

Применение теории нечетких множеств к задачам управления финансами

Недосекин А.О.
Журнал "Аудит и финансовый анализ"

4. УЧЕТ РИСКА НЕПЛАТЕЖЕЙ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ПОРТФЕЛЕМ

4.1. Проблема анализа риска неплатежей и подход к ее решению

Итак, когда известен расчетный коридор доходности по каждому сегменту портфеля, определение ожидаемой доходности портфеля и его риска является делом техники.

Однако изложенная выше модель как, впрочем, и модель Марковича, учитывает лишь **нормальный** риск по ценным бумагам (ЦБ) эмитента, т.е. такой, который не исключает в себя риска *дефолта*. Под дефолтом эмитента мы понимаем такое состояние его ценных бумаг, когда курсовая цена по завершении анализируемого периода (периода владения, периода пребывания ЦБ в портфеле), а также сумма платежей по ЦБ за этот период равны нулю.

Если фондовый портфель составлен из так называемых "голубых фишек" (акций, имеющих высококлассную историю на фондовом рынке развитых стран и торгуемых на ведущих биржах мира), тогда риском дефолта по этим бумагам можно пренебречь. Но если страна и ее фондовый рынок характеризуются как ненадежные (касаются кредитоспособности страны-заемщика не выше С, по рейтинговой классификации S&P), тогда риском дефолта пренебрегать нельзя. Особенно это замечание имеет значения для ценных бумаг западных стран, формирующих свои портфели бумагами из стран третьего мира.

Природу нормального и дефолтного рисков следует различать. *Нормальный* риск сопряжен с относительно неглубокими колебаниями рыночной конъюнктуры, с такими воздействиями рынка на эмитента, которые не делают эмитента неплатежеспособным. Такие возмущения можно назвать расчетными. Неблагоприятные расчетные возмущения снижают эффективность деятельности предприятия-эмитента на рынке, но это снижение не является необратимым. Напротив, негативные нерасчетные возмущения обладают катастрофической природой и ставят предприятие на грань выживания. Риск, сопряженный с такими возмущениями, уместно назвать *дефолтным*. К нерасчетным возмущениям мы относим разрыв рыночных связей (например, внезапную потерю значимого поставщика или крупного потребителя, снижение квот, приостановку действия лицензий и др.), а также возмущения нерыночного происхождения (природный катаклизм, грубые ошибки менеджмента, столкновения с криминалитетом, смена государственного строя и др.).

Если мы моделируем доход по ценной бумаге как случайную величину с нормальным законом распределения, то это автоматически предполагает, что мы пренебрегаем риском дефолта. Если мы намерены учесть этот риск в вероятностной модели, то нам необходимо строить такую модель на двух уровнях. На нижнем уровне модельной иерархии находим штатное вероятностное описание портфеля, а на верхнем уровне - нештатное. Построим такую простейшую двухуровневую модель на базе классической модели Марковича.

4.2. Модель Марковича с учетом дефолт-сценариев

Пусть фондовый портфель содержит N сегментов ЦБ с долевым распределением $\{x_i\}$, $i = 1, \dots, N$. По каждой I-ой ЦБ в портфеле заданы: ожидаемая доходность r_i и стандартное отклонение σ_i . Также портфель характеризует корреляционная матрица $\{r_{ij}\}$. Критерием эффективности портфельных инвестиций является условие:

$$r \geq r^*$$

где r - ожидаемая доходность портфеля,
 r^* - предельное значение уровня доходности.

Все перечисленные допущения находятся на нижнем уровне модели, который мы назвали штатным. На верхнем (нештатном) уровне модели содержится вероятностное распределение степени деградации портфеля по факту кратных дефолтов. Эти вероятности не являются классическими, а выражают степень экспертной уверенности в том или ином состоянии портфеля по итогам анализируемого периода. Обозначим p_i - вероятность сохранения эмитентом своей платежеспособности. Для простоты предположим, что случайные события дефолтов являются стохастически независимыми событиями.

