

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/274390365>

Модели влияния в социальных сетях

Article · January 2009

CITATION

1

READS

1,027

3 authors:



Dmitry Gubanov

Institute of Control Sciences

49 PUBLICATIONS 364 CITATIONS

SEE PROFILE



Dmitry A. Novikov

Institute of Control Sciences

541 PUBLICATIONS 3,640 CITATIONS

SEE PROFILE



Alexander Chkhartishvili

Institute of Control Sciences

77 PUBLICATIONS 633 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Social influence in online social networks: an agent-based approach [View project](#)



Theory of Control in Organizations [View project](#)

УДК 519.876.2

ББК 2.22.171

МОДЕЛИ ВЛИЯНИЯ В СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЯХ

Губанов Д. А.¹, Новиков Д. А.², Чхартишвили А. Г.³

(Учреждение Российской академии наук

Институт проблем управления РАН, Москва)

Настоящая работа представляет собой обзор моделей влияния в социальных сетях. В обзоре рассмотрены основные классы моделей социальных сетей и установлено соответствие между классами моделей и отражаемыми ими свойствами моделируемого объекта.

Ключевые слова: социальная сеть, влияние, модели влияния.

1. Введение

В настоящей работе рассматриваются модели влияния в социальных сетях, получивших в последнее время значительное распространение как неформальные сообщества – инструмент общения, обмена мнениями и получения информации. Под *социальной сетью* на качественном уровне понимается социальная структура, состоящая из множества *агентов* (субъектов – индивидуальных или коллективных, например, индивидов, семей, групп, организаций) и определенного на нем множества *отношений* (совокупности *связей* между агентами, например, знакомства, дружбы, сотрудничества, коммуникации). Формально социальная сеть представляет собой *граф* $G(N, E)$, в

¹ Губанов Дмитрий Алексеевич, аспирант (DimaGubanov@mail.ru).

² Дмитрий Александрович Новиков, доктор технических наук, профессор, член-корреспондент РАН, заместитель директора (novikov@ipu.ru).

³ Чхартишвили Александр Гедеванович, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник (sandro_ch@mail.ru).

котором $N = \{1, 2, \dots, n\}$ – множество вершин (агентов) и E – множество ребер, отражающих взаимодействие агентов.

Социальные сети способствуют, во-первых, организации *социальных коммуникаций* между людьми и, во-вторых, – реализации их базовых *социальных потребностей*. Можно выделить две пересекающихся трактовки социальной сети – как социальной структуры и ее специфической интернет-реализации.

Техника *социометрии* (описания социальных групп в терминах теории графов) была впервые предложена и развита в работах Дж. Морено. Термин «социальная сеть» был введен в 1954 году социологом Джеймсом Барнсом в [43], но массовое распространение (не только среди ученых-социологов⁴) получил с начала 2000-х годов с развитием соответствующих интернет-технологий. В настоящее время, как справедливо отмечается в [9, 18], ощущается острый дефицит систематического изложения методов и алгоритмов сетевого анализа, пригодных для современных прикладных исследований.

Обобщая причины привлекательности социальных сетей, можно выделить следующие предоставляемые ими пользователям **возможности**:

- получение информации (в том числе обнаружение ресурсов) от других членов социальной сети;
- верификация идей через участие во взаимодействиях в социальной сети;
- социальная выгода от контактов (сопричастность, самоидентификация, социальное отождествление, социальное принятие и др.);

⁴ Исследования структуры социальных объектов активно ведутся в социологии начиная с 50-х годов XX века (момента начала активного применения в социометрии теории графов). В 1978 г. была образована Международная ассоциация специалистов по анализу социальных сетей, учрежден журнал «Social Networks». В интернете доступны другие издания по этой тематике – электронные журналы «Connections», «Journal of Social Structure» и др. В настоящей работе мы не претендуем на обзор полученных в социологии результатов анализа социальных сетей.

– рекреация (отдых, времяпрепровождение).

При моделировании социальных сетей, взаимного влияния их членов (*агентов*), динамики их *мнений* и т.д. возникает необходимость учета факторов (эффектов), имеющих место в реальных социальных сетях. В целом, в реальных социальных сетях могут иметь место следующие **эффекты и свойства**, обусловленные как характеристиками и потребностями агентов (оказывающих влияние и подвергающихся влиянию), характером их взаимодействия, так и свойствами самой социальной сети⁵:

- 1) наличие собственных мнений агентов;
- 2) изменение мнений под влиянием других членов социальной сети;
- 3) различная значимость мнений (влиятельности, доверия) одних агентов для других агентов;
- 4) различная степень подверженности агентов влиянию (конформизм, устойчивость мнений);
- 5) существование косвенного влияния в цепочке социальных контактов. Уменьшение косвенного влияния с увеличением «расстояния».
- 6) существование «лидеров мнений» (агентов с максимальным «влиянием»), формализация индексов влияния;
- 7) существование порога чувствительности к изменению мнения окружающих;
- 8) локализация групп («по интересам», с близкими мнениями);
- 9) наличие специфических социальных норм;
- 10) учет факторов «социальной корреляции» (общих для групп агентов);
- 11) существование (обычно менее значимых) внешних факторов влияния (реклама, маркетинговые акции) и, соответственно, внешних агентов (средства массовой информации, производители товаров и т.п.);

⁵ Ключевые слова в приводимом ниже перечислении выделены подчеркиванием.

- 12) наличие стадий – характерных этапов динамики мнений членов социальной сети (например, процесса диффузии инноваций);
- 13) лавинообразные эффекты (каскады), формализация условий их возникновения и свойств распространения;
- 14) воздействие структурных свойств социальных сетей на динамику мнений:
 - чем больше у агента связей, тем, с одной стороны, больше у него возможностей через свое окружение повлиять на всю сеть, а с другой – больше уязвимость к чужому влиянию;
 - эффект кластеризации (чем выше плотность связей активных агентов-соседей, тем больше вероятность активизации связанного с ними агента; см. ниже связанное понятие «сильная связь» («*strong tie*»));
 - локальная промежуточность (чем больше промежуточное значение агента, тем, с одной стороны, больше его значение в распространении мнения/информации из одной части сети в другую (роль информационного брокера), а, с другой стороны, меньше его влияние на агента-соседа – см. ниже связанное понятие «слабая связь» («*weak tie*»⁶));
 - малый диаметр социальной сети обуславливает короткую цепочку распространения мнения в сети;
- 15) активность (целенаправленное поведение) агентов;
- 16) возможность образования группировок, коалиций;
- 17) неполная и/или асимметричная информированность агентов;
- 18) нетривиальная взаимная информированность (рефлексия) агентов;
- 19) игровое взаимодействие агентов;

⁶ См. статью Грановеттера [72] и книгу Барта [48]. Согласно Грановеттеру социальная сеть представлена совокупностью тесно связанных кластеров (групп), которые объединены в слабосвязанные кластеры.

20) оптимизация информационных воздействий;

21) информационное управление в социальных сетях.

Помимо «преимуществ», онлайн-овые социальные сети, как и любое другое масштабное социальное явление, порождают ряд проблем: отрыв пользователя от реальности; нехватка живого общения; пользователь начинает тратить слишком много времени на общение, в том числе с незнакомыми ему людьми, что может отрицательно сказаться на его учебе, работе и личной жизни; и т.д.

Перечисленные эффекты и свойства находят отражение в моделях, претендующих на адекватное описание реальных социальных сетей. Настоящая работа посвящена аналитическому обзору основных классов современных моделей социальных сетей и установлению соответствия между классами моделей и отражаемыми ими свойствами моделируемого объекта. Изложение материала имеет следующую структуру.

Первая часть «Модели влияния и индексы влияния в социальных сетях» включает пять разделов. В первом разделе рассматриваются определения и модели влияния в социальных сетях, а также подходы к определению влияния агентов. Во втором – модели определения самых влиятельных агентов в сети, а также задачи максимизации ценности потребителя в моделях маркетинговых акций на социальных сетях. В третьем разделе рассматривается задача описания каскадов распространения влияния. В четвертом разделе – ряд моделей влияния, базирующихся на аналогиях с медициной, физикой и другими разделами науки, а также модели на основе клеточных автоматов и цепей Маркова. Пятый раздел посвящен краткому описанию индексов влияния.

Вторая часть «Общее знание в социальных сетях. Общественное благо и коллективные действия. Игры на сетях» включает следующие пять разделов: первый раздел посвящен анализу роли информированности, второй – общественным благам и индивидуальной специализации, третий – коммуникации и координации в социальных сетях, четвертый – социальному контролю и коллективным действиям, а также стабильности

сети, пятый – играм на социальных сетях и информационному управлению в социальных сетях.

2. Часть I. Модели влияния и индексы влиятельности в социальных сетях

2.1. ВЛИЯНИЕ

Влияние – процесс и результат изменения индивидом (субъектом влияния) поведения другого субъекта (индивидуального или коллективного объекта влияния), его установок, намерений, представлений и оценок (а также основывающихся на них действий) в ходе взаимодействия с ним [80]. *Влияние* – способность воздействовать на чьи-либо представления или действия [107]. Различают направленное и ненаправленное влияние [80]. Направленное (целенаправленное) влияние – влияние, использующее в качестве механизмов воздействия на другого субъекта убеждение и внушение. При этом субъект влияния ставит перед собой задачу добиться определенных результатов (например, выбора определенных действий) от объекта влияния. Ненаправленное (нецеленаправленное) влияние – влияние, при котором индивид не ставит перед собой задачу добиться определенных результатов от объекта влияния.

Как показывают наблюдения психологов [55], в социальной сети агенты часто не имеют достаточной для принятия решений информации или не могут самостоятельно обработать ее, поэтому их решения могут основываться на наблюдаемых ими решениях или представлениях других агентов (*социальное влияние*). Социальное влияние реализуется в двух процессах: *коммуникации* (в ходе общения, обмена опытом и информацией, обсуждения тех или иных вопросов с авторитетными для агента соседями он приходит к определенным представлениям, установкам, мнениям) и *сравнения* (в поисках социальной идентичности и социального одобрения агент принимает представления и действия, ожидаемые от него другими агентами в данной ситуации; агент задается вопросом «что бы сделал другой агент (эталон для сравнения), будь он в моей ситуации?» и, сравнивая себя с

ним, определяет свою адекватность и играет соответствующую роль; можно объяснить сравнение и поиском стратегического преимущества: сравнивая себя с другими агентами, занимающими те же позиции в социальной системе, агент может ввести или принять нововведения, которые сделают его более привлекательным в качестве объекта отношений). Необходимо отметить, что при коммуникативном подходе к влиянию агенты могут прийти к сходным представлениям, но не обязательно к сходному поведению. При сравнении же агент обычно косвенным образом копирует поведение. Очевидно, поведение агента определяется не только представлениями, но и ограничениями, с которыми он сталкивается. Поэтому агенты со схожими представлениями могут вести себя по-разному, и наоборот, агенты с разными представлениями могут вести себя одинаково.

Социальная сеть играет большую роль в распространении информации, идей и влияния между ее членами. Влияние в литературе по социальным сетям тесно связано с термином «диффузия инноваций» (*diffusion of innovations*) [21], поэтому ниже будут рассматриваться, в том числе, и соответствующие модели такой диффузии, в основе которых лежит некоторая фиксированная сеть и локальные правила взаимодействия ее членов.

Классификация моделей влияния в социальных сетях (в том числе моделей «диффузии инноваций»). Анализ литературы позволяет выделить следующие общие классы моделей.

Оптимизационные, имитационные и другие модели, включающие следующие их классы, рассматриваемые в первой части настоящей работы:

1.1. **Модели с порогами**, в том числе – с линейными (*Linear Threshold Model*). Агент – узел социальной сети (вершина графа) – может находиться в активном и неактивном состояниях, причем возможен переход только из неактивного состояния в активное (обратный переход не допускается). Если в модели [73] агент i испытывает влияние w_{ij} каждого своего j -го соседа в сети так, что выполняется условие $\sum_j \text{активный узел-сосед } i w_{ij} \leq 1$, и становится активным в зависимости от выбранного им порога

$f_i \in [0; 1]$ (в некоторых моделях значение f_i фиксируется одинаковым для всех агентов (см., например, [85]), в других выбирается случайно согласно некоторому вероятностному распределению [101], а, в общем, индивидуальные различия обуславливаются опытом агента, его убежденностью, личностными чертами, воздействием средств информации, воспринимаемыми затратами [120]), т. е. *условие активации*:

$$\sum_{j \text{ активный узел-сосед } i} w_{ij} \geq f_i$$

В статье [110] предлагается расширение модели на основе введения нелинейных пороговых функций; в работе [101] каскадные (лавинообразные) эффекты изучаются с точки зрения топологии сети (см. также ниже).

1.2. Модели независимых каскадов (*Independent Cascade Model*) принадлежат категории моделей так называемых «систем взаимодействующих частиц» (*Interacting Particle Systems*). Узел сети (агент) определяется аналогично вышеописанной модели. Когда агент i становится активным в некоторый момент времени [69], он получает шанс активировать на следующем (и только на следующем) шаге каждого из своих соседей j с вероятностью p_{ji} (причем j могут пытаться независимо активировать и другие агенты). В статье [85] предлагается обобщение модели с линейным порогом и модели независимых каскадов и показывается их эквивалентность.

1.3. Модели просачивания и заражения.

1.4. Модели Изинга.

1.5. Модели на основе клеточных автоматов.

1.6. Модели на основе цепей Маркова.

В моделях 1.3-1.6 (см. их описание ниже), в основном, рассматриваются правила взаимодействия агентов, но что касается самой сети влияния в целом и ее свойств, взаимосвязи ее структуры и процессов взаимодействия, то, к сожалению, существующие результаты анализа этих моделей отражают очень немного.

«*Теоретико-игровые*» модели, в которых акцент делается на информированность и взаимосвязь между игроками (агента-

ми). Выигрыш, получаемый агентом (игроком), зависит от действий оппонентов (других игроков). Агент действует так, чтобы максимизировать выгоду. Ряд теоретико-игровых моделей рассматривается ниже (во второй части настоящей работы), в том числе:

- 2.1. Модели взаимной информированности;
- 2.2. Модели согласованных коллективных действий (и общественных благ);
- 2.3. Модели коммуникаций и задачи поиска минимально достаточной сети;
- 2.4. Модели стабильности сети;
- 2.5. Модели информационного влияния и управления;
- 2.6. Модели информационного противоборства.

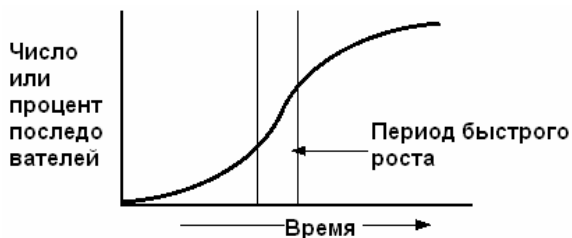


Рис. 1. S-образная кривая (логистическая функция)

Модели диффузии инноваций. Свойствам крупномасштабных сетей посвящены работы [68, 121]. Динамика процесса распространения изменений традиционно моделируется S-образной (логистической) кривой (такая кривая – характеристика, в сущности, любого инфекционного процесса [1], процесса научения [29], диффузии инноваций [21] – см. рис. 1), на которой различают стадии [67]: новаторы (*innovators*, начинающие первыми воспринимать и использовать нововведение), ранние последователи (*early adopters*, начинающие воспринимать и использовать нововведение вскоре после его появления), раннее большинство (*early majority*, воспринимающие нововведение после новаторов и ранних последователей, но раньше большинства других агентов), позднее большинство (*late majority*, вос-

принимающие нововведение после широкого его распространения) и поздние последователи (*late adopters*, воспринимают последними). Условно перечисленные группы изображены на рис. 2, на котором приведена так называемая «кривая стадий», являющаяся производной логистической кривой.

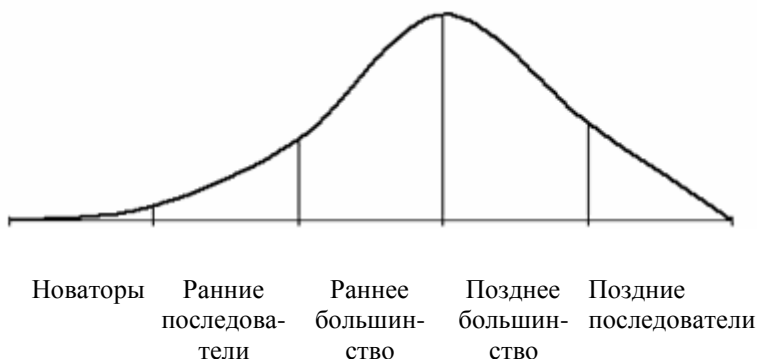


Рис. 2. Кривая стадий

Процесс распространения нововведений, как и многие другие процессы в природе и обществе, имеет пределы возможных изменений, в первую очередь из-за ограниченности ресурсов: ограничения возможностей и емкости социальной системы. S-образная функция содержит три фазы развития: первая – формирование базы развития (медленный рост), вторая – резкий рост, третья – насыщение (медленный рост). Одним из главных факторов, определяющих скорость процессов диффузии, является межличностное общение между сторонниками данной инновации и теми, кто еще колеблется или вообще ничего не слышал о предлагаемом нововведении.

Если новаторов можно охарактеризовать как неконформистов и «оригиналов», а ранних последователей – как агентов, легко поддающихся социальному нормативному и информационному влиянию (или имеющих «нюх» на перспективное), то

поздних последователей – как трудно поддающихся влиянию и устойчивых агентов в сети.

