

Дудник Анастасия Геннадиевна
группа МБ-12в, ФИММ, ДонНТУ;
Руководитель: Вилкова Ирина Вячеславовна,
Кандидат физ.-мат наук, доцент,
Кафедра высшей математики,
ДонНТУ.

«Оценка эффективности рекламы»

I. Введение

Для описания подавляющего числа природных и социальных процессов используются дифференциальные уравнения.

Если эволюцию данной системы можно в любой момент времени t полностью описать с помощью одного параметра x , то есть развитие процесса во времени описывается скалярной функцией $x(t)$, то соответствующей математической моделью будет обыкновенное дифференциальное уравнение. При этом мы можем определить состояние системы в любой момент времени, если известно ее состояние в начальный момент времени[1].

В качестве иллюстрации рассмотрим задачу оценки эффективности рекламы.

II. Постановка задачи

Предположим, что некоторое предприятие рекламирует свою продукцию или свои возможности по радио и телевидению.

В результате в некоторый момент времени t из числа N потенциальных потребителей данной информации (продукции) о ней знают x человек. В последующем информация распространяется среди людей посредством их общения друг с другом.

Выясним, как с течением времени меняется число x потенциальных потребителей, обладающих этой информацией.

III. Результаты

Многочисленные наблюдения и анализ скорости прохождения рекламы показывают, что после рекламных объявлений скорость распространения информации пропорциональна как числу знающих (x), так и числу не знающих о ней ($N-x$). То есть можем записать:

$$\frac{dx}{dt} = kx(N-x), \quad (1)$$

где $k>0$ – коэффициент пропорциональности (const).

Отсчет времени будем вести с того момента, когда после рекламных объявлений информацией обладают $\frac{N}{\gamma}$ человек ($\gamma > 1$). Тем самым задаем начальное условие (н.у.):

$$x(0) = \frac{N}{\gamma}. \quad (2)$$

Таким образом, проблему сводим к решению задачи Коши:

Д.У. (1): $\frac{dx}{dt} = kx(N-x)$, $k > 0$

Н.У. (2): $x(0) = \frac{N}{\gamma}$, $\gamma > 1$.

Уравнение (1) – это дифференциальное уравнение I порядка с разделяющимися переменными. Разделяем переменные:

$$\frac{dx}{x(N-x)} = k dt,$$

интегрируем:

$$\int \frac{dx}{x(N-x)} = \int k dt.$$

Получаем:

$$\int \frac{dx}{Nx - x^2} = k \int dt.$$

$$-\int \frac{dx}{\left(x - \frac{N}{2}\right)^2 - \frac{N^2}{4}} = k \int dt.$$

$$\frac{1}{N} \ln \left| \frac{x}{x-N} \right| = kt + C_1.$$

Так как из условия задачи следует, что $0 < x < N$, то

$$\ln \frac{x}{x-N} = (kt + C_1)N.$$

Откуда:

$$\frac{x}{N-x} = e^{ktN + C_1N}.$$

$$\frac{x}{N-x} = C e^{ktN}, \quad (3)$$

Где $C = e^{C_1N}$.

Разрешая уравнение (3) относительно x , получаем кривую (4), называемую в экономической литературе логической кривой.

$$x = N \frac{C e^{Nkt}}{C e^{Nkt} + 1} \quad (4)$$

Определим const C из начального условия (2): $\begin{cases} t_0 = 0 \\ x_0 = \frac{N}{\gamma} \end{cases}$.

$$\frac{N}{\gamma} = \frac{NC}{C+1}.$$

Откуда $C = \frac{1}{\gamma-1}$ (5)

Тогда, подставив значение $C = \frac{1}{\gamma-1}$ в (4), окончательно получаем:

$$x(t) = \frac{N}{1+(\gamma-1)e^{-Nkt}} \quad (6)$$

IV. Выводы

Получена формула (6), позволяющая оценить эффективность рекламы в распространении информации среди потенциальных потребителей рекламируемой продукции.

V. Литература

1. Шалдырван В.А., Ларин Д.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения.-Донецк: ДонНУ., 2001.-160с.