
УДК 687.36.004.12

А. В. Локтионов, А. П. Прохоров

РАСЧЁТ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО МЕХАНИЗМА ПРОМЫШЛЕННОГО РОБОТА ТУР-10

UDC 687.36.004.12

A. V. Loktionov, A. P. Prokhorov

THE CALCULATION OF KINEMATIC PARAMETERS OF THE GRIPPER OF THE TUR-10 INDUSTRIAL ROBOT

Аннотация

Изложены результаты теоретических исследований по расчёту кинематических параметров многозвенного разомкнутого пространственного исполнительного механизма – промышленного робота ТУР-10. Составлена расчётная схема и предложены формулы для определения матричным методом скорости и ускорения центра схвата робота в подвижной и неподвижной системах координат, необходимых для прочностного расчёта и оценки динамических свойств механизма.

Ключевые слова:

робот-манипулятор, промышленный робот, центр схвата, механизм, кинематические параметры, матричный метод, кососимметричная матрица, вектор, скорость, ускорение.

Abstract

The article presents the results of the theoretical studies for the calculation of kinematic parameters of the spatial open multilink hinge mechanism – the TUR-10 industrial robot. The design model is made and the formulae are presented to determine, by using the matrix method, the velocity and acceleration of the robot gripper center in moving and fixed coordinate systems, which are required for strength calculation and evaluation of the dynamic properties of the mechanism.

Key words:

robot manipulator, industrial robot, gripper center, mechanism, kinematic parameters, matrix method, skew-symmetric matrix, vector, velocity, acceleration.

Введение

Существуют различные методы расчетов геометрических и кинематических параметров исполнительных механизмов роботов-манипуляторов [1–4].

Векторный метод расчета кинематических параметров исполнительных механизмов целесообразно использовать для роботов, звенья которых расположены в одной плоскости. Установлено, что применительно к двухзвенному исполнительному механизму с тремя степенями подвижности векторный метод достаточ-

но сложен и неприменим для пространственных схем размещения звеньев роботов-манипуляторов. При таком методе расчета определяются проекции звеньев на неподвижные оси координат и векторов скорости и ускорения на эти оси.

При матричном методе расчета движение твердого тела рассматривается как движение подвижного трехмерного пространства в неподвижном. Геометрические и кинематические параметры робота можно представить в виде параллельного переноса и поворота. Скорости точек находят в результате

дифференцирования текущих координат центра схвата. При этом векторы угловой скорости и мгновенной угловой скорости вводятся как действие кососимметричной матрицы. Преимущества матричного способа заключаются в том, что все виды движений изучаются с единой точки зрения; вектор угловой скорости вводится не формальным способом, а как соответствие пространства кососимметричных матриц подвижному пространству; легко выполняется переход от движения твердого тела к движению системы с конечным числом степеней свободы. С помощью транспонированных матриц перехода определяются матричным методом скорость и ускорение центра схвата робота-манипулятора в подвижной системе координат.

Установлено, что при рассмотрении технических возможностей промышленных роботов [5] необходимы кинематические характеристики роботов-манипуляторов для решения задач, связанных с прочностным расчётом, конструированием его звеньев, и для оценки динамических свойств механизма. При проведении силового расчёта исполнительного механизма следует определить силу инерции и сопротивление движению звеньев механизма, для чего должны быть известны скорости и ускорения центра схвата робота. В [5, 7] рассмотрен расчет в неподвижной системе координат скорости центра схвата робота ТУР-10. Скорость центра схвата в подвижной системе координат и ускорение центра схвата в подвижной и неподвижной системах координат не установлены. Таким образом, следует разработать расчет кинематических параметров в подвижной системе координат, связанной с центром схвата исполнительного механизма [2, 3, 5, 6, 8].

Конструкция промышленного робота ТУР-10

Промышленный робот ТУР-10 предназначен для автоматизации основных технологических и вспомогательных операций при обслуживании технологического оборудования.

Исполнительным механизмом робота является манипулятор (рис. 1), основными узлами которого являются механизм поворота, механическая рука, электромеханические приводы и механизм уравнивания руки.

Механическая рука манипулятора предназначена для перемещения захватного устройства в вертикальной плоскости по четырём степеням подвижности. Рука установлена шарнирно на поворотной платформе. К звену руки крепится механизм ориентации захвата (кисть), состоящий из механизма сгиба и механизма вращения. Фланец звена вращения кисти служит для крепления захватного устройства или инструмента.

Основные технические характеристики: число степеней подвижности – 5; вид привода – электромеханический; номинальная грузоподъёмность (включая захватные устройства) – 10 кг.

