

УДК 614.8

Моделирование биолого-социальных чрезвычайных ситуаций с использованием эпидемиологической модели SIR

ISSN 1996-8493

© Технологии гражданской безопасности, 2020

В.А. Акимов, С.Л. Диденко, И.Ю. Олтян

Аннотация

В статье показана принципиальная возможность построения компьютерной модели развития чрезвычайной ситуации биолого-социального характера с использованием эпидемиологической модели SIR. В качестве системы компьютерной математики предложена система Mathematica, которая имеет чрезвычайно широкий набор средств, переводящих сложные математические алгоритмы в компьютерные программы.

Ключевые слова: чрезвычайная ситуация биолого-социального характера; пандемия; эпидемиологическая модель; математическое моделирование; система компьютерной алгебры Mathematica, лихорадка Эбола; коронавирус COVID-19.

Biological and Social Emergencies Modeling Using the SIR Epidemiological Model

ISSN 1996-8493

© Civil Security Technology, 2020

V. Akimov, S. Didenko, I. Oltyan

Abstract

The article shows the fundamental possibility of constructing computer model of biological and social emergency development using the SIR epidemiological model. As a system of computer mathematics, the Mathematica system is proposed, which has extremely wide set of tools translating complex mathematical algorithms into computer programs.

Key words: biological and social emergency; pandemic; epidemiological model; mathematical modeling; computer algebra system Mathematica, Ebola fever; COVID-19 coronavirus.

11.11.2020

Для предсказания развития чрезвычайных ситуаций необходимы научные модели [1]. Один из инструментов борьбы с эпидемиями — создание компьютерной модели возможного распространения вируса. Понимая, где и как быстро вспышка может проявиться, государственные структуры могут организовать эффективные профилактические меры для снижения скорости ее передачи и, в конечном итоге, остановить эпидемию.

Продемонстрируем построение математической модели, описывающей глобальное распространение пандемии на основе реальных данных. Модель применима к любой эпидемии, но мы будем использовать данные о вспышке лихорадки Эбола в 2014–2015 годах в качестве примера, так как новая эпидемия распространения коронавируса COVID-19 (см. таблицу) еще не завершена и, соответственно, отсутствует возможность верификации модели по реальным данным.

Эпидемия лихорадки Эбола в Западной Африке началась в декабре 2013 года в Гвинее и продолжалась до декабря 2015 года, выйдя за пределы страны и распространившись на Либерию, Сьерра-Леоне, Нигерию, Сенегал, США, Испанию и Мали.

Данная вспышка болезни, вызываемой вирусом Эбола, показывает, как быстро болезни могут передаваться между людьми. Существует большое число возбудителей инфекций, как, например, новая коронавирусная инфекция COVID-19 или различные типы гриппа (H5N1, H7N9), которые могут стать причиной пандемии. Ввиду этого математическое моделирование путей передачи инфекций становится еще более значимым.

Модель, описывающая распространение заболевания, имеет три уровня:

(1) модель эпидемии, описывающая передачу заболевания в гипотетической однородной популяции;

(2) данные о популяции, такие как распределение и плотность населения;

(3) уровень, описывающий перемещение населения.

Для моделирования распространения эпидемии будем использовать мощные алгоритмы системы компьютерной алгебры Mathematica: встроенные базы данных и широкие возможности импорта данных [3]. Кроме того, алгоритмы визуализации Mathematica допускают разработку новой модели распространения заболевания. Данные Wolfram, доступные в Mathematica, являются очень удобной отправной точкой моделирования и могут быть дополнены данными, импортированными из внешних источников [4]. Это одно из воплощений идей Стивена Вольфрама об общедоступности вычисляемых данных [5].

Существуют различные типы эпидемиологических моделей. Далее будем использовать SIR-модель (от англ. Susceptible, Infected, Recovered) [6, 7], в которой популяция моделируется индивидуумами трех типов (см. рисунок):

здоровые индивидуумы из группы риска или восприимчивые индивидуумы (Susceptible);

инфицированные индивидуумы (Infected);

выздоровевшие и переставшие распространять болезнь индивидуумы (Recovered).