Зачастую небольшие изменения в состояниях вершин сетей могут привести к *каскадным* (лавинообразным) *изменениям* (*локальным*, затрагивающим окружение инициатора, и *глобальным*, ограниченным только размером всей сети). Эмпирическому изучению влияния «из уст в уста» (*Word of Mouth*), или по-русски – *сарафанного радио*, посвящены работы [84, 92], однако они не рассматривают детально структуру сети. В работах же [58, 90], хотя и рассматривается взаимосвязь между структурой сети и процессами групповой координации, но в них сети искусственно генерируются экспериментаторами и поэтому не всегда ясно, насколько они похожи на реальные сети.

Теория распространения нововведений (*diffusion theory*), как известно, рассматривает распространение (диффузию) нововведений (инноваций) в социальной системе. Исследователи в этой области предпринимают попытку объяснить, какие условия увеличивают/уменьшают вероятность принятия нововведения членами социальной системы, с какой скоростью нововведения распространяются в социальной системе. К основным понятиям в этой области относятся: *диффузия* – процесс, посредством которого нововведение распространяется по коммуникационным каналам во времени и в пространстве среди членов социальной системы; *нововведение* – идея, мнение, технология (метод), продукт или любой другой объект воспринимаемый агентом как новый; *коммуникация* – процесс, посредством которого участники создают и обмениваются информацией друг с другом для достижения взаимного понимания и трансляции нововведений.

Нововведения привносятся в социальную систему *агентами изменений* (*gatekeepers*), а затем постепенно принимаются многими агентами, которые передают информацию о нововведении друг другу. Межличностные контакты агентов и средства массовой информации (коммуникационные источники) предоставляют информацию о нововведении (по *коммуникационным каналам*) и влияют на установки, диспозиции, представления и,

в конечном итоге, на решения агентов о принятии нововведения. Так нововведение распространяется через социальную систему (важную роль играет природа социальной системы). В конечном итоге, от принятия инновации для агентов и социальной системы возникают позитивные или негативные последствия (желаемые/не желаемые, прямые или косвенные, предвиденные или непредвиденные).

На процесс распространения нововведений воздействует множество факторов: характеристики агентов, характеристики нововведения и природа социальной системы. И исследование диффузии в самой простой форме – это изучение взаимодействия этих и других факторов, воздействующих на принятие нововведения агентами социальной системы. Для исследования распространения нововведений применяются методы сетевого анализа, наблюдения и эксперименты, *ECCO (Episodic Communication Channels in Organization)* анализ и другие.

Рассмотрим основные характеристики нововведения и его контекст, связанный с его распространением, в частности – сам механизм диффузии/распространения.

Каждый член социальной системы оказывается перед необходимостью принять решение (если оно не коллективное, т. е. предпринимается всеми членами системы, или властное, т. е. предпринимается для всех немногими, обладающими властью) о принятии и использовании нововведения. Процесс принятия нововведения агентом проходит через следующие стадии [112]:

а) знание (агент ознакомлен с новшеством, но не имеет о нем полной информации);

б) убеждение (агент испытывает интерес, формирует благоприятное или неблагоприятное отношение (установку) к нововведению, осуществляет поиск дополнительной информации);

в) решение (агент мысленно взвешивает преимущества и недостатки принятия нововведения в текущей или ожидаемой ситуации, решает, стоит ли использовать его (принять или отклонить));

г) апробация/выполнение (агент использует нововведение);

д) подтверждение (агент оценивает результаты и принимает решение о дальнейшем использовании).

Решение о принятии нововведения принимается на основе анализа затрат и выгод. Однако часто возникает неопределенность (эта неопределенность влияет на скорость распространения) при принятии решения, обусловленная следующими восприимчивыми агентом свойствами нововведения:

1) относительные преимущества нововведения перед имеющимися аналогами, которые зачастую выражаются в экономических или социальных категориях (прибыльность, экономичность, затраты и т.п.);

2) совместимость нововведения – степень соответствия инновации существующей системе ценностей (определяется культурными нормами социальной системы), прошлому общественному и/или индивидуальному опыту и потребностям потенциального последователя;

3) сложность нововведения – степень простоты и легкости для понимания, использования или приспособления к нововведению; предполагается, что сложность инновации негативно связана с ее принятием;

4) простота апробации/использования – возможность апробации нововведения в ограниченных масштабах;

5) коммуникационная наблюдаемость – степень, с которой нововведение и его результаты могут быть замечены и оценены другими агентами.

Модели сетевой автокорреляции. В работе [64] рассматривается детерминированный дискретно-временной линейный процесс, в котором установки (*attitude*) агента изменяются под влиянием других агентов: $y_{t+1} = W y_t$, где y – вектор установок во времени t ; W – матрица влияний (см. также описание моделей информационного влияния во второй части настоящей работы). Эта модель обобщается в работе [65]: в нее включается матрица независимых переменных и вектор ее регрессионных коэффициентов. В работе [91] особое внимание уделяется описанию матрицы влияния W (w_{ij} – значение влияния j -го агента на i -го). Если обозначить через $A = \|a_{ij}\|$ матрицу смежности в социаль-

ной сети, тогда матрица влияния может определяться, например, следующим образом: а) $w_{ij} = a_{ij} / (a_{ij} + 1)$; б) $w_{ij} = r_j a_{ij} / (r_i + \sum_k r_k a_{ik})$, влияние j -го агента определяется числом имеющихся у него ресурсов r_j .

Модель подражательного поведения. В [5] описана модель подражательного поведения, в которой у каждого из агентов возможно одно из двух действий (так называемый бинарный выбор). Каждый агент характеризуется априорной вероятностью выбора того или иного действия, склонностью прислушиваться к мнению других агентов (какие действия планируют выбрать они) и матрицей влияний (с этой точки зрения описываемая модель близка к рассмотренной выше модели сетевой автокорреляции, а также к рассматриваемым ниже более общим марковским моделям информационного влияния; см. также раздел 3.3 настоящей работы, посвященный коммуникации и координации коллективных действий). Апостериорная вероятность выбора агентом определенного действия вычисляется аналитически по формуле полной вероятности (фактически – в терминах марковских моделей – рассматриваются два момента времени), что дает возможность исследовать многочисленные, хорошо интерпретируемые содержательно, случаи принятия агентами решений под влиянием окружения (см.[5]).

P^* -модели социального влияния. Для анализа связей и отношений между агентами в социальной сети используют вероятностные модели [108], учитывающие информацию о распределении структурных характеристик (или конфигураций или подграфов) в генеральной совокупности сетей с заданными свойствами (например, с заданными вершинами) и позволяющие проверять гипотезы о распределениях, значимости параметров модели, пригодности модели для описания данных. Для моделирования доступна информация о наблюдаемой социальной сети, рассматриваемой как реализация из генеральной совокупности сетей. Предполагается, что в сетях присутствуют конфигурации *выбора* ($i \rightarrow j$) и *взаимности* ($i \leftrightarrow j$) (можно также предположить, что существуют более сложные конфигурации: транзитивность, экспансия, посредничество и т.п.) и предложить

вероятностную модель с параметрами, соответствующими данным конфигурациям. Значимость параметров оценивается методом максимального правдоподобия для наблюдаемой сети. Если допустить, что сеть достаточно однородна, то можно выделить два изоморфных класса конфигураций (порядок вершин в конфигурации не важен) и по значениям двух параметров оценить, насколько часто встречаются данные классы конфигураций.

Влияние и корреляция. Как отмечалось выше, социальные связи играют важную роль в формировании поведения агентов. Однако видимая взаимосвязь между действиями агентов-соседей может определяться не столько социальным влиянием (выполнение действия агентом или его мнение может побудить поступить аналогичным образом его соседей), сколько другими факторами «социальной корреляции»: внешней среды (общее место жительства, схожая профессия и т.п.) или схожестью самих агентов (например, близостью вкусов).

Тем не менее, выявить влияние в сети можно в силу его причинно-следственной природы. Поэтому в [97] авторы рассматривают в рамках своей модели тесты, выявляющие фактор социального влияния. В модели сеть представлена графом G . Задается период времени $[0; T]$. Агенты могут стать активными в любой момент времени: A – множество активных агентов в конце периода времени T . Модель локального влияния заключается в следующем: каждый агент в определенные моменты времени становится активным с вероятностью $p(r)$, где r – число активных соседей. Наиболее естественным выбором функции $p(r)$ авторы [97] считают функцию логистической регрессии:

$$p(r) = \frac{e^{a \ln(r+1)+b}}{1 + e^{a \ln(r+1)+b}}, \text{ где: } \ln(r+1) - \text{объясняющая переменная;}$$

a – коэффициент социальной корреляции; для оценки параметров a и b используется метод максимального правдоподобия.

Для описания установления влияния в [97] рассматривается обобщенная модель корреляции: G и A берутся из совокупного распределения; для каждого агента из A выбирается время активации из распределения на $[0; T]$. Возможны два теста выявления

ния влияния. «Гасующий» тест (*shuffle test*) – перетасовать временные отметки для всех активаций и заново оценить коэффициент α . Если коэффициент изменился, то социальное влияние нельзя исключить, так как только в случае социального влияния время активации агента зависит от времени активации других агентов. Второй тест – инверсии ребер (*edge-reversal test*) – инвертировать направления всех ребер и повторно оценить α (при сходстве агентов и внешних факторах инверсия не влияет на коэффициент).

Модели «диффузии инноваций», связанные с формированием общественного мнения (т. е. само общественное мнение является нововведением – инновацией). Данный класс содержит значительное число моделей. Например, существуют модели, рассматривающие агентов как разобщенные объекты влияния средств массовой информации [46], однако в литературе по «диффузии инноваций» наибольшее распространение получила двухступенчатая модель [60], в которой средствами массовой информации сначала формируются мнения так называемых «лидеров мнений» (имеющих статус хорошо информированных, уважаемых или просто характеризующихся большим количеством связей), а затем посредством лидеров формируются мнения «обычных» агентов. При этом неясно, насколько оправдана такая «эвристически понятная» точка зрения. Отсутствуют объяснения того, насколько лидеры мнений через свое ближайшее окружение действительно влияют на все общество, насколько их влияние критично. Не учитывается также то, что не только лидеры влияют на обычных агентов, но и обычные агенты влияют на лидеров; влияние может передаваться более чем на два шага. Более того, многие математические модели (см., например, [42, 56, 57, 73, 116, 125]) не требуют введения в явном виде предположения о наличии лидеров мнений или каких-то «особенных» индивидов для формирования S-образной кривой диффузии инноваций.

Роль лидеров в «диффузии инноваций». В статье [122] выявляется роль лидеров в распространении нововведений в простой модели социального влияния (насколько изменения

мнений таких лидеров приводит к крупным каскадным изменениям мнений в сети). Как оказалось, в большинстве случаев лидеры лишь умеренно «важнее» обычных агентов (за исключением некоторых исключительных случаев): фактически к возникновению больших каскадов приводит влияние одних легко поддающихся влиянию агентов на других, столь же легко поддающихся влиянию.

Поясним последнее утверждение. В модели линейного порога [122] агент i должен принять бинарное решение относительно некоторой проблемы. Вероятность того, что i -ый агент предпочтет альтернативу CB (вместо альтернативы CA), увеличивается с числом других агентов, выбравших CB (как известно из социальной психологии, хотя здесь и исключается, например, «реактивное сопротивление» [24]). Правило порога следующее:

$$P[\text{принять } CB] = \begin{cases} 1, & \text{если } r_i \geq j_i, \\ 0, & \text{если } r_i < j_i, \end{cases}$$

где f_i – порог; r_i – доля агентов, выбравших альтернативу CB . Отметим, что непосредственным обобщением данной модели является использование вероятности, более «чувствительной» к изменению доли агентов r_i .

Дополнительно к правилу влияния одних агентов на решения других необходимо знать сеть влияния (кто из агентов на кого влияет). В [122] предполагается, что i -ый агент в популяции размером N влияет на n_i других выбираемых случайно агентов. Число n_i берется из распределения влияния $p(n)$ (среднее $n_{\text{avg}} \ll N$) и означает влияние i -го агента на n_i других относительно данной проблемы. В этой сети влияния все агенты могут (прямо или косвенно) влиять друг на друга. Авторы [122] определяют *лидеров мнений* как агентов, входящих в верхний дециль распределения влияния $p(n)$.

Далее в [122] рассматривается динамика влияния. В начальной стадии агенты не активны (имеют состояние 0) за исключением одного случайно выбранного так называемого *активного инициатора* i (лидера мнений), имеющего состояние 1. Этот инициатор может активировать соседей далее по цепочке,

инициируя каскад. Если большое число ранних последователей – агентов, непосредственно связанных в рамках сети с инициатором, – связано между собой, то может возникнуть глобальный каскад, хотя в целом такие последователи могут составлять небольшую часть всей популяции. Для сравнения среднего размера каскада, инициируемого лидером мнений, и среднего размера каскада, инициируемого обычным агентом, авторами [122] проводится серия экспериментов.

Необходимо отметить, что средний порог f одинаково влияет на способность инициировать каскад и лидера мнений, и обычного агента, поэтому относительное сравнение их значимости не зависит от f . Размер каскадов, генерируемых одиночными инициаторами, сильно зависит от «средней плотности» сети n_{avg} : если это значение мало, то многие агенты уязвимы, но сеть недостаточно плотна для распространения, и, в конечном итоге, активируется только небольшая часть сети; если же значение n_{avg} велико, то сеть сильно связана, но для активации агентам требуется большое число уже активированных соседей, т. е. небольшое число инициаторов не приведет к образованию глобального каскада. Только средний интервал – так называемое «окно каскадов» – может привести к образованию глобальных каскадов. В этом промежутке и лидеры, и обычные агенты могут инициировать каскады. Таким образом, способность агента инициировать каскад зависит скорее от глобальной структуры сети, нежели от персональной степени влияния агента. Если в сети в принципе могут возникать каскады, то любой агент может их инициировать, если нет, то никто. Данное утверждение не зависит от значения порога f , так как последнее просто одинаково сдвинет «окно каскада» и для лидеров, и для обычных агентов.

Как показывают эксперименты [122], лидеры инициируют каскады, размеры которых ненамного больше размеров каскадов, инициируемых обычными агентами (соотношение практически равно единице), за исключением узких границ «окна каскадов», в пределах которых лидеры существенно значимее, чем обычные агенты. С другой стороны, лидеры могут оказать

ключевую роль в инициировании глобальных каскадов в качестве образующих критическую массу ранних последователей. Если сеть имеет низкую плотность (n_{avg} примерно равно нижней границе «окна каскадов»), то ранние последователи в среднем более влиятельны (т. е. $n_i > n_{\text{avg}}$), но если сеть имеет высокую плотность (n_{avg} у верхней границы «окна каскадов»), то ранние последователи в среднем менее влиятельны (т. е. $n_i < n_{\text{avg}}$). Объясняется это тем, что агенты с высоким влиянием (у которых велико n_i) менее уязвимы, но при активации потенциально способны активировать больше других агентов. Однако эксперименты показывают, что, хотя ранние последователи являются более влиятельными, чем в среднем агенты всей сети, они не являются лидерами мнений (не всегда достаточно влиятельны для генерации глобальных каскадов) [122].

Вариации модели, предложенной в [122], с разными предположениями о межперсональном влиянии и структуре сети влияния дают различную динамику формирования мнения, но, тем не менее, общие выводы остаются почти теми же.

Сети с групповой структурой. В реальных сетях существует определенная *локальная структура*. Авторы [122] вводят простую локальную структуру: «знакомые» больше влияют друг на друга, и агенты имеют множественные, обычно перекрывающиеся группы знакомств. Популяция из N агентов делится на M групп размером g . В среднем каждая группа случайно связана с m_{avg} группами. Каждый агент i -ой группы с вероятностью p связан с каждым агентом в своей группе и с вероятностью q связан с каждым агентом из m_i соседних групп. Рассматриваются две структуры сети: *интегрированная* ($p = q$) и *концентрированная* (агент в своей группе связан, по крайней мере, с таким же числом агентов, как и вне нее). Как оказалось, у таких сетей «окно каскадов» шире, чем у рассматриваемых ранее случайных сетей. Однако введение групповой структуры снижает значимость лидеров мнений, за исключением интегрированной сети в левой границе «окна каскадов», т. е. в сети с низкой плотностью. То же происходит и с ролью ранних последователей: в разреженных сетях большую роль играют более

влиятельные ранние последователи, и наоборот. И все же эти влиятельные ранние последователи не являются лидерами мнений.

Изменение правила влияния. Предположение о том, что для активации лидера требуется большее число активных соседей, представляется разумным. Тем не менее, интересно знать, что произойдет, если на лидеров можно повлиять так же легко, как и на остальных агентов. В работе [122] рассматривается каноническая модель *SIR* («*Susceptible–Infected–Removed*» [76]), в которой в одном взаимодействии независимо от других взаимодействий агент активизируется (в моделях эпидемий – «*инфицируется*») с вероятностью b и дезактивируется со скоростью g («*выздоровливает*») в единицу времени, т. е. наиболее влиятельные агенты более легко поддаются влиянию. В этом случае нет верхней границы «окна каскадов»: чем выше плотность сети (возрастает уязвимость всех (!) агентов), тем большего размера возникают каскады. Но и здесь выводы авторов [76] те же: как и ранее, размеры каскадов, инициируемые лидерами, относительно больше размеров каскадов, инициируемых обычными агентами, но не существенно. А ранние последователи, связанные с инициаторами, в среднем более влиятельны, чем обычные агенты, но не настолько, чтобы быть лидерами.

2.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ САМЫХ ВЛИЯТЕЛЬНЫХ АГЕНТОВ В СЕТИ. ЦЕННОСТЬ АГЕНТА

Если рассматривать социальную сеть как множество агентов – потенциальных потребителей некоторого товара или услуги или множество потенциальных последователей новой технологии (инновации, нововведения), то, с точки зрения продавца последних, *ценность* (полезность) *агента* в социальной сети зависит не только от него самого (например, непосредственной ожидаемой прибылью от продажи товара или технологии именно ему), но и от его влияния на других агентов (т. е. важна конфигурация и состояние сети – совокупность мнений потенциальных потребителей относительно «товара»). Поэтому часто возникает потребность в выявлении небольшого числа агентов

(проблема максимизации влияния), которым, например, предоставляются льготы, способствующие распространению нововведения по всей сети.

