

РАЗВИТИЕ ТЕОРИЙ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ

В.А. Митюгин, Н.А. Фролов

Рассмотрены основные этапы становления моделирования транспортных потоков. Дана их краткая характеристика. Кратко проанализирована теория трех фаз транспортного потока Б.С. Кернера. Описаны характеристики различных типов математических моделей транспортного потока.

Ключевые слова: транспорт, макро моделирование, микро моделирование, математическое моделирование транспортных потоков, теория клеточных автоматов, психофизиология поведения водителя.

Активное развитие транспортных систем способствует росту числа исследований в данной области, при этом затрагивается большое количество научных отраслей. Ряд изысканий касается экологии (снижение влияния эмиссии вредных веществ и шумовых воздействий на окружающую среду), химии (разработка новых, более экономичных и чистых видов топлива и материалов для обслуживания автомобилей), тяжелой промышленности (создание новых материалов, обладающих лучшими свойствами), экономики и многих других. Одно из важнейших мест занимают исследования в области повышения безопасности дорожного движения и его оптимизации. Однако все это должно основываться на определенных теоретических знаниях. При разработке мер и методик повышения эффективности и безопасности дорожного движения невозможно действовать, не опираясь на теорию транспортных потоков, на знание о физической сущности функционирования транспортных систем. Данная работа нацелена на рассмотрение основных моментов развития теории транспортных потоков и их моделирования.

В середине XX века М. Лайтхилл и Дж. Уизем и независимо от них П. Ричардс разрабатывают макроскопическую модель, в которой транспортный поток сравнивается с потоком одномерной сжимаемой жидкости [1, 2]. На данный момент она считается первой созданной в мире гидродинамической (макроскопической) моделью и носит название в честь своих разработчиков – модель Лайтхилла-Уизема-Ричардса (LWR). Причем данная модель была в значительной мере упрощенной с допущениями о том, что движение проходит по одной бесконечной полосе слева направо, а источники и стоки транспортных средств отсутствуют.

Одной из разновидностей модели LWR является модель Танака, предложенная им в 1963 г. [3]. Автор определяет зависимость плотности от скорости $\rho(v)$ как обратно пропорциональную среднему расстоянию между автотранспортными средствами при заданной скорости v :

$$\rho(v) = \frac{1}{d(v)}. \quad (1)$$

Среднее (безопасное) расстояние между транспортными средствами $d(v)$ определяется по следующей формуле:

$$d(v) = L + c_1 v + c_2 v^2. \quad (2)$$

где L – средняя длина транспортного средства ($L = 5,7$ м); c_1 – время реакции водителя ($c_1 = 0,504$ с.); c_2 – коэффициент пропорциональности тормозному пути, зависящий от дорожных условий.

При нормальных условиях показатель $d(v)$ будет представлен следующей зависимостью [4, 5]:

$$d(v) = 5,7 + 0,504v + 0,0285v^2. \quad (3)$$

Для мокрого асфальта и обледенелой дороги коэффициент пропорциональности тормозному пути составит 0,0570 и 0,1650 соответственно [6].

Дальнейшим развитием моделей транспортных потоков послужил учет в них дистанции видимости дороги водителем [7] (это было упомянуто Дж. Уиземом в 1955 г., однако окончательно было предложено им же в 1974 г.):

$$v(t, x) = V(\rho(t, x)) - \frac{D(\rho(t, x))}{\rho(t, x)} \cdot \frac{\partial \rho(t, x)}{\partial x}, \quad D(\rho) > 0.$$

Отсюда с учетом закона сохранения количества автотранспортных средств получим следующее:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial Q(\rho)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(\rho) \frac{\partial \rho}{\partial x} \right). \quad (4)$$

В уравнении (4) $Q(\rho)$ – интенсивность потока транспортных средств (количество автомобилей, проходящих в единицу времени через заданную координату). Данное уравнение показывает, что скорость снижается водителями при увеличении плотности потока впереди идущих автотранспортных средств и увеличивается при уменьшении.

Моделью Уизема называется зависимость (4) в совокупности с некоторыми ограничениями касательно плотности потока транспортных средств.

Одним из важных шагов в становлении теории транспортных потоков стала модель Пейна, предложенная им в 1971 г. [7, 8]. Данную модель можно воспринимать как закон сохранения

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = 0.$$

Здесь не предполагается, что желаемая скорость устанавливается мгновенно.

