УПРАВЛЕНИЕ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И ИНФОРМАТИКА

УДК 62-50

ПОСТРОЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ В ЗАМКНУТЫХ СИСТЕМАХ РЕГУЛИРОВАНИЯ

© 2008 г. *А.Л. Рутковский, Д.Н. Дюнова*

Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет), г. Владикавказ

North Caucasian Institute of Mining and Metallurgy, Vladikavkaz

Рассмотрены вопросы применения корреляционного подхода к решению задачи идентификации объектов управления в замкнутых системах регулирования. Установлено, что идентифицируемость в замкнутой системе определяется видом авто- и взаимно корреляционных функций случайных процессов на входе и выходе объекта, а также величиной запаздывания по каналу передачи управляющих воздействий и весовой функцией регулятора. Обоснованы условия идентифицируемости для типовых законов регулирования. Разработанный алгоритм идентификации позволяет на основе текущей информации о выходной переменной определять параметры формирующего фильтра возмущения и передаточной функции объекта.

Ключевые слова: система регулирования, функции случайных процессов, фильтр возмущения.

The correlation approach use during the decision of the control object identification task in the closed regulation system was considered. It was stated that the identifinity in the closed system was determined by the types of the auto- and cross correlation functions of the accident processes at the object input and output and also by the delay value along the transmission channel of the control impacts and the regulator functions. The identifinity conditions for the typical regulation laws were grounded. The developed algorithm allows to determine the formative filter parameters and the objects transmission function.

Keywords: system of the regulation, functions of the casual processes, filter of the indignation.

В настоящее время теория идентификации динамических систем достигла высокой степени завершенности. Определенные результаты имеются в области исследования задач идентификации объектов управления в разомкнутых системах регулирования. Однако важные для практики вопросы идентификации объектов в замкнутых системах при управляющих воздействиях с известными законами регулирования требуют дополнительного изучения.

Рассмотрим задачу идентификации объекта управления в процессе нормальной эксплуатации без размыкания замкнутого контура или подачи пробных воздействий. Выделенный класс систем регулирования может быть представлен схемой дискретной системы, изображенной на рис. 1.

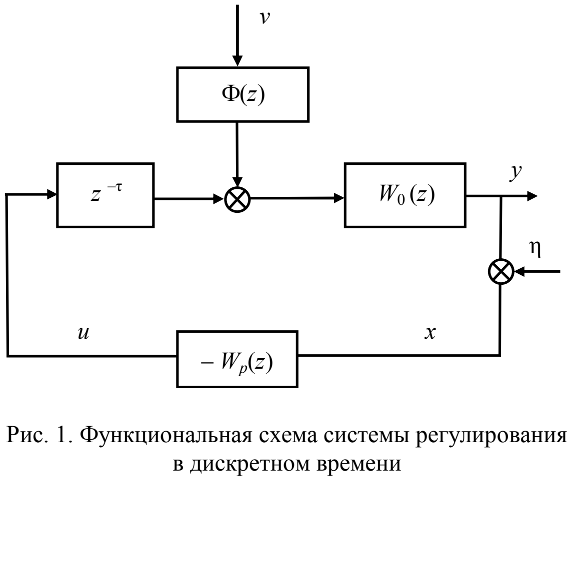

Рис. 1. Функциональная схема системы регулирования в дискретном времени

На схеме приняты следующие обозначения: y – выходная переменная системы; x – наблюдаемая выходная переменная; u – управляющее воздействие; v, η – неконтролируемые случайные процессы типа дискретного белого шума с нулевым математическим ожиданием; τ – запаздывание в объекте по каналу передачи управляющего воздействия; $W_0(z)$ – передаточная функция объекта; $\Phi(z)$ – передаточная функция формирующего фильтра возмущения; $W_p(z)$ – передаточная функция регулятора.

В состав исследуемой системы входит линейный объект, выходная переменная которого стабилизируется регулятором с известной передаточной функцией относительно постоянного значения посредством обратной связи. В канале передачи управляющего воздействия имеется запаздывание. Выходная переменная объекта контролируется с погрешностью. Если бы входное случайное возмущение было доступно наблюдению, задача идентификации параметров передаточной функции объекта и спектральной плотности возмущения была бы тривиальной. Особенность рассматриваемой задачи состоит в том, что входное возмущение не контролируется, и требуется по наблюдаемым значениям одной лишь выходной переменной определить параметры передаточных функций объекта и формирующего фильтра возмущения. Сформулируем задачу идентификации замкнутой системы регулирования, изображенной на рис. 1.