К проблеме определения k самых влиятельных агентов в социальной сети обращались (в контексте так называемого вирусного маркетинга (*viral marketing*)) авторы работы [58]. Они моделируют рынок как социальную сеть агентов (сеть Маркова), ценность каждого из которых определяется не только непосредственной ожидаемой прибылью от продажи (*intrinsic value of customer*), но и ожидаемой прибылью от продаж другим агентам, на которых повлияет данный, от продаж агентам, на которых они могут повлиять и т.д. (*сетевая ценность агента-потребителя – network value of customer*).

В [58] ставится задача определения оптимальных маркетинговых действий $MA = \{MA_1, \dots, MA_n\}$ (MA_i может быть как булевой переменной: 1 – наличие скидки, 0 – ее отсутствие для i -го агента; так и непрерывной – размер скидки) для множества n агентов с предикатом $X_i = 1$, если агент i купил товар и $X_i = 0$ иначе. Предположим, что товар описывается следующим множеством атрибутов: $Y = \{Y_1, \dots, Y_m\}$. У каждого агента i существует множество соседей N_i , которые прямо влияют на X_i , определяя тем самым сеть агентов. В свою очередь, i -ый агент влияет на своих соседей.

Пусть задана стоимость c маркетинга в расчете на одного агента, выручка rv_1 от продажи товара агенту, если для него была проведена маркетинговая акция и выручка rv_0 от продажи продукта агенту, если маркетинговая акция не была проведена. Если маркетинговая акция включает скидку, то $rv_1 < rv_0$, иначе $rv_1 = rv_0$. Для простоты пусть MA – булев вектор.

Пусть $f_i^1(MA)$ – множество-результат установки MA_i в 1 (все остальные значения неизменны), аналогично определяется для $f_i^0(MA)$. Тогда ожидаемое повышение прибыли от маркетинговой акции для агента без учета ее воздействия на других агентов, т. е. ожидаемая прибыль от продажи (*intrinsic value of customer*) определяется формулой

$ELP_i(X^k, Y, MA) = rv_1 P(X_i = 1 | X^k, Y, f_i^1(MA)) - rv_0 P(X_i = 1 | X^k, Y, f_i^0(MA)) - c$, где X^k – множество агентов, значения которых известны (про которых известно, купили ли они товар), $P(X_i | X^k, Y, MA)$ – условная вероятность покупки товара i -ым агентом.

Тогда ожидаемое повышение прибыли от маркетинговых акций для выбранных агентов составит

$$ELP(X^k, Y, MA) = \sum_{i=1}^n rv_i P(X_i = 1 | X^k, Y, MA) - \sum_{i=1}^n rv_0 P(X_i = 1 | X^k, Y, MA_0) - |MA|c$$

где MA_0 – нулевой вектор; $rv_i = rv_1$, если $MA_i = 1$ (иначе $rv_i = rv_0$); $|MA|$ – число выбранных агентов.

Общей ценностью агента в сети (*total value of customer* = *network value of customer* + *intrinsic value of customer*) будет $ELP(X^k, Y, f_i^1(MA)) - ELP(X^k, Y, f_i^0(MA))$, (т. е. значение MA уже для других агентов изменится и может повлиять на их вероятность покупки). Тогда *сетевая ценность агента* (*network value of customer*) есть разница между его общей и личной ценностью (*network value of customer* = *total value of customer* – *intrinsic value of customer*). Как видно, значение ценности зависит от того, проведены ли акции для других агентов и купили ли товар другие агенты.

Вернемся к проблеме определения k самых влиятельных узлов в социальной сети. Очевидно, для их нахождения в данном случае следует найти такое MA , которое максимизирует ELP . В общем случае нахождение оптимального MA требует перебора всех его возможных комбинаций. Возможны следующие аппроксимирующие процедуры, дающие приближенное решение:

1) Одиночный обход. Для i -го агента проводится акция $MA_i = 1$, если $ELP(X^k, Y, f_i^1(MA_0)) > 0$;

2) Жадный алгоритм. Установим $MA = MA_0$. Необходимо обойти в цикле MA_i , устанавливая значение в единицу, если

$$ELP(X^k, Y, f_i^1(MA)) > ELP(X^k, Y, MA);$$

3) Поиск с восхождением по выпуклой поверхности (*hill-climbing search*). Установим $MA = MA_0$. Установим $MA_{i_1} = 1$, где

$i_1 = \arg \max_i (ELP(X^k, Y, f_i^1(MA)))$. Повторять, пока существует i -ый агент, установка для которого $MA_i = 1$ приводит к увеличению ELP .

Максимизация влияния в базовых моделях распространения нововведений. В [85] рассматривается проблема максимизации влияния на примере следующих двух базовых моделей распространения нововведений: линейная пороговая модель (см. выше) и *модель независимых каскадов*, в которой имеется начальное множество активных агентов A_0 и в некоторый момент времени новый активный агент получает шанс активировать своих соседей с вероятностью p_{vw} , и последние в случае успеха активируются на следующем шаге, и так до тех пор, пока возможны новые активации.

Проблема максимизации влияния. Влияние $s(A)$ множества агентов A авторы [85] определяют как ожидаемое число активных агентов при завершении процесса распространения нововведений, инициированных агентами из множества A . Для обеих моделей (линейного порога и независимых каскадов) возникает NP -трудная задача: при заданном параметре k найти k -элементное множество A , максимизирующее $s(A)$. Авторы [85] находят аппроксимирующий алгоритм для решения проблемы максимизации влияния. Поскольку проблема максимизации влияния схожа с известной задачей максимизации субмодулярных функций⁷, для которой достигнуты определенные результаты (см. работу [103] и современные обзоры в монографиях [66, 118]), то для соответствующего применения алгоритма необходимо лишь доказать, что $s(A)$ является субмодулярной функцией, что и удалось сделать авторам [85].

⁷ Субмодулярная (*submodular*) функция f отображает конечное множество U в неотрицательные действительные числа и удовлетворяет естественному свойству «сокращающихся доходов» (предельный доход от добавления элемента к множеству S , по крайней мере, столь же высок как предельный доход от добавления того же элемента в любое множество, включающее S).

Обобщенная пороговая модель. Решение агента об активации определяется монотонной пороговой функцией $f_v : S \subseteq N_v \rightarrow [0, 1]$, где N_v – множество соседей v и $f_v(\emptyset) = 0$. Каждый агент изначально выбирает равномерно случайно порог q_v и становится активным, если $f_v(S) \geq 0$.

Обобщенная модель каскадов. Вероятность $p_v(u, S)$ того, что агент u активирует агента v , зависит от множества S агентов, уже безуспешно пытавшихся активировать агента v . На модель накладывается ограничение: если соседи u_1, \dots, u_l пытаются активировать v , то вероятность того, что v станет активным после l попыток, не зависит от порядка попыток активации. В [85] для обобщенной модели каскадов получены условия ее эквивалентности обобщенной пороговой модели.

Обобщенные маркетинговые стратегии. Пусть имеется m различных маркетинговых действий M_1, \dots, M_m , каждое из которых может повлиять на некоторое подмножество агентов социальной сети, увеличивая их вероятность активации. То есть начальное множество активных агентов A_0 не определено. Выбирается объем инвестиций x_i в каждое маркетинговое действие, ограниченный совокупно бюджетом. Маркетинговая стратегия – вектор $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_m\}$. Вероятность $h_v(\mathbf{x})$ того, что агент v станет активным, определяется стратегией \mathbf{x} . Функция $h_v(\cdot)$ – неубывающая и обладает свойством «сокращающихся доходов», т. е.

$$\forall \mathbf{x} \geq \mathbf{y} \quad \forall a \geq 0 \quad h_v(\mathbf{x} + a) - h_v(\mathbf{x}) \leq h_v(\mathbf{y} + a) - h_v(\mathbf{y}).$$

Результирующее ожидаемое количество активных агентов в таком случае (с учетом прямого маркетинга и последующего влияния) равно

$$EG(\mathbf{x}) = \sum_{A \subseteq V} S(A) \prod_{u \in A} h_u(\mathbf{x}) \prod_{v \notin A} [1 - h_v(\mathbf{x})].$$

Для того чтобы приближенно максимизировать этот функционал, предполагается, что можно оценить $EG(\mathbf{x})$ в каждой точке \mathbf{x} и можно найти направление i с приближенно максимальным градиентом. Пусть e_i – единичный вектор оси i , а δ – константа. Предполагается, что существует $g \leq 1$ такое, что можно найти i , для которого $EG(\mathbf{x} + \delta e_i) - EG(\mathbf{x}) \geq$

$\geq g(EG(x + \delta e_j) - EG(x))$ для любого j . Тогда, поделив бюджет k на части размером δ , на каждом шаге (всего таких частей k/d) можно инвестировать δ средств из бюджета в M_i , которое максимизирует градиент $EG(\cdot)$.

Конкурирующие инновации. В [50] рассматривается проблема максимизации влияния для случая двух конкурирующих нововведений А и В (существуют игрок А и игрок В) для модели независимых каскадов. Соответственно, агент в сети, представленной графом $G(N, E)$, может находиться в трех состояниях: А (принятие нововведения А), В (принятие нововведения В) и С (решение еще не принято). Агент может перейти из состояния С в любое другое и только. Начальные непересекающиеся активные множества узлов – соответственно I_A и I_B ($I_A \cup I_B = I$). Задача максимизации влияния рассматривается для игрока А. Формально нужно максимизировать $f(I_A | I_B)$ – ожидаемое число агентов, которые выберут нововведение А, при заданном I_B с помощью выбора I_A .

Предлагаются две расширенные по отношению к модели независимых каскадов модели:

1) *Модель, основанная на расстоянии (distance-based)*, в которой агент принимает соответствующее нововведение от «ближайшего» активированного агента из I .

2) *Волновая модель*. Нововведение распространяется по шагам. Агент, не являющийся активным на предыдущем шаге, активируется на текущем шаге, выбирая равномерно случайно одного из соседей, находящихся на расстоянии, пропорциональном номеру шага.

В [50] утверждается, что функции субмодулярны, монотонны и неотрицательны, поэтому найдены аппроксимирующие алгоритмы для вычисления множества I_A . Отмечается, что перспективным является вычисление равновесия Нэша и рассмотрение игры Штакельберга.

Модель голосования. В [61] рассматривается проблема максимизации влияния на примере вероятностной модели голосования (*voter model*). В модели голосования (принадлежащей к классу моделей «систем взаимодействующих частиц» – *Interact-*

ing Particle Systems) на каждом шаге каждый агент может изменить свое мнение, случайно выбрав одного из соседей и приняв его мнение. Эта модель похожа на пороговую модель в том смысле, что агент с большей вероятностью изменит свое мнение на мнение, поддерживаемое большинством его соседей. Однако в модели голосования, в отличие от модели порогов, агент может стать неактивным.

Социальная сеть представлена неориентированным графом с петлями $G(N, E)$. Каждый узел v имеет множество соседей $N(v)$ и произвольно инициализируется (ему приписывается значение 1 или 0). В каждый момент времени каждый узел случайно выбирает одного из соседей (вероятность выбора каждого соседа одна и та же) и принимает его мнение:

$$f_{t+1}(v) = \begin{cases} 1, & \text{с вероятностью } \frac{|\{u \in N(v) : f_t(u) = 1\}|}{|N(v)|}, \\ 0, & \text{с вероятностью } \frac{|\{u \in N(v) : f_t(u) = 0\}|}{|N(v)|}. \end{cases}$$

Бюджет ограничен сверху константой B , затраты на начальное «убеждение» $f_0(v) = 1$ агента v составляют c_v . Таким образом, проблема максимизации влияния формулируется следующим образом: найти $f_0: N \rightarrow \{0; 1\}$, максимизирующее математическое ожидание $E[\sum_{v \in N} f_t(v)]$ при заданном ограничении бюджета $\sum_{\{v | f_0(v) = 1\}} c_v \leq B$.

2.3. ОБНАРУЖЕНИЕ КАСКАДОВ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВЛИЯНИЯ

Часто (например, в области информационной безопасности) необходимо как можно раньше обнаружить каскады распространения в социальной сети. Для этого отслеживаются состояния небольшой части узлов социальной сети. Проблема состоит в том, как определить это множество узлов (так называемых *сенсоров*) A . Выигрыш зависит от минимального времени обнаружения, числа обнаруженных каскадов, числа «зараженных» узлов, а затраты зависят от свойств выбранных узлов.

В статье [93] социальная сеть представлена графом $G(N, E)$, задан бюджет B для сенсоров и доступны данные о распространении каскада по сети (для каждого каскада, инициированного в узле i , известно время $T(i, u)$, за которое он дойдет до узла u). Выбирается подмножество A для максимизации ожидаемого выигрыша:

$$\max_{A \subseteq V} R(A) \equiv \sum_i P(i) R_i(T(i, A)),$$

где $T(i, A)$ – минимальное время обнаружения одним из сенсоров из A каскада i ; P – вероятностное распределение каскадов (по «типам» – узлам возникновения); $R_i(T(i, A))$ – выигрыш от обнаружения каскада i в момент времени $T(i, A)$; затраты $c(A) = \sum_{a \in A} c(a) \leq B$.

Как показано в [93], функции выигрыша субмодулярны (т. е. чем больше сенсоров, тем меньше маржинальная выгода). Следовательно, для нахождения множества A можно применять алгоритмы, предложенные в [103].

В заключение настоящего подраздела необходимо отметить, что большинство из рассмотренных выше моделей влияния являются имитационными и используемые в них подходы традиционны для имитационного моделирования и близки к моделям коллективного поведения (см. [4, 26, 32, 36]), моделям эволюционных игр (см., например, [5-7] обзор в [7]) и моделям искусственных обществ, которые чрезвычайно интенсивно развиваются в настоящее время в рамках агентного имитационного моделирования [25, 89].

2.4. ДРУГИЕ МОДЕЛИ ВЛИЯНИЯ

В настоящем разделе рассматривается ряд моделей влияния, базирующихся на аналогиях с медициной, физикой и другими разделами науки.

Модели просачивания и заражения. *Модели просачивания (percolation) и заражения (contagion)*, используемые в различных приложениях – от моделей эпидемий до исследования нефтяных месторождений, представляют собой популярный способ изучения распространения информации (инноваций).

Классическая модель распространения *эпидемии* основана на следующем цикле заболевания носителя: первоначально человек восприимчив к заболеванию (*susceptible*); если он входит в контакт с инфицированным, то заражается (*infected & infectious*) с некоторой вероятностью β ; впоследствии через некоторый период времени человек становится здоровым, приобретая иммунитет, или умирает (*recovered/removed*); иммунитет со временем снижается, и человек снова становится восприимчивым к болезни (*susceptible*).

В модели *SIR* (по первым буквам трех этапов цикла заболевания) [42] выздоровевший становится невосприимчивым к болезни: $S \rightarrow I \rightarrow R$. Соответственно общество представляется тремя группами: $S(t)$ – численность группы людей, еще не инфицированных или восприимчивых к болезни в момент времени t ; $I(t)$ – численность группы инфицированных людей; $R(t)$ – численность группы выздоровевших людей. Пусть $N = Const = S(t) + I(t) + R(t)$. Динамика следующая:

$\frac{dS(t)}{dt} = -b N \frac{S(t)}{N} I(t) = -b S(t) I(t)$, т. е. каждый из инфициро-

ванных в единицу времени, контактируя с восприимчивыми к болезни, заражает их с вероятностью β ; $\frac{dR(t)}{dt} = g I(t)$, инфици-

рованные выздоравливают через средний период времени $1/\gamma$; соответственно: $\frac{dI(t)}{dt} = b S(t) I(t) - g I(t)$.

Существуют и другие аналогичные более сложные модели, в частности, в модели *SIRS* выздоровевший становится восприимчивым к болезни через некоторое время. Простейшим примером ситуации, где такая модель является естественной – заболевание гриппом. Другой пример – распространение информации в социальной сети. Блоггер (человек, который ведет *блог* – сетевой дневник) может прочитать блог друга (восприимчив), посвященный некоторой теме, а затем может и сам написать об этой теме (инфицирован), и позже вернуться к ней (восприимчив).

Для социальных сетей ключевым показателем является «эпидемический порог» I_c – критическая вероятность заражения соседа, при превышении которой «инфекция» распространяется по всей сети. Эпидемический порог зависит от свойств графа социальной сети, например: числа вершин, распределения связей, коэффициента кластеризации. Поэтому распространение инфекции сильно зависит от выбранной модели представления графа сети.

Если социальную сеть представить случайным графом, то инфекция с вероятностью заражения выше порога экспоненциально быстро размножается $I = b/\gamma > I_c$; инфекция с вероятностью заражения ниже порога экспоненциально быстро «вымирает».

Более реалистичной моделью социальной сети является *безмасштабный граф*, в котором некоторые вершины связаны с тысячами и даже миллионами других вершин, в большинстве своем имеющих всего по несколько связей (т. е. отсутствует характерный масштаб). В таком графе распределение количества связей узлов описывается степенным законом [3]. Анализ распространения компьютерных вирусов в безмасштабных сетях показал, что в них эпидемический порог отсутствует – эпидемия охватит всю сеть, если возникнет инфекция [111]. Однако в блогосфере многие обсуждаемые темы могут распространяться без возникновения эпидемий, поэтому порог все же отличен от нуля, следовательно, нужна или более адекватная модель сетей со степенным распределением (т. е. необходимо учесть более «тонкие» свойства таких сетей, например, коэффициент кластеризации [59]) или нужно модифицировать модель передачи инфекции (т. е. ослаблять вероятность заражения с увеличением «дистанции от инициатора» [124]).

