

УДК 681.322

А.Л. Приоров, Е.Ю. Саутов, Е.А. Соколенко, В.В. Хрящёв¹¹ Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, 150000, Ярославль, ул. Советская 14, кафедра ДЭС, dcslab@uniyar.ac.ru**КЛЕТОЧНЫЕ НЕЙРОННЫЕ СЕТИ
В ЗАДАЧАХ ФИЛЬТРАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ***

Предложена математическая модель клеточной нейронной сети, работающей в дискретном времени. Показана возможность применения такой системы к фильтрации цифровых сигналов и изображений. Приведены примеры однослойных и двухслойных клеточных нейронных сетей для обработки цифровых сигналов.

Введение

Клеточные нейронные сети (CNN – Cellular Neural Network) впервые были предложены в работах Chua и Yang [Chua et al., 1988a, Chua et al., 1988b]. Такой тип нейронных сетей является мощным инструментом в задачах обработки сигналов, особенно в тех из них, которые решаются в реальном времени. Каждая клетка CNN связана синаптической связью со своими соседями (8 клеток) и сама с собой. Кроме синаптических связей каждая клетка имеет одну сенсорную связь с постоянным во времени внешним сигналом [Nossek, 1993].

1. Математическая модель CNN

Состояние клетки y_{ij} CNN дискретного времени определяется следующим выражением:

$$y_{ij}[t+1] = y_{ij}[t] + \alpha \cdot [-\beta \cdot y_{ij}[t] + \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} A_{i,j;k,l} \cdot u_{k,l}[t] - I_{ij}], \quad (2.1)$$

где $C(k,l)$ – клетка в узле (k,l) ; α, β – константы; $y_{ij}[t]$ – состояние клетки в узле (i,j) в момент t .

Выход клетки (рис.1)

$$u_{ij}[t] = \frac{1}{2} (|y_{ij}[t] + 1| - |y_{ij}[t] - 1|)$$

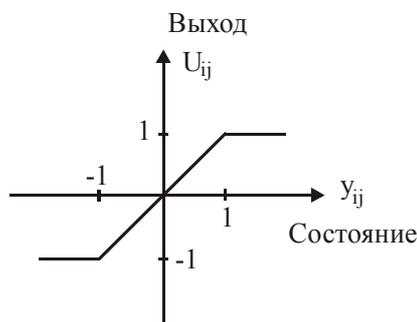


Рис.1. Функция выхода клетки

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Министерства образования России

Заметим, что сумму в (2.1) можно записать в виде свертки

$$\sum_{c(k,l) \in N, (i,j)} A_{i,j,k,l} * u_{k,l}[t] = \sum_{l=-r}^r \sum_{k=-r}^r A[i-k, j-l] * u[k, l].$$

2. Фильтрация изображений

В общем случае задача фильтрации сводится к вычислению свертки

$$y[m, n] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} W[k, l] \cdot x[m-k, n-l], \quad (3.1)$$

где $x[m, n]$ - исходное изображение (вход фильтра); $W[m, n]$ - импульсная характеристика фильтра; $y[m, n]$ - отфильтрованное изображение (выход фильтра).

Решение на практике задачи фильтрации сводится к нахождению $W[m, n]$ [Ярославский, 1979, Приоров, 2001]. Однако важным вопросом остается практическая реализация свертки (3.1).

В настоящее время используется три варианта.

1. Если $W[m, n]$ отлична от нуля в небольшой области $-r \leq m \leq r, -r \leq n \leq r$, где r невелико (чаще всего рассматриваются области 3×3 , реже 5×5 и т.д.), говорят об апертурной, или локальной фильтрации, при этом свертка (3.1) вычисляется непосредственно

$$y[m, n] = \sum_{l=-r}^r \sum_{k=-r}^r W[k, l] \cdot x[m-k, n-l].$$

Примеры матриц $W[m, n]$ для разных задач фильтрации приведены в [Прэрт, 1982, Приоров и др., 2001].

