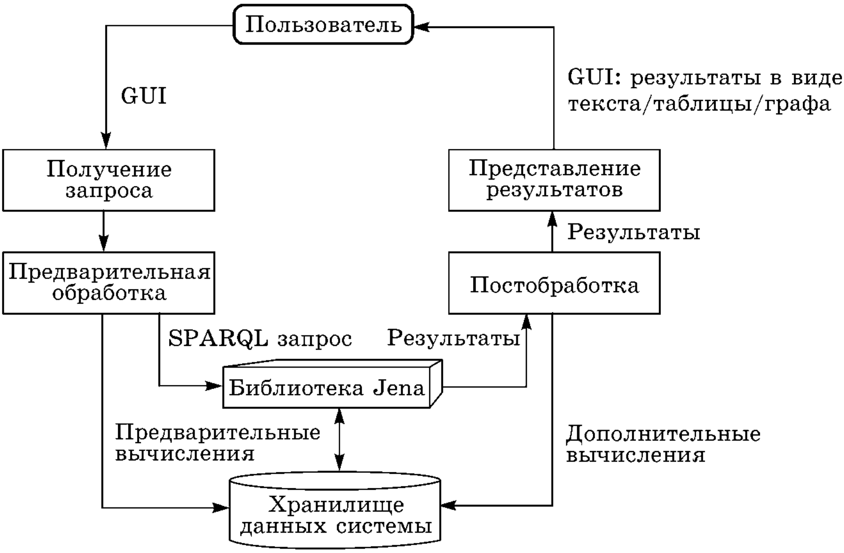


Рис. 60. Схема работы подсистемы запросов

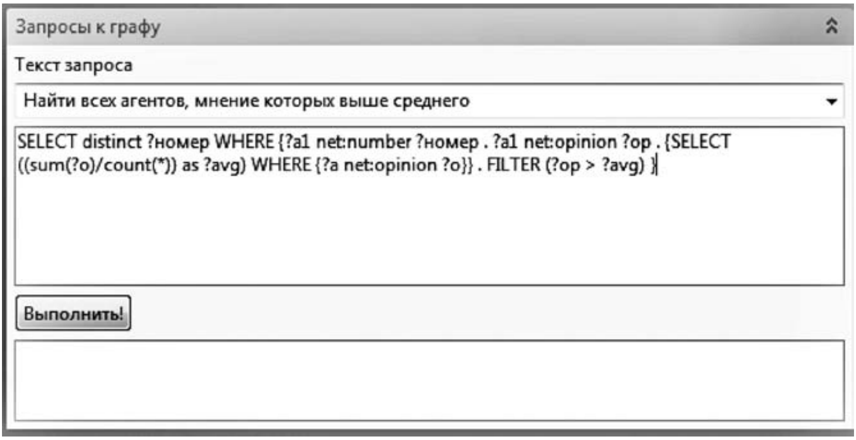


Рис. 61. Запрос к социальной сети

запрос на выполнение и получает результаты, после чего результаты обрабатываются и представляются пользователю в виде текста, таблицы или графа.

На рис. 61 представлена экранная форма интерфейса, с помощью которого пользователь может ввести текст запроса для получения требуемого результата, т. е. в данном случае нахождения всех агентов социальной сети, мнения которых выше среднего.

Интерактивная визуализация данных. *Информационная перегрузка* — хорошо известное явление века информации, причиной которого является то, что возможности по сбору и хранению данных растут более быстрыми темпами, чем способности их анализа. Во многих прикладных областях быстро накапливаются массивы данных, анализ которых и извлечение релевантной информации из которых крайне важны для принятия решений. Лица, принимающие решения, зачастую используют программные средства визуального представления информации (которое, как известно, снижает ее когнитивную сложность) для того, чтобы получить представление о массивах неоднозначных и зачастую противоречивых данных, сделать определенные выводы и, в конечном итоге, принять обоснованные решения.

То, как люди воспринимают визуализации и взаимодействуют с ними, тоже может сильно влиять на понимание ими данных и определять полезность системы визуализации. Кроме того, для многих прикладных областей заранее неизвестно, какие свойства данных представляют интерес, и поэтому необходимо непосредственное взаимодействие пользователя с системой. Следовательно, чтобы расширить возможности пользователей для исследования данных и понимания результатов экспериментов (особенно в области применения вычислительной техники для научных расчетов), необходимо интегрировать технологии визуализации и интерактивные технологии.

Для решения вышеназванных задач разработана подсистема интерактивной визуализации. Такая подсистема используется для эффективного визуального представления (в виде графа) результатов запросов к данным социальных сетей, чтобы наглядно довести до пользователя информацию о структуре данных и помочь ему разобраться в их большом объеме.

Работа пользователя с подсистемой рассматривается как интерактивный процесс двухсторонней коммуникации, в котором подсистема оказывает пользователю необходимую поддержку для анализа данных (для этого разработаны различные методы компоновки графов и средства навигации) и их модификации, а пользователь обеспечивает систему обратной связью (например, предо-

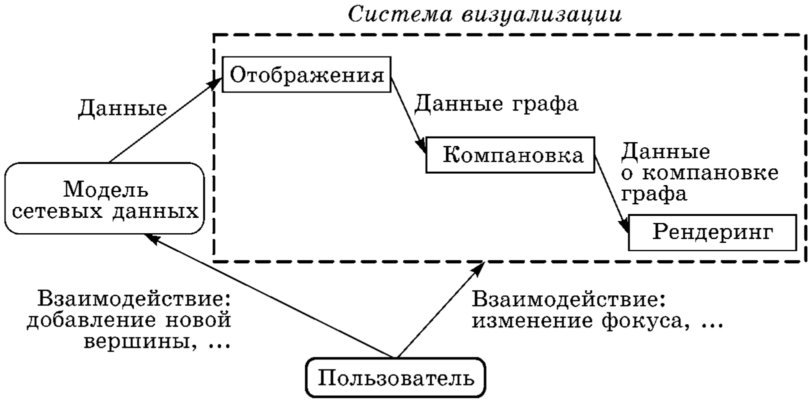


Рис. 62. Процесс интерактивной визуализации

ставляет параметры компоновки, фильтрации и пр.; см. ниже). На рис. 62 показана модель этого процесса.

Пользователь, взаимодействуя с системой визуализации, имеет возможность:

• настроить такие параметры визуализации как цвет, форму, размер вершин и ребер и т. д. Кроме того, пользователь может выбрать наиболее подходящий для выбранного графа метод компоновки и наложить ограничения на вывод графа при помощи фильтров;

• взаимодействовать с визуализируемыми объектами и сценами с помощью устройств ввода (мышь) или активных элементов управления пользовательского интерфейса (кнопки, списки). Взаимодействие основывается на выполнении следующих базовых действий: выбора, сдвига, вращения, масштабирования, а также перемещения и навигации. Последние две операции являются важными для ориентации пользователей в сложных и больших сетях;

• изменить визуализированные данные, т. е. работать на уровне отдельной вершины/ребра (создание/редактирование/удаление). Это необходимо для настройки/проверки моделей влияния, управления и противоборства, используемых для исследования социальных сетей. На рис. 63 показано, как может быть модифицирована социальная сеть удалением вершины из графа. Это позволяет пользователям имитировать социальные взаимоотношения и проверить обоснованность моделей влияния для данного случая.

В зависимости от действий пользователя в реальном времени генерируются визуальные представления социальной сети.