Собственно модель Пейна описывается следующей системой:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + v\rho \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{Dv}{\tau\rho} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{V - v}{\tau}. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь $\tau = 1$ с – характеристика скорости стремления.

В 1995 г. была разработана модель Хельбинга-Эйлера-Навье-Стокса [9, 10], основанная на модели Пейна. К системе уравнений (5) добавляется третье уравнение, характеризующее разброс скоростей относительно среднего значения.

По аналогии с газовой динамикой И. Пригожин совместно с Ф. Эндрюсом и Р. Херманом в 1960 г. предложили описывать транспортный поток кинетическим уравнением типа Больцмана с «интегралом взаимодействия автотранспортных средств» вместо «интеграла столкновения частиц газа» [9, 11, 12]. В дальнейшем метод Пригожина был развит в 1975 г. в работах Павери-Фонтана, в 1995 г. – в работах Д. Хельбинга и многих других.

Также существуют модели, находящиеся между кинетическими и гидродинамическими, называемые мезоскопическими. Например, мезоскопической моделью для двухполосного движения занимается коллектив под руководством Б.Н. Четвертушкина [13, 14].

Модель LWR с ее разновидностями играет важную роль в современных исследованиях в области транспортных потоков и широко распространена в прикладных расчетах. Данная модель хорошо подходит для управления транспортными потоками [15].

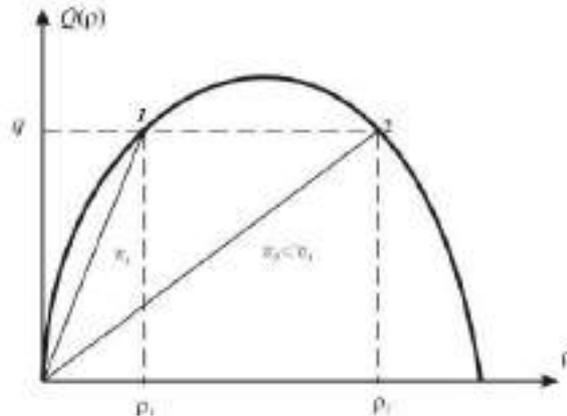
Как указывает А.В. Гасников, из фундаментальной диаграммы следует, что одному и тому же значению интенсивности потока автотранспортных средств соответствуют разные, чаще две, плотности и соответственно скорости (рисунок).

Из диаграммы следует, что более выгодным режимом является режим с большей скоростью (точка 1). Количество транспортных средств, проходящих через определенное сечение, является таким же, однако скорость v_1 больше, соответственно среднее время передвижения снижается, и, как следствие, плотность потока уменьшается.

Большой вклад в становление теории транспортных потоков внес Б. Кернер. Остановимся на ней подробнее.

Кернер выдвинул теорию трех фаз транспортного потока, чаще называемую теорией трех фаз Кернера [16], отличную от классических теорий, которые базируются на фундаментальной диаграмме и рассматривают две фазы потока (свободный и плотный).

Разделение на свободный и плотный поток в теории Кернера аналогично классической теории LWR. Основным отличием является то, что в плотном потоке выделяются две фазы на основе общих эмпирических свойств транспортного потока, неизменных на различных автодорогах по всему миру. Разделение фаз транспортного потока в теории трех фаз, также как и сама теория, основано на эмпирических данных.



Фундаментальная диаграмма зависимости интенсивности транспортного потока от его плотности

В транспортном движении существует свободный поток (фаза F – free), а в плотном существуют две фазы – синхронизированный поток (фаза S – synchronized) и широкий движущийся кластер или локальный движущийся затор (фаза J – jam).

В свободном потоке автотранспортных средств фактически не существует для водителей ограничения по установлению желаемой для них скорости. В плотном транспортном потоке скорость автотранспортных средств меньше, чем минимально возможная в свободном. Как показывают эмпирические исследования, фазовый переход к плотному транспортному потоку на автомагистралях происходит, как правило, вблизи различных неоднородностей – мест примыкания съездов, уменьшения числа полос и прочих помех, приводящих к возникновению эффекта «бутылочного горлышка» [17, 18].

Кернер Б.С. доказал, что применение классических теорий транспортного потока и фундаментальной диаграммы, основанной на них, описывает динамику транспортных средств в плотном потоке недостаточно полно, что и послужило причиной для выделения двух фаз в плотном транспортном потоке.