Лавинообразные процессы. Как отмечается в [19], широкий круг явлений в природе и обществе (процессы горения и взрыва, размножение вирусов или накопление продуктов распада в живом организме, социальные конфликты [20] с митинговым характером протекания [35], валютные и биржевые паники, ажиотажный спрос на те или иные товары [22], распространение

технологических и управленческих новшеств, в том числе информационных систем и технологий, информационные воздействия на индивидуальных и коллективных субъектов [37]) обладают отличительной чертой, объединяющей эти объекты, процессы и системы в один класс. Такой чертой является лавинообразный, по типу цепной реакции, характер распространения, развития процессов и, как следствие, наличие внутренних или внешних связей, характеризующихся большим, чаще всего экспоненциальным, изменением одного параметра при небольшом изменении другого. Такие процессы в [19] были определены как *быстрые социально-экономические процессы*. Упомянутая монография содержит как широкий спектр моделей этих процессов (а также моделей просачивания и заражения и моделей на основе клеточных автоматов), так и результаты их имитационного моделирования и идентификации моделей по многочисленным реальным данным.

Модель Изинга – математическая модель, описывающая возникновение намагничивания материала [23]. Учитывается взаимодействие только ближайших атомов-соседей в кристаллической решетке, энергия взаимодействия $E_{ij} = -J (s_i s_j)$, где s – спин атома, равный ± 1 ; J – константа обменного взаимодействия. Полная энергия E может быть найдена суммированием по всей решетке $E(S) = -J \sum_{i \sim j} S_i S_j$. В случае наличия внешнего поля h $E(S) = -J \sum_{i \sim j} S_i S_j + h \sum_i S_i$.

Для ферромагнетика константа обменного взаимодействия $J > 0$ и энергия минимальна для спинов, направленных в одну сторону. Энтропия минимальна в упорядоченном состоянии (при минимальной энергии) и быстро растет с ростом энергии. При температуре ниже критической большая часть спинов атомов будет ориентирована одинаково (с вероятностью близкой к единице), при более высокой температуре ориентация спинов будет случайной.

В [117] предполагается, что конформность или независимость в большой социальной группе может моделироваться с

помощью модели Изинга; влияние ближайших соседей является определяющим, а аналогом температуры является готовность группы мыслить творчески, готовность принять новые идеи. Внешним полем для социальной группы является влияние «авторитета». Несколько более сложные модели, описывающие социальные сети и основывающиеся на термодинамических аналогиях, рассматривались в [4].

Модели на основе клеточных автоматов. Для описания процессов распространения информации в социальной сети последнюю можно рассматривать как сложную адаптивную систему, состоящую из большого количества агентов, взаимодействие между которыми приводит к масштабному, коллективному поведению, которое трудно предсказать и анализировать. Для моделирования и анализа таких сложных систем иногда используются клеточные автоматы. Клеточный автомат (см., например, [115]) состоит из набора объектов (в данном случае агентов), обычно образующих регулярную решетку. Состояние отдельно взятого агента в каждый дискретный момент времени характеризуется некоторой переменной. Рассматриваемые состояния объекта синхронно изменяются через дискретные интервалы времени в соответствии с неизменными локальными вероятностными правилами, которые могут зависеть от состояния переменных, описывающих ближайших соседних агентов в *окрестности* данного агента, а также возможно, от состояния самого агента.

В работе [69] моделируется эффект «из уст в уста» в распространении информации в социальных сетях. Каждый агент в большой сети относится к одной персональной сети, агенты в которой связаны *сильными* (стабильными и постоянными) *связями*. Агент также имеет *слабые связи* с агентами из других персональных сетей (о слабых и сильных связях см. [72]). Вероятность того, что информированный агент повлияет по сильной связи на неинформированного агента (т. е. последний станет информированным) в данный период времени равна β_s , а по слабой – β_w ($\beta_s > \beta_w$). Также неинформированные агенты в данный момент времени с вероятностью α (которая меньше вероят-

ности, достигаемой посредством эффекта «из уст в уста», согласно эмпирическим данным [49]) становятся информированными благодаря рекламе и другим маркетинговым приемам.

Итак, в момент времени t неинформированный агент, имеющий m сильных связей с информированными агентами из его персональной сети и j слабых связей с информированными агентами из других персональных сетей, станет информированным с вероятностью:

$$p(t) = (1 - (1 - a)(1 - b_w)^j(1 - b_s)^m).$$

В [69] предлагается использовать вероятностный клеточный автомат со следующим алгоритмом.

1. Первоначально все агенты не информированы (значение 0).

2. В начальный момент времени агенты становятся информированными благодаря рекламе, поскольку распространение информации способом «из уст в уста» требует наличия информированных агентов. Для каждого агента датчиком случайных чисел генерируется случайное число U ($0 < U < 1$), которое сравнивается с вероятностью $p(t)$ реализации информированности. Если $U < p(t)$, то агент станет информированным (значение 1).

3. В следующие моменты времени подключается эффект «из уст в уста» (сильные и слабые связи). Опять-таки, если $U < p(t)$, то агент станет информированным (значение 1).

4. Процесс повторяется, пока 95 % агентов не станут информированными.

Для имитационного эксперимента в [69] задавались следующие параметры: размер каждой персональной сети, число слабых связей для каждого агента, вероятность β_s , вероятность β_w и a . Как оказалось, хотя вероятность распространения по слабым связям ниже, но влияние слабых связей на скорость распространения информации, по крайней мере, такое же, как и сильных связей. В начальной фазе («*early informed*») большее влияние в информировании агентов имеет реклама (см. выше, в дальнейшем ее роль незначительна), в следующей фазе («*middle informed*») информация распространяется в персональных сетях

благодаря сильным связям; по мере того, как информированных агентов в таких сетях становится больше, эффект сильных связей ослабляется, и возрастает роль слабых связей в активации новых сетей. При увеличении размера персональной сети роль сильных связей увеличивается, а слабых – уменьшается. При увеличении количества слабых связей эффект от сильных связей снижается, а от слабых – увеличивается. При усилении рекламы эффект от сильных связей немного увеличивается, а от слабых – уменьшается.

Цепи Маркова. В статье [126] представлена модель *цепей Маркова*, в которой изучается влияние в команде (группе агентов). Предлагаемая модель является динамической байесовой сетью (*Dynamic Bayesian Network – DBN*) с двухуровневой структурой: уровнем индивидов (моделируются действия каждого агента) и уровнем группы (моделируются действия группы в целом). Всего имеются N агентов; i -ый агент в момент времени t находится в состоянии S_t^i , вероятность которого $P(S_t^i | S_{t-1}^i S_{t-1}^G)$ зависит от предыдущего состояния агента и состояния команды, и предпринимает действие O_t^i с условной вероятностью $P(O_t^i | S_t^i)$. Команда в каждый момент времени t находится в некотором состоянии S_t^G , вероятность которого $P(S_t^G | S_t^1, \dots, S_t^N)$ зависит от состояний всех агентов. Таким образом, для N агентов вероятность того, что в некоторый момент времени T они будут находиться в совокупном состоянии S и предпримут совокупное действие O , равна

$$(1) \quad P(S, O) = \prod_{i=1}^N P(S_i^1) \prod_{i=1}^N \prod_{t=1}^T P(O_t^i | S_t^i) \prod_{t=1}^T P(S_t^G | S_t^1, \dots, S_t^N) \prod_{t=2}^T \prod_{i=1}^N P(S_t^i | S_{t-1}^i S_{t-1}^G).$$

Если ввести переменную Q , определяющую состояние группы, и предположить, что:

- а) она не зависит от состояний других агентов;
- б) при значении $Q = i$ состояние группы S_t^G зависит только от состояния i -го агента S_t^i ;

то $P(S_t^G | S_t^1, \dots, S_t^N)$ можно записать как

$$\sum_{i=1}^N P(Q = i) P(S_t^G | S_t^i) = \sum_{i=1}^N \alpha_i P(S_t^G | S_t^i),$$

где α_i – влияние i -го агента на состояние группы.

Описанная двухуровневая модель влияния тесно связана с рядом других моделей: *Mixed-memory Markov Model (MMM)* [114], *Coupled Hidden Markov Models (CHMM)* [105], модели влияния и деревья динамических систем (*DST – Dynamical Systems Trees*) [78]. *MMM* декомпозирует сложную модель (например, марковскую модель k -го порядка) следующим образом:

$$P(S_t | S_{t-1} S_{t-2}, \dots, S_{t-K}) = \sum_{i=1}^K \alpha_i P(S_t | S_{t-i}).$$

В модели *CHMM* моделируется взаимодействие нескольких цепей Маркова прямой связью текущего состояния одного потока с предыдущими состояниями всех других потоков: $P(S_t^i | S_{t-1}^1 S_{t-1}^2, \dots, S_{t-1}^N)$, однако такая модель вычислительно сложна, поэтому ее упрощают следующим образом:

$$P(S_t^i | S_{t-1}^1 S_{t-1}^2, \dots, S_{t-1}^N) = \sum_{j=1}^N \alpha_{ji} P(S_t^i | S_{t-1}^j),$$

где α_{ji} – влияние j -го агента на i -го. Предлагаемая модель расширяет эти модели, используя переменную S_t^G уровня группы, которая позволяет моделировать влияние между всеми агентами и командой

$$P(S_t^G | S_t^1, \dots, S_t^N) = \sum_{i=1}^N \alpha_i P(S_t^G | S_t^i)$$

и дополнительно устанавливает динамику каждого агента от состояния команды $P(S_t^i | S_{t-1}^i S_{t-1}^G)$. Деревья динамических систем имеют структуру дерева, которая моделирует интерактивные процессы через скрытые цепи Маркова. Есть два различия между *DST* и рассмотренной выше моделью [126]. Во-первых, в *DST* родитель имеет собственную цепочку Маркова, в то время как в данной модели текущее состояние команды прямо не зависит от ее предыдущего состояния (т. е. действие группы – это агрегированное действие агентов). Во-вторых, в модели [126] команда влияет на агентов, так и агенты влияют на команду.

Авторы [126] выдвигают гипотезу, что предложенный ими подход к многоуровневому влиянию послужит средством анализа социальной динамики для выявления шаблонов возникающего группового поведения.

На свойства марковских цепей также опираются *FHG*-модели (J. French [63] – F. Harary [74] – M. DeGroot [53]) социального влияния (см. обзоры в [38, 81], а также модели информационного влияния во второй части настоящей работы). Обобщения подобных моделей, в том числе – на случай динамически меняющегося взаимного влияния, рассматривались в [70, 75, 86, 96]; условия сходимости мнений членов социальной сети – в [44, 51, 54]; скорость сходимости – в [54, 70]; условия единственности итогового мнения – в [70, 75].

2.5. ИНДЕКСЫ ВЛИЯНИЯ

В социальной сети иногда важно определить влияние агента, количественной характеристикой которой является индекс «силы» или индекс влияния агента.

Индексы «силы» (*decisional power indexes*) и индексы влияния. В работе [71] изучается следующая модель влияния в социальной сети. Перед агентами группы стоит необходимость принять или отвергнуть некоторое предложение (например, проголосовать за некоторого кандидата на выборах). Предполагается, что агент изначально имеет предрасположенность к некоторому решению (да – «+1» или нет – «-1»), однако из-за влияния других агентов может принять иное итоговое решение. Иногда для оценки воздействия (*decisional power*) k -го агента на решение всей группы используется индекс Хёде-Баккера (*Hoede-Bakker*) [77]:

$$HB_k(B, Gd) = \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{\{i|_k=+1\}} gd(Bi),$$

где N – множество из n агентов; $i \in I$ – вектор предрасположенностей/намерений этих агентов; а $B : I \rightarrow I$ – функция влияния, которая отображает вектор намерений в итоговый вектор решений; $gd : B(I) \rightarrow \{+1, -1\}$ – функция группового решения. Со-

держательно индекс Хёде-Баккера означает меру соответствия решений группы намерениям агента. Функция влияния может быть основана на принципе большинства (когда агент принимает решение на основе намерения, поддерживаемого большинством агентов), либо может быть основана на ключевой роли экспертов (агенты поступают согласно известному намерению признанного «гуру»/эксперта) и т.п.

В работе [113] предложено следующее обобщение индекса Хёде-Баккера:

$$GHB_k(B, Gd) = \frac{1}{2^n} \left(\sum_{\{i|k=+1\}} gd(Bi) - \sum_{\{i|k=-1\}} gd(Bi) \right).$$

Определим «Успех» (*success*), «Неудачу» (*failure*) и «Авторитетность» (решающую роль, *decisiveness*) агента. Если решение группы совпадает с намерением агента, то он успешен. Если предположить, что векторы намерений равновероятны, то обобщенный индекс Хёде-Баккера представляет собой «чистый» успех, т. е. он равен «Авторитетность = Успех – Неудача», где Авторитетность, Успех и Неудача представляют собой вероятности того, что агент соответственно будет играть решающую роль, успешен, неудачен. Если успешный агент определяется как агент, намерению которого соответствует решение группы, и векторы намерений равновероятны, то обобщенный индекс Хёде-Баккера совпадает с абсолютным индексом Банцафа [113]:

$$PB_k(W) = \sum_{R:k \in R \in W, R \setminus \{k\} \notin W} \frac{1}{2^n} + \sum_{R:k \notin R \notin W, R \cup \{k\} \in W} \frac{1}{2^n},$$

где R – такой вектор, в котором агенты из множества R принимают решение принять предложение (значение соответствующей компоненты вектора равно «+1»), а остальные отклоняют предложение (значение равно «-1»). W – множество векторов, которые ведут к принятию предложения (+1) группой согласно некоторому заданному правилу.

Недостаток индекса Хёде-Баккера заключается в том, что он не измеряет влияние между агентами (неясно каков эффект функции влияния $B(\cdot)$), а показывает только отношение между

исходным вектором намерений и итоговым решением группы [77]. Поэтому авторы [77] вводят семейство индексов влияния для агентов и их коалиций, имеющее обобщенную форму:

$$d_a(B, S \rightarrow j) = \frac{\sum_{i \in I_{S \rightarrow j}^*} a_i^{S \rightarrow j}}{\sum_{i \in I_{S \rightarrow j}} a_i^{S \rightarrow j}} \in [0, 1].$$

Величина d_a показывает взвешенный индекс влияния множества агентов S на j -го агента, не входящего в это множество; $I_{S \rightarrow j}$ – множество всех векторов намерений, для каждого из которых существует потенциальная возможность влияния коалиции S на изменение итогового решения агента j (т. е. это такой вектор I , для которого намерения коалиции и агента противоположны); $I_{S \rightarrow j}^*(B)$ – множество всех векторов намерений; для каждого вектора i итоговое решение j -го агента $(Bi)_k$ соответствует намерению коалиции S . Поскольку на изменение решения агента j могут повлиять и другие агенты из $M \setminus \{S \cup j\}$ (как и их различные коалиции) с тем же намерением, что и агенты из S , то вводятся весовые коэффициенты $a_i^{S \rightarrow j}$ для S .

Авторы [71] дополнительно вводят следующие понятия:

– *последователи (followers)* – агенты, решения которых всегда совпадают с намерениями агентов из множества S в тех случаях, когда намерения агентов S совпадают (они образуют коалицию);

– *функция чистого влияния $V(\cdot)$* множества агентов S на T – когда агенты из T принимают решения исходя из намерений агентов множества S в тех случаях, когда намерения агентов S совпадают, а остальные агенты принимают решения согласно своим первоначальным намерениям;

– *ядро функции влияния $V(\cdot)$* – множество таких множеств агентов S , подмножества которых не имеют последователей.

Перечисленные конструкции позволяют количественно оценить влияние агентов и их групп.

В заключение настоящего раздела отметим, что в теории принятия решений на сегодняшний день исследовано множество моделей определения индексов влияния (см., например, обзоры в [1, 62]). Кроме того, за рамками настоящей работы оказались индексы влияния агентов, определяемые количеством и топологией сильных (непосредственных) и слабых (косвенных) связей, в которых участвует каждый агент. Многим таким индексам соответствуют модели влияния, в частности, марковские (см., например, [99, 100]). И даже более – задача определения относительного влияния агентов в социальной сети чрезвычайно близка к так называемой задаче ранжирования интернет-страниц (*PageRank problem*), даже краткое рассмотрение которой требует отдельного обзора (для первоначального ознакомления можно порекомендовать [87, 88, 95]). Дальнейшее развитие приложений перечисленных моделей влияния к социальным сетям представляется перспективным направлением дальнейших исследований.

3. Часть II. Общее знание в социальных сетях. Общественное благо и коллективные действия. Игры на сетях.

3.1. РОЛЬ ИНФОРМИРОВАННОСТИ

Рассмотрим агента, входящего в некоторую социальную сеть. Агент информирован о текущей *ситуационной обстановке* (действиях и представлениях других агентов, параметрах среды – так называемом *состоянии природы* (*state of nature*) и т.п.). Ситуационная обстановка влияет на имеющийся у агента набор ценностей, установок и представлений, связанных следующим образом: ценности влияют на установки, а те, в свою очередь, приводят к предрасположенности к представлениям того или иного уровня, с предрасположенностями согласована находящаяся «в памяти» агента иерархическая система представлений

о мире⁸. Предрасположенность к тем или иным представлениям и ситуационная обстановка (например, действия других агентов) приводят к формированию новых или модификации старых представлений. В соответствии с этими представлениями и установленной целью агент принимает решение и выполняет действие. Результаты действий приводят к изменению как самой ситуационной обстановки, так и внутренних ценностей, установок и представлений.

Представления n -го порядка. Взаимные представления.

Если рассмотреть представления агента, то в ситуации принятия решения важными оказываются также его представления о представлениях других агентов и т.д. (пример представлений второго порядка (второго *ранга рефлексии*): агенту А известно, что агенту В известно, что С известно p »), поскольку агент перед действием пытается предсказать поведение других агентов. Другие агенты, соответственно, могут иметь свои представления разных порядков (см. обзор и модели взаимных представлений в [34]).