2. Для вычисления свертки (3.1) используется быстрое преобразование Фурье, вычислительные затраты при этом больше, чем хотелось бы.

3. Большого сокращения числа операций можно достигнуть, если удастся подобрать разностное уравнение с постоянными коэффициентами невысокого порядка, решением которого является свертка (3.1), т.е. вместо (для одной строки)

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} W[k] \cdot x[n-k];$$

вычисляется

$$y[n] = f(x[n], x[n-1], x[n+1], x[n-2], x[n+2], \dots, \\ y[n-1], y[n+1], y[n-2], y[n+2], \dots).$$

Аппаратная реализация последнего уравнения и дает структуру нейросети.

3. Реализация свертки с использованием CNN

Итак, используя нейрон, состояние которого определяется согласно следующему выражению

$$y[t+1] = \sum_{i=1}^L x_i[t] \cdot S_i, \quad t = 0, 1, 2, \dots,$$

где $y[t]$ – состояние нейрона; $x_i[t]$ – значения входов; S_i – синаптические коэффициенты (константы), а выход нейрона

$$u[t] = 0.5 \cdot (|y[t] + 1| - |y[t] - 1|),$$

на линейном участке $-1 \leq y[t] \leq 1$, где $u[t] = y[t]$, требуется найти структуру нейросети для вычисления свертки (3.1), т.е. подобрать соответствующее разностное уравнение.

Пример 1. Одномерная свертка

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} W[k] \cdot x[n-k].$$

Процесс подбора разностного уравнения проиллюстрируем на примере сглаживающего фильтра.

Пусть задана импульсная характеристика одномерного двустороннего фильтра

$$W[n] = \frac{a}{2-a} (1-a)^{|n|}.$$

Получим следующие уравнения обработки: движение слева – направо

$$y_1[n, t] = a \cdot x[n, t-1] + (1-a) \cdot y_1[n-1, t-1]; \quad (4.1)$$

движение справа – налево

$$y[n, t] = a \cdot y_1[n, t-1] + (1-a) \cdot y[n+1, t-1]. \quad (4.2)$$

Уравнения (4.1) и (4.2) задают структуру нейросети, которая в данном случае имеет два слоя (рис.2):

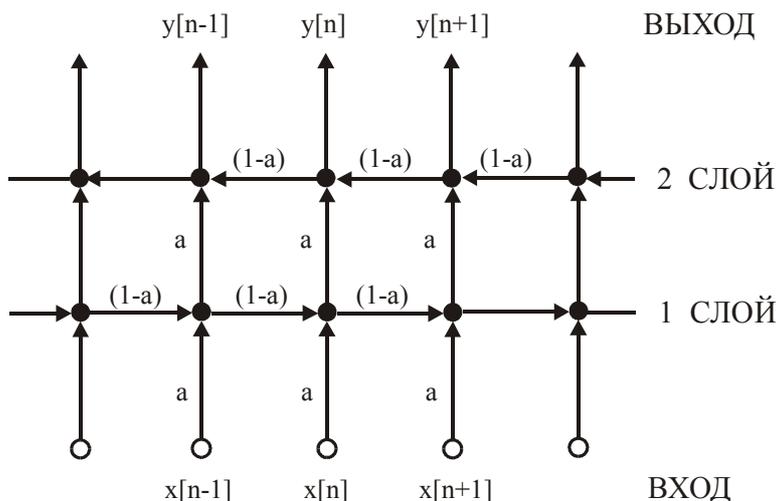


Рис.2. Двухслойная CNN для обработки строки

1-й слой реализует вычисления согласно разностному уравнению

$$y_1[n, t] = a \cdot x[n, t] + (1-a) \cdot y_1[n-1, t-1],$$

при $y_1[n, -1] = 0$ и $y_1[n, t] = 0$, при $n < 0$;

2-й слой вычисляет окончательный результат

$$y[n, t] = a \cdot y_1[n, t-1] + (1-a) \cdot y[n+1, t-1],$$

при $y[n, -1] = 0$ и $y[N+1, t] = 0$ (т.е. за границами кадра - ноль).