Методика расчёта кинематических параметров центра схвата робота

Расчетная схема для определения кинематических параметров центра схвата промышленного робота ТУР-10 представлена на рис. 2.

Система XYZ поворотом на угол φ_1 переводится в систему координат $X_1Y_1Z_1$. Перемещением начала координат O_1 на длину l_1 система координат $X_1Y_1Z_1$ переводится в подвижную систему $X_2Y_2Z_2$, таким образом, что механизм размещается в вертикальной плоскости $Y_2O_2Z_2$. Следующее преобразование переводит систему координат $X_2Y_2Z_2$ в систему $X_3Y_3Z_3$ поворотом вокруг оси O_2Y_2 на угол θ_1 . Перемещением начала координат O_2 на длину l_2 система

координат $X_3Y_3Z_3$ переводится в систему координат $X_4Y_4Z_4$.

Поворот вокруг оси O_3Y_4 на угол θ_2 переводит систему $X_4Y_4Z_4$ в систему координат $X_5Y_5Z_5$, которая перемещением на длину l_3 переводится в систему координат $X_6Y_6Z_6$. Следующее преобразование переводит систему координат

$X_6Y_6Z_6$ в систему $X_7Y_7Z_7$ поворотом вокруг оси O_4X_6 на угол θ_3 . Система координат $X_7Y_7Z_7$ перемещением на длину l_4 переводится в систему координат $X_8Y_8Z_8$. Последнее преобразование переводит систему координат $X_8Y_8Z_8$ в систему $X_9Y_9Z_9$ поворотом вокруг оси O_5Y_9 на угол φ_2 .

