
МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЖАТИЯ МАГНИТНОГО ПОТОКА В СПИРАЛЬНЫХ ВЗРЫВОМАГНИТНЫХ ГЕНЕРАТОРАХ

А.С. ПИКАРЬ, Ю.Н. ДЕРЮГИН, П.В. КОРОЛЁВ, М.В. КЛИМАШОВ

Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский НИИ экспериментальной физики Саров, Россия

1. Введение

Использование численного моделирования, при конструировании взрывных спиральных генераторов, позволяет повысить качество разработок и существенно сократить время их создания. В литературе публикуется достаточно много программ предназначенных для расчета спиральных взрывомагнитных генераторов, от простых нульмерных, до сложных с двумерной магнитной гидродинамикой [1—5].

Как правило, вычислительные модели являются неким компромиссом между необходимостью учета большого числа физических эффектов, влияющих на работу генератора и "ценой", которую приходится за это платить.

Рассматриваемая в докладе методика расчета учитывает почти все основные физические процессы, влияющие на работу взрывомагнитных генераторов с многозаходными, многосекционными спиралями произвольной формы. Расчет ведется в несколько этапов с использованием пакета специализированных программ. Сначала определяется скорость разлета лайнера продуктами детонации. В некоторых случаях, (сложная конструкция генератора, неизвестные характеристики ВВ) скорость лайнера берется из экспериментальных данных по снимкам скоростного фоторегистратора. Для более простых конструкций, задача разгона лайнера детонационными волнами решается численными методами. И, наконец, для известных, хорошо отработанных лайнеров скорость берется из табличных данных.

Затем при заданной начальной скорости лайнера, численно моделируется процесс столкновения лайнера с витками спирали и определяется время требуемое для образования точки контакта. Этот эффект редко кем учитывается, хотя в некоторых случаях он может оказывать сильное влияние на работу генератора.

Далее, для начального момента времени методом векторного потенциала находится распределение магнитных полей в полости генератора. С учетом неоднородности поля, находятся коэффициенты для вычисления индуктивности. После такой предварительной подготовки, выбирается соответствующая модель генератора и проводится расчет его работы для нахождения тока в нулевом приближении. Вычисляется радиальное смещение витков статора и деформация поверхности лайнера под действием давления магнитного поля. Находится скорость изменения индуктивности, вычисляются ток, напряжение, энергия. Ведется визуальный контроль динамики сжатия магнитного потока и контроль баланса потока.

Затем, численно решается задача одномерной нелинейной диффузии магнитного поля и находится эффективная толщина скин-слоя магнитного потока для всех точек провода спирали, поверхности лайнера, проводящих экранов и других токопроводящих цепей генератора.

Проводится расчет работы генератора в следующем приближении, с использованием найденной толщины скин-слоя нелинейной диффузии магнитного поля. Проводится сравнение токов нулевого и первого приближения, повторяется процедура расчета нелинейной диффузии, и опять просчитывается работа генератора, пока не будет достигнута заданная точность вычислений.

Детальный расчет работы спирального генератора с учетом двумерных эффектов и точным расчетом магнитных полей требует большого машинного времени. Выбранная процедура расчета позволяет существенно сократить затраты машинного времени, за счет того, что на каждом этапе есть

возможность выбора более простого кода для не очень строгого учета несущественных физических эффектов.

2. Разгон лайнера

В двумерной постановке задача о разгоне лайнера продуктами ВВ находится из решения системы уравнений Эйлера конечно-разностным методом С.К. Годунова [1] на подвижных эйлеровых сетках, адаптирующихся к основным особенностям течения. Данный метод позволяет проводить расчеты как на подвижных сетках с явным выделением ударно-волновой картины течения, так и на неподвижных сетках, в которых слабые и сильные разрывы рассчитываются "сквозным" образом.

Разностная сетка в этом методе строится по опорным линиям-границам счетных областей, в качестве которых могут быть характеристики, слабые разрывы, контактные границы, ударные волны, детонационные волны, эйлеровы подвижные и неподвижные линии. Расчетные параметры (скорость, плотность, давление и внутренняя энергия) на основных временных слоях относятся к "центрам" счетных ячеек, а на промежуточных слоях – к боковым ребрам ячеек. Расчетные формулы разностной схемы получают путем интегрирования уравнений газовой динамики по пространственно-временному объему и аппроксимируются квадратурными формулами прямоугольников. Появляющиеся в этих формулах неизвестные гидродинамические величины на боковых ребрах пространственно-временных криволинейных объемов вычисляются методом распада разрыва.

Вычислительный алгоритм разгона лайнера состоит из нескольких этапов. Вначале определяется новое положение границ. Для этого решается задача Римана, в результате чего находятся гидродинамические величины на границах и определяются координаты граничных точек на новом временном слое. На следующем этапе методом распада разрыва находятся значения гидродинамических величин на промежуточном слое. Наконец, на заключительном этапе по законам сохранения рассчитываются неизвестные величины в "центрах" счетных ячеек на новом временном слое.