Сформируем дефолт-сценарий $H(\beta, \gamma, \delta, \lambda)$ о совокупном состоянии эмитентов ЦБ портфеля по завершении анализируемого периода. Здесь δ_i - индикатор состояния эмитента: $\delta_i = 0$, если эмитент претерпел дефолт, и $\delta_i = 1$ в противоположном случае. Вероятность реализации сценария H равна:

$$P(H(\beta_1, \dots, \beta_N)) = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_N, \quad (45)$$

где

$$\lambda_i = \begin{cases} p_i, & \delta_i = 1; \\ 1 - p_i, & \delta_i = 0. \end{cases} \quad (46)$$

События $H(\bullet)$ являются несовместными и образуют полную группу. Поэтому выполняется:

$$\sum_{(\beta_1, \dots, \beta_N)} P(H(\beta_1, \dots, \beta_N)) = 1, \quad (47)$$

где суммирование проводится по всем возможным наборам $(\beta_1, \dots, \beta_N)$ из всего таких слагаемых 2^N .

В результате реализации дефолт-сценария H часть сегментов портфеля обесценивается до нуля вследствие дефолтов. Это означает, что фактический доход по этим сегментам равен *нулю дефолта* (-100%), а стандартное отклонение σ - нулевое, т.к. определено значение в части состояния дефолтных сегментов - полная. Прочие эмитенты доставляют портфелю доход в среде нормальных рисков.

Тогда применение подхода Марковича (см. раздел 3) к портфелю даст:

- уровень ожидаемой доходности портфеля при реализации дефолт-сценария $H(\bullet)$, по аналогии с (36),

$$r(\beta_1, \dots, \beta_N) = \sum_{i=1}^N x_i r_i, \quad (48)$$

где

$$\sigma_i = \begin{cases} \sigma_i, & \delta_i = 1; \\ -100\%, & \delta_i = 0. \end{cases} \quad (49)$$

- стандартное отклонение портфеля при реализации дефолт-сценария $H(\bullet)$, по аналогии с (37)

$$\sigma = \left(\sum_{i=1}^N x_i \sum_{j=1}^N x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \right)^{1/2}. \quad (50)$$

Результатирующие показатели по портфелю достигаются взвешиванием всех возможных дефолт-сценариев по вероятности, на основе соотношений (45) - (50):

- уровень ожидаемой доходности портфеля

$$r = \sum_{(\beta_1, \dots, \beta_N)} P(H(\beta_1, \dots, \beta_N)) r(\beta_1, \dots, \beta_N), \quad (51)$$

- стандартное отклонение портфеля

$$\sigma = \sum_{(\beta_1, \dots, \beta_N)} P(H(\beta_1, \dots, \beta_N)) \sigma(\beta_1, \dots, \beta_N), \quad (52)$$

Вероятность неэффективного управления портфелем (степень риска ситуации, когда $r < r^*$) определяется по формуле:

$$r \rightarrow \int_{-\infty}^r \exp(-\sigma(r - r^*)^2 / 2\sigma^2) dy, \quad (53)$$

где r определяется по (51), а σ - по (52).

4.3. Нечеткая модель с учетом дефолт-сценариев

В разделе 3 настоящей работы мы совершили переход от вероятностного описания портфеля к нечетко-множественному, введя доходность i -го сегмента портфеля нечетким треугольным числом \underline{a}_i . Тогда ожидаемая доходность портфеля r есть линейная комбинация \underline{a}_i , а риск неэффективности инвестиций определяется по формулам (40) - (42).

Усовершенствуем изложенный подход введением нечетко-множественного описания дефолтных ожиданий. Введем лингвистическую переменную "Вероятность сохранения платежеспособности эмитентом ЦБ" и выделим пять нечетких подмножеств введенного множества.

A - подмножество очень низких вероятностей сохранения платежеспособности;

B - подмножество низких вероятностей сохранения платежеспособности;

C - подмножество среднего уровня вероятностей сохранения платежеспособности;

D - подмножество высоких вероятностей сохранения платежеспособности;

E - подмножество очень высоких вероятностей сохранения платежеспособности.