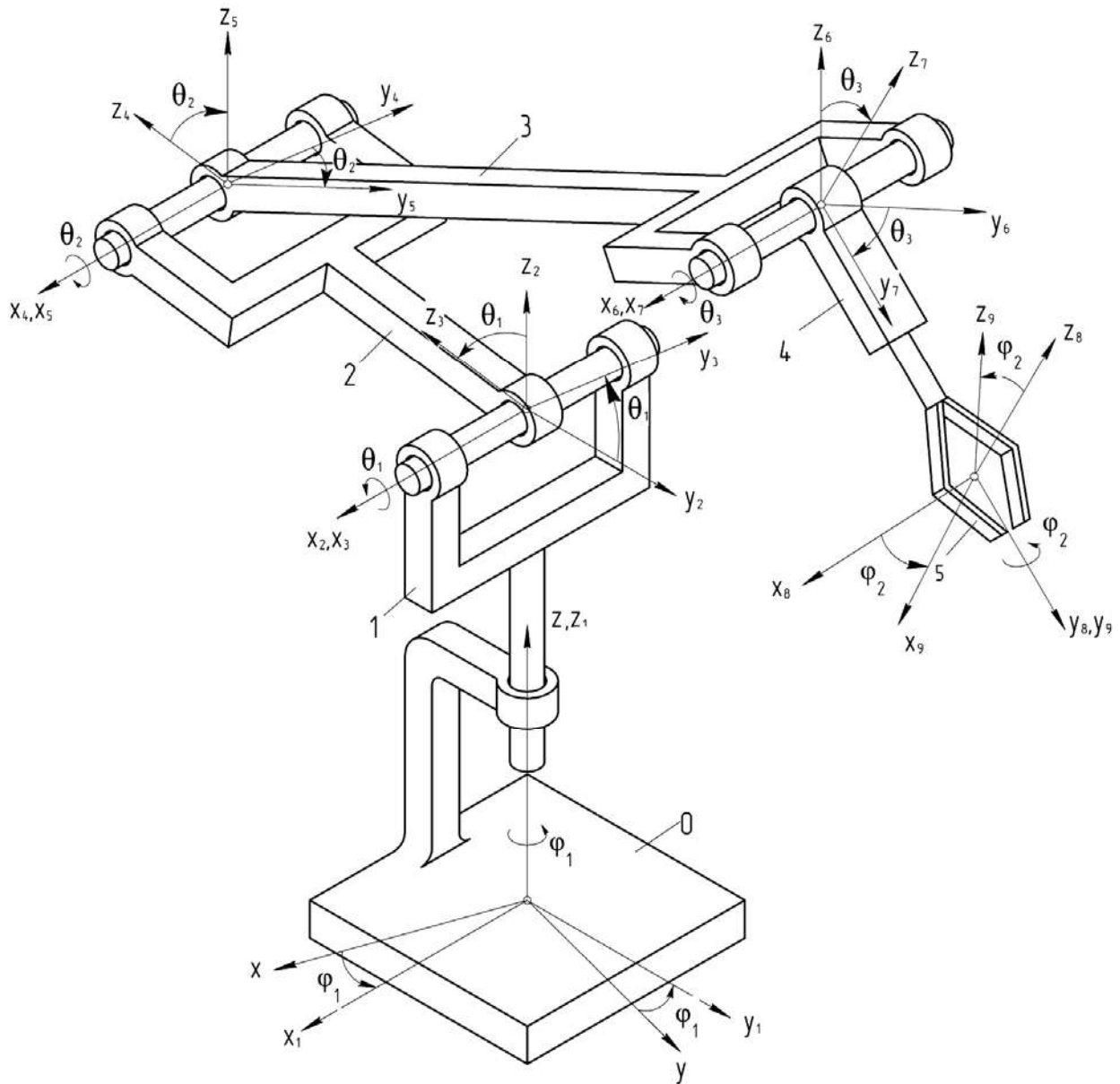


Рис. 1. Робот ТУР-10

Для каждого поворота составляются матрицы, с помощью которых опре-

деляются координаты точки центра схвата.