Рис. Основные компоненты эпидемиологической модели SIR

Для моделирования распространения инфекции с помощью языка Wolfram Language [8] определим уравнения, описывающие количество людей в каждой

Распространение коронавирусной инфекции COVID-19 в мире (по данным ВОЗ на 10.11.2020 г. [2])

Таблица

№ п/п	Регион	Случаи заболевания	Выздоровело	Летальные исходы
1	Весь мир	51,5 млн	33,6 млн	1,27 млн
2	США	10,3 млн +140 тыс.	-	240 тыс. +1 148
3	Индия	8,64 млн +38 073	-	128 тыс. +448
4	Бразилия	5,7 млн -	5,06 млн	163 тыс. -
5	Россия	1,84 млн +20 977	1,37 млн	31 593 +368
6	Франция	1,83 млн +22 180	-	42 207 +1 220
7	Испания	1,38 млн +17 395	-	39 345 +411
8	Аргентина	1,26 млн +11 977	1,08 млн	34 183 +276
9	Великобритания	1,23 млн +20 412	-	49 970 +532
10	Колумбия	1,16 млн +7 612	1,06 млн	33 148 +174

Числа со знаком «+»: новые случаи, зарегистрированные 10.11.2020 г.

из этих категорий, как функцию времени. Мы будем использовать сначала уравнения с дискретным временем. Полагая, что существует только три, не взаимодействующие между собой, категории индивидуумов, мы можем записать следующее:

In [1]: =

$$\begin{aligned} \text{Sus}(t + 1) &= \text{Sus}(t); \\ \text{Inf}(t + 1) &= \text{Inf}(t); \\ \text{Rec}(t + 1) &= \text{Rec}(t). \end{aligned}$$

Эти уравнения означают, что относительное число (в процентном отношении) восприимчивых/ инфицированных / выздоровевших (Susceptibles / Infected / Recovered) в момент времени $t + 1$ равно этому же числу в момент времени t .

Предположим, что случайный контакт инфицированного индивидуума с восприимчивым приводит к новому заражению с вероятностью b ; вероятность контакта пропорциональна числу восприимчивых индивидуумов (Sus), а также числу уже инфицированных (Inf). Это предположение означает, что люди уходят из категории восприимчивых и переходят в категорию инфицированных, то есть:

In [2]: =

$$\begin{aligned} \text{Sus}(t + 1) &= \text{Sus}(t) - b \text{Sus}(t) \text{Inf}(t); \\ \text{Inf}(t + 1) &= \text{Inf}(t) + b \text{Sus}(t) \text{Inf}(t); \\ \text{Rec}(t + 1) &= \text{Rec}(t). \end{aligned}$$

Далее мы полагаем, что люди выздоравливают с вероятностью c и выздоровление происходит пропорционально числу больных людей, то есть, чем больше заболевших, тем больше выздоровевших. Тогда можно записать:

In [3]: =

$$\begin{aligned} \text{Sus}(t + 1) &= \text{Sus}(t) - b \text{Sus}(t) \text{Inf}(t); \\ \text{Inf}(t + 1) &= \text{Inf}(t) + b \text{Sus}(t) \text{Inf}(t) - c \text{Inf}(t); \\ \text{Rec}(t + 1) &= \text{Rec}(t) + c \text{Inf}(t). \end{aligned}$$

Нам также понадобятся начальные данные о количестве (в процентах) людей в каждой из категорий. При этом члены в правой части системы, характеризующие взаимодействие между категориями, всегда дают в сумме ноль, так что общий размер популяции не меняется. Это важное отличительное свойство модели: каждый человек должен быть отнесен к одной из трех категорий. Для сохранения размера популяции постоянным, что важно в нашем представлении, мы используем простой прием: будем рассматривать последнюю группу выздоровевших (Rec) как множество, содержащее людей, действительно перенесших болезнь, и умерших. Вполне разумно предположить, что ни умершие, ни выздоровевшие не смогут заразить остальное население, т.е. они инертны по отношению к нашей модели. Предположение будет заключаться в том, что некоторый фиксированный процент людей из Rec группы перенес болезнь (выжил), а остальных будем считать умершими. Таким образом, мы включаем умерших в нашу модель, так что они не покидают группы, и мы не рассматриваем рождения новых людей. Это обеспечивает сохранение размера популяции постоянным.