По аналогии со всем вышесказанным, запишем пять соответствующих подмножеств $\{A, \dots, E\}$ функций принадлежности $\{\mu_A, \dots, \mu_E\}$ на отрезке действительных чисел $[0, 1]$. Эти функции имеют трапециевидную форму и могут быть охарактеризованы соответствующими нечеткими трапециевидными числами $\{T(a_1, \dots, a_4)\}$, где a_i - абсциссы точек излома функции принадлежности. Одним из наилучших способов задания, по мнению автора, является способ, приведенный в табл. 15.

Таблица 15. КООРДИНАТЫ ТОЧЕК ИЗЛОМА ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

Функции	Координаты T - чисел			
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
μ_A	0	0	0.01	0.03
μ_B	0.01	0.03	0.05	0.07
μ_C	0.05	0.07	0.93	0.95
μ_D	0.93	0.95	0.97	0.99
μ_E	0.97	0.99	1	1

Он хорошо коррелируется с классификацией, взятой за основу в западных рейтинговых агентствах. Разумеется, возможны и другие варианты выбора узловых точек T -чисел.

Таким образом, мы заместили четко-вероятностное описание риска дефолтов нечетко-вероятностным. Эксперт, надо думать, затрудняется в строгой количественной оценке вероятности дефолта эмитента, т.к. ему недостает к этому статистических предпосылок. Однако он может охарактеризовать вероятностную ситуацию качественно, воспользовавшись предложенной классификацией, размыт свои собственные исходные точечные оценки.

Если вероятность сохранения платежеспособности описана подмножествами $\{A, B, C, D, E\}$, то соответствующая вероятность дефолта описывается подмножествами $\{E, D, C, B, A\}$ соответственно, как вероятность дополняющего противоположного события, образующего с исходным событием полную группу.

Тогда нечеткая вероятность дефолт-сценария $H(\bullet)$ - это ожидание сложного события реализации вектора $(\delta_1, \dots, \delta_N)$, которая строится на основе нечетких вероятностей сохранения платежеспособности на каждом отдельном эмитенту, с применением операций над нечеткими T -числами.

Рассмотрим простейший пример портфеля из двух ЦБ. Пусть состояние эмитента ЦБ1 признано экспертом "предельно благополучным" (рейтинг **E**), а состояние эмитента ЦБ2 - "относительно благополучным" (рейтинг **D**). Тогда вероятность дефолт-сценария $(\delta_1=1, \delta_2=1)$ отображена нечетким подмножеством $E \otimes B$ вида "алгебраическое произведение" $[1E] \otimes [1B]$ и **D** (обозначение $E \otimes D$, где \otimes - символ операции алгебраического произведения) с функцией принадлежности $\mu_{\nu} = \mu_E \cdot \mu_D$.

Из теории нечетких множеств известно, что "произведение" двух T -чисел (определено как операция на уровне интервалов принадлежности) не есть T -число. Однако результирующее нечеткое число можно привести к T -виду, путем перемножения соответствующих T -вершин чисел-сомножителей. Результат такой линеаризации по полному набору дефолт-сценариев нашего пояснительного примера представлен в табл. 16.

Таблица 16. РАСЧЕТ НЕЧЕТКИХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДЕФОЛТ-СЦЕНАРИЕВ

№ п/п	Набор	Нечеткая вероятность $\underline{z}(\beta_1, \beta_2)$	Соответствующее μ_{ν} T-число
1	1 1	E ⊗ D	(0.902, 0.941, 0.970, 0.994)
2	0 1	A ⊗ D	(0., 0., 0.010, 0.030)
3	1 0	E ⊗ B	(0.010, 0.030, 0.050, 0.070)
4	0 0	A ⊗ B	(0., 0., 0.001, 0.002)

Обозначим \underline{z}_i - нечеткую вероятность сохранения платежеспособности i -ым эмитентом, \bar{z}_i - нечеткую вероятность дополняющего противоположного события.