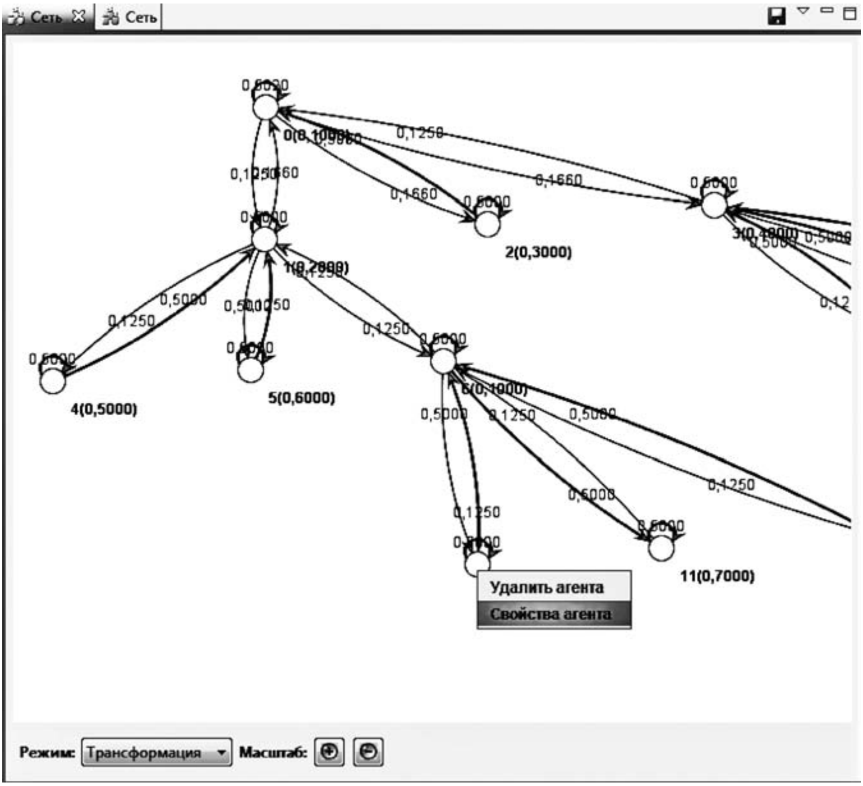


Рис. 63. Графическое представление социальной сети

Подсистема интерактивной визуализации включает в себя три модуля: модуль отображения, модуль компоновки и модуль рендеринга (отрисовки).

Модуль отображения преобразует данные, предоставляемые модулем представления.

Модуль компоновки определяет при помощи известных алгоритмов (например, Spring) расположение вершин и ребер в области вывода на экран для последующего рендеринга.

Модуль рендеринга сначала преобразует ранее рассчитанные координаты в координаты канвы (с учетом текущего масштаба и других видов трансформации) и определяет изображение (как отрисовываются элементы: цвет, метка, форма вершины, примитивы изображений и т. п.), затем выполняет операции отрисовки с помощью функций Java2D.

Моделирование информационного влияния. Как следует из третьей главы, в социальной сети агенты влияют друг на друга, а степень этого влияния определяется их репутацией. У каждого агента в начальный момент времени имеется мнение по некоторому вопросу. Мнение всех агентов сети отражает вектор-столбец неотрицательных начальных мнений. Агенты в социальной сети взаимодействуют, обмениваясь мнениями. Этот обмен приводит к тому, что мнение каждого агента меняется под влиянием мнений агентов, которым данный агент доверяет. При многократном обмене мнениями мнения агентов сходятся к результирующему (итоговому) вектору мнений. Вектор результирующих мнений членов социальной сети в рассматриваемой модели однозначно определяется вектором их начальных мнений и матрицей влияния/доверия. Этот факт позволяет ставить и решать задачи информационного управления — поиска таких целенаправленных воздействий на начальные мнения агентов, которые приводили бы к требуемым итоговым мнениям.

Подсистема моделирования. Подсистема моделирования состоит из четырех модулей: модуля информационного влияния, модуля информационного управления, модуля информационной эпидемии и модуля статистик.

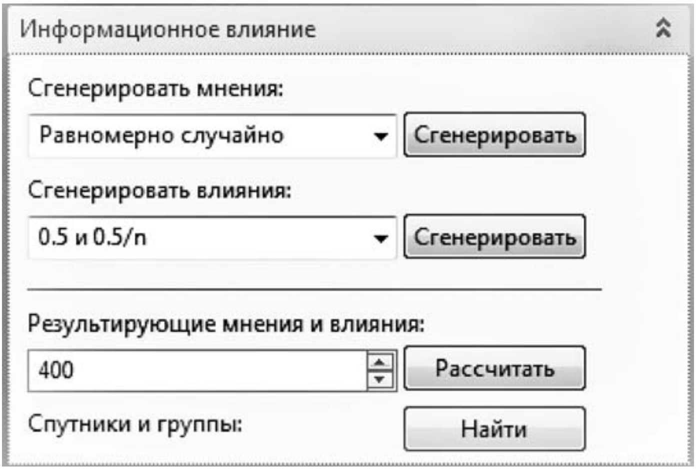


Рис. 64. Интерфейс модуля информационного влияния

Модуль информационного влияния (рис. 64) рассчитывает результирующее влияние агентов в сети, определяет тип агента (агент-спутник или агент группы).

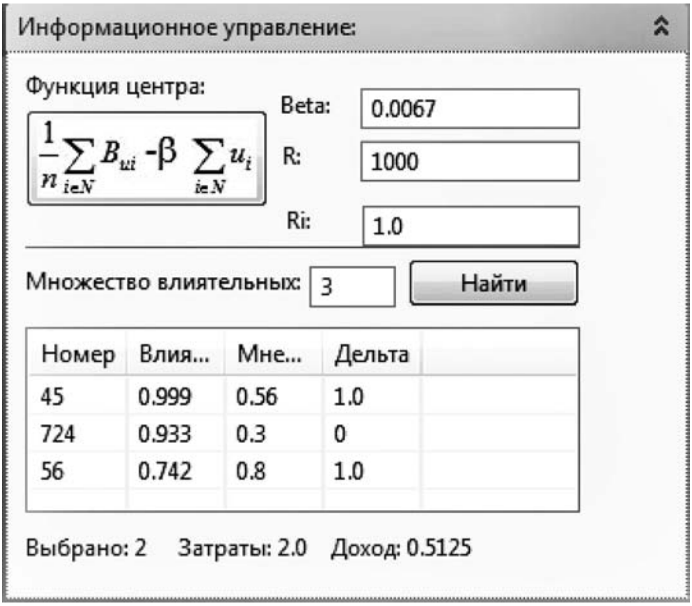


Рис. 65. Интерфейс модуля информационного управления

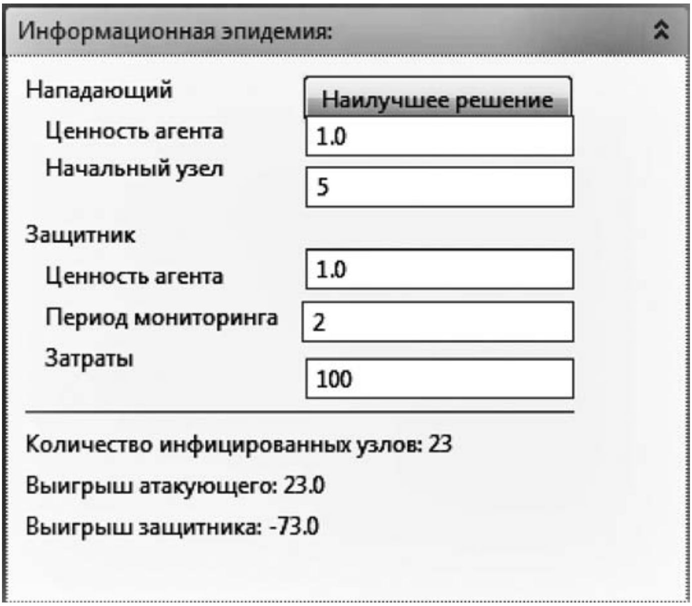


Рис. 66. Интерфейс модуля информационной эпидемии

Модуль информационного управления (рис. 65) решает с помощью методов линейного программирования задачу управления, т. е. находит для заданной целевой функции центра максимизирующий ее вектор управлений (вектор воздействий на начальные мнения агентов), а также рассчитывает влиятельность агентов.

Модуль информационной эпидемии (рис. 66) предоставляет возможность смоделировать распространение мнений в сети в ситуации «защитник–атакующий».