В рамках теории трех фаз Кернера было разработано несколько математических моделей транспортных потоков. Микроскопическая трехфазная модель, обладающая возможностью воспроизводить эмпирические свойства перехода к плотному потоку, была разработана Б.С. Кернером и С.Л. Кленовым в начале 2000-х [19, 20] гг.

В модели использовалось дискретное время с шагом τ , а перемещение в пространстве являлось непрерывным. Дискретная версия данной модели была сформулирована в работах [21, 22], дискретизация пространства в ней является достаточно малой с шагом δx , а скорость и ускорение измеряются как $\delta v = \delta x / \tau$ и $\delta a = \delta v / \tau$ соответственно, временной шаг при этом $\tau = 1$ с.

Модель, разработанная Кернером и Кленовым, нашла применение во многих теоретических исследованиях транспортных потоков [21-27]. Например, при помощи данной модели Б. Кернер разработал теорию пространственно-временных структур в транспортном потоке высокой плотности на перегруженной автомагистрали, теорию пространственно-временных структур плотного потока на движущемся «бутылочном горле» и многополосной магистрали. Недавно микроскопическая трехфазная модель была применена Кернером для изучения перехода к плотному потоку на городских регулируемых пересечениях [28] и для изучения предложенного им же в работе [29] принципа минимизации вероятности возникновения заторов для управления сложными городскими и межгородскими транспортными сетями.

Учеными в области теоретического исследования транспортных потоков Кернером, Кленовым и Вольфом была разработана первая трехфазная модель на основе клеточных автоматов [30], сокращенно названная ККВ-модель. С помощью этой модели удалось смоделировать эмпирические свойства перехода транспортного потока от свободного к плотному и объяснить возникающие при этом пространственно-временные структуры транспортного потока [16, 23]. Основным новым результатом, полученным при помощи ККВ-модели стало вычисление вероятности F-S-перехода (от свободного к синхронизированному потоку) в зависимости от величины транспортного потока q .

Дальнейшее развитие ККВ-модель получила в новой трехфазной модели клеточных автоматов для транспортного потока [31], разработанной Кернером, Кленовым и Шрекенбергом (ККШ-модель). Необходимость разработки данной модели была обусловлена тем, что ККВ-модель не позволяла явным образом смоделировать эффект переускорения. Дополнительно к возможностям предыдущей модели ККШ-модель с помощью простых правил позволяет моделировать физику передвижения автотранспортных средств в потоке транспорта соответственно положениям теории трех фаз транспортного потока.

Фактически ККШ-модель представляет собой совокупность ККВ-модели и классической модели клеточных автоматов Нагеля-Шрекенберга [32] с дополнениями. В работе [31] было показано, что ККШ-модель позволяет описать эмпирические свойства F – S-перехода и свойства пропускной способности автомагистрали, полученные в результате многолетних измерений на различных автомобильных дорогах.

Теория трех фаз Кернера нашла свое практическое применение в ряде новых методов интеллектуальных транспортных технологий. Одним из них является метод ASDA/FOTO, функционирующий в онлайн системе регулирования транспортных потоков, где на основе измерений выделяются фазы синхронизированного потока и широкого движущегося кластера. Метод реализован в вычислительной технике, способной с высокой скоростью обрабатывать большие объемы данных, получаемых с датчиков, установленных на магистралях.

Кроме того, существует еще несколько применений теории трех фаз Кернера, среди которых методы регулирования въездного потока на магистраль, методы детектирования состояния транспортного потока и другие.

Кроме вышеописанных моделей, существует еще ряд микроскопических моделей, среди которых наиболее распространенными являются модели следования за лидером, оптимальной скорости, модели разумного водителя Трайбера, клеточных автоматов. Последние, по сути, являются аналогами определенных макроскопических моделей.

Одной из первых в 1961 г. была разработана модель оптимальной скорости Ньюэлла для однополосного транспортного потока [7, 33]. В нее заложено следующее: для каждого водителя существует такая безопасная скорость движения, которая будет зависеть от дистанции до впереди идущего транспортного средства, иначе говоря, до лидера.

Важнейшим классом микроскопических моделей являются модели следования за лидером, которые считаются наиболее приближенными к действительному транспортному потоку. Первая широко известная модель этого класса, разработанная для однополосного транспортного потока, была создана в 1959 г. сотрудниками концерна «Дженерал Моторс» Газисом, Потсом и Херманом [9, 34].