Постановка задачи идентификации

Пусть передаточные функции объекта и формирующего фильтра возмущения соответственно имеют вид:

$$W_0(z) = k_0 \frac{P_0(z)}{Q_0(z)} = k_0 \frac{\prod_{i=1}^{m_0}\left(1 + a_{1,i} z^{-1}\right)}{\prod_{i=1}^{n_0}\left(1 + a_{0,i} z^{-1}\right)}, \qquad (1)$$

$$\Phi(z) = \frac{1}{Q_\Phi(z)} = \frac{1}{\prod_{i=1}^{n_\Phi}\left(1 + b_{0,i} z^{-1}\right)}. \qquad (2)$$

В цепи обратной связи находится регулятор произвольного вида с известной передаточной функцией

$$W_p(z) = k_p \frac{P_p(z)}{Q_p(z)}.$$

Величина запаздывания в объекте τ известна, n_0, m_0, n_Φ – известные числа. Требуется по наблюдаемым значениям переменной x_t определить параметры передаточных функций объекта k_0, $a_{0,i}$ $\left(i = 1,...,n_0\right)$, $a_{1,i}$ $\left(i = 1,...,m_0\right)$ и формирующего фильтра возмущения $b_{0,i}$ $\left(i = 1,...,n_\Phi\right)$. Условия, при которых сформулированная задача имеет решение, в дальнейшем будем называть условиями идентифицируемости замкнутых систем регулирования.

Корреляционный подход к задаче идентификации

Запишем выражение для выходной переменной y в области комплексной переменной z

$$y(z) = W_0(z) z^{-\tau} u(z) + W_0(z)\Phi(z) v(z) =$$

$$= \frac{k_0 P_0(z) Q_\Phi(z) z^{-\tau} u(z) + k_0 P_0(z) v(z)}{Q_0(z) Q_\Phi(z)}.$$

Тогда выражение для наблюдаемой выходной переменной x примет вид:

$$x(z) = y(z) + \eta(z) =$$

$$= \frac{k_0 P_0(z) Q_\Phi(z) z^{-\tau} u(z) + k_0 P_0(z) v(z) + Q_0(z) Q_\Phi(z)\eta(z)}{Q_0(z) Q_\Phi(z)}. \qquad (3)$$

Обозначим неконтролируемую составляющую (3) через

$$\psi(z) = k_0 P_0(z) v(z) + Q_0(z) Q_\Phi(z) \eta(z) \qquad (4)$$

или во временной области

$$\psi_t = \sum_{i=0}^{m_0} g_{1,i} v_{t-i} + \sum_{i=0}^{n_0+n_\Phi} g_{2,i} \eta_{t-i}, \qquad (5)$$

где коэффициенты $g_{1,i}$ и $g_{2,i}$ связаны с параметрами соответствующих передаточных функций однозначными соотношениями.

Поскольку выходная переменная системы y не наблюдается, целесообразно вместо схемы, представленной на рис. 1, рассмотреть схему замкнутой системы, изображенной на рис. 2. В этой системе выходной переменной является наблюдаемая переменная x, а входным неконтролируемым возмущением – переменная ψ.

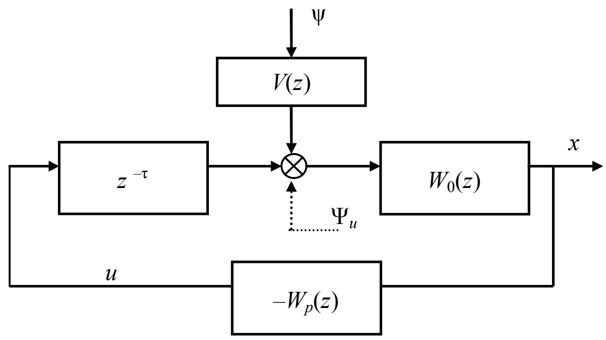

Рис. 2. Первая модификация функциональной схемы системы регулирования

Передаточная функция $V(z)$, согласно (3) и (4), имеет вид

$$V(z) = \frac{1}{k_0 P_0(z) Q_\Phi(z)}.$$

В соответствии со схемой, представленной на рис. 2, выражение для выходной переменной x имеет вид