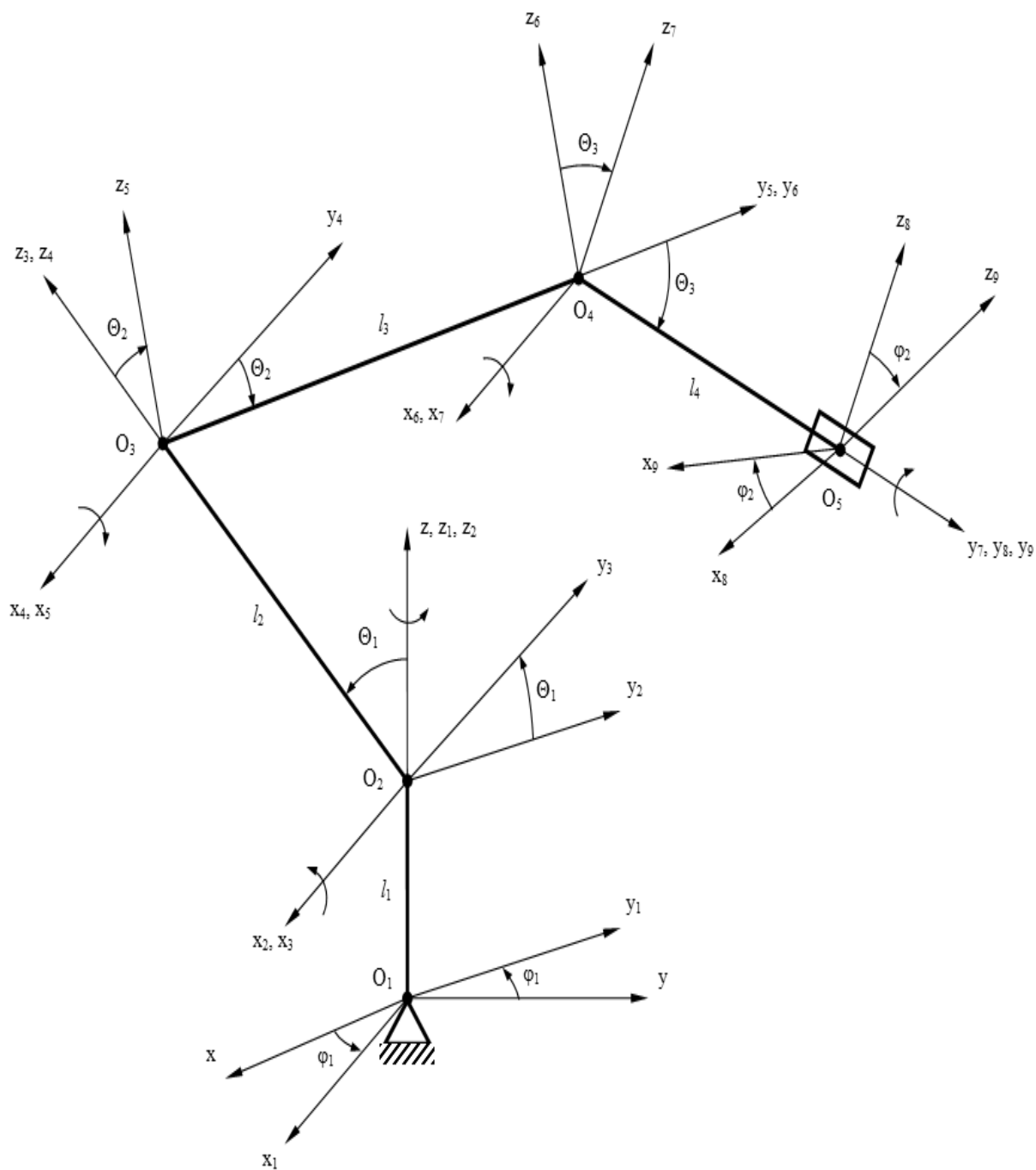


Рис. 2. Расчетная схема робота ТУР-10

Координаты центра схвата в неподвижной системе XYZ выражаются

через координаты в системе $X_9Y_9Z_9$ следующим образом:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} &= A_{\varphi_1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} + A_{\varphi_1} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = A_{\varphi_1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} = A_{\varphi_1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_2 \end{pmatrix} + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} \begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \\ z_5 \end{pmatrix} = \\ &= A_{\varphi_1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_2 \end{pmatrix} + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} \begin{pmatrix} 0 \\ l_3 \\ 0 \end{pmatrix} + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \begin{pmatrix} x_7 \\ y_7 \\ z_7 \end{pmatrix} = \\ &= A_{\varphi_1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_2 \end{pmatrix} + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} \begin{pmatrix} 0 \\ l_3 \\ 0 \end{pmatrix} + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \begin{pmatrix} 0 \\ l_4 \\ 0 \end{pmatrix} + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \begin{pmatrix} x_9 \\ y_9 \\ z_9 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

где l_1, l_2, l_3 и l_4 – конструктивные размеры звеньев механизма.

ется дифференцированием текущих координат (при условии, что $x_9 = \text{const}$, $y_9 = \text{const}$, $z_9 = \text{const}$) при $l_i = \text{const}$ по формуле

Вектор скорости \vec{v} центра схвата в неподвижной системе XYZ определя-

$$\begin{aligned} \vec{v} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} &= \dot{A}_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} + \left(\dot{A}_{\varphi_1} A_{\Theta_1} \dot{\varphi}_1 + A_{\varphi_1} \dot{A}_{\Theta_1} \dot{\Theta}_1 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_2 \end{pmatrix} + \\ &+ \left(\dot{A}_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} \dot{\varphi}_1 + A_{\varphi_1} \dot{A}_{\Theta_1} A_{\Theta_2} \dot{\Theta}_1 + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} \dot{A}_{\Theta_2} \dot{\Theta}_2 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ l_3 \\ 0 \end{pmatrix} + \\ &+ \left(\dot{A}_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \dot{\varphi}_1 + A_{\varphi_1} \dot{A}_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \dot{\Theta}_1 + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} \dot{A}_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \dot{\Theta}_2 + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} \dot{A}_{\Theta_3} \dot{\Theta}_3 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ l_4 \\ 0 \end{pmatrix} + \\ &+ \left(\dot{A}_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \dot{\varphi}_1 + A_{\varphi_1} \dot{A}_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \dot{\Theta}_1 + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} \dot{A}_{\Theta_2} A_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \dot{\Theta}_2 + \right. \\ &\left. + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} \dot{A}_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \dot{\Theta}_3 + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \dot{A}_{\varphi_2} \dot{\varphi}_2 \right) \begin{pmatrix} x_9 \\ y_9 \\ z_9 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1)$$

Модуль скорости центра схвата

$$\bar{v}_M = A^T \cdot \vec{v},$$

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}. \quad (2)$$

где A^T – транспонированная матрица, равная произведению транспонированных матриц-сомножителей, взятых в обратном порядке,

В свою очередь, вектор скорости \vec{v}_M центра схвата в системе $X_9Y_9Z_9$

$$A^T = A_{\varphi_2}^T \cdot A_{\theta_3}^T \cdot A_{\theta_2}^T \cdot A_{\theta_1}^T \cdot A_{\varphi_1}^T.$$

Подставляя транспонированные матрицы-сомножители в выражение для

определения вектора скорости в подвижной системе координат, имеем при $l_i = \text{const}$

$$\begin{aligned} \vec{v}_M = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} &= A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T A_{\varphi_1}^T \dot{\varphi}_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} + \left(A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{\varphi}_1 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{\theta}_1 \dot{\Theta}_1 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_2 \end{pmatrix} + \\ &+ \left(A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T \dot{\varphi}_1 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T \dot{\theta}_1 \dot{\Theta}_1 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T \dot{\theta}_2 \dot{\Theta}_2 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ l_3 \\ 0 \end{pmatrix} + \\ &+ \left(A_{\varphi_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{\varphi}_1 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{\theta}_1 \dot{\Theta}_1 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_2}^T \dot{\theta}_2 \dot{\Theta}_2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T \dot{\theta}_3 \dot{\Theta}_3 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ l_4 \\ 0 \end{pmatrix} + \\ &+ \left(A_{\varphi_1}^T \dot{\varphi}_1 + A_{\theta_1}^T \dot{\theta}_1 \dot{\Theta}_1 + A_{\theta_2}^T \dot{\theta}_2 \dot{\Theta}_2 + A_{\theta_3}^T \dot{\theta}_3 \dot{\Theta}_3 + A_{\varphi_2}^T \dot{\varphi}_2 \right) \begin{pmatrix} x_9 \\ y_9 \\ z_9 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3)$$