Во многих социальных отношениях, событиях и действиях, участники которых не используют каких-либо явных соглашений и контрактов, важны взаимные представления, предполагающие представление агентов об идентичности их представлений (см. описание *конвенций* в [34, 94]). В [119] выделены следующие два подхода к определению понятия взаимного представления.

1) *Итеративный подход*. Согласно этому подходу в группе G существует взаимное представление о p тогда и только тогда, когда: всем агентам из G известно p ; всем известно, что всем известно p , и так далее до бесконечности (т. е. факт p является *общим знанием* (см., напр., [34]) для агентов из G). Данный подход гипотетически предполагает наличие у агентов пред-

⁸ Отметим, что термины «ценности», «представления», «установки» и т.п. в современной психологии и в теории многоагентных систем не согласованы и употребляются в различных толкованиях, которые не совпадают друг с другом.

ставлений такого ранга рефлексии, которые они в действительности смогут иметь или не смогут ими оперировать из-за ограниченности когнитивных возможностей, отсутствия информации и недостатка рациональности (проблема определения *максимальных целесообразных рангов рефлексии* в зарубежной литературе получила название «*level problem*»). Выделяют несколько способов решения данной проблемы (см. также [34]):

а) агент группы может действовать с позиции отсутствия недоверия к суждению p (*lack of disbelief*, определяется как отсутствие у агента представлений об отрицании p);

б) для агентов группы предполагается наличие только предрасположенности к приобретению представлений более высокого порядка; при этом агенты этой группы должны быть должным образом информированы и обладать общими для всех шаблонами рассуждений для вывода одних и тех же заключений.

В обоих случаях агенты должны быть достаточно рациональны, интеллектуальны и при необходимости без каких-либо помех способны приобрести представления более высокого уровня (предпосылкой для такого приобретения может послужить вопрос о представлениях более высокого уровня). Однако часто для успешных действий достаточно представлений второго порядка (но далеко не всегда – см. достаточные условия в [34, 41]).

Пример 1 (выполнение совместного действия двумя агентами). Высказывания базового порядка:

1) Агент А выполнит свою часть X , $p(A)$;

2) Агент В выполнит свою часть X , $p(B)$.

Предположим:

i) А верит, что 1) и 2);

ii) В верит, что 1) и 2).

Утверждается [119], что уровень $n = 2$ в данном примере необходим и достаточен для выполнения совместного действия: агент А, очевидно, должен предполагать, что агент В выполнит свою часть действия, поскольку только в этом случае у него возникнут основания для выполнения собственной части. Агент

А должен также предполагать, что агент В предполагает, что агент А выполнит свою часть работы. В противном случае, у агента А нет достаточных оснований для того, чтобы предполагать, что В выполнит свою часть работы (так как если по предположению агента А агент В не предполагает выполнение агентом А своей части, то он не выполнит свою тоже), а значит, нет оснований для выполнения собственной части. Аналогично для В. Необходимо наличие у агентов представлений следующего порядка:

iii) А предполагает, что i) и ii);

iv) В предполагает, что i) и ii). •⁹⁾

Пример 2. Предположим, что каждому участнику «Общества Плоской Земли» не только известно о том, что Земля является плоской, но и то, что всем участникам известно это (поскольку они состоят в этом обществе). Агенты осознают, что другие агенты в группе предполагают то же самое, и это устанавливает социальную связь между ними, основанную на «вере», но на первом уровне рефлексии такое осознание отсутствует. И вновь второй уровень рефлексии необходим и обычно достаточен для согласованных действий участников общества в вопросах, связанных с формой Земли. Однако кто-то мог бы обнаружить, что все они верят в данное представление второго порядка, и мог бы задаться вопросом о представлениях третьего порядка и т.п. •

Отметим, что не все социальные понятия зависят от взаимного представления: скрытое социальное влияние и власть не требуют этого.

II) «*Рефлексивный подход*». В группе G существует взаимное представление о p тогда и только тогда, когда все в группе предполагают p и все предполагают, что в группе G существует взаимное представление о p . Данное представление соответствует второму уровню рефлексии [34].

⁹ Символ «•» здесь и далее обозначает окончание примера.

Взаимное представление как общее (shared) «мы-представление». «Мы-представление» агента – это такое представление агента о *p*, что:

(а) каждый агент имеет данное представление (требуется, поскольку не может быть общей позиции без всех участников) и предполагает, что

(b) все в группе имеют такое представление (предоставляет социальную причину для того, чтобы принять и иметь такую позицию), а также каждый агент предполагает, что

(с) все предполагают, что есть взаимное представление в смысле (b) (усиливает причину, делая ее межсубъектной).

Общее «мы-представление» предполагает наличие у каждого агента группы «мы-представлений», т. е. соответствует третьему уровню рефлексии [34].

С помощью взаимных представлений можно пытаться объяснить коллективное мышление и коллективное действие [32, 41]. Некоторые модели, учитывающие стратегическую и информационную рефлексию членов социальной сети, рассматривались в [13].

3.2. ОБЩЕСТВЕННЫЕ БЛАГА И ИНДИВИДУАЛЬНАЯ СПЕЦИАЛИЗАЦИЯ

Коллективные действия, общественные блага и координационные игры. В *коллективном действии* важны следующие факторы: информированность, коммуникация и координация. Теория коллективного действия (*collective action theory*) объясняет широкий круг явлений (общественные движения, электоральное поведение, членство в группах по интересам), связанных с достижением общественных благ посредством согласованного совместного участия двух или более людей. Теория также рассматривает влияние внешних факторов на поведение людей в данной группе.

Как известно, *общественное благо (public goods)* – это благо, характеризующееся:

1) неисключаемостью из потребления, т. е. невозможно исключить из числа потребителей общественного блага тех, кто не платил за него;

2) отсутствием конкуренции при потреблении блага: потребление блага одним субъектом не ведет к сокращению потребления этого блага другими людьми.

Чистое общественное благо – национальная оборона, мосты, общественное мнение, выборы, открытая информационная база данных, система коммуникации и т.д.

Ради достижения одного и того же общественного блага (цель) *коллективное действие* (*collective action*) совершается двумя или более людьми. Каждый человек решает участвовать (*participate*) или не участвовать (*free riding*) в коллективном действии. Поскольку перед каждым участником встает вопрос, готов ли он нести затраты ради достижения общественного блага (т. е. участвовать в коллективном действии), и поскольку для него существует возможность получения выгоды без участия в издержках (если число людей велико, то увеличиваются общественные затраты на выявление «безбилетников» и наложение санкций), то возникает затрудненность осуществления взаимовыгодных коллективных действий. То есть возникает так называемая «проблема безбилетника» (*free rider problem*), широко известная в современной микроэкономической теории (см., например, [28, 98]).

Для того чтобы побудить агентов к приложению усилий по созданию общественного блага, можно стимулировать их материальными поощрениями, оказывать влияние в рамках тех или иных схем социального влияния. По мнению [27, 106] только *организация* может справиться с затратами на решение этих задач (ей принадлежит ключевая роль в обеспечении взаимодействия, мотивации, коммуникации и координации участников коллективного действия [32, 33]). Или, по крайней мере, потенциально должны существовать латентные группы, т. е. сообщества с общими групповыми интересами в коллективном благе, которые еще не построили организационную структуру для решения коммуникативных и организационных задач, но со

структурами лидерства, центрами, где аккумулируются ресурсы и принимаются решения [27].

Однако следует отметить, что развитие информационно-телекоммуникационных технологий (персональных компьютеров, мобильных телефонов, электронной почты, чатов, интернета) в коллективных действиях во много раз снижает затраты на коммуникацию и координацию [45], а также иногда освобождает от необходимости построения формальной структуры. Если, например, рассматривать общественно полезную информацию как общественное благо, то при целенаправленном создании информационной базы и построении сообщества на начальном этапе все же требуется координация участников и возникает «проблема безбилетника»; при нецеленаправленном создании такой базы, когда участники могут и не знать других участников, самостоятельно размещая информацию на общественно доступных ресурсах (форумах, интернет-страницах), возникает по большей части не *проблема участия*, а *проблема доверия* (см. обзор [11]).

Ситуации с коллективным действием, в которых все стороны могут получить взаимную выгоду, если примут взаимно согласованные решения (проблема координации), часто моделируются координационными играми. *Координационные игры* – класс игр с множественными чистыми равновесиями Нэша, в которых игроки выбирают одинаковые или согласованные стратегии [16, 34, 40, 79, 102]. В рамках настоящей работы нас интересуют коллективные действия агентов в социальных сетях.

Коллективные действия в социальных сетях. Ключевое значение здесь имеют социальные связи. С одной стороны, социальные связи могут обеспечить эффективный локальный социальный контроль для стимулирования участия в коллективном действии (в силу давления со стороны своих соседей, доверия к ним, социального одобрения, необходимости сохранения положительных отношений и соответствия ожиданиям, эмоциональной привязанности, сохранения своей репутации, отождествления себя с соседями и т.п.). Так, например, поведение соседей агента повлияет на его собственное поведение. С другой

стороны, социальные связи обеспечивают агента информацией о намерениях и действиях других агентов в сети и формируют его (неполные) представления, на основе которых агент принимает свои решения. И наконец, в пределах социальных связей агенты могут прикладывать совместные усилия по созданию локального общественного блага и пользоваться им. Поэтому структура социальной сети оказывает сильное воздействие на решения агентов о принятии участия в коллективном действии.

Общественные блага в социальных сетях. В статье [47] рассматривается предоставление общественных благ (*public goods*) в социальной сети, в которой агенты, соединенные связями, могут прикладывать совместные усилия по созданию благ и пользованию ими. По мнению авторов [47], это может привести к *специализации* в сети в обеспечении общественных благ (см. также обзоры теории *сетевых игр* [15, 82]). В [47] доказано, что существует равновесие, в котором агенты вносят определенный вклад (усилия), а другие пользуются этим. Такая специализация может принести пользу обществу в целом, если вкладчики («специалисты») связаны со многими агентами в сети. Новые связи в сети увеличивают доступность общественного блага, но уменьшают индивидуальные стимулы для приложения усилий (увеличения вклада). Следовательно, общее благосостояние всей сети выше в неполных сетях. В этом смысле для будущих исследований перспективно изучение динамики, процессов формирования социальной сети.

В [47] вводится сетевая модель общественного блага, где фиксирована структура сети (связь между агентами i и j задается бинарным значением $r_{ij} = r_{ji}$). i -ый агент выбирает размер e_i своих усилий, вкладываемых в общественное благо, которым смогут воспользоваться все его соседи из множества N_i . Получаемый им выигрыш задается дважды дифференцируемой строго вогнутой функцией выигрыша $bf(\cdot)$, которая зависит от *усилий* (действий) как самого агента e_i , так и усилий его соседей: e_{-i} . Тогда его функция выигрыша задается вектором усилий агентов

e и графом G : $U_i(e; G) = bf(e_i + \sum_{j \in N_i} e_j) - ce_i$, где c – стоимость единицы усилий.

В [47] рассматривается игра, в которой при заданной структуре сети G агенты одновременно выбирают значения своих усилий так, чтобы максимизировать свои функции выигрыша. Очевидно (исходя из вида игры), что для всех агентов уровень усилий, максимизирующих их целевые функции, одинаков и составляет такое значение e^* , при котором $bf(e^*) = c$. Вектор e является *равновесным по Нэшу*, если и только если для любого агента i выполняется либо $e_{-i} \geq e^*$ и $e_i = 0$ (агент не прикладывает усилий), либо $e_{-i} < e^*$ и $e_i = e^* - e_{-i}$ (агент прикладывает усилия).

Позитивные и негативные эффекты введения новых связей. С одной стороны, новая связь обеспечивает лучший доступ к общественному благу, а с другой – уменьшает стимулы для приложения агентом собственных усилий. Обозначим через $W(e, G)$ суммарный выигрыш членов социальной сети G при векторе действий e . Вектор e называется *second-best* (*утилитарный*) [28], эффективный по Парето вектор действий агентов, если не существует другого вектора e' такого что $W(e', G) > W(e, G)$. Предположим, что e существует в графе G , в котором агенты i и j не связаны. Введем новую связь (i, j) , тогда: если агент i ранее не прикладывал усилий, то равновесие остается тем же, и, следовательно, $W(e, G + ij) > W(e, G)$; если же оба агента прикладывали усилия, то равновесие e исчезнет, возникнет новое равновесие и общее благосостояние может уменьшиться.

Далее авторы [47] вводят в модель следующие изменения:

1) *Несовершенная замена усилий* (усилия самого агента приводят к большему собственному выигрышу, нежели усилия других агентов): $e_i + \delta \sum_{j \in N_i} e_j$, $0 < \delta \leq 1$. Если величина δ достаточно мала, то агенты прилагают строго положительные усилия и существует единственное *рассредоточенное* равновесие Нэша (специализации нет). Доказано, что *специализированный вектор* является равновесием, если и только если «неспе-

циалисты» связаны, по крайней мере, с $s = 1/d$ «специалистами» из максимального независимого множества.

2) *Выпуклые затраты.* Пусть затраты на усилия $c(e_i)$ – такая возрастающая и выпуклая функция, что $c'(0) > bf'(+\infty)$. В этом случае агентам выгодны совместные усилия. В полном графе существует единственное равновесие с рассредоточенным вектором (все агенты прилагают некоторые усилия). Специализация все же возможна в неполных графах. Усилие e^* , максимизирующее целевую функцию, достигается при $bf'(e^*) = c'(e^*)$. Пусть целое s таково, что $bf'(se^*) \leq c'(0)$. Доказано, что специализированный вектор является равновесием, если и только если «неспециалисты» связаны по крайней мере с s «специалистами» из максимального независимого множества.

3) *Неоднородность агентов.* Предположим, что для каждого агента затраты c_i и выигрыш bf_i – свои, так же, как и свой характерный уровень максимизирующих усилий e_i^* . Вектор e является равновесным по Нэшу, если и только если для любого i -го агента выполняется либо $\bar{e}_i \geq e_i^*$ и $e_i = 0$ (агент i не прикладывает усилий) либо $\bar{e}_i < e_i^*$ и $e_i = e_i^* - \bar{e}_i$ (агент i прикладывает усилия). В полном графе (для неполного графа – тем более) существует единственное равновесие Нэша, в котором агенты с высоким уровнем порога прикладывают усилия (т. е. неоднородность приводит к специализации).

3.3. КОММУНИКАЦИЯ И КООРДИНАЦИЯ В СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЯХ

В [52] социальная сеть рассматривается как коммуникационная, посредством которой агенты сообщают друг другу о своей готовности принять участие в коллективном действии. Каждый агент информирован о готовности только своих ближайших соседей и на основе этого локального знания принимает решение об участии, используя правило принятия решений «я приму участие, если примешь участие ты» (*механизм координации*). То есть рассматривается координационная игра с неполной

информированностью. *Коммуникационная сеть* способствует координации, и основной интерес представляет то, каковы свойства таких сетей, которые допускают коллективное действие. В [52] рассматриваются минимально достаточные сети, которые выстраивают агентов в *иерархию социальных ролей/ступеней*: «ведущие» (*initial adopters*), «последователи» (*followers*) и так далее до «поздних последователей» (*late adopters*). Такие сети способствуют координации следующим образом:

- 1) информируя каждую ступень о более ранних ступенях;
- 2) формируя общее знание в пределах каждой ступени.

То есть обеспечивается понимание роли (локально) общего знания в коллективном действии и соотношение между структурой социальной сети и общим знанием.

В модели [52] группа агентов представлена конечным множеством $N = \{1, 2, \dots, n\}$. Каждый агент $i \in N$ расположен (w) к участию в коллективном действии или не расположен (x). Множество состояний природы: $\Theta = \{w, x\}^n$. Агент принимает решение об участии $a_i \in \{r, s\}$, r – принять участие или s – не участвовать. Выигрыш агента зависит от готовности всех агентов группы и его склонности к участию; функция его полезности $u_i: \{w, x\} \times \{r, s\}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ обладает следующими свойствами:

$$1) \quad u_i(x, a) = \begin{cases} 0, & \text{если } a_i = r, \\ 1, & \text{если } a_i = s, \end{cases}$$

т. е. если агент не расположен к участию, то он всегда предпочтет остаться в стороне;

$$2) \quad \forall a, a' \in \{r, s\}^n : a'_j = r \Rightarrow a_j = r \text{ выполняется}$$

$$u_i(r, a_{N \setminus \{i\}}, w) - u_i(s, a_{N \setminus \{i\}}, w) \geq u_i(r, a'_{N \setminus \{i\}}, w) - u_i(s, a'_{N \setminus \{i\}}, w),$$

т. е. расположенность агента к участию возрастает с увеличением количества других агентов, которые примут участие в коллективном действии (функция полезности супермодулярна – см. определение выше).

Однако нужно учесть еще и существование социальной (коммуникационной, в которой социальная связь указывает

направление передачи информации) сети. Каждому агенту известно о существовании всех остальных агентов в сети (этот факт – общее знание). Сеть является бинарным отношением \rightarrow на $N : j \rightarrow i$ означает, что i -ый агент информирован о намерениях j -го. Агент i информирован только о своих намерениях и намерениях своих соседей $B(i) = \{j \in N \mid j \rightarrow i\}$. Поэтому, если $q \in \Theta$ – действительное состояние природы, то i -ый агент знает только то, что оно находится во множестве неразличимых для него состояний природы $P_i(q) = \{(q_{B(i)} \mathcal{J}_{N \setminus B(i)}) \cup_{N \setminus B(i)} \in \{w, x\}^{n - \#B(i)}\}$. Такие множества формируют $\mathfrak{S}_i = \{P_i(q)\}_{q \in \Theta}$ – информационное разбиение возможных состояний природы Θ для i -го агента.