$$x(z) = W_0(z) z^{-\tau} u(z) + W_0(z) V(z) \psi(z). \qquad (6)$$

Поэтому выражение для неконтролируемого возмущения может быть представлено следующим образом:

$$\psi(z) = W_\psi(z) x(z) =$$

$$= \left[W_0^{-1}(z) V^{-1}(z) + V^{-1}(z) z^{-\tau} W_p(z)\right] x(z) =$$

$$= \left[Q_0(z) Q_\Phi(z) + k_0 P_0(z) z^{-\tau} W_p(z) Q_\Phi(z)\right] x(z).$$

Откуда с учетом равенств (1) и (2) получим

$$\psi(z) = \prod_{i=1}^{n_0+n_\Phi}\left(1 + \lambda_{1,i} z^{-1}\right) x(z) - k_0 \prod_{i=1}^{m_0+n_\Phi}\left(1 + \lambda_{2,i} z^{-1}\right) z^{-\tau} u(z), \qquad (7)$$

где

$$\lambda_{1,i} = \begin{cases} a_{0,i} \text{ при } i = 1,...,n_0; \\ b_{0,i-m_0} \text{ при } i = n_0 + 1,...,n_0 + n_\Phi, \end{cases} \qquad (8)$$

$$\lambda_{2,i} = \begin{cases} a_{0,i} \text{ при } i = 1,...,m_0; \\ b_{0,i-m_0} \text{ при } i = m_0 + 1,...,m_0 + n_\Phi, \end{cases} \qquad (9)$$

Выражению (7) во временной области соответствует разностное уравнение

$$\psi_t = x_t + \sum_{i=1}^{n_0+m_\Phi} \rho_i x_{t-i} - \sum_{i=\tau}^{m_0+m_\Phi+\tau} q_i u_{t-i}\,, \qquad (10)$$

в котором коэффициенты ρ_i, q_i связаны взаимнооднозначными преобразованиями с коэффициентами $\lambda_{1,i}$, $\lambda_{2,i}$ и, следовательно, с коэффициентами передаточных функций $k_0, a_{0,i}, b_{0,i}, a_{1,i}$.

Таким образом, если бы удалось восстановить возмущение ψ в виде (10), то задача определения неизвестных параметров передаточных функций объекта и формирующего фильтра была бы решена.

Покажем, каким образом и при каких условиях можно осуществить указанное восстановление возмущения ψ по контролируемым переменным x и u. В соответствии с (6) передаточная функция системы, восстанавливающей неконтролируемое возмущение ψ, имеет вид

$$\hat{W}_\psi(z) = \hat{Q}_0(z)\hat{Q}_\Phi(z) + \hat{k}_0 \hat{P}_0(z) z^{-\tau} W_p(z) Q_\Phi(z)\,,$$

где

$$\hat{Q}_0(z) = \prod_{i=1}^{n_0}\left(1 + a_{0,i} z^{-1}\right),\ \hat{Q}_\Phi(z) = \prod_{i=1}^{n_\Phi}\left(1 + b_{0,i} z^{-1}\right),$$

$$\hat{P}_0(z) = \prod_{i=1}^{m_0}\left(1 + a_{1,i} z^{-1}\right).$$

Схема системы приведена на рис. 3.

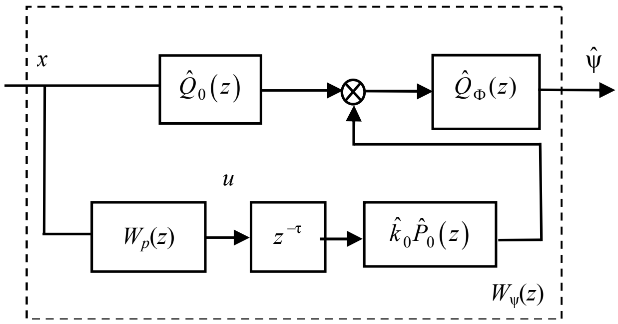

Рис. 3. Вторая модификация системы регулирования

В соответствии с этой схемой возмущение ψ_t восстанавливается в виде оценки:

$$\hat{\psi}_t = x_t + \sum_{i=1}^{n_0+n_\Phi} \hat{\rho}_i x_{t-i} - \sum_{i=\tau}^{m_0+n_\Phi+\tau} \hat{q}_i u_{t-i}\,. \qquad (11)$$