3. Расчет магнитных полей

Для расчета магнитного поля ток генератора разлагается на продольную I_z и поперечную компоненту I_θ . Расчет полей ведется через векторный потенциал $A = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{j dV}{R}$, где j — плотность тока, dV — элемент объема.

Для I_θ компоненты тока уравнения для векторного потенциала имеют вид:

$$A_\varphi = \frac{\mu_0 J}{\pi k} \sqrt{\frac{R_0}{\rho}} \left[\left(1 - \frac{k^2}{2} \right) K(k) - E(k) \right],$$

где полные эллиптические интегралы Лежандра I и II рода $K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\alpha}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \alpha}}$

и $E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \alpha} d\alpha$.

В расчетах витки соленоида и проводники задаются в виде набора проводящих колец с координатами R , Z , и диаметром D . Соединение витков соленоида задается вектором C_i связывающим токи соотношением: $J_i = J \cdot C_i$. При вычислении коэффициентов матрицы взаимоиנדукции L_{ij} , индуктивность кольца справедливая при высокой частоте с точностью до членов порядка $(2R/D)^4$, вычисляется по формуле: [2]

$$4\pi R \cdot 10^{-7} \cdot \left(\left(1 - \frac{D^2}{16R^2} \cdot \ln \frac{16R}{D} + \frac{D^2}{8R^2} \right) \log \frac{16R}{D} - 2 - \frac{D^2}{64R^2} \right),$$

Взаимная индуктивность коаксиальных круговых контуров с радиусами r и R вычисляется по формуле: $4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{rR} \left(\left(\frac{2}{k} - k \right) \cdot K(k) - \frac{2}{k} \cdot E(k) \right)$, где $k^2 = \frac{4rR}{(r+R)^2 + (z-Z)^2}$.

Магнитный поток, сцепляющийся с каким-либо электрическим контуром, обусловленный как током в этом контуре, так и токами в других, соседних с ним контурах: $\Phi_i = \sum_{j=1}^N L_{ij} \cdot J_j$. Векторный потенциал A_ϕ используется для вычисления компонент магнитной индукции.

$$B_r = \frac{\partial}{\partial Z} A_\phi = \frac{\mu_0 J}{2\pi\sqrt{(R+r)^2 + z^2}} \cdot \frac{z}{r} \cdot \left(-K(k) + E(k) \frac{1-k^2/2}{1-k^2} \right);$$

$$B_z = \frac{\partial}{r\partial} (r \cdot A_\phi) = \frac{\mu_0 J}{2\pi\sqrt{(R+r)^2 + z^2}} \left(K(k) - E(k) \left(1 - \frac{k^2(1-k^2)}{2(1+R/r)} \right) \right).$$

4. Сжатие магнитного потока

Рассмотрим уравнение Максвелла для электромагнитной индукции записанное в интегральной форме: $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$; здесь — напряженность электрического поля в точках контура L , по которому ведется интегрирование, Φ — магнитный поток в этом контуре.

Если мы выберем замкнутый контур, охватывающий магнитный поток в генераторе, проходящий там, где напряженность электрического равна нулю (пунктирная линия на рис. 1), то поток в этом контуре меняться не будет, то есть $\Phi = \text{const}$ для всех моментов времени. В тех случаях, когда поток выходит за пределы контура (омическая нагрузка, отсекание потока в точках контакта, толщина стенок меньше скин-слоя и т.д.), будем находить потери потока и вычитать их.

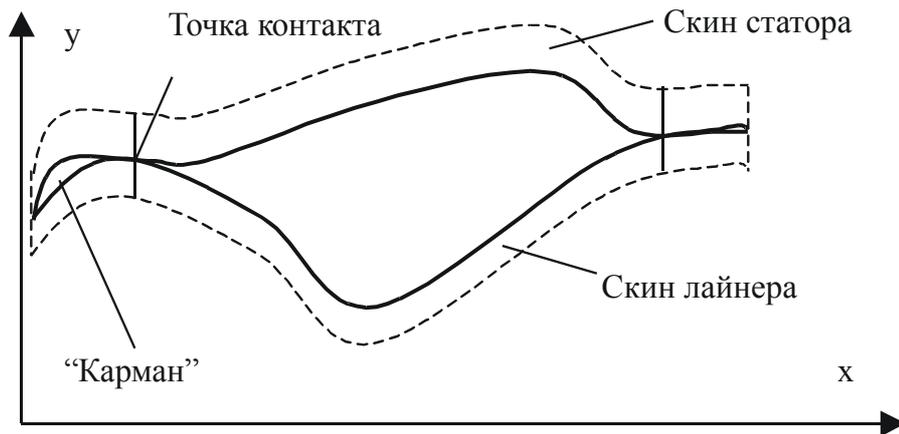


Рис.1. Эскиз для расчета сжатия магнитного потока

Для характерных размеров генератора, когда время пробега волны давления много меньше времени работы генератора, можно воспользоваться нульмерным приближением сосредоточенной массы и вычислять смещение для точек на поверхности токопровода по формуле:

$$X = \frac{\mu_0}{2\rho \cdot \delta \cdot h^2} \iint I^2 dt dt, \text{ где } \rho \text{ — плотность, } \delta \text{ — толщина, } h \text{ — ширина токопровода.}$$

В программе индуктивность продольной компоненты тока I_z находится как индуктивность коаксиала. Для поперечной компоненты тока I_\perp индуктивность вычисляется по формуле: $k \cdot \mu_0 \cdot \int \frac{dV}{h^2}$, где h — ширина токопровода, а интегрирование ведется по объему занятому магнитным полем. k — поправочный коэффициент учитывающий неоднородность поля.