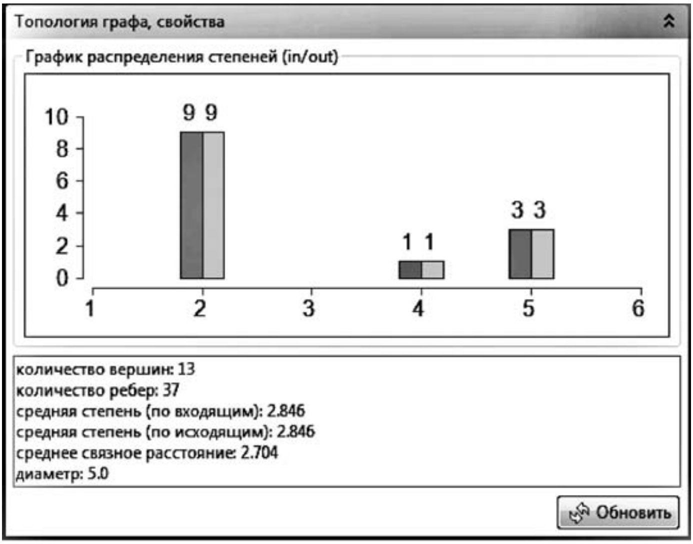


Рис. 67. Модуль статистик

Модуль статистик (рис. 67) рассчитывает статистики:

а) топологии сети (например, диаметр и плотность сети);

б) модели влияния (например, среднее и дисперсия мнений).

Модули взаимодействуют с подсистемой интерактивной визуализации данных для вывода результатов своей работы.

4.2. Результаты имитационного моделирования

Имитационное моделирование информационного влияния. В модели информационного влияния изучается формирование и динамика мнений агентов в социальной сети (см. § 1.1 и 3.1) в зависимости от влияний соседей.

Значения влияний агентов устанавливаются следующим образом: агент i доверяет самому себе со значением $\alpha_{ii} = 0{,}5$ и доверяет одинаково своим соседям в сети. Начальные мнения агентов устанавливаются так:

а) согласно равномерному случайному распределению;

б) у одного агента мнение равно 1, у остальных равно 0.

Структура сети, условно изображенная на рис. 68, отражает фрагмент одной из реальных онлайновых социальных сетей.

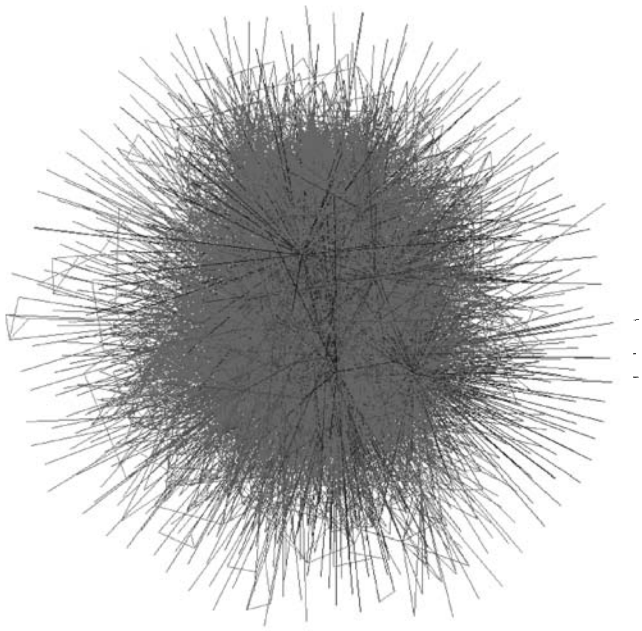


Рис. 68. Реальная социальная сеть

На рис. 69, 70 представлен фрагмент этой же социальной сети в виде графа.

Результаты экспериментов показали (см. табл. 6, в которой приведены результаты для исходного графа доверия, соответствующего матрице A, и результирующего графа, соответствующего матрице A^{∞}), что в социальной сети, в соответствии с результатами третьей главы:

1) устанавливаются результирующие влияния;

2) мнения агентов со временем стабилизируются;

3) в группах итоговые мнения агентов совпадают.

Графики (гистограммы) числа связей для исходной и результирующей социальных сетей приведены на рис. 71*а* и *б* соответственно.

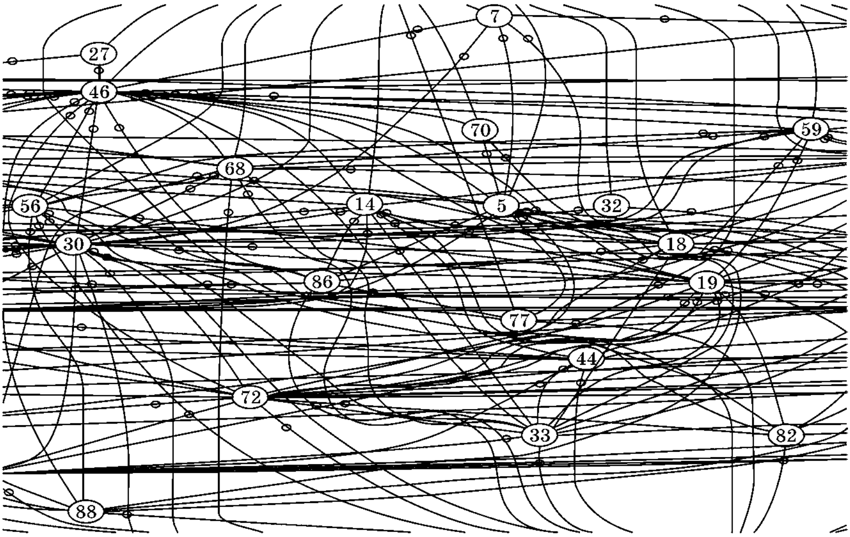


Рис. 69. Фрагмент социальной сети

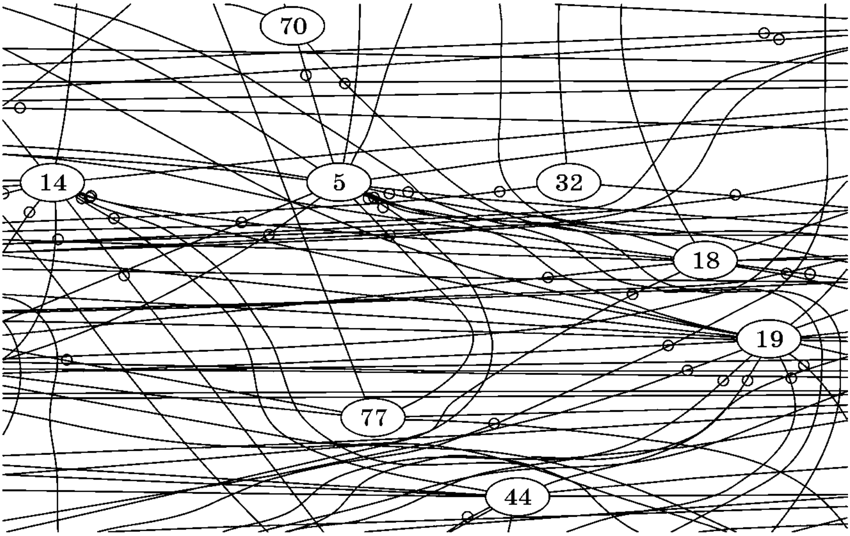
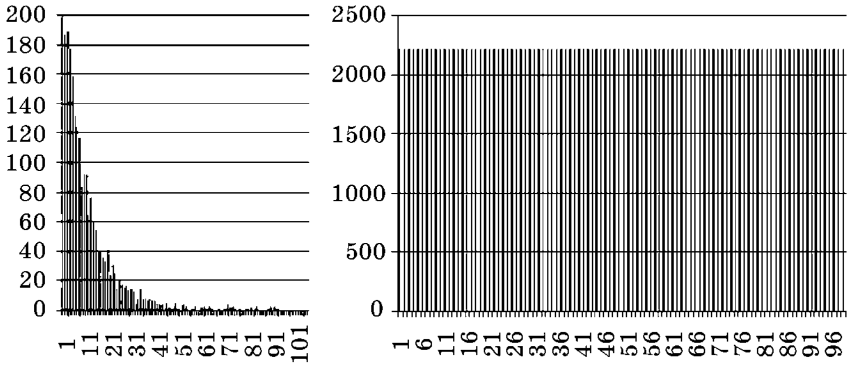


Рис. 70. Фрагмент социальной сети (увеличение рис. 69)

Таблица 6. **Результаты моделирования влияния**

		Исходная социальная сеть	Результирующая социальная сеть
Структура влияний	Количество групп	1	1
	Количество спутников	0	0
Мнения	Среднее	0,4899/0,5002	0,4776/0,0106
	Отклонение	0,2890/0,5050	0/0
Структура сети	Число агентов	2221	2221
	Число ребер	35126	4932841
	Среднее число связей	15,81 (вход.), 15,81 (исход.)	2221 (вход.), 2221 (исход.)
	Диаметр	4	1
	Среднее расстояние между вершинами	2,503	1
	Плотность	0,0071	1



а *б*

Рис. 71. Гистограмма числа связей: а) исходная сеть; б) результирующая сеть

Имитационное моделирование информационного управления. Вернемся к примеру 3.16, в котором на основе модели информационного влияния (см. § 3.1) решается задача информационного управления при следующих предположениях. Пусть целевая функция центра имеет вид

$$\Phi(X,u) = H(X) - c(u) = \frac{1}{n}\sum_{i\in N} X_i - \beta\sum_{i\in N} u_i$$

и заданы ограничения как на ресурсы: $\beta \sum\limits_{i\in N} u_i \leqslant R$, так и на изменение мнений (скрытое управление): $U_i = [0; R_i]$, $R_i = 1$.