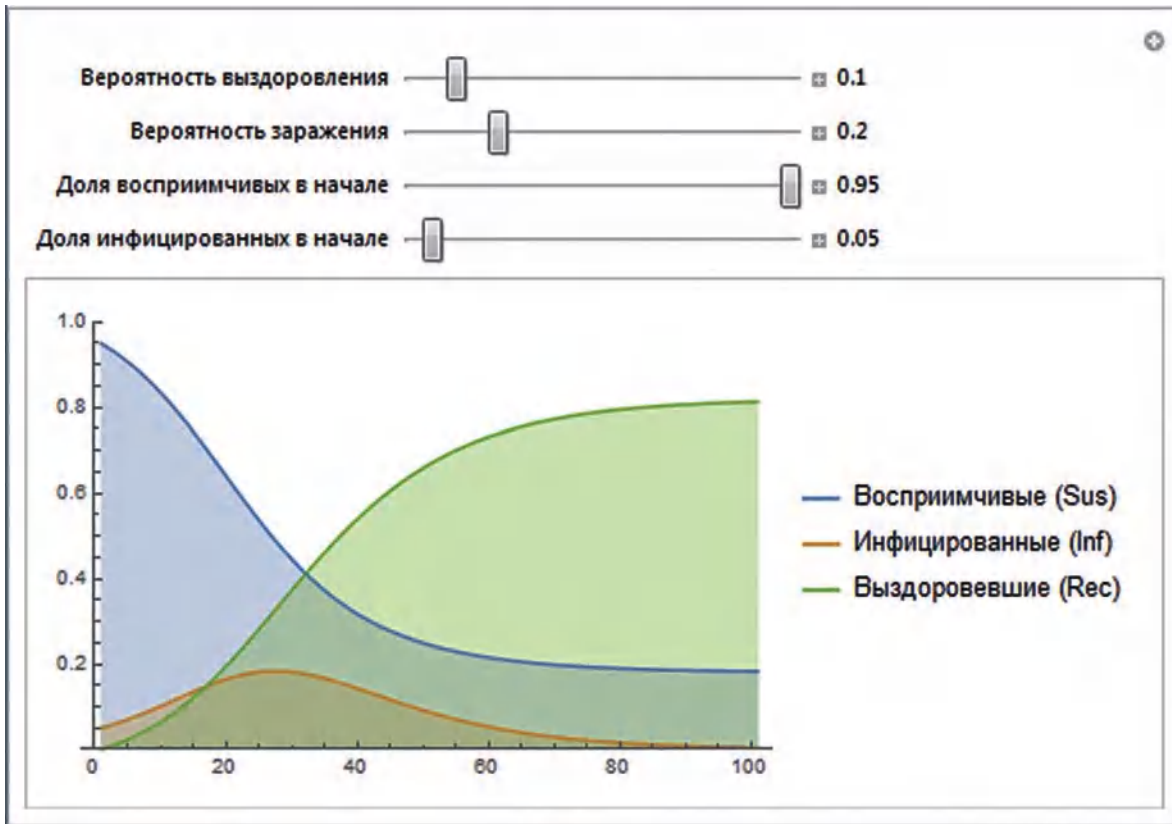
Тогда простейшая реализация SIR-модели, позволяющая изменять параметры, будет выглядеть следующим образом:

Мы используем векторы значений Sus, Inf, Rec, которые строятся рекурсивно. Заметим, что параметры b и c содержат в себе множество эффектов,