В расчетах, при величине эксцентриситета много меньшей диаметра генератора, эксцентриситет между лайнером и спиралью учитывается в виде искажения начальной геометрии поверхности статора генератора. Поверхность приобретает синусоидальный вид, соответствующий изменению радиальной координаты точки контакта.

В процессе счета для каждого момента времени находится геометрия токопровода с учетом запаздывания разрушения изоляции.

Следующим шагом является определение геометрической точки контакта, как точки пересечения двух кривых - внешней поверхности лайнера и внутренней поверхности статора. После этого, находится индуктивность контура отсеченного точкой контакта L_s и индуктивность оставшегося токового контура L_c . Из закона сохранения магнитного потока на каждом шаге по времени находится ток в оставшемся токовом контуре.

5. Нелинейная диффузия

В нулевом приближении для вычисления нелинейной диффузии используются эмпирические формулы в виде: $S_\phi = S_0 \left(1 + \frac{H^2}{16 \cdot h_c^2} \right)$ Здесь $S_0 = 0,088 \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho_{cu}}} t$ толщина линейной диффузии в метрах,

H — магнитное поле на поверхности токопровода, h_c — критическое поле нелинейной диффузии, ρ_m — удельное сопротивление металла, t — время в секундах, ρ_{cu} — удельное сопротивление меди.

В следующем приближении, проводник разбивается на слои, и численно решаются уравнения нелинейной диффузии для магнитного потока Φ : $\frac{d\hat{O}_i}{dt} = \frac{U_i - U_{i-1}}{L_i}$; $\frac{d \ln(Q_i)}{dt} = R_i \frac{(I_{i+1} - I_i)^2}{Q_i}$, где $I_i = \frac{\hat{O}_i}{L_i}$ — ток, $U_i = R_i (I_{i+1} - I_i)$ — напряжение на слое.

6. Результаты расчетов

Результаты расчета одного из вариантов взрывомагнитного генератора выполненные по данной методике приведены в работе [6]. Наибольшее влияние на величину конечного тока генератора оказывают потери потока в скин слое и отсекаание магнитного потока при деформациях под действием давления магнитного поля. При увеличении магнитного поля происходят значительные деформации токового контура, что приводит к потерям в результате отсекаания магнитного потока в образующихся петлях. Кроме того, движение поверхности токопроводящей линии и нагрузки приводит к росту конечной индуктивности контура, а это в свою очередь ограничивает конечный ток.

Закон движение лайнера под действием ВВ, хотя и влияет на зависимость тока от времени, однако, слабо сказывается на конечной величине этого тока.

Литература

1. Jones M. An equivalent circuit model of a solenoidal compressed magnetic field generator // in Megagauss Physics and Technology, P.J. Turchi, Ed. New York: Plenum, 1980. — P.249—264.
2. McGlaun J.M., Thomson S.L., Freeman J.R. COMAG—III: A 2—D MGD code for helical CMF generators // in Megagauss Physics and Technology, P.J. Turchi, Ed. New York: Plenum, 1980. — P.193—203.
3. Tucker T.J. A finite—element model of compressed magnetic field current generators // in Megagauss Physics and Technology, P.J. Turchi, Ed. New York: Plenum, 1980. P.265—223.

4. Cowan M., Kaye R.J. A finite—element circuit model of helical explosive generators // Сверхсильные магнитные поля Физика. Техника. Применение. Под ред. В.М. Титова и Г.А. Швецова. М.: Наука, 1984. — С.240—245.
5. Паркинсон Е.П., Тепфер А.Дж. Масштабирующая программа общего назначения для нагруженных ВМГ // Мегагауссная и мегаамперная импульсная технология и применение Под Ред. В.К. Чернышева, В.Д. Селемира, Л.Н. Пляшкевича. г.Саров: ВНИИЭФ, 1997. — Т.1. — С.472—476.
6. Дерюгин Ю.Н., Зеленский Д.И., Казакова И.Ф., Каргин В.И., Миронычев П.В., Пикарь А.С., Попков Н.Ф., Ряслов Е.А., Казаков С.А. Численное моделирование взрывного магнитокумулятивного генератора ВМГ—720 // Мегагауссная и мегаамперная импульсная технология и применения, Под ред. В.К. Чернышева, В.Д. Селемира, Л.Н. Пляшкевича, г.Саров, ВНИИЭФ, 1997, — Т.1, — С.496-499.