Решение соответствующей задачи может быть реализовано в виде следующего алгоритма.

1. Установить мнения всех агентов в:

а) равномерно случайно;

б) 0 (минимум).

2. Рассчитать влиятельность агентов. Для этого:

2.1. Вычислить результирующие влияния.

2.2. Для каждого агента вычислить сумму результирующих доверий к нему. Разделить сумму на количество агентов и найти влиятельность.

3. Отсортировать агентов по их влиятельности.

4. Выделять агентам, упорядоченным по убыванию величин влиятельности, ресурс в максимальном количестве (при ограничении на изменение мнений не более чем единицу) до тех пор, пока не станет существенным ограничение на ресурсы.

Таблица 7. **Результаты моделирования информационного управления**

Агенты	Влиятельность (1/10000)	Затраты ресурсов	Среднее значение мнений	Доход центра
–	–	0	0,5061/0	0
2	0,999	1/150	0,5161/0,0100	0,5094/0,0033
3	0,933	2/150	0,5254/0,0193	0,5121/0,0060
4	0,742	3/150	0,5328/0,0267	0,5128/0,0067
5	0,723	4/150	0,5400/0,0340	0,5134/0,0073
6	0,708	5/150	0,5471/0,0411	0,5138/0,0077
7	0,562	6/150	0,5527/0,0467	0,5127/0,0067
8	0,550	7/150	0,5582/0,0522	0,5116/0,0055
9	0,505	8/150	0,5633/0,0572	0,5100/0,0039

Имитационные эксперименты показывают, что независимо от начального распределения мнений наибольший прирост дохода достигается последовательным воздействием на наиболее влиятельных агентов (см. табл. 7, рис. 72 и 73 (по горизонтали отложено число агентов влияния), рассчитанные для случая $\beta = 1/150$).

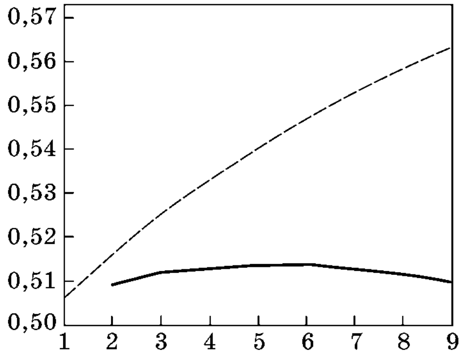


Рис. 72. Среднее мнений (штриховая линия) и доход центра (сплошная линия). Равномерное распределение мнений

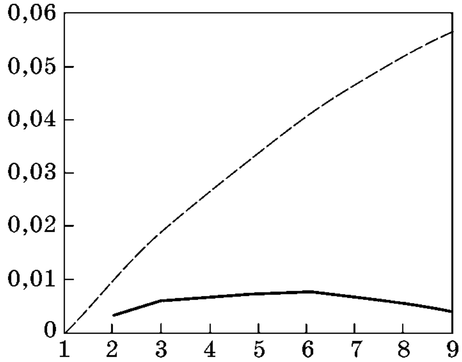


Рис. 73. Среднее мнений (штриховая линия) и доход центра (сплошная линия). Минимальные значения мнений

Имитационное моделирование информационной эпидемии. В ситуации участвуют два игрока — A и B. Игрок B стремится «инфицировать» сеть, т. е. распространить в сети некоторую информацию, мнение и пр. (см. § 3.7). Для этого он может выбрать одного из агентов и «инфицировать» его, далее «инфекция» распространяется по сети: в каждый момент дискретного времени инфицированным оказывается каждый агент, связанный с инфицированным в предыдущий момент. Игрок A стремится противодействовать инфицированию. Он периодически проводит мгновенный мониторинг сети, в ходе которого безошибочно выявляет множество инфицированных агентов. Выявив инфекцию, игрок A может мгновенно остановить ее дальнейшее распространение.

Стратегией игрока B в данной игре является выбор агента $j \in N$, с которого он начинает инфицирование сети.

Стратегией игрока A является выбор периода мониторинга — целого неотрицательного числа i. Выбор периода $i = 1$ означает, что инфицированным оказывается — при стратегии j игрока B — единственный агент j. Выбор $i = 2$ означает, что инфицированными оказываются агент j и все агенты, связанные с ним. Будем считать, что множеству стратегий игрока A принадлежит также элемент ∞ («бесконечный период»), что означает отсутствие мониторинга. Рассмотрим сначала задачу определения множества инфицированных узлов.

Алгоритм.

1. *Метод Монте-Карло.*

1.1. Получить последовательность псевдослучайных чисел в диапазоне $[1; N]$ (используется равномерное распределение).

1.2. Для каждого периода мониторинга T из $\{1, \ldots, D\}$ (D — диаметр графа) выполнить:

1.2.1. Для каждого числа (индекса агента) из последовательности найти число инфицированных узлов.

1.2.2. Вычислить среднее число инфицированных узлов.

2. *Метод нахождения оптимального решения.* Для нахождения инфицированных узлов за период T можно использовать пря-

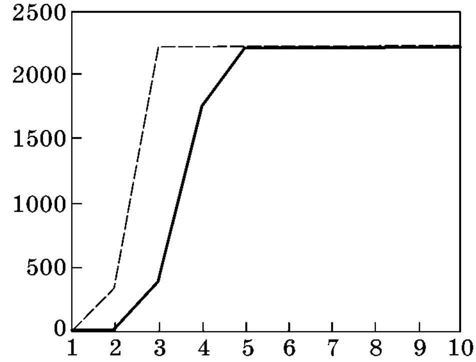


Рис. 74. График количества инфицированных узлов в зависимости от периода мониторинга

мой метод поиска в ширину, однако такой метод не эффективен для больших графов и требует больших временны́х затрат. Поэтому для больших графов применяется алгоритм ANF (Approximate Neighborhood-Function), дающий достаточно точное решение для нахождения количества вершин в k-окрестности заданных вершин. Результаты приведены в табл. 8 и рис. 74, 75.

Таблица 8. **Результаты моделирования информационной эпидемии**

Период мониторинга	Количество инфицированных узлов (оптимальное решение)	Количество инфицированных узлов (метод Монте-Карло)
1	1	1
2	330	14,4
3	2220	394,9
4	2220	1742,9
5	2220	2220
∞ (отсутствие мониторинга)	2220	2220

Пусть каждый агент обладает единичной ценностью для защитника, тогда функция выигрыша для защитника

$$f(t) = -r(t) - \frac{c}{t},$$

где $r(t)$ — количество инфицированных агентов при периоде $T = t$, а c/t — затраты на проведение мониторинга. Очевидно, что если затраты защитника на мониторинг невелики, то защитнику

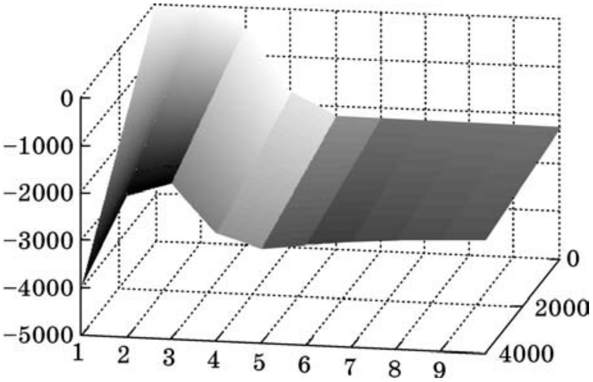


Рис. 75. Зависимость функции выигрыша от величин c (на отрезке $[0, 4000]$) и t (на отрезке $[1, 10]$)

следует выбрать как можно меньший период мониторинга; в противном случае период мониторинга следует увеличить.