Примем в качестве критерия близости систем с передаточными функциями $W_\psi(z)$ и $\hat{W}_\psi(z)$ (т.е. критерия оптимальности) условие равенства взаимно корреляционных функций

$$\varepsilon(\theta) = R_{x\hat{\psi}}(\theta) - R_{x\psi}(\theta)\,. \qquad (12)$$

Используя (11), можно выразить левую часть (12) через корреляционные функции наблюдаемых случайных процессов x и u, а также через неизвестные коэффициенты ρ_i, q_i. В результате получим

$$R_{x\hat{\psi}}(\theta) = R_{xx}(\theta) + \sum_{i=1}^{n_0+n_\Phi} \hat{\rho}_i R_{xx}(\theta - i) - \sum_{i=\tau}^{m_0+n_\Phi+\tau} \hat{q}_i R_{xu}(\theta - i)\,.$$

Тогда условие (12) принимает вид

$$R_{xx}(\theta) + \sum_{i=1}^{n_0+n_\Phi} \hat{\rho}_i R_{xx}(\theta - i) - \sum_{i=\tau}^{m_0+n_\Phi+\tau} \hat{q}_i R_{xu}(\theta - i) = R_{x\psi}(\theta)\,. \qquad (13)$$

На первый взгляд, использование (13) не представляется возможным, так как сигнал ψ_t не наблюдается и, следовательно, неизвестна взаимно корреляционная функция $R_{x\psi}(\theta)$. Однако, учитывая выражение (7) и известные свойства белого шума, имеем

$$R_{x\psi}(\theta) = 0 \quad \text{при}\ \theta > n_0 + n_\Phi\,.$$

Иными словами, поскольку интервал корреляции возмущения ψ конечен и равен $\theta > n_0 + n_\Phi$ (вытекает из (5)), то прошлые значения выхода x, начиная со сдвига $\theta = n_0 + n_\Phi$, некоррелированны с текущим значением возмущения ψ. Следовательно, вместо (13) можно записать следующий критерий, содержащий статистические характеристики только контролируемых случайных процессов:

$$R_{xx}(\theta) + \sum_{i=1}^{n_0+n_\Phi} \hat{\rho}_i R_{xx}(\theta - i) - \sum_{i=\tau}^{m_0+n_\Phi+\tau} \hat{q}_i R_{xu}(\theta - i) = 0\,. \qquad (14)$$

Тогда, используя (14), при различных значениях θ для определения коэффициентов $\hat{\rho}_i, \hat{q}_i$ можно сформировать систему $n_0 + 2n_\Phi + m_0 + 1$ алгебраических уравнений, линейных относительно неизвестных коэффициентов. Решив эту систему, можно в соответствии с (7) – (10) перейти от коэффициентов $\hat{\rho}_i, \hat{q}_i$ к искомым коэффициентам $\hat{k}_0, \hat{a}_{0,i}, \hat{b}_{0,i}, \hat{a}_{1,i}$ передаточных функций объекта и формирующего фильтра. Следует отметить, что определение коэффициентов $\hat{\rho}_i, \hat{q}_i$ на основе приведенного критерия возможно только для замкнутых систем. Действительно, пусть $W_p(z) = 0, U = \text{const}$, т.е. в идентифицируемой системе отсутствует управляемый вход. В этом случае в выражении (14) отсутствует последняя сумма, содержащая неизвестные коэффициенты $\hat{q}_i$. В то же время эти коэффициенты, как это следует из выражений (7), (9), (10), содержат информацию о статическом коэффициенте передачи объекта k_0 и коэффициентах числителя передаточной функции объекта $a_{1,i} (i = 1, ..., m_0)$. Оставшихся же в (14) коэффициентов $\hat{\rho}_i$ недостаточно для однозначного определения параметров объекта и формирующего фильтра. Иными словами, коэффициенты ρ_i, q_i разностного уравнения (10), связывающего входное неконтролируемое возмущение ψ_t и наблюдаемые переменные x_t, u_t, являются одновременно функциями и коэффициентов передаточной функции объекта $k_0, a_{0,i}, a_{1,i}$, и коэффициентов передаточной функции формирующего фильтра $b_{0,i}$.