Тогда, в общем виде, по аналогии с (45) - (46):

$$\underline{z}(\beta_1, \dots, \beta_N) = \lambda_1 \otimes \lambda_2 \otimes \dots \otimes \lambda_N, \quad (54)$$

где

$$\lambda_i = \begin{cases} \underline{z}_i, & \delta_i = 1; \\ \bar{z}_i, & \delta_i = 0. \end{cases} \quad (55)$$

Теперь мы ввели все необходимые исходные нечеткие описания и в состоянии перейти к оценке доходности портфеля и риска неэффективного управления портфелем.

4.4. Доходность портфеля как нечеткое число

Пусть $\underline{z}_i = (\underline{z}_{i1}, \underline{z}_{i2}, \dots, \underline{z}_{in})$ - доходность по i -ой ценной бумаге, треугольное нечеткое число. Если дефолт i -го эмитента состоялся, то доходность соответствующих ЦБ есть вырожденное нечеткое число $\underline{z}_i = (-100\%, -100\%, -100\%)$.

Тогда доходность по портфелю при условии наступления дефолт-сценария $H(\bullet)$:

$$r(\bullet) = (r_{max}(\bullet)) \otimes \sum_{i=1}^N x_i \otimes \underline{z}_i \otimes (r(\bullet)) \otimes \sum_{i=1}^N x_i \otimes \bar{z}_i \otimes r_{max}(\bullet) \otimes \sum_{i=1}^N x_i \otimes \underline{z}_{2i} \otimes \bar{z}_i, \quad (56)$$

где

$$\bar{z}_i = \begin{cases} \bar{z}_i, & \delta_i = 1; \\ -100\%, & \delta_i = 0; \end{cases} \quad (57)$$

$$r_{max} = \underline{2} \quad (58)$$

$$\bar{z}_{2i} = \begin{cases} \bar{z}_{2i}, & \delta_i = 1; \\ -100\%, & \delta_i = 0; \end{cases} \quad (59)$$

Считаем, что все нечеткие вероятности дефолт-сценариев $\underline{z}(\bullet)$ рассчитаны заранее по схеме (54)-(55). Упростим дальнейшие расчеты и заменим вероятности в нечеткой формуле их наиболее ожидаемыми числовыми значениями. Если $T(a_1, a_2, a_3, a_4)$ - T -числа, соответствующие $\underline{z}(\bullet)$, то в качестве наиболее ожидаемых значений следует взять

$$\bar{r}(\bullet) = (a_2 + a_3) / 2, \quad (60)$$

Пронормируем значение (60) с тем, чтобы было выполнено условие (47). Тогда полученные значения становятся вероятностями реализации соответствующих дефолт-сценариев в аксиологическом смысле. Схема нормирования имеет вид:

$$\bar{r}(\bullet) = \frac{\bar{r}(\bullet)}{\sum_{(\beta_1, \dots, \beta_N)} \bar{r}(\bullet)}, \quad (61)$$

Тогда взвешивание нечетких исходов дефолт-сценариев по вероятностям (61) даст:

$$r = \sum_{(\beta_1, \dots, \beta_N)} \bar{r}(\beta_1, \dots, \beta_N) \cdot \bar{p}(\beta_1, \dots, \beta_N), \quad (62)$$

т.е. доходность по портфелю также является треугольным нечетким числом $\underline{z} = (r_{min}, \bar{r}, r_{max})$.

4.5. Оценка портфельного риска

Зафиксируем r^* - критическое значение доходности портфеля. Если фактическое значение доходности r окажется ниже r^* , то считаем, что портфель был сформирован неэффективно.

В разделах 2 и 3 настоящей работы мы показали, что степень риска неэффективности инвестиций в предположении о том, что показатель эффекта инвестиций - треугольное нечеткое число, определяется по формуле (40), с учетом (41) и (42).