Таким образом, в настоящей главе описан программный комплекс имитационного моделирования. Приведена модель данных, необходимая для представления структуры социальной сети, и ее различные представления. Рассмотрены подсистемы для моделирования информационного влияния и управления. С помощью программного комплекса приведены модельные примеры верификации и практического использования описанных в предыдущих главах теоретических результатов моделирования информационного влияния, управления и противоборства в социальных сетях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ[39]

1. Авдеева З.К., Коврига С.В., Макаренко Д.И., Максимов В.И. Когнитивный подход в управлении // Проблемы управления. 2007. № 3. С. 2–8.
2. Агаев Р.П., Чеботарев П.Ю. Согласование характеристик в многоагентных системах и спектры лапласовских матриц орграфов // Автоматика и телемеханика. 2009. № 3. С. 136–151.
3. Алескеров Ф.Т., Благовещенский Н.Ю., Сатаров Г.А. и др. Влияние и структурная устойчивость в Российском парламенте (1905–1917 и 1993–2005 гг.).—М.: Физматлит, 2007.
4. Андреева Г.М. Социальная психология.—М.: Аспект Пресс, 2008.
5. Барабанов И.Н., Коргин Н.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Динамические модели информационного управления в социальных сетях // Автоматика и телемеханика. 2010 (в печати).
6. Барабаши А.Л. Сети без масштабов // В мире науки. Scientific American. 2003. № 8. С. 55–63.
7. Бард А., Зондерквист Я. Netoкратия. Новая правящая элита и жизнь после капитализма.—СПб.: Стокгольмская школа экономики в Санкт-Петербурге, 2004.
8. Баркалов С.А., Калинина Н.Ю., Новиков Д.А. Механизмы компромисса в моделях функционирования команд управления проектами // Вестник ВГТУ. 2008. Т. 4, № 7. С. 47–50.
9. Биллингсли П. Сходимость вероятностных мер.—М.: Наука, 1977.
10. Биллингсли П. Эргодическая теория и информация.—М.: Мир, 1969.
11. Бреер В.В., Гулинский О.В. Большие уклонения в бесконечномерном векторном пространстве.—М.: МФТИ, 1996.
12. *Бреер В.В.Стохастические модели социальных сетей // Управление большими системами. 2009. № 27. С. 169–204.
13. *Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А. Теория графов в управлении организационными системами.—М.: Синтег, 2001.
14. *Бурков В.Н., Новиков Д.А., Щепкин А.В. Механизмы управления эколого-экономическими системами.—М.: Физматлит, 2008.
15. Бухарин С.Н., Цыганов В.В. Методы и технологии информационных войн.—М.: Академический проект, 2007.

[39] Работы, отмеченные звездочкой, можно найти в свободном доступе в электронной библиотеке на сайте www.mtas.ru.

16. Вагнер Г. Основы исследования операций. Т. 1–3.—М.: Мир, 1972.

17. Васин А. А., Краснощеков П. С., Морозов В. В. Исследование операций.—М.: Изд-во Академия, 2008.

18. Васин А. А. Модели динамики коллективного поведения.—М.: МГУ, 1989.

19. Васин А. А. Некооперативные игры в природе и обществе.—М.: МАКС пресс, 2005.

20. Васильев Ф. П. Методы решения экстремальных задач.—М.: Наука, 1981.

21. Воробьев Н. Н. Теория игр для экономистов-кибернетиков.—М.: Наука, 1985.

22. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц.—М.: Наука, 1988.

23. Глоссарий по теории управления и ее приложениям / http://glossary-ipu.ru.

24. Горелик В. А., Горелов М. А., Кононенко А. Ф. Анализ конфликтных ситуаций в системах управления.—М.: Радио и связь, 1991.

25. Градосельская Г. В. Анализ социальных сетей. Автореф. дис. ... канд. соц. наук.—М., 2001.

26. Градосельская Г. В. Сетевые измерения в социологии.—М.: Издательский дом «Новый учебник», 2004.

27. Грачев Г., Мельник И. Манипулирование личностью: организация, способы и технологии информационно-психологического воздействия.—М.: Институт философии РАН, 1999.

28. * Губанов Д. А. Информационные процессы в социальных сетях (на примере сети Хабрахабр) / Интернет-конференция по проблемам управления (URL: www.mtas.ru/forum).—М.: ИПУ РАН, 2010.

29. * Губанов Д. А. Обзор онлайновых систем репутации/доверия / Интернет-конференция по проблемам управления (URL: www.mtas.ru/forum).—М.: ИПУ РАН, 2009. 25 с.

30. * Губанов Д. А., Новиков Д. А. Модели унифицированного информационного управления в однородных социальных сетях // Управление большими системами. 2010 (в печати).

31. * Губанов Д. А., Новиков Д. А., Чхартишвили А. Г. Модели влияния в социальных сетях (обзор) // Управление большими системами. 2009. № 27. С. 205–281.

32. * Губанов Д. А., Новиков Д. А., Чхартишвили А. Г. Модели информационного влияния и информационного управления в социальных сетях // Проблемы управления. 2009. № 5. С. 28–35.

33. * Губанов Д. А., Новиков Д. А., Чхартишвили А. Г. Модели репутации и информационного управления в социальных сетях // Математическая теория игр и ее приложения. 2009. Т. 1, вып. 2. С. 14–37.

34. * Губанов Д. А., Новиков Д. А. Модели распределенного контроля в социальных сетях // Системы управления и информационные технологии. 2009. № 3.1(37). С. 124–129.

35. * Губко М. В. Задачи управления организационными системами с сетевым взаимодействием участников // Автоматика и телемеханика. 2004. № 8. С. 102–129.

36. * Губко М. В. Математические модели оптимизации иерархических структур.—М.: Ленанд, 2006.

37. *Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами.—М.: Синтег, 2002.
38. *Губко М.В., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Сетевые игры и игры на сетях / Труды международной конференции «Сетевые игры и менеджмент».—Петрозаводск: ИПМИ РАН, 2009. С. 13–17.
39. Давыденко В.А., Ромашкина Г.Ф. Моделирование социальных сетей // Вестник Тюменского государственного университета. 2005. № 1. С. 68–79.
40. Данич В.М. Моделирование быстрых социально-экономических процессов.—Луганск: Изд-во Восточно-украинского национального университета, 2004.
41. Доценко Е.Л. Психология манипуляции: феномены, механизмы и защита.—М.: ЧеРо, 1997.
42. *Ермаков Н.С., Иващенко А.А., Новиков Д.А. Модели репутации и норм деятельности.—М.: ИПУ РАН, 2005.
43. Жуковский В.И., Салуквадзе М.Е. Некоторые игровые задачи управления и их приложения.—Тбилиси: Мецниереба, 1998.
44. Зимбардо Ф., Ляйппе М. Социальное влияние.—СПб.: Питер, 2000.
45. *Иващенко А.А., Новиков Д.А. Модели и методы организационного управления инновационным развитием фирмы.—М.: Ленанд, 2006.
46. Ильин В.И. Поведение потребителей.—СПб.: Питер, 2000.
47. *Караваев А.П. Модели и методы управления составом активных систем.—М.: ИПУ РАН, 2003.
48. Кемени Дж., Снелл Дж. Конечные цепи Маркова.—М.: Наука, 1970.
49. Кононенко А.Ф., Халезов А.Д., Чумаков В.В. Принятие решений в условиях неопределенности.—М.: ВЦ АН СССР, 1991.
50. Кричевский Р., Дубовская Е. Психология малой группы: теоретический и прикладной аспекты.—М.: Изд-во МГУ, 1991.
51. Кузнецов Н.А., Кульба В.В., Микрин Е.А. и др. Информаиционная безопасность систем организационного управления. Т. 1–2.—М.: Наука, 2006.
52. *Кузнецов О.П., Кулинич А.А., Марковский А.В. Анализ влияний при управлении слабоструктурированными ситуациями на основе когнитивных карт / Человеческий фактор в управлении.—М.: КомКнига, 2006. С. 311–344.
53. Куливец С.Г. Моделирование конфликтных ситуаций с несогласованными представлениями у агентов на основе игр на линейных когнитивных картах // Проблемы управления. 2010 (в печати).
54. Кулинич А.А.Модель поддержки принятия решений для создания коалиции в условиях неопределенности / Труды IV Международной конференции по проблемам управления.—М.: ИПУ РАН, 2009. С. 1243–1251.
55. Кулинич А.А. Систематизация когнитивных карт и методов их анализа / Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций. Материалы 7-й международной конференции.—М.: ИПУ РАН, 2007. С. 50–56.
56. Кульба В.В., Кононов Д.А., Косяченко С.А., Шубин А.Н. Методы формирования сценариев развития социально-экономических систем.—М.: Синтег, 2004.

57. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Курс теоретической физики.—М.: Физматлит, 1968.

58. Лефевр В. А. Алгебра совести.—М.: Когито-центр, 2002.

59. Майерс Д. Социальная психология.—СПб.: Питер, 2002.

60. Макаров В. Л. Искусственные общества и будущее общественных наук.—СПб.: Изд-во СПбГУП, 2009.

61. Макконнел Б., Хуба Д. Эпидемия контента. Маркетинг в социальных сетях и блогосфере.—М.: Вершина, 2008.

62. Малинецкий Г. Г. Хаос. Структуры. Вычислительный эксперимент: введение в нелинейную динамику.—М.: Наука, 1997.

63. Малишевский А. В. Качественные модели в теории сложных систем.—М.: Наука, 1998.

64. *Мишин С. П. Оптимальные иерархии управления в экономических системах.—М.: ПМСОФТ, 2004.

65. Менар К. Экономика организаций.—М.: ИНФРА-М, 1996.

66. Молодцов Д. А. Устойчивость принципов оптимальности.—М.: Наука, 1987.

67. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели.—М.: Мир, 1991.

68. Нижегородцев Р. М., Грибова Е. Н. Сценарный подход в задачах экономического прогнозирования / Теоретические основы и модели долгосрочного макроэкономического прогнозирования.—М.: МФК, 2004. С. 205–295.

69. *Новиков Д. А. Закономерности итеративного научения.—М.: ИПУ РАН, 1998.

70. *Новиков Д. А. Институциональное управление организационными системами.—М.: ИПУ РАН, 2003.

71. *Новиков Д. А. «Когнитивные игры»: линейная импульсная модель // Проблемы управления. 2008. № 3. С. 14–22.

72. *Новиков Д. А. Математические модели формирования и функционирования команд.—М.: Физматлит, 2008.

73. *Новиков Д. А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем.—М.: Фонд «Проблемы управления», 1999.

74. *Новиков Д. А. Сетевые структуры и организационные системы.—М.: ИПУ РАН, 2003.

75. *Новиков Д. А., Смирнов И. М., Шохина Т. Е. Механизмы управления динамическими активными системами.—М.: ИПУ РАН, 2002.

76. *Новиков Д. А. Теория управления организационными системами.—М.: Физматлит, 2007.

77. *Новиков Д. А. Управление системами междисциплинарной природы: результаты и перспективы / Труды IV Международной конференции по проблемам управления.—М.: ИПУ РАН, 2009. С. 997–1003.

78. *Новиков Д. А., Цветков А. В. Механизмы функционирования организационных систем с распределенным контролем.—М.: ИПУ РАН, 2001.

79. *Новиков Д. А., Чхартишвили А. Г. Прикладные модели информационного управления.—М.: ИПУ РАН, 2004.

80. *Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексивные игры.—М.: Синтег, 2003.

81. Ольшанский Д.В. Психология масс.—СПб.: Питер, 2001.

82. Опойцев В.И. Равновесие и устойчивость в моделях коллективного поведения.—М.: Наука, 1977.

83. Орловский С.А. Проблемы принятия решений в условиях нечеткой исходной информации.—М.: Наука, 1981.

84. Оуэн Г. Теория игр.—М.: Мир, 1971.

85. Петросян Л.А., Гарнаев А.Ю. Игры поиска.—СПб.: Изд-во СПбГУ, 1992.

86. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр.—М.: Высшая школа, 1998.

87. Петросян Л.А., Томский Г.В. Динамические игры и их приложения.—Л.: Изд-во ЛГУ, 1982.

88. Плотинский Ю.М. Теоретические и эмпирические модели социальных процессов.—М.: Логос, 1998.

89. Почепцов Г.Г. Информационно-психологическая война.—М.: Синтег, 2000.

90. Почепцов Г.Г. Коммуникативные технологии двадцатого века.—М.: Рефл-бук, Ваклер, 2000.

91. Робертс Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам.—М.: Наука, 1986.

92. Румер Ю.Б., Рывкин М.Ш. Термодинамика, статистическая физика и кинетика.—М.: Наука, 1972.

93. Саймон Г. Науки об искусственном.—М.: Мир, 1972.

94. Словарь иностранных слов.—М.: Русский язык, 1982.

95. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского.—М.: Наука, 1987.

96. Стратонович Р.Л. Теория информации.—М.: Сов. Радио, 1975.

97. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач.—М.: Наука, 1986.

98. Харари Ф. Теория графов.—М.: КомКнига, 2006.

99. Харшаньи Д., Зельтен Р. Общая теория выбора равновесия в играх.—СПб.: Экономическая школа, 2001.

100. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ.—М.: Мир, 1989.

101. Чалдини Р. Психология влияния.—СПб.: Питер,2001.

102. *Чхартишвили А.Г. Теоретико-игровые модели информационного управления.—М.: ПМСОФТ, 2005.

103. Шейнов В.П. Скрытое управление человеком (психология манипулирования).—М.: ООО «Издательство АСТ», 2002.

104. Шибутани Т. Социальная психология.—Ростов-на-Дону: Феникс, 1998.

105. Ширяев А.Н. Вероятность / Учеб. пособ. для вузов.—М: Наука, 1989.

106. Юдицкий С.А., Мурадян И.А., Желтова Л.В. Моделирование динамики развития конфигураций организационных систем на основе сетей Петри и графов приращений // Проблемы управления. 2007. № 6. С. 26–34.

107. Яглом А.М., Яглом И.М. Вероятность и информация.—М.: Наука, 1973.

108. Axelrod R. The Structure of Decision: Cognitive Maps of Political Elite.—Princeton: Princeton University Press, 1976.

109. Bailey N. The Mathematical Theory of Infectious Diseases and Its Applications.—New York: Hafner Press, 1975.

110. Barnes J.A. Class and Committees in a Norwegian Island Parish // Human Relations. 1954. № 7. P. 39–58.

111. Bernheim B., Whinston M. Common agency // Econometrica. 1986. V. 54. P. 923–942.

112. Berger R.L. A Necessary and Sufficient Conditions for Reaching a Consensus using De Groot's method // Journal of American Statistical Assotiation. 1981. V. 76. P. 415–419.

113. Bimber B., Flanagin A., Stohl C. Reconceptualizing Collective Action in the Contemporary Media Environment // Communication Theory. 2005. № 4(15). P. 365–388.

114. Bineham J. A Historical Account of the Hypodermic Model in Mass Communication // Communication Monographs. 1988. № 55. P. 230–246.

115. Bramoulle Y., Kranton R. Public Goods in Networks // Journal of Economic Theory. 2007. V. 135(1). P. 478–494.

116. Briscoe B., Odlyzko A., Tilly B. Metcalfe's Law is Wrong.—2006. URL:
http://spectrum.ieee.org/computing/networks/metcalfes-law-is-wrong/1.

117. Burt R.S. Brokerage and Closure.—Oxford: Oxford University Press, 2005.

118. Buttle F.A. Word-of-Mouth: Understanding and Managing Referral Marketing // Journal of Strategic Marketing. 1998. V. 6. P. 241–254.

119. Carnes T., Nagarajan C., Wild S.M., Zuylen A. Maximizing Influence in a Competitive Social Network: A Follower's Perspective / Proceedings of the Ninth International Conference on Electronic Commerce. 2007. P. 351–360.

120. Chatterjee S., Seneta E. Toward Consensus: Some Convergence Theorems on Repeated Averaging // Journal of Applied Probability. 1977. № 14. P. 159–164.

121. Chwe M.S. Communication and Coordination in Social Networks // Review of Economic Studies. 2000. № 67. P. 1–16.

122. De Groot M.H. Reaching a Consensus // Journal of American Statistical Assotiation. 1974. № 69. P. 118–121.

123. De Marzo P., Vayanos D., Zwiebel J. Persuasion Bias, Social Influence and Unidimensional Opinions // Quarterly Journal of Economics. 2003. № 118(3). P. 909–968.