In [4] =

```
Manipulate[
  If[x0 > 1 - y0, x0 = 1 - y0];
  ListLinePlot[Transpose[NestList[
    {#[[1]] * (1 - b #[[2]]), (1 - c) #[[2]] + b * #[[2]] #[[1]],
     #[[3]] + c #[[2]]} &,
    {x0, y0, 1 - x0 - y0}, 100]],
  PlotLegends -> {"Восприимчивые (Sus)", "Инфицированные (Inf)",
    "Выздоровевшие (Rec)"}, Filling -> 0, PlotRange -> {0, 1}],
  {{c, .1, "Вероятность выздоровления"}, .0, .9,
  Appearance -> "Labeled"},
  {{b, .2, "Вероятность заражения"}, .0, .9,
  Appearance -> "Labeled"},
  {{x0, 1 - y0, "Доля восприимчивых в начале"}, .0, 1 - y0,
  Appearance -> "Labeled"},
  {{y0, .05, "Доля инфицированных в начале"}, 0, 1,
  Appearance -> "Labeled"}].
```

Out [4] =



которые на этом этапе напрямую не смоделированы. Например, вероятность заражения b действительно описывает риск заражения, но в то же время она зависит от поведения людей (большое количество массовых мероприятий, общественных мест и т.п. может привести к увеличению вероятности заражения) и плотности населения (высокая плотность населения приводит к большей вероятности заражения). Вероятность выздоровления c зависит от таких вещей, как: качество здравоохранения; доступность врачей, аппаратов ИВЛ, реанимационных коек и так далее.

Более систематическим способом изучения SIR-модели является изучение так называемого

пространства параметров модели. Мы можем визуализировать в зависимости от параметров множество различных характеристик, например: наибольшее количество заболевших, общее число заболевших в ходе вспышки заболеваемости от вируса и тому подобное.

Таким образом, показана принципиальная возможность построения компьютерной модели развития чрезвычайной ситуации биолого-социального характера с использованием эпидемиологической модели SIR и системы компьютерной алгебры Mathematica. Компьютерная модель процесса распространения эпидемии на примере лихорадки Эбола описана в [9].

Литература

1. Акимов В. А., Диденко С. Л., Олтян И. Ю. Нелинейная наука для исследования аварий, катастроф и стихийных бедствий. М.: ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), 2020. 69 с.
2. Coronavirus disease (COVID-19) pandemic [Электронный ресурс] // World Health Organization. URL: <https://www.who.int/emergencies/diseases/novel-coronavirus-2019> (дата обращения 12.11.2020).
3. Дьяконов В. П. Mathematica 5.1/5.2/6. Программирование и математические вычисления. М.: «ДМК-Пресс», 2008. 576 с.
4. Эдвардс, Чарльз Генри, Пенни, Дэвид Э. Дифференциальные уравнения и проблема собственных значений: моделирование и вычисление с помощью Mathematica, Maple и MATLAB. М.: «Вильямс», 2007.
5. Вольфрам С. Вычисляемые знания и будущее чистой математики [Электронный ресурс] // Хабр: веб-сайт. 2014. 9 сентября.

URL: <https://habr.com/ru/company/wolfram/blog/236199/> (дата обращения: 2.11.2020).

6. Бароян О. В., Рвачев Л. А., Иванников Ю. Г. Моделирование и прогнозирование эпидемий гриппа для территории СССР. М.: ИЭМ им. Н. Ф. Гамалеи, 1977. 546 с.
7. Йейтс, Кит. Математика жизни и смерти. М.: «Бомбора», 2020. 350 с.
8. Вольфрам С. Элементарное введение в язык Wolfram Language [Электронный ресурс] // Хабр: веб-сайт. 2015. 21 декабря. URL: <https://habr.com/ru/company/wolfram/blog/273601/> (дата обращения: 23.10.2020).
9. Моделирование пандемий с помощью языка Wolfram Language (системы Mathematica 10) на примере лихорадки Эбола. [Электронный ресурс] // Хабр: веб-сайт. 2014. 21 ноября. URL: <https://habr.com/ru/company/wolfram/blog/243913/> (дата обращения: 29.10.2020).

Сведения об авторах

Акимов Валерий Александрович: д. т. н., проф., засл. деятель науки РФ, ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), гл. н. с. института. 121352, Москва, ул. Давыдовская, 7.
e-mail: akimov@vniigoch.ru
SPIN-код — 8120-3446.