Модуль скорости центра схвата рассчитывается по формуле, которая совпадает с равенством (3):

$$v_M = \sqrt{v_{x_9}^2 + v_{y_9}^2 + v_{z_9}^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}, \quad \text{а}$$

направление скорости определяется направляющими косинусами.

Ускорение центра схвата в системе XYZ при $l_i = \text{const}$

$$\begin{aligned} \vec{a} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} &= \left(\ddot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_1^2 + \dot{\varphi}_1 \ddot{\varphi}_1 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} + \\ &+ \left(\ddot{\varphi}_1 A_{\theta_1} \dot{\varphi}_1^2 + A_{\theta_1} \ddot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_1^2 + \dot{\varphi}_1 A_{\theta_1} \ddot{\theta}_1 + A_{\theta_1} \dot{\varphi}_1 \ddot{\theta}_1 + 2 \dot{\varphi}_1 \dot{\theta}_1 \dot{\Theta}_1 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_2 \end{pmatrix} + \\ &+ \left(\ddot{\varphi}_1 A_{\theta_1} A_{\theta_2} \dot{\varphi}_1^2 + A_{\theta_1} \ddot{\varphi}_1 A_{\theta_2} \dot{\varphi}_1^2 + A_{\theta_1} A_{\theta_2} \ddot{\theta}_2 + \dot{\varphi}_1 A_{\theta_1} A_{\theta_2} \ddot{\theta}_1 + A_{\theta_1} \dot{\varphi}_1 A_{\theta_2} \ddot{\theta}_1 + A_{\theta_1} A_{\theta_2} \dot{\varphi}_1 \ddot{\theta}_2 + \right. \\ &\left. + 2 \dot{\varphi}_1 \dot{\theta}_1 A_{\theta_2} \dot{\Theta}_1 + 2 \dot{\varphi}_1 A_{\theta_1} \dot{\theta}_2 \dot{\Theta}_2 + 2 A_{\theta_1} \dot{\varphi}_1 \dot{\theta}_2 \dot{\Theta}_2 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ l_3 \\ 0 \end{pmatrix} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + (\ddot{A}_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \dot{\varphi}_1^2 + A_{\varphi_1} \ddot{A}_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \dot{\Theta}_1^2 + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} \ddot{A}_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \dot{\Theta}_2^2 + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} \ddot{A}_{\Theta_3} \dot{\Theta}_3^2 + \\
 & + \dot{A}_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \ddot{\varphi}_1 + A_{\varphi_1} \dot{A}_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \ddot{\Theta}_1 + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} \dot{A}_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \ddot{\Theta}_2 + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} \dot{A}_{\Theta_3} \ddot{\Theta}_3 + \\
 & + 2 \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_1 + 2 \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\Theta_1} \dot{A}_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_2 + 2 \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\Theta_1} A_{\Theta_2} \dot{A}_{\Theta_3} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_3 + \\
 & + 2 A_{\varphi_1} \dot{A}_{\Theta_1} \dot{A}_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_2 + 2 A_{\varphi_1} \dot{A}_{\Theta_1} A_{\Theta_2} \dot{A}_{\Theta_3} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_3 + 2 A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} \dot{A}_{\Theta_2} \dot{A}_{\Theta_3} \dot{\Theta}_2 \dot{\Theta}_3) \begin{pmatrix} 0 \\ l_4 \\ 0 \end{pmatrix} + \\
 & + (\ddot{A}_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \dot{\varphi}_1^2 + A_{\varphi_1} \ddot{A}_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \dot{\Theta}_1^2 + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} \ddot{A}_{\Theta_2} A_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \dot{\Theta}_2^2 + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} \ddot{A}_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \dot{\Theta}_3^2 + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \ddot{A}_{\varphi_2} \dot{\varphi}_2^2 + \\
 & + \dot{A}_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \ddot{\varphi}_1 + A_{\varphi_1} \dot{A}_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \ddot{\Theta}_1 + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} \dot{A}_{\Theta_2} A_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \ddot{\Theta}_2 + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} \dot{A}_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \ddot{\Theta}_3 + A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \dot{A}_{\varphi_2} \ddot{\varphi}_2 + \\
 & + 2 \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_1 + 2 \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\Theta_1} \dot{A}_{\Theta_2} A_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_2 + 2 \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\Theta_1} A_{\Theta_2} \dot{A}_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_3 + 2 \dot{A}_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \dot{A}_{\varphi_2} \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 + \\
 & + 2 A_{\varphi_1} \dot{A}_{\Theta_1} \dot{A}_{\Theta_2} A_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_2 + 2 A_{\varphi_1} \dot{A}_{\Theta_1} A_{\Theta_2} \dot{A}_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_3 + 2 A_{\varphi_1} \dot{A}_{\Theta_1} A_{\Theta_2} A_{\Theta_3} \dot{A}_{\varphi_2} \dot{\Theta}_1 \dot{\varphi}_2 + \\
 & + 2 A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} \dot{A}_{\Theta_2} \dot{A}_{\Theta_3} A_{\varphi_2} \dot{\Theta}_2 \dot{\Theta}_3 + 2 A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} \dot{A}_{\Theta_3} \dot{A}_{\varphi_2} \dot{\Theta}_2 \dot{\varphi}_2 + 2 A_{\varphi_1} A_{\Theta_1} A_{\Theta_2} \dot{A}_{\Theta_3} \dot{A}_{\varphi_2} \dot{\Theta}_3 \dot{\varphi}_2) \begin{pmatrix} x_9 \\ y_9 \\ z_9 \end{pmatrix}. \quad (4)
 \end{aligned}$$