4.6. Модель управления портфельным риском с учетом дефолтов

Зафиксируем r^* - требуемый уровень ожидаемой доходности портфеля. Манипулируя вектором $\{x_i\}$, мы можем добиться минимума риска инвестиций. Запись этой задачи:

$$\{x_{opt}\} = \{x\} \quad | \quad \beta \rightarrow \min, \quad r = r^*. \quad (63)$$

Эта задача является двойственной задачей нелинейного программирования к задаче в следующей записи:

$$\{x_{opt}\} = \{x\} \quad | \quad r \rightarrow \max, \quad \beta = const. \quad (64)$$

4.7. Пример

Итак, мы сформулировали основные принципы управления портфелем в условиях нормального и дефолтного рисков на базе нечеткой модели. Рассмотрим этот подход на простейшем примере двухсегментного портфеля.

Пусть портфель состоит из двух видов ценных бумаг ЦБ1 и ЦБ2 с параметрами: доходность - 8 и 12 процентов соответственно, расчетный коридор ЦБ1 и ЦБ2 - [7.2%, 8.8%] и [9.6%, 12.4%] соответственно. Доля ЦБ1 в портфеле меняется от 0 до 100%, доля ЦБ2 - от 100% до 0% соответственно.

Состояние эмитента ЦБ1 признано экспертом "предельно благополучным" (рейтинг **E**), а состояние эмитента ЦБ2 - "относительно благополучным" (рейтинг **D**).

Критическое значение доходности портфеля составляет $r^* = 7\%$.

Оценим риск неэффективности инвестиций при перераспределении долей бумаг в портфеле. Расчеты по формулам (40) - (42), (54) - (64) сведены в табл. 17.

Таблица 17. РАСЧЕТ СТЕПЕНИ РИСКА ПОРТФЕЛЯ ИЗ ДВУХ ТИПОВ ЦЕННЫХ БУМАГ

№ п/п	Доля ЦБ1	Доля ЦБ2	Ожидаемая доходность портфеля	Нижняя граница доходности	Верхняя граница доходности	Ширина расчетного коридора	Степень риска
1	0.0	1.0	7.51%	5.21%	9.81%	4.61%	0.223
2	0.2	0.8	7.50%	5.20%	9.50%	4.00%	0.203
3	0.4	0.6	7.49%	5.78%	9.19%	3.40%	0.178
4	0.6	0.4	7.47%	6.07%	8.87%	2.80%	0.147
5	0.8	0.2	7.46%	6.36%	8.56%	2.19%	0.108
6	1.0	0.0	7.45%	6.65%	8.25%	1.59%	0.056

Зависимость "риск - ожидаемая доходность" по портфелю представлена на рис. 10, а зависимость степени риска от доли низкопроцентных бумаг в портфеле представлена на рис. 11.

Из табл. 17 видно, что с ростом доли низкодоходной бумаги в портфеле одновременно происходят две вещи. С одной стороны, падает ожидаемая доходность портфеля, что, казалось бы, должно повышать риск портфеля. Однако одновременно с этим падением, падает и диапазон допустимых колебаний портфеля, его расчетный коридор. И поскольку коридор сужается быстрее, чем падает доходность, риск тоже падает.

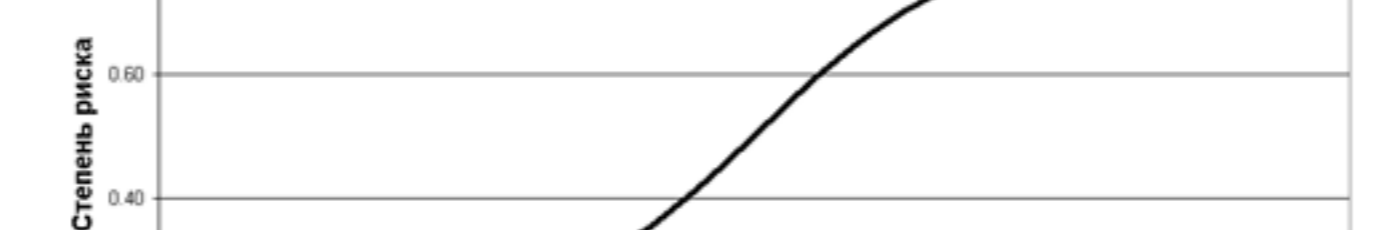


Рис. 10. Диаграмма "Ожидаемая доходность - риск"