124. Deutsch M., Gerard H.B. A Study of Normative and Informational Social Influences upon Individual Judgment // Journal of Abnormal and Social Psychology. 1955. № 51. P. 629–636.

125. Dodds P., Watts D.A. Generalized Model of Social and Biological Contagion // Journal of Theoretical Biology. 2005. № 232. P. 587–604.

126. Dodson J., Muller E. Models of New Product Diffusion through Advertising and Word-of-Mouth // Management Science. 1978. № 24. P. 1568–1578.

127. Domingos P., Richardson M. Mining the Network Value of Customers / Proceedings of the Seventh International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. 2002. P. 57–66.

128. Eguffluz V., Klemm K. Epidemic Threshold in Structured Scale-free Networks // Physical Review Letters. 2002. № 89. P. 108701+.

129. Elihu K., Lazarsfeld P. Personal Influence: the Part Played by People in the Flow of Mass Communications.—Glencoe, Illinois: Free Press, 1955.

130. Ellis R. Entropy, Large Deviations and Stochastical Mechanics.—New York: Springer, 1985.

131. Even-dar E., Shapira A. A Note on Maximizing the Spread of Influence in Social Networks / Internet and Network Economics. 2007. P. 281–286.

132. Felsenthal D., Machover M. The Measurement of Voting Power: Theory and Practice, Problems and Paradoxes.—London: Edward Elgar, 1998.

133. Florian M., Hearn D. Network Equilibrium Models and Algorithms / Network Routing.—New York: Elsevier Science, 1995. P. 485–550.

134. French J.R. A formal theory of social power // The Psychological Review. 1956. № 63. P. 181–194.

135. Friedkin N.E. Structural Cohesion and Equivalence Explanations of Social Homogeneity // Sociological Methods and Research. 1984. № 12. P. 235–261.

136. Friedkin N.E., Johnson E.C. Social Influence and Opinions // Journal of Mathematical Sociology. 1990. № 15. P.193–205.

137. Fujishige S. Submodular Functions and Optimization.—New York: North-Holland Press, 1991.

138. Gladwell M. The Tipping Point: How Little Things Can Make a Big Difference.—Little Brown & Company, 2000.

139. Godes D., Mayzlin D. Using Online Conversations to Study Word of Mouth Communication // Marketing Science. 2004. № 23. P. 545–560.

140. Goldenberg J., Libai B., Muller E. Talk of the Network: A Complex Systems Look at the Underlying Process of Word-of-Mouth // Marketing Letters. 2001. № 2. P. 11–34.

141. Golub B., Jackson M. Naive Learning in Social Networks: Convergence, Influence and the Wisdom of Crowds.—2007. URL:
http://www.stanford.edu/~jacksonm/naivelearning.pdf.

142. Google (2009). API Google Social Graph.
http://code.google.com/intl/ru-RU/apis/socialgraph/.

143. Grabisch M., Rusinowska A. A Model of Influence in a Social Network.—URL:
http://halshs.archives-ouvertes.fr/docs/00/34/44/57/PDF/B08066.pdf.

144. Granovetter M. The Strength of Weak Ties // American Journal of Psychology. 1973. № 78(6). P. 1360–1380.

145. Granovetter M. Threshold Models of Collective Behavior // American Journal of Sociology. 1978. V. 83, № 6. P. 1420–1443.

146. Harary F. A Criterion for Unanimity in French's Theory of Social Power / Studies in Social Power.—Michigan: Institute of Sociological Research, 1959. P. 168–182.

147. Hegselman R., Krause U. Opinion Dynamics and Bounded Confidence Models, Analysis and Simulation // Journal of Artificial Societies and Social Simulation. 2002. V. 5, № 3. 33 p. http://jasss.soc.surrey.ac.uk/5/3/2/2.pdf.

148. Hethcote H. W. The Mathematics of Infectious Diseases // SIAM Review. 2000. V. 42, № 4. P. 599–653.

149. Hewlett-Packard (2009). Jena — A Semantic Web Framework for Java. http://jena.sourceforge.net.

150. Hoede C., Bakker R. A Theory of Decisional Power // Journal of Mathematical Sociology. 1982. № 8. P. 309–322.

151. Howard A., Jebara T. Dynamical Systems Trees // Uncertainty in Artificial Intelligence. 2003. P. 260–267.

152. Howard N. Theory of Meta-games // General systems. 1966. № 11. P. 187–200.

153. Glossary on Control Theory and its Applications.—URL: http://glossary.ru.

154. Introducing JSON. http://www.json.org/.

155. Jackson M. Social and Economic Networks.—Princeton: Princeton University Press, 2008.

156. Jackson M. The Stability and Efficiency of Economic and Social Networks / Advances in Economic Design, 2003.

157. Janky B., Takács K. Social Control, Participation in Collective Action and Network Stability.—HUNNET Working Paper, 2002. URL: http://www.socialnetwork.hu/.

158. Kearns M., Siddharth S., Montfort N. An Experimental Study of the Coloring Problem on Human Subject Networks // Science. 2006. № 313. P. 824–827.

159. Kempe D., Kleinberg J., Tardos E. Maximizing the Spread of Influence through a Social Network / Proceedings of the 9-th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. 2003. P. 137–146.

160. Krause U. A Discrete Nonlinear and Non-autonomous Model of Consensus Formation / Communications in Difference Equations.—Amsterdam: Gordon and Breach Publishers, 2000. P. 227–236.

161. Langville A., Meyer C. A survey of eigenvector methods for Web information retrieval // SIAM Rev. 2005. № 47. P. 135–161.

162. Langville A., Meyer C. Google's PageRank and Beyond: The Science of Search Engine Rankings.—Princeton: Princeton University Press, 2006.

163. Lansing J. Artifisial Societies and Social Science.—Santa Fe, 2005.

164. Latané B., L'herrou T. Spatial Clustering in the Conformity Game: Dynamic Social Impact in Electronic Groups // Journal of Personality and Social Psychology. 1996. № 70. P. 1218–1230.

165. Leenders R. The Specification of Weight Structures in Network Autocorrelation Models of Social Influence.—2002. URL:
http://ideas.repec.org/p/dgr/rugsom/02b09.html.

166. Leskovec J., Adamic L., Huberman B. The Dynamics of Viral Marketing—2005. URL: http://arxiv.org/abs/physics/0509039.

167. Leskovec J., Krause A., Guestrin C., Faloutsos C., Vanbriesen J., Glance N. Cost-effective Outbreak Detection in Networks / Proceedings of the 13-th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining, 2007. P. 420–429.

168. Lewis D. Convention: a Philosophical Study.—Cambridge: Harvard University Press, 1969.

169. Lin Y., Shi X., Wei Y. On computing PageRank via lumping the Google matrix // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2009. V. 224, № 2. P. 702–708.

170. Lorenz J. A Stabilization Theorem for Dynamics of Continuous Opinions // Physica A. 2005. № 355. P. 217–223.

171. Mahdian M., Anagnostopoulos A., Kumar R. Influence and Correlation in Social Network // Proceeding of the 14-th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining, 2008. P. 7–15.

172. Mas-Collel A., Whinston M.D., Green J.R. Microeconomic Theory.—New York: Oxford Univ. Press, 1995.

173. Masuda N., Kawamura Y., Kori H. Impact of hierarchical modular structure on ranking of individual nodes in directed networks // New Journal of Physics. 2009. № 11. 113002. URL: http://www.njp.org.

174. Masuda N., Kawamura Y., Kori H. Analysis of relative influence of nodes in directed networks // Physical Review. 2009. E 80. 046114.

175. Morris S. Contagion // The Review of Economic Studies. 2000. V. 67, № 1. P. 57–78.

176. Myerson R.B. Game Theory: Analysis of Conflict.—London: Harvard Univ. Press, 1991.

177. Nemhauser G., Wolsey L., Fisher M. An Analysis of the Approximations for Maximizing Submodular Set Functions // Mathematical Programming. 1978. № 14. P. 265–294.

178. Newman M. The Structure and Function of Complex Networks // SIAM Review. 2003. P. 167–256.

179. Oliver N., Rosario B., Pentland A. Graphical Models for Recognizing Human Interactions / Proceedings of International Conference on Neural Information and Processing Systems (NIPS), 1998. P. 924–930.