Однако лишь для замкнутых систем удается разделить коэффициенты передаточных функций объекта и фильтра; для разомкнутых систем это разделение невозможно. Физический смысл таких различных, с точки зрения идентификации, свойств замкнутых и разомкнутых систем можно объяснить следующим образом. В случае разомкнутой системы можно по выходной переменной определять лишь передаточную функцию объекта по каналу возмущение ψ – выходная переменная. Для того чтобы отдельно определить передаточные функции объекта и формирующего фильтра, необходимо было бы на вход объекта дополнительно подать контролируемое возмущение, содержащее некоррелированную с возмущением ψ составляющую (пунктирная стрелка на рис. 2).

В замкнутой системе роль упомянутого дополнительного возмущения играет управляющее воздействие, в котором при определенных условиях содержится некоррелированная составляющая. Детальный анализ позволяет установить, что не во всякой замкнутой системе управляющее воздействие содержит некоррелированную составляющую, достаточную для определения передаточных функций объекта и формирующего фильтра. Условия, при которых это возможно, названные условиями идентифицируемости замкнутых систем, выводятся в следующем разделе.

Условия идентифицируемости в замкнутой системе по критерию близости корреляционных функций

Определим условия, при которых из всевозможных уравнений (14), составленных для сдвигов θ, находящихся внутри интервала корреляции θ_k процесса x, т.е. для сдвигов $\theta = \theta_0, ..., \theta_k (\theta_0 > n_0 + n_\Phi)$ можно сформировать систему $n_0 + 2n_\Phi + m_0 + 1$ независимых уравнений.

Сформируем на основе (14) избыточную систему уравнений вида:

$$A\hat{C} = R, \qquad (15)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} a_{11}...a_{1j}...a_{1,l} \\ .... \\ a_{k1}...a_{kj}...a_{kl} \end{bmatrix}, \qquad a_{11} = R_{xx}(\theta_0 - 1),$$

$$a_{1j} = R_{xx}(\theta_0 - n_0 - n_\Phi) R_{xU}(\theta_0 - \tau),$$

$$a_{1l} = R_{xx}(\theta_0 - \tau - m_0 - n_\Phi), \quad a_{k1} = R_{xx}(\theta_k - 1),$$

$$a_{kj} = R_{xx}(\theta_k - n_0 - n_\Phi) R_{xU}(\theta_0 - \tau),$$

$$a_{kl} = R_{xx}(\theta_0 - \tau - m_0 - n_\Phi),$$

$$\hat{C}^T = \left[-\hat{\rho}_1 ... -\hat{\rho}_{n_0+n_\Phi} ... \hat{q}_\tau ... \hat{q}_{\tau+m_0+n_\Phi}\right],$$

$$R^T = \left[R_{xx}(\theta_0)...R_{xx}(\theta_k)\right], \; \theta_0 = n_0 + n_\Phi.$$

Для того чтобы система (15) имела единственное решение, необходима и достаточна линейная независимость столбцов матрицы A. В качестве критерия независимости воспользуемся критерием Грамма [1, 2] для системы векторов, согласно которому определитель матрицы $G = A^T A$ должен отличаться от нуля, т.е.

$$\det(G) \neq 0. \qquad (16)$$

Таким образом, условие (16), являясь условием единственности решения системы (15), одновременно может рассматриваться как необходимое условие идентифицируемости замкнутой системы. В то же время, поскольку равенство (15) справедливо для замкнутой системы с параметрами $\hat{C} = C$, то условие (16) является одновременно и достаточным условием идентифицируемости.