Микроскопическая модель разумного водителя представляет собой сочетание моделей следования за лидером и оптимальной скорости. Наиболее известной в этом классе является модель Трайбера, полученная им в 1999 г. [9, 11, 16, 35, 36], что доказано большим количеством численных экспериментов. Модель описывает динамику ускорения автотранспортных средств на свободной дороге и в то же время описывает торможение, связанное с взаимодействием с впереди идущим транспортным средством. Торможение определяется желаемой дистанцией до лидера из соображений безопасности и психологии водителя, от которой также зависит и желаемая скорость.

Последним из основных классов микроскопических моделей являются модели клеточных автоматов (СА-модели). В них дискретным является не только время, но и перемещение автотранспортных средств, также

значения скоростей зачастую описываются дискретно. Иными словами, дорога разбивается на клетки, имеющие определенные характеристики длины. Зачастую принимается, что в клетке может находиться не более одного автомобиля, соответственно их длина закладывается соразмерно средней длине автотранспортного средства. Отсюда аналогия СА-моделей некоторыми макроскопическими моделями, рассмотренными выше.

Впервые концепция моделей клеточных автоматов была предложена Дж. Фон Нейманом в середине XX века [37]. Применение клеточных автоматов с целью моделирования транспортных потоков было предложено лишь в 1986 г. в работе [38], а широкое использование этой теории нашло применение в модели Нагеля-Шрекенберга [39], разработанной в 1992 г.

Моделирование транспортных потоков сейчас является неотъемлемой частью сферы изучения транспорта, решения транспортных проблем, которые все чаще и чаще затрагивают повседневную жизнь общества. Все интеллектуальные транспортные системы тесно завязаны на математических моделях, изучение которых так же актуально, как и в середине прошлого века, но уже на другом, более высоком уровне, с применением компьютерных средств и большого опыта исследований в этой сфере.

Список литературы

1. Lighthill M.J., Whitham G.B. On kinematic waves: II. Theory of traffic flow on long crowded roads // Proc. R. Soc. London, Ser. A. 1955. V.229. P. 281 – 345.
2. Richards P.I. Shock Waves on the Highway // Oper. Res. 1956. V. 4. P. 42 – 51.
3. Traffic flow theory: A state-of-the-art report / N.H. Editors, C. Gartner, J. Messer, A.K. Rathi. Washington DC: Transportation Research Board, 2001.
4. Численное исследование транспортных потоков на основе гидродинамических моделей / А.В. Гасников, И.И. Морозов, В.Н. Тарасов, Я.А. Холодов, А.С. Холодов // Компьютерные исследования и моделирование. 2011. Т. 3. № 4. С. 389 – 412 .
5. Иносэ Х., Хамада Т. Управление дорожным движением. М.: Транспорт, 1983.
6. Бабков В.Ф. Дорожные условия и безопасность дорожного движения. М.: Транспорт, 1993.
7. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.
8. Payne H.J. Models of freeway traffic and control // Simulation Council Proc. 28. Mathematical models of public systems / edited by G.A. Bekey. 1971. V. 1. P. 51 – 61.
9. Helbing D. Traffic and related self-driven many particle systems // Reviews of modern physics. 2001. V. 73. № 4. P. 1067 – 1141.