Стратегией для i -го агента является функция $f_i : \Theta \rightarrow \{r, s\}$ такая, что для любых $q, q' \in \Theta$, если $q, q' \in P \in \mathfrak{S}_i$, то $f_i(q) = f_i(q')$. То есть если два состояния находятся в одном и том же элементе разбиения \mathfrak{S}_i , то агент i не может различить их и принимает одно и то же решение. Пусть F_i – множество всех стратегий для i -го агента, $F = \prod_{i \in N} F_i$.

Ожидаемый выигрыш i -го агента для $f \in F$: $EU_i(f) = \sum_{q \in \Theta} p(q)u_i(q_i, f(q))$, где $p \in \Delta\Theta$ – считающиеся заданными априорные представления агентов о намерениях друг друга (*prior beliefs* – вероятностное распределение на $\{w, x\}^n$), являющиеся в рамках традиции байесовых игр [34, 102] общим знанием среди агентов.

Вектор f является *равновесием Байеса-Нэша* [102] в игре $\Gamma(\rightarrow, p)$, если $\forall i \in N, \forall x_i \in F_i (EU_i(f) \geq EU_i(x_i, f_{N \setminus \{i\}}))$. Поскольку функции выигрыша супермодулярны, то можно показать, что равновесие существует всегда.

Минимально достаточные сети. Если все агенты имеют достаточно «оптимистичные» представления, то все агенты примут участие в коллективном действии независимо от структуры коммуникационной сети. Однако, как отмечается в [52], представляет интерес то, какими свойствами должны обладать

коммуникационные сети, чтобы вся¹⁰ группа агентов приняла участие в коллективном действии независимо от их априорных представлений. Такие сети были названы достаточными. То есть *достаточная сеть* – сеть, для которой существует такое равновесие, в котором все агенты выбирают участие в коллективном действии (напомним, что такое возможно только если все они готовы/желают участвовать) независимо от их априорных представлений.

Существуют достаточные сети, называемые *минимальными*, в которых отсутствуют избыточные коммуникационные связи. Формальное определение таково: сеть \rightarrow минимально достаточная, если она достаточна и для любой достаточной сети \rightarrow' , такой что из $\rightarrow' \subset \rightarrow$ следует $\rightarrow' = \rightarrow$. То есть она не содержит в себе меньших достаточных сетей.

Такая минимально достаточная сеть принимает форму иерархии клик. *Клика* – подмножество агентов, в которой каждый непосредственно информирует каждого другого агента, т. е. клика сети \rightarrow – множество $M_k \subseteq P$ такое что $\forall i, j \in M_k i \rightarrow j$. Любая минимальная достаточная сеть разбивает агентов на клики, и между кликами существует коммуникационная связь только в одном направлении. Минимально достаточная сеть распределяет агентов в социально-сетевой иерархии ролей, определенной кликами и их отношением \rightarrow^* : «ведущие» (*leading adopters*) и «последователи» (*followers*).

В целом, следует отметить, что задача поиска минимальной структуры коммуникаций между агентами, обеспечивающей требуемые свойства социальной сети (как правило, такой структурой является остоное дерево в орграфе коммуникаций – см, например, [1, 123]) является общей для множества моделей влияния в социальных сетях, а именно – для моделей сетевой автокорреляции, подражательного поведения, координации, марковских и др. моделей.

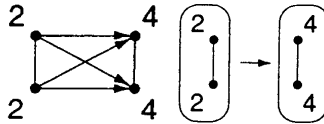
¹⁰ Хотя, надо сказать, существуют и другие равновесные ситуации, в которых лишь часть игроков принимает участие, и это выгодно для них.

«Игра порогов», локальное общее знание. В [52] рассматривается на примерах частный случай $\Gamma_{e_1..e_n}$ теоретико-игровой модели, в которой i -ый агент принимает решение об участии, если примут участие, по крайней мере, e_i агентов (порог). То есть его функция выигрыша

$$u_i(w, a) = \begin{cases} 1, & \text{если } a_i = r \text{ и } \#\{j \in N : a_j = r\} \geq e_i, \\ -1, & \text{если } a_i = r \text{ и } \#\{j \in N : a_j = r\} < e_i, \\ 0, & \text{если } a_i = s. \end{cases}$$

У каждого агента свое значение порога в диапазоне от 1 до $n + 1$. Если порог равен единице, то агент всегда примет участие; если порог равен двум, то агент обязательно будет участвовать при условии участия своего соседа и т.д. Агент i знает свой порог и знает пороги только своих соседей. И, наконец, хотя это явно не отмечено, в [52] подразумевается, что агент знает то, как информированы его соседи друг о друге.

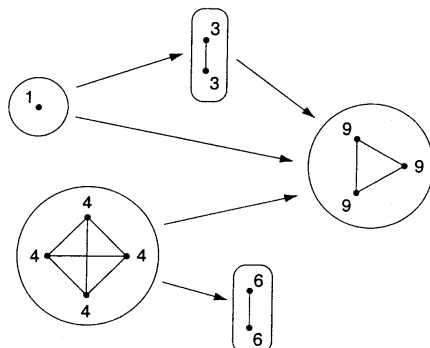
Пример 3. Игра $\Gamma_{2,2,4,4}$.



Агенты со значением порога 2 – клика «ведущих», 4 – клика «последователей». •

Пример 4. Игра $\Gamma_{1,3,3,4,4,4,4,6,6,9,9,9}$.

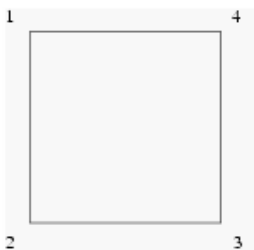
Имеются две ведущие клики. Необходимо отметить, что агентам клики со значением 9 необходимо знать о значении порога агента клики со значением 1, поскольку для своего участия они должны быть уверены в участии агентов клики 3.



Интересно то, что в рассматриваемом примере клики однородны: агенты в них имеют одни и те же значения порогов. Агенты с высоким значением порога находятся на низшем уровне иерархии. •

Пример 5. Игра $\Gamma_{3,3,3,3}$ и представления высокого порядка.

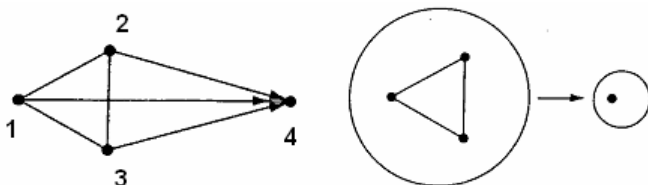
Рассмотрим игру $\Gamma_{3,3,3,3}$ («квадрат»), в которой все агенты готовы к участию (числами обозначаются не значения порогов, а номера агентов):



Здесь первый агент знает о том, что второй и четвертый имеют значение порога равное 3. Но он не знает о пороге третьего агента и знает, что второй не осведомлен о значении порога четвертого агента. Эта неопределенность приводит к тому, что первый агент не будет участвовать в коллективном действии, несмотря на то, что оно потенциально возможно (его порог равен трем и число склонных к участию агентов, как он знает, тоже равно трем). И так для каждого агента, следовательно-

но, никто не примет участия. Хотя агентов, желающих участвовать, достаточно и они все по отдельности знают это, но, ни один из агентов не знает, что другие знают это. Этот пример показывает, что знания первого порядка еще недостаточно для принятия решения, для этого необходимо знание более высокого порядка.

Рассмотрим игру $\Gamma_{3,3,3,3}$ с другой структурой (минимально достаточная сеть).



Первый агент знает, что второй и третий агенты имеют значение порога равное 3, и знает, что они знают о значениях порогов друг друга, и знает, что они знают, что он знает о том, что они знают о порогах друг друга, и т.д. (локально общее знание «у всех агентов 1, 2, 3 порог равен 3»). Аналогично для второго и третьего агента. Этого оказывается достаточно для того, чтобы они приняли участие в коллективном действии, поскольку они знают о готовности друг друга. Четвертому агенту это тоже известно, и он также примет участие.

Рассматриваемый пример подчеркивает важность того, что структура сети должна быть не просто известна агентам, но быть общим знанием для агентов. То есть важную роль играют такие структуры как клики, в которых «локально» общее знание (ограниченная частью агентов структура) возникает естественно. Информация о готовности «течет» от «ведущих» клик по цепочке. Агенты знают готовность других агентов, но не их действия. Минимальные достаточные сети – неотъемлемые для игры структуры, интерпретируемые как иерархические социальные роли. Коммуникационные сети способствуют координации следующим образом:

- 1) информируя каждую ступень о более ранних/предшествующих ступенях;
- 2) формируя общее знание в пределах каждой ступени (роли). •

О сильных и слабых связях. Интуитивно понятно, что в сети с большим количеством сильных связей сразу формируются небольшие клики из-за «транзитивности»: друзья моих друзей часто оказываются и моими друзьями. Поэтому в них формирование общего знания на локальном уровне происходит быстрее. И если значения порогов достаточно низки, т. е. шансы, что группа, связанная сильной связью, станет ведущей кликой. Однако если пороги высоки, то локальное общее знание в маленьких кликах останется бесполезным, а большее значение приобретут слабые связи в силу того, что они пересекают общество быстро, ускоряют коммуникацию и усиливают распространение знания, создавая предпосылки для коллективного действия.

3.4. СОЦИАЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ И КОЛЛЕКТИВНОЕ ДЕЙСТВИЕ В СОЦИАЛЬНОЙ СЕТИ. СТАБИЛЬНОСТЬ СЕТИ

В статье [83] рассматривается взаимосвязь между механизмами социального контроля, свойствами социальных сетей и коллективным действием (*collective action*), предпринимаемым для обеспечения общественного блага всего сообщества агентов. Показано, что ключевыми факторами, влияющими на решения агентов сети в рамках конфликта частных и общественных интересов, являются осуществляемые посредством межличностных связей в социальной сети различные виды социального контроля: *поведенческое подтверждение* (*behavioral confirmation*) – следование агента социальным ожиданиям, и *социальные стимулы* (*social selective incentives*) – дополнительные персональные блага, предоставляемые данному агенту другими агентами.

Принятие коллективного решения моделируется в некооперативной игре (авторы [83] вводят понятие «структурно обусловленной игры общественного блага» (*structurally embedded*

public goods game) с однократным взаимодействием, $n > 2$ агентами ($N = \{1, \dots, n\}$), где каждый агент принимает решение об участии ($s_i = 1$) или неучастии ($s_i = 0$) в коллективном действии (см. также выше). Участие требует общих затрат c и приносит дополнительное благо a для каждого агента сети (если $c > a$, то все же участие достаточно большого количества агентов n^* может оказаться «прибыльным»: $an^* > c$). Наличие неориентированной связи между i -ым и j -ым агентами обозначается как $r_{ij} = 1$ (отсутствие – как $r_{ij} = 0$), петли в графе связей отсутствуют, а общее количество связей i -го агента равно $r_i = \sum_{j=1}^n r_{ij}$. На агента по связям оказывают влияние следующие факторы: поведенческие стимулы от соседей, принявших аналогичное решение (аддитивный стимул b_1 и пропорциональный стимул b_2) и социальные стимулы (s от каждого соседа). Для простоты положим $c, a > 0$ и $b_1, b_2, s \geq 0$. Пусть C – множество агентов, принимающих решение об участии, D – множество «безбилетников». Тогда для i -го агента-участника $r_i = r_{id} + r_{ic}$. И выигрыши от участия/неучастия для i -го агента соответственно следующие ($j \neq i$):

$$(2) \quad p_i(s_i = 1) = r_i s + r_{ic} b_1 + \frac{r_{ic}}{r_i} b_2 + a \left(\sum_{j=1}^n s_j + 1 \right),$$

$$(3) \quad p_i(s_i = 0) = c + r_{id} b_1 + \frac{r_{id}}{r_i} b_2 + a \sum_{j=1}^n s_j.$$

Таким образом, для рационального агента выгоднее участвовать, если

$$(4) \quad r_i s + (r_{ic} - r_{id}) \left(b_1 + \frac{b_2}{r_i} \right) + a \geq c.$$

Для простоты примем $r_i > 0$, $i \in N$. Тогда участие в коллективном действии всех агентов будет равновесным по Нэшу, если сеть обладает следующим свойством:

$$(5) \quad \min_i \{r_i\} \geq \frac{c - a - b_2}{s + b_1}.$$

Видно, что нет ни одного агента, для которого участие при участии всех соседей было бы выгодно согласно (4). Содержательно это означает, что усиление стимулов, так же как и высокая минимальная степень вершин сети, приводит к повышению вероятности успешности коллективного действия.

Однако в некоторых случаях возможно участие только части агентов сети n^* в коллективном действии, которое будет все же выгодно для участников (если $an^* > c$) и равновесно по Нэшу в случае, если для непустых множеств C и D

$$(6) \quad \forall i \in C \quad r_i s + (r_{ic} - r_{id})(b_1 + \frac{b_2}{r_i}) + a \geq c,$$

$$(7) \quad \forall j \in D \quad r_j s + (r_{jc} - r_{jd})(b_1 + \frac{b_2}{r_j}) + a \leq c.$$

В том случае, когда возможно несколько равновесий Нэша, выбирается равновесие, обеспечивающее больший выигрыш для каждого агента, нежели какое-либо другое. Если возможны как равновесие Нэша полного участия агентов, так и равновесие Нэша полного неучастия, и число агентов превосходит n^* , то равновесие Нэша с полным участием агентов Парето-доминирует. Если есть равновесие Нэша для полного участия и равновесие Нэша для частичного участия, то первое из них доминирует в случае, если из (2) и (3) следует:

$$(8) \quad \forall j \in D \quad n_d a + r_j s + r_{jc}(b_1 + \frac{b_2}{r_j}) > c.$$

Другими словами, чем меньше «безбилетников» в равновесии Нэша с частичным участием, тем реже равновесие полного участия будет доминировать, так как шансы «безбилетников» получить больший выигрыш увеличиваются.

Кроме того, в статье [83] обсуждается *возможность формирования и разрыва связей в сети*. Социальная сеть с данным вектором стратегий *стабильна*, если нет ни одного агента, для которого разрыв и/или образование связей привели бы к лучшему для него результату. Пусть заданы стоимость разрыва связи a и стоимость образования новой связи f .

Для «безбилетника» $i \in D$ выгодны структурные изменения связей с образованием у новых с «безбилетниками» и разрывом x старых связей с агентами-участниками, если

$$(9) \quad y b_1 + b_2 \frac{y r_{ic} + x r_{id}}{r_i(r_i - x + y)} > x a + y f .$$

Для агента-участника $j \in C$ выгодны структурные изменения связей с образованием у новых с агентами участниками и разрывом x старых связей с «безбилетниками», если

$$(10) \quad (y - x) s + y b_1 + b_2 \frac{y r_{jd} + x r_{jc}}{r_j(r_j - x + y)} > x a + y f .$$

Если образование и разрыв связей ничего не стоят, то стабильной будет только такая сеть, в которой множества C и D полносвязны и не имеют связей между собой.

Равновесие стабильной сети (stable network equilibrium) определяется в [83] как ситуация, в которой не существует агента, для которого любая комбинация изменения его действия и изменения его связей приведет к лучшему результату. Доказывается, что только равновесия с полным участием или полным неучастием являются равновесиями стабильной сети ($(s > 0$ или $b_1 > 0$ или $b_2 > 0)$ и $(f = a = 0)$).

Ограничением рассматриваемой модели является то, что связи между агентами не ориентированы, и для агента стимулы, предоставляемые всеми его соседями, равнозначны. Кроме того, рассматриваются только внешние стимулы, «внутренние» (собственные) стимулы агентов отсутствуют. Предполагается также, что агенты рациональны и полностью информированы, что маловероятно в больших сетях. Перспективным представляется ограничить информированность, например, структурно, и/или предположить, что агенты ограниченно рациональны [30, 39].

3.5. ИГРЫ НА СЕТЯХ.ИНФОРМАЦИОННОЕ УПРАВЛЕНИЕ В СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЯХ

При рассмотрении моделей, учитывающих информированность агентов, традиционно выделяют три вложенных класса задач: моделирование информационного влияния, информации-

онного управления и информационного противоборства – см. рис. 3.



Рис. 3. Информационное влияние, управление и противоборство

Модель информационного влияния дает возможность исследовать зависимость поведения субъекта от его информированности и, следовательно, от информационных воздействий. Имея модель информационного влияния, можно ставить и решать задачу информационного управления – какими должны быть информационные воздействия (с точки зрения управляющего субъекта), чтобы добиться требуемого поведения от управляемого субъекта. И, наконец, умея решать задачу информационного управления, можно моделировать *информационное противоборство* – взаимодействие нескольких субъектов, обладающих несовпадающими интересами и осуществляющих информационные воздействия на один и тот же управляемый субъект.

В работе [12] рассматривается информационное влияние агентов на формирование мнений друг друга в социальных сетях (модель в целом следует традиции использования марковских цепей для исследования социальных сетей [63, 74] (см. также [38])). Структура сети описывается с помощью введенных понятий: *сообщество* (множество агентов, которые не подвергаются влиянию агентов вне него), *группа* (сообщество

агентов, в котором каждый агент влияет или подвергается влиянию каждого другого агента группы прямо или косвенно) и *спутник* (агент, не оказывающий влияния ни на одну из групп). Предположим, что в каждой группе хотя бы один агент хоть сколько-нибудь доверяет своему мнению. Как оказывается, тогда в конечном итоге мнения спутников определяются мнением групп, а внутри групп мнения агентов сходятся и равны (общие необходимые и/или достаточные условия сходимости – правильность цепи Маркова др. – можно найти в [8, 70, 81], обзор и исследование роли структуры коммуникаций агентов – в [1]). В такой социальной сети представляется вполне естественным рассмотрение *задачи информационного управления* (изменение мнений небольшого множества ключевых агентов в сети таким образом, что в результате распространения изменения мнений формируются требуемые мнения участников сети). Также ставится и анализируется вытекающая из нее теоретико-игровая задача *информационного противоборства* нескольких игроков в сети.