180. Olson M. The Logic of Collective Action: Public Goods and the Theory of Groups.—Harvard: Harvard Univ. Press, 1971.

181. O'reilly T. Design Patterns and Business Models for the Next Generation of Software.—2005. URL:
http://oreilly.com/pub/a/web2/archive/what-is-web-20.html?page=1.

182. O'reilly T. What Is Web 2.0. http://www.oreillynet.com/pub/a/oreilly/tim/news/2005/09/30/what-is-web-20.html.

183. Oxford English Dictionary. URL: http://www.askoxford.com.

184. Reed D. P. That Sneaky Exponential: Beyond Metcalfe's Law to the Power of Community Building.—1999. URL:
http://www.reed.com/gfn/docs/reedslaw.html.

185. Robins G., Pattison P., Kalish Y., Lusher D. An Introduction to Exponential Random Graph (p^*) Models for Social Networks // Social Networks. 2007. № 29. P. 173–191.

186. Robins G., Pattison P., Elliot P. Network Models for Social Influence Processes // Psychometrica. 2001. V. 66. № 2. P. 161–190.

187. Rolfe M. Social Networks and Threshold Models of Collective Behavior. Preprint.—Chicago: University of Chicago, 2004.

188. Romualdo P., Alessandro V. Epidemic Spreading in Scale-Free Networks // Physical Review Letters. 2001. № 14(86). P. 3200–3203.

189. Regers E. M. Diffusion of Innovations.—New York, London: Free Press, 1983.

190. Roughgarden T. Selfish Routing and the Price of Anarchy.—Massachusetts: MIT Press, 2005.

191. Rusinowska A., Swart H. Generalizing and Modifying the Hoede-Bakker Index. Theory and Applications of Relational Structures as Knowledge Instruments. № 2. Springer's Lecture Notes in Artificial Intelligence 4342. Springer, 2007. P. 60–88.

192. Saul L. K., Jordan M. I. Mixed Memory Markov Models: Decomposing Complex Stochastic Processes as Mixtures of Simpler Ones / Machine Learning. 1999. V. 37, № 1. P. 75–87.

193. Schiff J. L. Cellular Automata: A Discrete View of the World.—New York: Wiley, 2007.

194. Shapley L., Shubik M. A method for Evaluating the Distribution of Power in a Committee System // American Political Science Review. 1954. V. 48(3). P. 787–792.

195. Shoham Y, Leyton-Brown K. Multiagent systems: Algorithmic, Game-Theoretical and Logical Foundations.—Cambridge: Cambridge University Press, 2009.

196. Shrager J., Hogg T., Huberman B. Observation of Phase-Transitions in Spreading Activation Networks // Science. 1987. № 236. P. 1092–1094.

197. Shubik M. Game Theory in the Social Sciences: Concepts and Solutions.—Massachusetts: MIT Press, 1982.

198. Simeonov S. Metcalfe's Law: more misunderstood thanwrong?—2006. URL:
http://blog.simeonov.com/2006/07/26/metcalfes-law-more-misunderstood-than-wrong/.

199. Tarnow E. Like Water and Vapor — Conformity and Independence in the Large Group.—URL:
http://cogprints.org/4274/1/LargeGroupOrderTarnow.pdf.

200. The Internet and the 2008 Election.
http:// pewinternet.org/pdfs/PIP_2008_election.pdf.

201. Topkis D.M. Supermodularity and Complementarity.—Princeton: Princeton Univ. Press, 2001.

202. Tuomela R. Shared Belief.—URL:
http://www.valt.helsinki.fi/staff/tuomela/papers/Shared.pdf.

203. Valente T. Network Models of the Diffusion of Innovations.—Cresskill, NJ: Hampton Press, 1995.

204. W3C (2008). Resource Description Framework (RDF).
http://www.w3.org/TR/rdf-sparql-query/.

205. Wardrop J. Some theoretical aspects of road traffic research / Proc. Institute of Civil Engineers. 1952. Part II. V. 1. P. 325–378.

206. Watts D. The «New» Science of Networks // Annual Review of Sociology. 2004. № 30. P. 243–270.

207. Watts D., Dodds P. Influentials, Networks, and Public Opinion Formation // Journal of Consumer Research. 2007. № 34. P. 441–458.

208. Wei R. Consensus Seeking, Formation Keeping and Trajectory Tracking in Multiple Vehicle Cooperative Control. PhD Dissertation.—Brigham Young University, 2004.

209. Wu F., Huberman B., Adsmic L., Tyler J. Information Flow in Social Groups // Statistical and Theoretical Physics. 2004. № 337. P. 327–335.

210. Young P. The Spread of Innovations by Social Learning.—2006. URL:
http://www.santafe.edu/events/workshops/images/0/0a/Spread21march.pdf.

211. Zhang D., Gatica-Perez D., Bengio S., Roy D. Learning Influence among Interacting Markov Chains // Neural Information Processing Systems (NIPS). 2005. P. 132–141.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие. Феномен социальных сетей 3

Введение. Игры и сети 21

Глава 1. **Модели влияния в социальных сетях** 33

1.1. Влияние и индексы влиятельности 33

1.1.1. Влияние. Классификация моделей. 1.1.2. Влиятельность агентов в сети. Ценность агента. 1.1.3. Каскадные и другие модели влияния. 1.1.4. Индексы влияния

1.2. Общее знание. Коллективные действия 60

1.2.1. Роль информированности. 1.2.2. Общественные блага и индивидуальная специализация. 1.2.3. Коммуникация и координация. 1.2.4. Социальный контроль и коллективное действие. Стабильность сети

1.3. Модели и свойства социальных сетей 76

Глава 2. **Стохастические модели социальных сетей** 81

2.1. Вырожденная социальная сеть 83

2.2. Невырожденная конечная социальная сеть 89

2.3. Невырожденная бесконечная социальная сеть 97

Глава 3. **Модели информационного управления и информационного противоборства в социальных сетях** 102

3.1. Марковская модель информационного влияния 103

3.2. Информационное управление и мнения членов сети . . . 123

3.3. Унифицированное информационное управление в однородных сетях. Роль СМИ 135

3.4. Информационное управление и репутация членов сети . . 151

3.5. Информационное управление и доверие членов сети . . . 167

3.6. Информационное противоборство: распределенный контроль и согласование интересов 172

3.7. Информационная эпидемия и защита от нее 184

Глава 4. **Имитационное моделирование информационного влияния и управления в социальных сетях** 196

4.1. Программный комплекс имитационного моделирования . 196

4.2. Результаты имитационного моделирования 206

Список литературы 215

ГУБАНОВ ДМИТРИЙ АЛЕКСЕЕВИЧ

1984 г.р., кандидат технических наук, младший научный сотрудник Института проблем управления Российской академии наук.

Автор более 20 научных работ по информационному управлению в социальных сетях, теории игр, представлению знаний в интеллектуальных системах и управлению знаниями.

НОВИКОВ ДМИТРИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ

1970 г.р., доктор технических наук, профессор, член-корреспондент РАН, заместитель директора Института проблем управления Российской академии наук, профессор Московского физико-технического института.

Автор более 350 научных работ по теории управления системами междисциплинарной природы, в том числе по системному анализу, теории игр, принятию решений, управлению проектами и математическим моделям механизмов управления социально-экономическими системами.

ЧХАРТИШВИЛИ АЛЕКСАНДР ГЕДЕВАНОВИЧ

1970 г.р., доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института проблем управления Российской академии наук.

Автор более 100 научных работ по математическим методам в экономике и управлении (теории управления организационными системами, моделированию рефлексии и информационного управления, принятию решений, теории игр и пр.).

Онлайновые социальные сети, помимо выполнения функций поддержки общения, обмена мнениями и получения информации их членами, в последнее время все чаще становятся объектами и средствами информационного управления и ареной информационного противоборства. В недалеком будущем они неизбежно станут существенным инструментом информационного влияния, в том числе в целях манипулирования личностью, социальными группами и обществом в целом, а также, наверное, полем информационных войн.

Книга посвящена обзору известных и описанию оригинальных результатов исследования математических моделей социальных сетей. Основной акцент делается на моделях информационного влияния, управления и противоборства.

Работа рассчитана на студентов вузов, аспирантов и специалистов по информационным технологиям и моделированию социальных систем и процессов.