10. Helbing D. Improved fluid-dynamic model for vehicular traffic // *Phys. Rev. E*. 1995. V. 51. P. 3163 – 3169.
11. Швецов В.И. Математическое моделирование транспортных потоков // *Автоматика и телемеханика*. 2003. № 11. С. 3 – 46.
12. Prigogine I., Herman R. *Kinetic theory of vehicular traffic*. N.Y.: Elseiver, 1971.
13. Карамзин Ю.Н., Трапезникова М.А., Четвертушкин Б.Н., Чубарова Н.Г. Двумерная модель автомобильных потоков // *Матем. мод.* 2006. Т. 18, № 6. С. 85 – 95.
14. Сухинова А.Б., Трапезникова М.А., Четвертушкин Б.Н., Чубарова Н.Г. Двумерная макроскопическая модель транспортных потоков // *Матем. мод.* 2009. Т. 21. № 2. С. 118 – 126.
15. Введение в математическое моделирование транспортных потоков: учеб. пособие / А.В. Гасников [и др.] / под ред. А.В. Гасникова. 2-е изд., испр. и доп. М.: МЦНМО, 2013. 427 с.
16. Kerner B.S. *Introduction to Modern Traffic Flow Theory and Control*. Berlin: Springer, 2009.
17. May A.D. *Traffic Flow Fundamentals*. Englewood Cliffs, NY: Prentice-Hall, 1990.
18. Nagatani T. The physics of traffic jams // *Rep. Prog. Phys.* 2002. V. 65. P. 1331 – 1386.
19. Kerner B.S., Klenov S.L. A microscopic model for phase transitions in traffic flow // *J. Phys. A: Math. Gen.* 2002. V. 35, P. 131 – 143.
20. Kerner B.S., Klenov S.L. Microscopic theory of spatial-temporal congested traffic patterns at highway bottlenecks // *Phys. Rev. E*. 2003. V. 68. 036130.
21. Kerner B.S., Klenov S.L. Phase transitions in traffic flow on multi-lane roads // *Phys. Rev. E*. 2009. V. 80. 056101.
22. Kerner B.S., Klenov S.L. A theory of traffic congestion on moving bottlenecks // *J. Phys. A: Math. Theor.* 2010. V. 43. 42510.
23. Kerner B.S. *The Physics of Traffic*. Berlin: Springer, 2004.
24. Kerner B.S. A theory of traffic congestion at heavy bottlenecks // *J. Phys. A: Math. Theor.* 2008. V. 41.
25. Davis L.C. Driver Choice Compared to Controlled Diversion for a Freeway Double On-Ramp in the Framework of Three-Phase Traffic Theory // *Physica A*. 2008. V. 387. P. 6395 – 6410.
26. Davis L.C. Realizing Wardrop equilibria with real-time traffic information // *Physica A*. 2009. V. 388. P. 4459 – 4474.
27. Davis L.C. Predicting travel time to limit congestion at a highway bottleneck // *Physica A*. 2010. V. 389. P. 3588 – 3599.
28. Kerner B.S. Physics of traffic gridlock in a city // *Phys. Rev. E*. 2011. V. 84. 045102(R).

29. Kerner B.S. Optimum principle for a vehicular traffic network: minimum probability of congestion // J. Phys. A: Math. Theor. 2011. V. 44. 092001.
30. Kerner B.S., Klenov S.L., Wolf D.E. Cellular automata approach to three-phase traffic theory // J. Phys. A: Math. Gen. 2002. V. 35. P. 9971 – 10013.
31. Kerner B.S., Klenov S.L., Schreckenberg M. Simple cellular automaton model for traffic breakdown, highway capacity, and synchronized flow // Phys. Rev. E. 2011. V. 84. 046110.
32. Nagel K., Schreckenberg M. A cellular automation model for free-way traffic // J. Phys. (France) I. 1992. V. 2. P. 2221 – 2229.
33. Newell G.F. Nonlinear effects in the dynamics of car following // Oper. Res. 1961. V. 9. P. 209 – 229.
34. Gazis D.C. Traffic science. N.Y.: Wiley, 1974.
35. Treiber M., Helbing D. Explanation of observed features of self-organization in traffic flow; arXiv: cond-mat/9901239, 1999.
36. Treiber M., Hennecke A., Helbing D. Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulation // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. P. 1805 – 1824.
37. Фон Нейман Дж. Теория самовоспроизводящихся автоматов. М.: УРСС, 2010.
38. Cremer M., Ludwig J. A fast simulation model for traffic flow on the basis of Boolean operations // Math. Comp. Simul. 1986. V. 28. P. 297 – 303.
39. Maerivoet S., De Moor B. Cellular automata models of road traffic // Physics Reports 2005. V. 419, № 1. P. 1 – 64. arXiv: physics/0509082.

Митюгин Виталий Александрович, асп., vitaliy.mitugin@yandex.ru, Россия, Тула, Тульский государственный университет,

Фролов Николай Андреевич, асп., aniky13ogogo@mail.ru, Россия, Тула, Тульский государственный университет

THEORETICAL DEVELOPMENT OF A TRAFFIC FLOW MODELLING

V.A. Mitugin, N.A. Frolov

The main stages of the traffic flow modeling formation are considered. Their short characteristic is given. The Three Phase Traffic Flow Theory of B. S. Kerner is briefly analysed. Characteristics of various types of mathematical models of a traffic flow are described.

Key words: transport, macromodelling, micromodelling, mathematical modeling of a traffic flow, theory of cellular automatas, psychophysiology the driver behavior

Mitugin Vitaliy Alexandrovich, postgraduate, vitaliy.mitugin@yandex.ru, Russia, Tula, Tula State University,

Frolov Nikolay Andreevich, postgraduate, aniky13ogogo@gmail.com, Russia, Tula, Tula State University