Модуль ускорения центра схвата

$$\bar{a}_M = A^T \cdot \bar{a}.$$

$$a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}. \quad (5)$$

Ускорение центра схвата в подвижной системе $X_{10}Y_{10}Z_{10}$

В свою очередь, вектор ускорения \bar{a}_M центра схвата в подвижной системе $X_9Y_9Z_9$

$$\begin{aligned}
 \bar{a}_M = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = & \left(A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \ddot{A}_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \ddot{\varphi}_1 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{l}_1 \end{pmatrix} + \\
 & + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{l}_1 \end{pmatrix} + \left(A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \ddot{A}_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \ddot{\varphi}_1^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \ddot{\varphi}_1 + \right. \\
 & \left. + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \ddot{\Theta}_1 + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{\Theta}_1 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_2 \end{pmatrix} + \\
 & + 2 \left(A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{\Theta}_1 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{l}_2 \end{pmatrix} + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{l}_2 \end{pmatrix} + \\
 & + \left(A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T \ddot{A}_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \ddot{\Theta}_1^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T \ddot{A}_{\theta_2} \dot{\Theta}_2^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \ddot{\varphi}_1 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \ddot{\Theta}_1 + \right. \\
 & \left. + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \ddot{\Theta}_2 + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_1 + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\Theta}_2 + \right. \\
 & \left. + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_2 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ l_3 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T \left(\dot{A}_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{\Theta}_1 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \dot{\Theta}_2 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{l}_3 \\ 0 \end{pmatrix} + \\
 & + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T \begin{pmatrix} 0 \\ \ddot{l}_3 \\ 0 \end{pmatrix} + \left(A_{\varphi_2}^T A_{\theta_1}^T \ddot{A}_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \ddot{\Theta}_1^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_2}^T \ddot{A}_{\theta_2} \dot{\Theta}_2^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T \ddot{A}_{\theta_3} \dot{\Theta}_3^2 + \right. \\
 & \left. + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \ddot{\varphi}_1 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \ddot{\Theta}_1 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \ddot{\Theta}_2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T \dot{A}_{\theta_3} \ddot{\Theta}_3 + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_1}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_1 + \right. \\
 & \left. + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_2 + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_3} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_3 + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_2 + \right. \\
 & \left. + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_3} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_3 + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_3}^T \dot{A}_{\theta_2} \dot{A}_{\theta_3} \dot{\Theta}_2 \dot{\Theta}_3 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ l_4 \\ 0 \end{pmatrix} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + 2 \left(A_{\varphi_2}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{\Theta}_1 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \dot{\Theta}_2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T \dot{A}_{\theta_3} \dot{\Theta}_3 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{l}_4 \\ 0 \end{pmatrix} + A_{\varphi_2}^T \begin{pmatrix} 0 \\ \ddot{l}_4 \\ 0 \end{pmatrix} + \\
 & + \left(A_{\varphi_1}^T \ddot{A}_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1^2 + A_{\theta_1}^T \ddot{A}_{\theta_1} \dot{\Theta}_1^2 + A_{\theta_2}^T \ddot{A}_{\theta_2} \dot{\Theta}_2^2 + A_{\theta_3}^T \ddot{A}_{\theta_3} \dot{\Theta}_3^2 + A_{\varphi_2}^T \ddot{A}_{\varphi_2} \dot{\varphi}_2^2 + A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \ddot{\varphi}_1 + A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \ddot{\Theta}_1 + A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \ddot{\Theta}_2 + \right. \\
 & + A_{\theta_3}^T \dot{A}_{\theta_3} \ddot{\Theta}_3 + A_{\varphi_2}^T \dot{A}_{\varphi_2} \ddot{\varphi}_2 + 2 A_{\theta_1}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_1} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_1 + 2 A_{\theta_2}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_2 + 2 A_{\theta_3}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_3} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_3 + \\
 & + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\varphi_2} \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 + 2 A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_2 + 2 A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_3} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_3 + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{A}_{\varphi_2} \dot{\Theta}_1 \dot{\varphi}_2 + \\
 & \left. + 2 A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \dot{A}_{\theta_3} \dot{\Theta}_2 \dot{\Theta}_3 + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \dot{A}_{\varphi_2} \dot{\Theta}_2 \dot{\varphi}_2 + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T \dot{A}_{\theta_3} \dot{A}_{\varphi_2} \dot{\Theta}_3 \dot{\varphi}_2 \right) \begin{pmatrix} x_9 \\ y_9 \\ z_9 \end{pmatrix}. \tag{6}
 \end{aligned}$$