Таким образом, поскольку выборки деградации вероятностей при учете дефолтного риска по доходу ЦБ1, а эта бумага является менее колеблемой и более надежной, чем ЦБ2, то плановое замещение бумаг ЦБ2 ожидаемой ЦБ1 приводит к снижению портфельного риска.

Рассмотрим другой случай. Если увеличить критерийный порог с 7% до 8%, то повторные расчеты показывают, что риск немаломо растет (см. табл. 18).

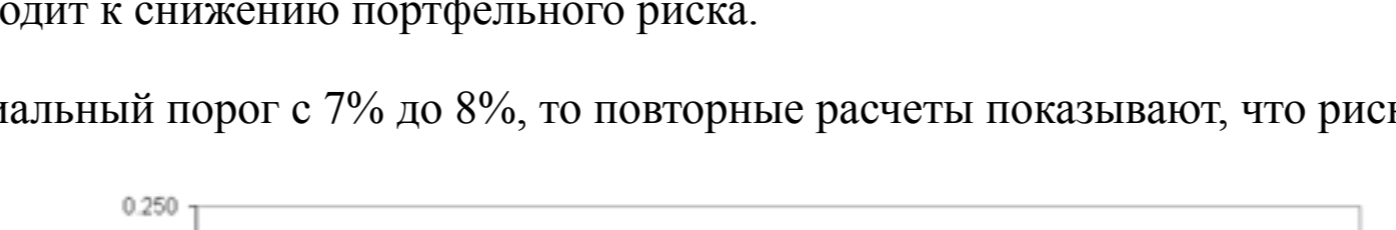


Рис. 11. Связь между долей ЦБ1 и портфельным риском

Таблица 18. ПЕРЕРАСЧЕТ СТЕПЕНИ РИСКА ПРИ УВЕЛИЧЕНИИ КРИТЕРИЯЛЬНОГО ПОРОГА r^* с 7% до 8%

№ п/п	Доля ЦБ1	Доля ЦБ2	Ожидаемая доходность портфеля	Нижняя граница доходности	Верхняя граница доходности	Ширина расчетного коридора	Степень риска
1	0.0	1.0	7.51%	5.21%	9.81%	4.61%	0.771
2	0.2	0.8	7.50%	5.20%	9.50%	4.00%	0.799
3	0.4	0.6	7.49%	5.78%	9.19%	3.40%	0.832
4	0.6	0.4	7.47%	6.07%	8.87%	2.80%	0.872
5	0.8	0.2	7.46%	6.36%	8.56%	2.19%	0.920
6	1.0	0.0	7.45%	6.65%	8.25%	1.59%	0.973

Это обусловлено тем, что доход бумагам ЦБ1 начинает проигрывать ее же надежности.

Стало быть, существует некое равновесное значение критерия r^* , при котором риск портфеля не меняется с перераспределением бумаг. Это значение получено нами путем подбора, оно составляет 7.417%.

И еще один любопытный эффект, связанный непосредственно с надежностью бумаг в портфеле. Уменьшим ожидаемую доходность по ЦБ2 с 12% до 11%. Результаты расчетов

видно, что с удалением низконадежной (по сравнению с ЦБ1) и недостаточно доходной бумаги ожидаемая доходность портфеля **растет**. Этот эффект обусловлен тем, что с постепенным эмитентом ЦБ2 ожидаемые убытки от *пригодной* бумаги в портфеле падают быстрее, чем доходы, также падающие с уменьшением доли этой бумаги в портфеле.