Диденко Сергей Леонидович: к. соц. н., ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), начальник института. 121352, Москва, ул. Давыдовская, 7.
e-mail: vniigochs@vniigochs.ru
SPIN-код — 5182-0900.

Олтян Ирина Юрьевна: к. т. н., ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), ученый секретарь (в ранге заместителя начальника института). 121352, Москва, ул. Давыдовская, 7.
e-mail: irenaoltyan@mail.ru
SPIN-код — 3476-5213.

Information about authors

Akimov Valery A.: ScD (Technical Sc.), Professor, Honored Scientist of the Russian Federation, All-Russian Research Institute for Civil Defense and Emergencies, Chief Researcher of the Institute. 7, Davydkovskaya st., Moscow, 121352, Russia.
e-mail: akimov@vniigoch.ru
SPIN-scientific — 8120-3446.

Didenko Sergey L.: Candidate of Sociological Sciences, All-Russian Research Institute for Civil Defense and Emergencies, Head of Institute. 7, Davydkovskaya st., Moscow, 121352, Russia.
e-mail: vniigochs@vniigochs.ru
SPIN-scientific — 5182-0900.

Oltyan Irina Yu.: PhD (Technical Sc.), All-Russian Research Institute for Civil Defense and Emergencies, Scientific Secretary (in the rank of Deputy Head of the Institute). 7, Davydkovskaya st., Moscow, 121352, Russia.
e-mail: irenaoltyan@mail.ru
SPIN-scientific — 3476-5213.

Издания ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ)

Авторы, название	URL
<i>Сосунов И.В. и др.</i> Настольная книга (пособие) председателя комиссии по предупреждению и ликвидации чрезвычайных ситуаций и обеспечению пожарной безопасности	https://elibrary.ru/item.asp?id=32546511
<i>Батырев В.В. и др.</i> Средства коллективной защиты. Оценка эффективности и качества защиты населения в чрезвычайных ситуациях	https://elibrary.ru/item.asp?id=35283773
<i>Кусилов В.К. и др.</i> Информационно-аналитический бюллетень об организации деятельности территориальных органов МЧС России в области реагирования пожарно-спасательных подразделений на дорожно-транспортные происшествия в субъектах Российской Федерации в 2017 году	https://elibrary.ru/item.asp?id=35367271
<i>Лутюшкин А.В. и др.</i> Творчество юных во имя спасения: Литературно-художественный альманах. Выпуск № 2	https://elibrary.ru/item.asp?id=37083240
Основные результаты развития и совершенствования МЧС России в 2012–2018 годах: Фотокнига	https://elibrary.ru/item.asp?id=35201457
Настольная книга руководителя гражданской обороны. Изд. 6-е, актуализ. и дополн.	https://elibrary.ru/item.asp?id=35027110
<i>Разумов В.В. и др.</i> Масштабы и опасность наводнений в регионах России	https://elibrary.ru/item.asp?id=35108092
Служба спасения. 2012–2017: Фотокнига	https://elibrary.ru/item.asp?id=36688181
Аналитический сборник о результатах развития гражданской обороны, защиты населения и территорий, пожарной безопасности, безопасности людей на водных объектах в свете реализации Указов Президента Российской Федерации от 7 мая 2012 года №№ 596-706	https://elibrary.ru/item.asp?id=35347871
<i>Шапошников С.В. и др.</i> История войсковой части 54277. Изд. 2-е, доп. и перераб.	https://elibrary.ru/item.asp?id=35556236
<i>Лутюшкин А.В. и др.</i> Гражданская оборона: правовые основы и перспективы развития. Научно-практическая конференция. 30 ноября 2017 г., Москва, Россия. Материалы конференции	https://elibrary.ru/item.asp?id=35369851
<i>Олтян И.Ю. и др.</i> Новые подходы к управлению рисками техногенных катастроф и стихийных бедствий. Теория и практика: Материалы Круглого стола в рамках Международного салона средств обеспечения безопасности «Комплексная безопасность-2018». 8 июня 2018 года, Ногинск, Россия	https://elibrary.ru/item.asp?id=35371079