С учётом того, что $l_i = \text{const}$,

$$\begin{aligned}
 \vec{a}_M = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} & = \left(A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T A_{\varphi_1}^T \ddot{A}_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \ddot{\varphi}_1 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} + \\
 & + \left(A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\varphi_1}^T \ddot{A}_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \ddot{A}_{\theta_1} \dot{\Theta}_1^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \ddot{\varphi}_1 + \right. \\
 & \left. + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \ddot{\Theta}_1 + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_1} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_1 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_2 \end{pmatrix} + \\
 & + \left(A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T \ddot{A}_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T \ddot{A}_{\theta_1} \dot{\Theta}_1^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T \ddot{A}_{\theta_2} \dot{\Theta}_2^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \ddot{\varphi}_1 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \ddot{\Theta}_1 + \right. \\
 & + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \ddot{\Theta}_2 + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_1} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_1 + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_2 + \\
 & \left. + 2 A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_2 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ l_3 \\ 0 \end{pmatrix} + \left(A_{\varphi_2}^T A_{\theta_1}^T \ddot{A}_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_1}^T \ddot{A}_{\theta_1} \dot{\Theta}_1^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_2}^T \ddot{A}_{\theta_2} \dot{\Theta}_2^2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T \ddot{A}_{\theta_3} \dot{\Theta}_3^2 + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + A_{\varphi_2}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{\Theta}_1 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \dot{\Theta}_2 + A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T \dot{A}_{\theta_3} \dot{\Theta}_3 + 2A_{\varphi_2}^T A_{\theta_1}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_1} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_1 + \\
 & + 2A_{\varphi_2}^T A_{\theta_2}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_2 + 2A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_3} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_3 + 2A_{\varphi_2}^T A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_2 + \\
 & + 2A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_3} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_3 + 2A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \dot{A}_{\theta_3} \dot{\Theta}_2 \dot{\Theta}_3 \Big) \begin{pmatrix} 0 \\ l_4 \\ 0 \end{pmatrix} + \\
 & + \left(A_{\varphi_1}^T \ddot{A}_{\varphi_1} \dot{\varphi}_1^2 + A_{\theta_1}^T \ddot{A}_{\theta_1} \dot{\Theta}_1^2 + A_{\theta_2}^T \ddot{A}_{\theta_2} \dot{\Theta}_2^2 + A_{\theta_3}^T \ddot{A}_{\theta_3} \dot{\Theta}_3^2 + A_{\varphi_2}^T \ddot{A}_{\varphi_2} \dot{\varphi}_2^2 + A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \ddot{\varphi}_1 + A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \ddot{\Theta}_1 + A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \ddot{\Theta}_2 + \right. \\
 & + A_{\theta_3}^T \dot{A}_{\theta_3} \ddot{\Theta}_3 + A_{\varphi_2}^T \dot{A}_{\varphi_2} \ddot{\varphi}_2 + 2A_{\theta_1}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_1} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_1 + 2A_{\theta_2}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_2 + 2A_{\theta_3}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\theta_3} \dot{\varphi}_1 \dot{\Theta}_3 + \\
 & + 2A_{\varphi_2}^T A_{\varphi_1}^T \dot{A}_{\varphi_1} \dot{A}_{\varphi_2} \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 + 2A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_2 + 2A_{\theta_3}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_3} \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_3 + 2A_{\varphi_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{A}_{\varphi_2} \dot{\Theta}_1 \dot{\varphi}_2 + \\
 & \left. + 2A_{\theta_3}^T A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \dot{A}_{\theta_3} \dot{\Theta}_2 \dot{\Theta}_3 + 2A_{\varphi_2}^T A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \dot{A}_{\varphi_2} \dot{\Theta}_2 \dot{\varphi}_2 + 2A_{\varphi_2}^T A_{\theta_3}^T \dot{A}_{\theta_3} \dot{A}_{\varphi_2} \dot{\Theta}_3 \dot{\varphi}_2 \right) \begin{pmatrix} x_9 \\ y_9 \\ z_9 \end{pmatrix}. \tag{7}
 \end{aligned}$$