Выводы

Итак, в нечетко-множественной модели управления фондовым портфелем эксперту необходимо сформировать два блока исходных данных: расчетные коридоры по каждому сегменту портфеля и нечетко-вероятностное описание дефолт-сценариев. При этом подходе эксперт освобождается от необходимости задаваться точечными оценками вероятностей или параметров функций распределения случайных величин. Намеренное загромождение модели, разрыв исходных данных, кажущихся влиять тонкими, на самом деле приводит к повышению адекватности модели специфика моделируемого объекта и соответствует познавательным возможностям эксперта. Это и обеспечивает модель, с одной стороны, достоверность, а с другой - удобство для целей портфельного выбора.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нечетко-множественный подход к решению задач финансового менеджмента возник в мировой науке вовсе не случайно, но явился ответом на непреодолимые трудности, связанные с использованием вероятностей при учете исходной информации не обладающей статистической природой. Поле для плодотворных дискуссий о применении вероятностей в экономическом анализе возникает тогда, когда случайные события в экономике не описываются методами статистики. Всегда существует возможность поставить под сомнение неограниченную познавательную активность эксперта или лица, принимающего решение. В этом смысле честнее не гадать на кофейной гуще, а задаваться расчетными коридорами исходных данных; не давать вероятностям точечные оценки, а выработать нечетко-лингвистическое описание этих вероятностей, - то есть моделировать не только само исходное исследование, но и границы познавательной активности исследователя.

Полагаю, что подход к решению экономических задач, основанный на нечетностях, еще найдет свое применение в страховом бизнесе, в банковском деле (например, при оценке кредитоспособности заемщика или риска неликвидности контракта) и в других разделах финансового менеджмента. Модели, предложенные здесь к оценке риска банкротства и риска инвентаризации, могут быть легко развиты под специфику конкретных задач, возникающих в ходе управления финансами.

Выражаю благодарность руководству компании "Воронов и Максимов" за поддержку при подготовке этой публикации.

Литература

1. Кравец А.С. Природа вероятности, М.: Мысль, 1976.
2. Виленский П.Л., Лившиц В.И., Орлова Е.Р., Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов. М.: Дело, 1998.
3. Смоляк С.А. Учет специфики инвестиционных проектов при оценке их эффективности // Аудит и финансовый анализ, 1999, №3.
4. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений, М.: Мир, 1976.
5. Zadeh L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility // Fuzzy Sets and Systems. - 1978. - Vol.1, №1.
6. Котман В., Хилл Алука Х. Введение теории нечетких множеств в управлении предприятиями, Минск: Вышэйшая школа, 1992.
7. Трухачев Р.И. Модели принятия решений в условиях неопределенности. М.: Наука, 1981.
8. Недосекин А.О. Анализ живучести систем энергетика комбинаторно-вероятностными методами // Известия РАН. Энергетика, 1992, №3.
9. Недосекин А.О., Максимов О.Б. Анализ риска банкротства предприятия с применением нечетких множеств // Вопросы анализа риска, 1999, № 2-3.
10. Altman E. Corporate Financial Distress. New York, Wiley, 1983.
11. Максимов О. Б. Анализ финансового состояния предприятия. Основные положения методики. Санкт-Петербург, ИКФ "АЛБЪ", 1994.
12. Справочник по искусственному интеллекту. В 3-х томах. М.: Радио и связь, 1990.
13. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. М.: Наука, 1978.
14. Борисов А.Н. и др. Модели принятия решений на основе лингвистической переменной, Рига: Зинатне, 1982.
15. Борисов А.Н. и др. Принятие решений на основе нечетких моделей: Примеры использования. Рига: Зинатне, 1990.
16. Рыжов А.П. Элементы теории нечетких множеств и измерения нечеткости. М.: Диалог-МГУ, 1998.
17. Финансовый менеджмент. М.: Capgem Corporation -USAID, 1998.
18. Недосекин А.О., Воронов К.И. Анализ риска инвестиций с применением нечетких множеств // Управление