Таким образом, идентифицируемость объекта в замкнутой системе определяется как видом авто- и взаимно корреляционных функций случайных процессов x_t, u_t, так и величиной запаздывания, и весовой функцией регулятора. Анализируя матрицу A**,** можно получить для конкретных типов регуляторов значительно более простые, по сравнению с (16) условия идентифицируемости, которые будут лишь необходимыми частыми условиями. Так, например, для регулятора, описываемого соотношением $U_t = k_1 x_t + k_2 x_{t-1}$, что соответствует ПД-регулятору, матрица A приобретает вид

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & ...\dfrac{a_{1j}}{R_{xU}(\theta_0 - \tau)} & |a_{1j+1}| & ... \; a_{1l} \\ ... & ... & |.......| & ... \\ a_{k1} & ...\dfrac{a_{1j}}{R_{xU}(\theta_k - \tau)} & |a_{kj+1}| & ... \; a_{kl} \end{bmatrix}, \qquad (17)$$

где

$$a_{11} = R_{xx}(\theta_0 - 1),$$

$$a_{1j} = R_{xx}(\theta_0 - n_0 - n_\Phi) R_{xU}(\theta_0 - \tau),$$

$$a_{1j+1} = k_1 R_{xx}(\theta_0 - \tau) + k_2 R_{xx}(\theta_0 - \tau - 1),$$

$$a_{kj+1} = k_1 R_{xx}(\theta_k - \tau) + k_2 R_{xx}(\theta_k - \tau - 1),$$

$$a_{1l} = k_1 R_{xx}(\theta_0 - \tau - m_0 - n_\Phi) + k_2 R_{xx}(\theta_0 - \tau - m_0 - n_\Phi - 1),$$

$$a_{kl} = k_1 R_{xx}(\theta_k - \tau - m_0 - n_\Phi) + k_2 R_{xx}(\theta_k - \tau - m_0 - n_\Phi - 1).$$

Отсюда видно, что столбец зависимости (17), выделенный пунктиром, может быть представлен при определенных условиях в виде линейной комбинации каких-либо двух столбцов, расположенных слева. В этом случае столбцы матрицы *A* оказываются линейно независимыми и, следовательно, система идентифицируема. Для того чтобы линейная зависимость отсутствовала, необходимо, чтобы не совпадали сдвиги корреляционных функций у соответствующих столбцов, что означает необходимость выполнения условия $\tau > n_0 + n_\Phi - 1$. В общем случае, для регулятора с конечной памятью, равной величине *L*, необходимым условием идентифицируемости является

$$\tau > n_0 + n_\Phi - L . \qquad (18)$$

Данное условие не учитывает всех особенностей корреляционных функций и поэтому, являясь лишь необходимым, может быть использовано в качестве предварительного условия идентифицируемости замкнутой системы. Аналогичным образом можно сформулировать предварительные условия идентифицируемости, подобные (18), для замкнутых систем, содержащих регулятор с бесконечной памятью. Например, для И-регулятора предварительное условие идентифицируемости имеет вид $\tau > n_0 + n_\Phi$, для ПИ-регулятора $\tau > n_0 + n_\Phi - 1$, для ПИД-регулятора $\tau > n_0 + n_\Phi - 2$.

Выводы

1. Рассмотрена задача идентификации объектов управления в замкнутых системах регулирования, функционирующих в режиме нормальной эксплуатации при наличии возмущающих воздействий.
2. Проведено исследование возможности применения корреляционного подхода к решению поставленной задачи, выполнен анализ необходимых и достаточных условий идентифицируемости в замкнутых системах.
3. Установлено, что идентифицируемость в замкнутой системе определяется видом авто- и взаимно корреляционных функций случайных процессов на входе и выходе объекта, а также величиной запаздывания по каналу передачи управляющих воздействий и весовой функцией регулятора.
4. Установлены условия идентифицируемости для типовых промышленных законов регулирования.
5. Разработанный алгоритм идентификации позволяет на основе текущей информации о выходной переменной определять параметры формирующего фильтра возмущения и передаточной функции объекта.

Литература

1. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. М., 1968.
2. *Коллати Л.* Функциональный анализ и вычислительная математика. М., 1969.

Поступила в редакцию ***31 марта 2008 г.***

Рутковский Александр Леонидович – д-р техн. наук, профессор кафедры теории и автоматизации металлургических процессов и печей Северо-Кавказского горно-металлургического института (государственного технологического университета), г. Владикавказ. Тел.: (88672)743815. E-mail: Rutkowski@mail.ru.

Дюнова Диана Николаевна – канд. техн. наук, доцент кафедры теории и автоматизации металлургических процессов и печей Северо-Кавказского горно-металлургического института (государственного технологического университета), г. Владикавказ. Тел.: (88672)743815. E-mail: Dunova_DN@mail.ru.