Модуль ускорения центра схвата рассчитывается по формуле $a_M = \sqrt{\ddot{x}_9^2 + \ddot{y}_9^2 + \ddot{z}_9^2} = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$, а направление ускорения определяется направляющими косинусами.

Выводы

1. Проанализированы методы расчёта кинематических параметров исполнительных механизмов. Составлена расчётная схема для определения скорости и ускорения многозвенного разомкнутого пространственного шарнирного механизма – промышленного робота ТУР-10. Предложены аналитические зависимости для расчёта матричным методом скорости и ускорения центра схвата робота в подвижной и неподвижной системах ко-

ординат, необходимых для прочностного расчёта и оценки динамических свойств механизма.

2. Установлено, что матричное преобразование координат позволяет получить матричные уравнения для исследования и расчёта кинематических характеристик пространственных исполнительных механизмов.

3. При составлении программы расчёта на ЭВМ кинематических характеристик исполнительных механизмов следует использовать матричную запись векторов скорости и ускорения в подвижной системе координат, т. к. их проекции на подвижные оси координат менее громоздки, чем на неподвижные.

4. Установлено, что для проведения силового расчёта механизмов необ-

ходимо определить силы инерции и сопротивление движению звеньев, для чего должны быть известны их скорости и ускорения. Для вписывания исполнительного механизма в конструкцию ма-

шинного агрегата следует знать траекторию движения его звеньев и их положение, определяющее габаритные размеры механизма.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Локтионов, А. В.** Расчет кинематических и динамических параметров исполнительных механизмов / А. В. Локтионов, О. С. Лысова // Современные проблемы машиноведения : тез. докл. VII Междунар. науч.-техн. конф. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2008. – С. 83.
2. **Локтионов, А. В.** Расчет кинематических параметров исполнительного механизма / А. В. Локтионов, О. С. Лысова // Теоретическая и прикладная механика. – 2009. – № 24. – С. 293–299.
3. **Лысова, О. С.** Технические возможности промышленных роботов в легкой промышленности / О. С. Лысова, А. В. Локтионов // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии : материалы Междунар. науч.-техн. конф. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2009. – Ч. 1. – С. 151–152.
4. **Лысова, О. С.** Оценка методов расчета кинематических параметров исполнительных механизмов / О. С. Лысова, А. В. Локтионов // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии : материалы Междунар. науч.-техн. конф. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2009. – Ч. 1. – С. 153–154.
5. **Лысова, О. С.** Оценка технических возможностей промышленных роботов / О. С. Лысова, А. В. Локтионов // XLII науч.-техн. конф. преподавателей и студентов университета : тез. докл. – Витебск : ВГТУ, 2009. – С. 44–45.
6. **Лысова, О. С.** Расчет кинематических параметров робота-манипулятора IRB 1400 предприятия «Марко» / О. С. Лысова, А. В. Локтионов // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии : материалы Междунар. науч.-техн. конф. : в 3 ч. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2010. – Ч. 1. – С. 119–120.
7. Расчет скорости и ускорения многозвенного пространственного механизма / О. С. Лысова [и др.] // XLIV науч.-техн. конф. преподавателей и студентов университета : тез. докл. – Витебск : ВГТУ, 2011. – С. 201–202.
8. **Локтионов, А. В.** Расчет кинематических параметров центра схвата промышленного робота «КОНТУР-002» / А. В. Локтионов, А. П. Прохоров // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2011. – № 3. – С. 92–101.

Статья сдана в редакцию 7 октября 2013 года

Анатолий Васильевич Локтионов, д-р техн. наук, проф., Витебский государственный технологический университет.

Алексей Петрович Прохоров, студент, Витебский государственный технологический университет.

Anatoliy Vasilyevich Loktionov, DSc (Engineering), Prof., Vitebsk State Technological University.

Alexey Petrovich Prokhorov, student, Vitebsk State Technological University.