Пример 2. Двумерная свертка

$$y[m, n] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} W[k, l] \cdot x[m-k, n-l]$$

Рассмотрим для простоты случай, когда $W[m, n]$ сепарабельна, т.е. $W[m, n] = W_1[m] \cdot W_2[n]$, тогда по второй переменной всё повторяется без всяких модификаций. В итоге получим следующие четыре уравнения обработки:

движение по строке слева – направо

$$y_1[m, n, t] = a \cdot x[m, n, t-1] + (1-a) \cdot y_1[m-1, n, t-1]; \quad (4.3)$$

движение по строке справа – налево

$$y_2[m, n, t] = a \cdot y_1[m, n, t-1] + (1-a) \cdot y_2[m+1, n, t-1]; \quad (4.4)$$

движение по столбцу снизу – вверх

$$y_3[m, n, t] = a \cdot y_2[m, n, t-1] + (1-a) \cdot y_3[m, n-1, t-1]; \quad (4.5)$$

движение по столбцу сверху – вниз

$$y_4[m, n, t] = a \cdot y_3[m, n, t-1] + (1-a) \cdot y_4[m, n+1, t-1]; \quad (4.6)$$

(начальные условия во всех уравнениях - нулевые).

Уравнения (4.3) - (4.6) задают структуру 4-х слойной CNN.

В случае если $W[m, n]$ не сепарабельна для получения уравнений обработки следует использовать двумерное z – преобразование. В этом случае вместо проходов по строкам и столбцам необходимо использовать проходы по плоскости (рис.3)

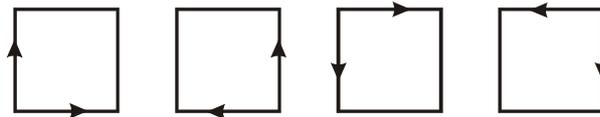


Рис.3. Направления движений по плоскости

В качестве примера приведем результат обработки нейронной сетью тестового изображения «монета» (рис.4)

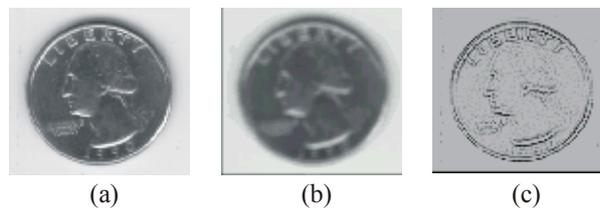


Рис.4. Примеры обработки изображений нейронной сетью

а) тестовое изображение б) обработка сглаживающим фильтром (низкочастотная фильтрация) с) выделение контуров (высокочастотная фильтрация).

Заключение

Предложены математические модели клеточных нейронных сетей, работающих в дискретном времени. Показана возможность применения такой системы к фильтрации цифровых изображений. Результаты работы могут быть использованы при проектировании систем обработки цифровой информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Chua L.O., Yang L. Cellular Neural Networks: Theory // IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol. 35. № 10. 1988.

2. Chua L.O., Yang L. Cellular Neural Networks: Applications // IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol. 35. № 10. 1988.
3. Nossek J. Cellular Neural Networks // Special issue of IEEE Trans. on Circuits and Systems, II, Vol. 39. № 3. 1993.
4. Приоров А.Л. Двумерные цифровые сигналы и системы: Учеб. пособие / Яросл. гос. ун-т. Ярославль, 2000.
5. Приоров А.Л., Ганин А.Н., Хрящев В.В. Цифровая обработка изображений: Учеб. пособие / Яросл. гос. ун-т. Ярославль, 2001.
6. Прэрт У. Цифровая обработка изображений.: Пер. с англ. в 2-х книгах. М.: Мир, 1982.
7. Ярославский Л.П. Введение в цифровую обработку изображений. М.: Сов. радио, 1979.