Модель информационного влияния в социальной сети.

Агенты, входящие в социальную сеть, описываются множеством N . Агенты в сети влияют друг на друга, и степень влияния задается *матрицей прямого влияния* t размерности $n \times n$, где $t_{ij} \geq 0$ обозначает степень доверия i -го агента j -му агенту (влияния j -го на i -го) – см. также обзор моделей влияния в [11] и описание моделей автокорреляции выше. Считается, что выполняется условие нормировки: $\forall i \in N \sum_{j=1}^n t_{ij} = 1$.

Так как матрица t – *стохастическая*, то для рассматриваемой модели применимы результаты исследования цепей Маркова. Более того, следует отметить, что данная модель принадлежит классу *FHG*-моделей (см. выше) и за последние пятьдесят лет завоевала огромную популярность не только среди специалистов, моделирующих социальные группы, но и получила широкое распространение в теории многоагентных систем (см. обзоры в [1, 32, 81]).

Если i -й агент доверяет j -му, а j -й доверяет k -му, то это означает следующее: k -й агент *косвенно влияет* на i -го. Это сообщение побуждает авторов [12] к поиску ответа на вопрос о том, кто в итоге формирует мнение в социальной сети.

Формирование и динамика мнений агентов. У каждого агента в начальный момент времени имеется мнение по определенному вопросу. Мнение всех агентов сети отражает вектор-столбец мнений \mathbf{b} размерности n . Агенты в социальной сети взаимодействуют, обмениваясь мнениями. Этот обмен приводит к тому, что мнение каждого агента меняется в соответствии с мнениями агентов, которым данный агент доверяет:

$$b_i^{(k)} = \sum_j t_{ij} b_j^{(k-1)}, \text{ где индекс } k \text{ означает момент времени. В}$$

векторной записи первое измененное мнение агентов равно произведению матрицы непосредственного доверия на вектор начальных мнений: $\mathbf{b}^{(1)} = \mathbf{t}\mathbf{b}$. Если обмен мнениями продолжается и далее, то вектор мнений агентов становится равным $\mathbf{b}^{(2)} = \mathbf{t}^2\mathbf{b}$, $\mathbf{b}^{(3)} = \mathbf{t}^3\mathbf{b}$ и т.д. В конечном итоге их мнения сходятся к результирующему (итоговому) мнению $\mathbf{B} = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{b}^{(n)}$, т. е. итоговое

мнение $\mathbf{B} = \mathbf{T}\mathbf{b}$, где $\mathbf{T} = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{t}^n$. И тогда, во-первых, в каждой

из групп сети итоговые мнения агентов совпадают (этот результат соответствует выводам социальных психологов [24]); во-вторых, итоговые мнения спутников полностью определяются мнением одной или нескольких групп [12].

Итак, мы кратко рассмотрели модель информационного влияния. Следующим этапом является анализ информационного управления, а затем – информационного противоборства (нескольких управляющих органов, осуществляющих информационные воздействия на одних и тех же субъектов – например, членов социальной сети).

Задача информационного управления. Имея «*основное уравнение*» $\mathbf{B} = \mathbf{T}\mathbf{b}$, связывающее начальные и итоговые мнения агентов, можно ставить и решать задачу управления – воздействия на агентов социальной сети с целью формирования требуе-

мых мнений. Управляющему органу – *центру* – известна матрица влияния, а управляющее (информационное) воздействие заключается в изменении центром начальных мнений агентов путем «добавления» вектора управлений \mathbf{u} . Содержательно управление заключается в изменении начального мнения i -го агента с b_i на $b_i + u_i$, $u_i \in U_i$, $i \in N$. Тогда итоговые мнения \mathbf{B}_u будут определяться следующим уравнением: $\mathbf{B}_u = T(\mathbf{b} + \mathbf{u})$, где $\mathbf{u} \in U = \prod_{i \in N} U_i$, т. е. результирующее мнение агента является

суммой его «невозмущенного» результирующего мнения и изменений, вызванных управляющими воздействиями.

Пусть целевая функция центра (критерий эффективности управления) $\Phi(\mathbf{B}_u, \mathbf{u}) = H(\mathbf{B}_u) - c(\mathbf{u})$, где $H(\cdot)$ – «доход» центра, зависящий от итоговых мнений агентов (от предпочтений центра, зависящих от действий агентов, можно перейти к его предпочтениям, зависящим от информированности или мнений агентов, так как в рамках теории рефлексивных игр [34] считается, что действия субъектов определяются их информированностью); $c(\cdot)$ – затраты на осуществление управляющих воздействий.

Тогда задача управления будет заключаться в выборе допустимого вектора управлений, максимизирующего критерий эффективности: $\Phi(\mathbf{B}_u, \mathbf{u}) \rightarrow \max_{\mathbf{u} \in U}$. Ряд примеров решения сформулированной задачи приведен в [12].

Поскольку воздействовать на мнения спутников не имеет смысла, можно априори (имея только матрицу доверия) сказать, на каких агентов должно быть нацелено информационное воздействие. В частности, для этого перспективным представляется анализ «индексов влияния». Также представляется перспективным в рамках информационного управления решение задач выработки оптимальной последовательности информационных воздействий, решение задач управляемости, решение обратной задачи определения множества управляющих воздействий и, наконец, решение задач информационного противоборства.

Возможности влияния одних членов социальной сети на других ее членов существенно зависят от репутации первых [13] (*репутация* – создавшееся общее мнение о достоинствах или недостатках кого-либо, чего-либо, общественная оценка). Репутацию можно рассматривать, во-первых, как ожидаемую (другими агентами) степень соответствия деятельности агента нормам – какого поведения от него ожидают остальные [32]. Во-вторых, как «весомость» мнения агента, определяемую предшествующей оправдываемостью его суждений и/или эффективностью его деятельности. Репутация оправдывается и, как правило, возрастает, если не противоречащий нормам выбор агента (его суждения, действия и т.п.) совпадает с тем, чего от него ожидают остальные и/или с тем, что остальные впоследствии считают нормой (например, эффективной деятельностью). Репутация может и снижаться, например, при нарушении субъектом принятых в сообществе норм поведения, при принятии неэффективных решений и т.д.

Работа [13] посвящена моделированию динамики репутации членов социальной сети и исследованию роли репутации в осуществлении информационных воздействий. В том числе обсуждаются теоретико-игровые модели информационного противоборства, анализируются подходы к построению моделей стратегической и информационной рефлексии агентов.

Теоретико-игровая модель информационного противоборства. Пусть существует множество *игроков* («игроки» могут и совпадать с агентами или их группами), имеющих возможность влиять на начальные мнения агентов и заинтересованных в формировании определенных итоговых мнений агентов. Опишем возникающую между игроками игру.

Будем считать, что воздействия игроков на мнение каждого из агентов аддитивны. Обозначим: $M = \{1, 2, \dots, m\}$ – множество игроков; $u_{ij} \in U_{ij} = [-r_{ij}; R_{ij}]$ – действие j -го игрока по изменению мнения i -го агента, $r_{ij}, R_{ij} \geq 0$; $u = \|u_{ij}\|$, $u_j = (u_{1j}, u_{2j}, \dots, u_{nj}) \in U_j = \prod_{i \in N} U_{ij}$, $u_i = \sum_{j \in M} u_{ij}$, $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ – вектор «воздействий», $g_j(B): \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^1$ – целевая функция j -го игрока, $i \in N$,

$j \in M$. Тогда итоговые мнения будут представлены вектором $\mathbf{B}(\mathbf{u}) = T(\mathbf{b} + \mathbf{u})$.

Обозначая $G_j(\mathbf{u}) = g_j(B_1(\mathbf{u}), B_2(\mathbf{u}), \dots, B_n(\mathbf{u}))$, $j \in M$ и считая, что игроки выбирают свои действия однократно, одновременно и независимо, получим игру $\Gamma = (M, \{U_j\}_{j \in M}, \{G_j(\cdot)\}_{j \in M})$ в нормальной форме, определяемую заданием соответственно множества игроков, их множеств допустимых действий и целевых функций [16]. Имея игру в нормальной форме, можно исследовать ее равновесия, определять «на ней» кооперативные, повторяющиеся и другие виды игр. Ряд примеров анализа таких игр приведен в [12, 13]. Более сложные модели информационного противоборства можно найти в [14].

В настоящем подразделе при описании динамики мнений, задач управления и информационного противоборства вводился ряд существенно ограничивающих модель предположений – о линейном влиянии мнений агентов друг на друга, об аддитивности управляющих воздействий и др. Возможности отказа от этих предположений, а также общая классификация соответствующих игр на сетях, обсуждаются в [12, 17, 31].

4. Заключение

Настоящая работа посвящена краткому обзору такой интенсивно развивающейся области, как моделирование влияния в социальных сетях. В целом можно сделать вывод, что модели влияния в социальных сетях пока еще только становятся самостоятельной дисциплиной, представляя собой синтетический «сплав» теории графов, теории игр, социальной психологии, социологической теории малых групп, теории марковских цепей, теории синтеза механизмов (*mechanism design*), теории многоагентных систем и других научных направлений. Тем не менее, можно с достаточной степенью уверенности предположить, что в ближайшие годы модели социальных сетей станут самостоятельной ветвью исследований, привлекающей внимание все большего числа ученых – специалистов в области прикладной математики, психологии, экономики и социологии.

Наряду с этим следует признать, что в настоящей работе мы оставили без внимания существующие многочисленные примеры анализа конкретных социальных сетей с использованием рассмотренных моделей. Их, даже схематичное, описание потребовало бы написания обзора не меньшего объема, что можно считать актуальной задачей ближайшего будущего.

Приведенный выше обзор свидетельствует, что известные на сегодняшний день и кратко описанные выше модели социальных сетей (см. их классификацию в разделе 1) адекватно отражают многие свойства и эффекты, имеющие место в реальных социальных сетях (см. перечисление этих свойств и эффектов во введении) – см. таблицу 1 и таблицу 2, в которых столбцы соответствуют моделям, а строки – эффектам, присущим социальным сетям. Символ «+» на пересечении строки и столбца свидетельствует, что соответствующая модель более или менее адекватно отражает соответствующий эффект, «•» – учитывает.

Табл. 1. Модели («оптимизационные» и «имитационные») социальных сетей и их свойства

КЛАССЫ МОДЕЛЕЙ	Модели с порогом	Модели независимых каскадов	Модели просачивания и заражения	Модели Изинга	Модели на основе клеточных автоматов	Модели на основе цепей Маркова
СВОЙСТВА						
Наличие собственных «мнений» (состояний) агентов	+	+	+	+	+	+
Изменение мнений под влиянием других членов социальной сети	+	+	+	+	+	+
Различная значимость мнений (влиятельности, доверия) одних агентов для других	+	+	+	·	+	·
Различная степень подверженности агентов влиянию	+	-	-	-	+	-
Существование косвенного влияния	-	-	-	-	-	-
Существование «лидеров мнений»	+	·	-	-	-	-
Существование порога чувствительности к изменению мнения окружающих	+	-	-	-	+	-
Локализация групп	-	·	-	-	-	-
Наличие специфических социальных норм	-	-	-	-	-	-
Учет факторов «социальной корреляции»	·	-	-	-	-	-
Существование внешних факторов влияния	+	-	-	+	+	-
Наличие стадий	+	-	-	-	●	-
Лавинообразные эффекты (каскады)	+	+	●	-	-	-
Влияние структурных свойств социальных сетей на динамику мнений, включая степенной эффект, эффект кластеризации, локальную промежуточность	+	●	-	-	+	-
Активность агентов	-	-	-	-	-	-
Возможность образования группировок, коалиций	-	-	-	-	-	-
Неполная и/или асимметричная информированность агентов	-	-	-	-	-	-
Нетривиальная взаимная информированность (рефлексия) агентов	-	-	-	-	-	-
Игровое взаимодействие агентов	-	-	-	-	-	-
Оптимизация информационных воздействий	+	+	-	-	·	-
Информационное управление в социальных сетях	-	-	-	-	-	-

Табл. 2. Модели («теоретико-игровые») социальных сетей и их свойства

КЛАССЫ МОДЕЛЕЙ	Модели взаимной информированности	Модели согласованных коллективных действий	Модели коммуникаций	Модели стабильности сети	Модели информационного влияния и управления	Модели информационного противоборства
СВОЙСТВА						
Наличие собственных <u>мнений</u> агентов	+	+	+	+	+	+
Изменение мнений под <u>влиянием</u> других членов социальной сети	+	+	+	+	+	+
Различная <u>значимость</u> мнений (влиятельности, доверия) одних агентов для других	-	.	.	-	+	+
Различная степень <u>подверженности</u> агентов влиянию	-	●	.	+	+	+
Существование <u>косвенного влияния</u>	.	-	-	-	+	+
Существование <u>«лидеров мнений»</u>	-	-	-	-	+	-
Существование <u>порога чувствительности</u> к изменению мнения окружающих	-	-	.	-	-	-
Локализация <u>групп</u>	-	-	+	-	+	.
Наличие специфических социальных <u>норм</u>	-	-	-	-	+	.
Учет <u>факторов «социальной корреляции»</u>	.	.	.	-	-	-
Существование <u>внешних факторов</u> влияния	-	.	-	.	+	+
Наличие <u>стадий</u>	-	-	+	-	.	-
Лавинообразные эффекты (<u>каскады</u>)	-	-	-	-	.	-
Влияние <u>структурных свойств</u> социальных сетей на динамику мнений, включая степенной эффект, эффект кластеризации, локальную промежуточность	.	+	+	+	.	.
<u>Активность</u> агентов	.	+	.	.	.	+
Возможность образования группировок, <u>коалиций</u>	-	-	-	-	.	.
<u>Неполная и/или асимметричная информированность</u> агентов	+	+	+	-	.	+
Нетривиальная взаимная информированность (<u>рефлексия</u>) агентов	+	-	.	-	+	.
<u>Игровое взаимодействие</u> агентов	.	+	.	+	.	+

КЛАССЫ МОДЕЛЕЙ	Модели взаимной информированности	Модели согласованных коллективных действий	Модели коммуникаций	Модели стабильности сети	Модели информационного влияния и управления	Модели информационного прогнозирования
СВОЙСТВА						
<u>Оптимизация</u> информационных воздействий	-	-	-	-	+	+
<u>Информационное управление</u> в социальных сетях	-	-	-	-	+	+

Проведенный анализ (а также его краткая сводка, приведенная в таблице 1 и таблице 2) свидетельствует, что ряд эффектов еще ждут своего исследования – разработки адекватного аппарата моделирования.

Литература

1. АГАЕВ Р. П., ЧЕБОТАРЕВ П. Ю. *Согласование характеристик в многоагентных системах и спектры лапласовских матриц орграфов* // Автоматика и телемеханика. – 2009. – №3. – С. 136-151.
2. АЛЕСКЕРОВ Ф. Т., БЛАГОВЕЩЕНСКИЙ Н. Ю., САТАРОВ Г. А. и др. *Влияние и структурная устойчивость в Российском парламенте (1905-1917 и 1993-2005 гг.)*. – М.: Физматлит, 2007.
3. БАРАБАШИ А. Л. *Сети без масштабов* // В мире науки. Scientific American. – 2003. – №8. С. 55-63.
4. БРЕЕР В. В. *Стохастические модели социальных сетей* // Управление большими системами. – 2009. – №27.
5. ВАСИН А. А., КРАСНОЩЕКОВ П. С., МОРОЗОВ В. В. *Исследование операций*. – М.: Изд-во Академия, 2008.
6. ВАСИН А. А. *Модели динамики коллективного поведения*. – М.: МГУ, 1989.
7. ВАСИН А. А. *Некооперативные игры в природе и обществе*. – М.: МАКС пресс, 2005.

8. ГАНТМАХЕР Ф. Р. *Теория матриц*. 4-е изд. – М.: Наука, 1988.
9. ГРАДОСЕЛЬСКАЯ Г. В. *Анализ социальных сетей*. Автореф. дис. ... канд. соц. наук. – Москва, 2001.
10. ГРАДОСЕЛЬСКАЯ Г. В. *Сетевые измерения в социологии*. – М.: Издательский дом «Новый учебник», 2004.
11. ГУБАНОВ Д. А. *Обзор онлайн-систем репутации/доверия*. – М.: ИПУ РАН, 2009 / Интернет-конференция по проблемам управления (URL: www.mtas.ru/forum). – 25 с.
12. ГУБАНОВ Д. А., НОВИКОВ Д. А., ЧХАРТИШВИЛИ А. Г. *Модели информационного влияния и информационного управления в социальных сетях* // Проблемы управления. – 2009. – №5. – С. 28-35.
13. ГУБАНОВ Д. А., НОВИКОВ Д. А., ЧХАРТИШВИЛИ А. Г. *Модели репутации и информационного управления в социальных сетях* // Математическая теория игр и ее приложения. – 2009. – Том 1. Выпуск 2. – С. 14-37.
14. ГУБАНОВ Д. А., НОВИКОВ Д. А. *Модели распределенного контроля в социальных сетях* // Системы управления и информационные технологии. – 2009. – 3.1 (37). – С. 124-129.
15. ГУБКО М. В. *Задачи управления организационными системами с сетевым взаимодействием участников* // Автоматика и телемеханика. – 2004. – №8. – С. 102-129.
16. ГУБКО М. В., НОВИКОВ Д. А. *Теория игр в управлении организационными системами*. – М.: Синтег, 2002.
17. ГУБКО М. В., НОВИКОВ Д. А., ЧХАРТИШВИЛИ А. Г. *Сетевые игры и игры на сетях* / Труды международной конференции «Сетевые игры и менеджмент». – Петрозаводск: ИПМИ РАН, 2009. – С. 13-17.
18. ДАВЫДЕНКО В. А., РОМАШКИНА Г. Ф. *Моделирование социальных сетей* // Вестник Тюменского государственного университета. – 2005. – №1. – С. 68-79.
19. ДАНИЧ В. М. *Моделирование быстрых социально-экономических процессов*. – Луганск: Изд-во Восточно-украинского национального университета им. В. И. Даля, 2004.

20. ЗИМБАРДО Ф., ЛЯЙППЕ М. *Социальное влияние*. – СПб.: Питер, 2000.
21. ИВАЩЕНКО А. А., НОВИКОВ Д. А. *Модели и методы организационного управления инновационным развитием фирмы*. – М.: Ленанд, 2006.
22. ИЛЬИН В. И. *Поведение потребителей*. – СПб.: Питер, 2000.
23. ЛАНДАУ Л. Д., ЛИФШИЦ Е. М. *Курс теоретической физики*. – М.: Физматлит, 1968.
24. МАЙЕРС Д. *Социальная психология*. – С.-Пб.: Питер, 2002.
25. МАКАРОВ В. Л. *Искусственные общества и будущее общественных наук*. – СПб.: Изд-во СПбГУП, 2009.
26. МАЛИШЕВСКИЙ А. В. *Качественные модели в теории сложных систем*. – М.: Наука, 1998.
27. МЕНАР К. *Экономика организаций*. – М.: ИНФРА-М, 1996.
28. МУЛЕН Э. *Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели*. – М.: Мир, 1991.
29. НОВИКОВ Д. А. *Закономерности итеративного научения*. – М.: ИПУ РАН, 1998.
30. НОВИКОВ Д. А. *Институциональное управление организационными системами*. – М.: ИПУ РАН, 2003.
31. НОВИКОВ Д. А. «Когнитивные игры»: линейная импульсная модель // Проблемы управления. – 2008. – №3. – С. 14-22.
32. НОВИКОВ Д. А. *Математические модели формирования и функционирования команд*. – М.: Физматлит, 2008.
33. НОВИКОВ Д. А. *Теория управления организационными системами. 2-е издание*. – М.: Физматлит, 2007.
34. НОВИКОВ Д. А., ЧХАРТИШВИЛИ А. Г. *Рефлексивные игры*. – М.: Синтег, 2003.
35. ОЛЬШАНСКИЙ Д. В. *Психология масс*. – СПб.: Питер, 2001.
36. ОПОЙЦЕВ В. И. *Равновесие и устойчивость в моделях коллективного поведения*. – М.: Наука, 1977.
37. ПОЧЕПЦОВ Г. Г. *Коммуникативные технологии двадцатого века*. – М.: Рефл - бук, Ваклер, 2000.

38. РОБЕРТС Ф. С. *Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам* / Пер. с англ. А. М. Раппопорта, С. И. Травкина. Под ред. А. И. Теймана. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.
39. САЙМОН Г. *Науки об искусственном*. – М.: Мир, 1972.
40. ХАРШАНЬИ Д., ЗЕЛЬТЕН Р. *Общая теория выбора равновесия в играх*. – СПб.: Экономическая школа, 2001.
41. ЧХАРТИШВИЛИ А. Г. *Теоретико-игровые модели информационного управления*. – М.: ПМСОФТ, 2005.
42. BAILEY N. *The Mathematical Theory of Infectious Diseases and Its Applications*. – New York: Hafner Press, 1975.
43. BARNES J. A. *Class and Committees in a Norwegian Island Parish* // *Human Relations*. – 1954. – №7. – P. 39-58.
44. BERGER R. L. *A Necessary and Sufficient Conditions for Reaching a Consensus using De Groot's method* / *Journal of American Statistical Assotiation*. – 1981. – Vol. 76. – P. 415-419.
45. BIMBER B., FLANAGIN A., STOHL C. *Reconceptualizing Collective Action in the Contemporary Media Environment* // *Communication Theory*. – 2005. – №4(15). – P. 365-388.
46. BINEHAM J. *A Historical Account of the Hypodermic Model in Mass Communication* // *Communication Monographs*. – 1988. – №55. – P. 230-246.
47. BRAMOULLE Y., KRANTON R. *Public Goods in Networks* // *Journal of Economic Theory*. – 2007. – Vol. 135(1). – P. 478-494.
48. BURT R. S. *Brokerage and Closure*. – Oxford: Oxford University Press, 2005.
49. BUTTLE F. A. *Word-of-Mouth: Understanding and Managing Referral Marketing* // *Journal of Strategic Marketing*. – 1998. – Vol. 6. Issue 3. – P. 241-254.
50. CARNES T., NAGARAJAN C., WILD S. M., ZUYLEN A. *Maximizing Influence in a Competitive Social Network: A Follower's Perspective* / *Proceedings of the Ninth International Conference on Electronic Commerce*. – 2007. – P. 351-360.

51. CHATTERJEE S. SENETA E. *Toward Consensus: Some Convergence Theorems on Repeated Averaging* // Journal of Applied Probability. – 1977. – №14. – P. 159-164.
52. CHWE M. S. *Communication and Coordination in Social Networks* // Review of Economic Studies. – 2000. – №67. – P. 1-16.
53. DE GROOT M. H. *Reaching a Consensus* // Journal of American Statistical Association. – 1974. – №69. – P. 118-121.
54. DE MARZO P., VAYANOS D., ZWIEBEL J. *Persuasion Bias, Social Influence and Unidimensional Opinions* // Quarterly Journal of Economics. – 2003. – №118(3). – P. 909-968.
55. DEUTSCH M., GERARD H. B. *A Study of Normative and Informational Social Influences upon Individual Judgment* // Journal of Abnormal and Social Psychology. – 1955. – №51. – P. 629-636.
56. DODDS P., WATTS D. A. *Generalized Model of Social and Biological Contagion* // Journal of Theoretical Biology. – 2005. – №232. – P. 587-604.
57. DODSON J., MULLER E. *Models of New Product Diffusion through Advertising and Word-of-Mouth* // Management Science. – 1978. – №24. – P. 1568-1578.
58. DOMINGOS P., RICHARDSON M. *Mining the Network Value of Customers* / Proceedings of the Seventh International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. 2002. P. 57-66.
59. EGUFFLUZ V., KLEMM K. *Epidemic Threshold in Structured Scale-free Networks* // Physical Review Letters. – 2002. – №89. – P. 108701+.
60. ELIHU K., LAZARSELD P. *Personal Influence: the Part Played by People in the Flow of Mass Communications*. – Glencoe, Ill.: Free Press, 1955.
61. EVEN-DAR E., SHAPIRA A. *A Note on Maximizing the Spread of Influence in Social Networks* / Internet and Network Economics. – 2007. – P. 281-286.
62. FELSENTHAL D., MACHOVER M. *The Measurement of Voting Power: Theory and Practice, Problems and Paradoxes*. – London: Edward Elgar, 1998.

63. FRENCH J. R. *A formal theory of social power* // The Psychological Review. – 1956. – №63. – P. 181-194.
64. FRIEDKIN N. E. *Structural Cohesion and Equivalence Explanations of Social Homogeneity* // Sociological Methods and Research. – 1984. – №12. – P. 235-261.
65. FRIEDKIN N. E., JOHNSON E. C. *Social Influence and Opinions* // Journal of Mathematical Sociology. – 1990. – №15. – P.193-205.
66. FUJISHIGE S. *Submodular Functions and Optimization*. – NY: North-Holland Press, 1991.
67. GLADWELL M. *The Tipping Point: How Little Things Can Make a Big Difference*. – Little Brown & Company, 2000.
68. GODES D., MAYZLIN D. *Using Online Conversations to Study Word of Mouth Communication* // Marketing Science. – 2004. – №23. – P. 545-560.
69. GOLDENBERG J., LIBAI B., MULLER E. *Talk of the Network: A Complex Systems Look at the Underlying Process of Word-of-Mouth* // Marketing Letters. – 2001. – №2. – P. 11-34.
70. GOLUB B., JACKSON M. *Naive Learning in Social Networks: Convergence, Influence and the Wisdom of Crowds*. – 2007. – URL: <http://www.stanford.edu/~jacksonm/naivelearning.pdf>.
71. GRABISCH M., RUSINOWSKA A. *A Model of Influence in a Social Network*. – URL: <http://halshs.archives-ouvertes.fr/docs/00/34/44/57/PDF/B08066.pdf>.
72. GRANOVETTER M. *The Strength of Weak Ties* // American Journal of Psychology. – 1973. – №78(6). – P. 1360-1380.
73. GRANOVETTER M. *Threshold Models of Collective Behavior* // American Journal of Sociology. – 1978. – Vol. 83., No. 6. – P. 1420-1443.
74. HARARY F. *A Criterion for Unanimity in French's Theory of Social Power* / Studies in Social Power. – Michigan: Institute of Sociological Research. – 1959. – P. 168-182.
75. HESGELMAN R., KRAUSE U. *Opinion Dynamics and Bounded Confidence Models, Analysis and Simulation* // Journal of Artificial Societies and Social Simulation. – 2002. – №5:3.

76. HETHCOTE H. W. *The Mathematics of Infectious Diseases* // SIAM Review. – 2000. – Vol. 42., №4. – P. 599-653.
77. HOEDE C., BAKKER R. *A Theory of Decisional Power* // Journal of Mathematical Sociology. – 1982. – №8. – P. 309-322.
78. HOWARD A., JEBARA T. *Dynamical Systems Trees* // Uncertainty in Artificial Intelligence. – 2003. – P. 260-267.
79. HOWARD N. *Theory of Meta-games* // General systems. – 1966. – №11. – P. 187-200.
80. *Glossary on Control Theory and its Applications*. – URL: <http://glossary.ru>.
81. JACKSON M. *Social and Economic Networks*. – Princeton: Princeton University Press, 2008. – 648 p.
82. JACKSON M. *The Stability and Efficiency of Economic and Social Networks* / Advances in Economic Design. – 2003. – P. 319 – 362.
83. JANKY B., TAKÁCS K. *Social Control, Participation in Collective Action and Network Stability*. – HUNNET Working Paper. – 2002. – URL: <http://www.socialnetwork.hu/>.
84. KEARNS M., SIDDHARTH S., MONTFORT N. *An Experimental Study of the Coloring Problem on Human Subject Networks* // Science. – 2006. – №313. – P. 824-827.
85. KEMPE D., KLEINBERG J., TARDOS E. *Maximizing the Spread of Influence through a Social Network* / Proceedings of the 9-th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. – 2003. – P. 137-146.
86. KRAUSE U. *A Discrete Nonlinear and Non-autonomous Model of Consensus Formation* / Communications in Difference Equations. – Amsterdam: Gordon and Breach Publishers, 2000. – P. 227-236.
87. LANGVILLE A., MEYER C. *A survey of eigenvector methods for Web information retrieval* // SIAM Rev. – 2005. – №47. – P. 135-161.
88. LANGVILLE A., MEYER C. *Google's PageRank and Beyond: The Science of Search Engine Rankings*. – Princeton: Princeton University Press, 2006.

89. LANSING J. *Artifisial Societies and Social Science*. – Santa Fe, 2005.
90. LATANÉ B., L'HERROU T. *Spatial Clustering in the Conformity Game: Dynamic Social Impact in Electronic Groups* // Journal of Personality and Social Psychology. – 1996. – №70. – P. 1218-1230.
91. LEENDERS R. *The Specification of Weight Structures in Network Autocorrelation Models of Social Influence*. – 2002. – URL: <http://ideas.repec.org/p/dgr/rugsom/02b09.html>.
92. LESKOVEC J., ADAMIC L., HUBERMAN B. *The Dynamics of Viral Marketing*. – 2005. – URL: <http://arxiv.org/abs/physics/0509039>.
93. LESKOVEC J., KRAUSE A., GUESTRIN C., FALOUTSOS C., VANBRIESEN J., GLANCE N. *Cost-effective Outbreak Detection in Networks* / Proceedings of the 13-th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. – 2007. – P. 420-429.
94. LEWIS D. *Convention: a Philosophical Study*. – Cambridge: Harvard University Press, 1969.
95. LIN Y., SHI X., WEI Y. *On computing PageRank via lumping the Google matrix* // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 2009. – Vol. 224, №2. – P. 702-708.
96. LORENZ J. *A Stabilization Theorem for Dynamics of Continuous Opinions* // Physica A. – 2005. – №355. – P. 217-223.
97. MAHDIAN M., ANAGNOSTOPOULOS A., KUMAR R. *Influence and Correlation in Social Network* // Proceeding of the 14-th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. – 2008. – P. 7-15.
98. MAS-COLLEL A., WHINSTON M. D., GREEN J. R. *Microeconomic Theory*. – N.Y.: Oxford Univ. Press, 1995.
99. MASUDA N., KAWAMURA Y., KORI H. *Impact of hierarchical modular structure on ranking of individual nodes in directed networks* // New Journal of Physics. – 2009. – №11. – 113002. – URL: (<http://www.njp.org/>).

100. MASUDA N., KAWAMURA Y., KORI H. *Analysis of relative influence of nodes in directed networks* // Physical Review. – 2009. – E 80. – 046114.
101. MORRIS S. *Contagion* // The Review of Economic Studies. – 2000. – Vol. 67, №1. – P. 57-78.
102. MYERSON R. B. *Game Theory: Analysis of Conflict*. – London: Harvard Univ. Press, 1991.
103. NEMHAUSER G., WOLSEY L., FISHER M. *An Analysis of the Approximations for Maximizing Submodular Set Functions* // Mathematical Programming. – 1978. – №14. – P. 265-294.
104. NEWMAN M., PARK J. *Why Social Networks Are Different from Other Types of Networks* // Physical Review. – 2003. – Vol. 68. – 036122.
105. OLIVER N., ROSARIO B., PENTLAND A. *Graphical Models for Recognizing Human Interactions* / Proceedings of International Conference on Neural Information and Processing Systems (NIPS). – 1998. – P. 924-930.
106. OLSON M. *The Logic of Collective Action: Public Goods and the Theory of Groups*. – Harvard: Harvard University Press, 1971.
107. *Oxford English Dictionary*. – URL: <http://www.askoxford.com>.
108. ROBINS G., PATTISON P., KALISH Y., LUSHER D. *An Introduction to Exponential Random Graph (p^*) Models for Social Networks* // Social Networks. – 2007. – №29. – P. 173-191.
109. ROBINS G., PATTISON P., ELLIOT P. *Network Models for Social Influence Processes* // Psychometrika. – 2001. – Vol. 66, №2. – P. 161-190.
110. ROLFE M. *Social Networks and Threshold Models of Collective Behavior. Preprint*. – Chicago: University of Chicago, 2004.
111. ROMUALDO P., ALESSANDRO V. *Epidemic Spreading in Scale-Free Networks* // Physical Review Letters. – 2001. – №14(86). – P. 3200-3203.
112. ROGERS E. M. *Diffusion of Innovations*. – New York, London: Free Press, 1983.
113. RUSINOWSKA A., SWART H. *Generalizing and Modifying the Hoede-Bakker Index. Theory and Applications of Relational*

- Structures as Knowledge Instruments*. № 2. Springer's Lecture Notes in Artificial Intelligence LNAI 4342. – Springer, 2007. – P. 60-88.
114. SAUL L. K., JORDAN M. I. *Mixed Memory Markov Models: Decomposing Complex Stochastic Processes as Mixtures of Simpler Ones* / Machine Learning. – 1999. – Vol. 37, №1. – P. 75-87.
115. SCHIFF J. L. *Cellular Automata: A Discrete View of the World*. – NY: Wiley, 2007.
116. SHRAGER J., HOGG T., HUBERMAN B. *Observation of Phase-Transitions in Spreading Activation Networks* // Science. – 1987. – №236. – P. 1092-1094.
117. TARNOW E. *Like Water and Vapor – Conformity and Independence in the Large Group*. – URL: <http://cogprints.org/4274/1/LargeGroupOrderTarnow.pdf>.
118. TOPKIS D. M. *Supermodularity and Complementarity*. – Princeton: Princeton Univ. Press, 2001.
119. TUOMELA R. *Shared Belief*. – URL: <http://www.valt.helsinki.fi/staff/tuomela/papers/Shared.pdf>
120. VALENTE T. *Network Models of the Diffusion of Innovations*. – Cresskill, NJ: Hampton Press, 1995.
121. WATTS D. *The «New» Science of Networks* // Annual Review of Sociology. – 2004. – №30. – P. 243-270.
122. WATTS D., DODDS P. *Influentials, Networks, and Public Opinion Formation* // Journal of Consumer Research. – 2007. – №34. – P. 441-458.
123. WEI R. *Consensus Seeking, Formation Keeping and Trajectory Tracking in Multiple Vehicle Cooperative Control*. PhD Dissertation. – Brigham Young University, 2004.
124. WU F., HUBERMAN B., ADAMIC L., TYLER J. *Information Flow in Social Groups* // Statistical and Theoretical Physics. – 2004. – №337. – P. 327-335.
125. YOUNG P. *The Spread of Innovations by Social Learning*. – 2006. – URL: <http://www.santafe.edu/events/workshops/images/0/0a/Spread21march.pdf>.

126. ZHANG D., GATICA-PEREZ D., BENGIO S., ROY D. *Learning Influence among Interacting Markov Chains* // Neural Information Processing Systems (NIPS), 2005. – P. 132-141.

MODELS OF INFLUENCE IN SOCIAL NETWORKS

Dmitry Gubanov, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, senior research officer (DimaGubanov@mail.ru).

Dmitry Novikov, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, D.Sc., professor, deputy director (novikov@ipu.ru).

Alexander Chkhartishvili, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, D.Sc., leading research officer (sandro_ch@mail.ru).

Abstract: The article surveys the models of influence in social networks. The main classes of contemporary models of social networks are considered, and correspondence between the classes of models and reflected properties of modeled object is established.

Ключевые слова: social network, influence, models of influence.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии П. Ю. Чеботаревым