



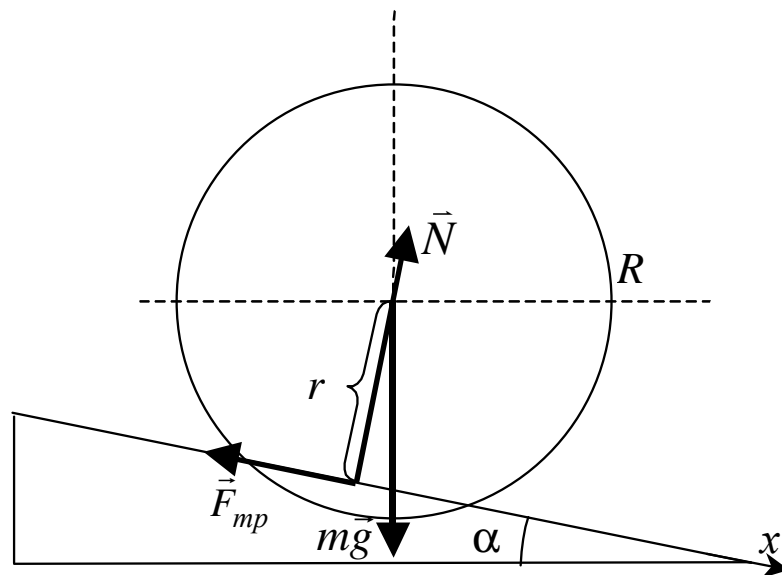
Лабораторный практикум
по ФИЗИКЕ

МЕХАНИКА

Митин И.В.

Задача № 125

ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ШАРА
ПО НАКЛОННОМУ ЖЕЛОБУ



МОСКВА 2011

Изучение движения шара по наклонному желобу

Цель работы. Исследование плоского движения твердого тела под действием постоянной силы и постоянного вращающего момента, а также проверка закона изменения механической энергии.

Идея эксперимента. Если шар скатывается без проскальзывания по наклонному желобу, то центр масс шара движется прямолинейно и с постоянным ускорением, которое зависит от ширины и угла наклона желоба.

Теория

В общем случае абсолютно твёрдое тело обладает шестью степенями свободы. Для описания движения такого тела достаточно знать закон движения любой его точки и закон вращения тела относительно этой точки. Другими словами, движение твердого тела можно рассматривать как суперпозицию поступательного и вращательного движений.

Поступательным называют такое движение твердого тела, при котором прямая, проходящая через любые две точки тела, остается параллельной своему первоначальному положению. В этом случае все точки тела движутся по одинаковым траекториям с одинаковыми скоростями. При таком движении достаточно знать закон движения какой-либо одной точки тела, например – *центра масс*, для которого в соответствии с **теоремой о движении центра масс** уравнение движения в инерциальной системе отсчета имеет вид:

$$m \cdot \vec{a}_{ЦМ} = \sum_i \vec{F}_i, \quad (1)$$

где m - масса тела; $\vec{a}_{ЦМ}$ - ускорение центра масс тела; $\sum_i \vec{F}_i$ - результирующая всех внешних сил, действующих на тело.

Вращательным называют такое движение твёрдого тела, при котором его точки движутся по окружностям с центрами, расположенными на одной прямой, называемой **осью вращения**. При этом траектории всех точек тела, не находящихся на оси вращения, лежат в плоскостях, перпендикулярных оси.

Уравнение вращательного движения (или "**уравнение моментов**") имеет вид:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_i \vec{M}_i, \quad (2)$$

где \vec{L} - момент импульса тела относительно некоторой неподвижной точки; $\sum_i \vec{M}_i$ - векторная сумма моментов внешних сил относительно той же точки.

Плоским называют такое движение твердого тела, при котором траектории всех точек тела лежат в параллельных плоскостях. В этом случае движение тела полностью определяется движением одного из его сечений в

любой из параллельных плоскостей. Для описания такого движения достаточно найти закон движения отрезка, соединяющего две любые точки тела, движущиеся в одной плоскости. Таким образом, при плоском движении твёрдое тело обладает тремя степенями свободы: двумя поступательными и одной вращательной, при этом любая ось вращения должна быть перпендикулярна указанным плоскостям.

Вращение твёрдого тела относительно неподвижной оси – это случай плоского движения тела с одной степенью свободы. Если эта ось совпадает, например, с осью Oz , то уравнение (2) в проекции на эту ось может быть записано в виде:

$$J \cdot \varepsilon_z = M_z, \quad (2a)$$

где J - момент инерции тела относительно такой оси, ε_z - угловое ускорение вращательного движения тела относительно этой оси; M_z - проекция на ось Oz момента действующих на тело сил.

Если ось Oz движется с ускорением, то в неинерциальной системе отсчета, связанной с этой осью, в уравнениях (2) и (2a), наряду с моментами внешних сил, следует учесть и момент сил инерции. Однако, если ось вращения – центральная, т.е. проходит через центр масс, то относительно нее момент сил инерции равен нулю.

Для нахождения закона плоского движения твёрдого тела принято записывать уравнение (1) движения центра масс и уравнение моментов (2a) для оси, проходящей через центр масс.

В данной работе изучается плоское движение шара, скатывающегося по наклонному желобу.

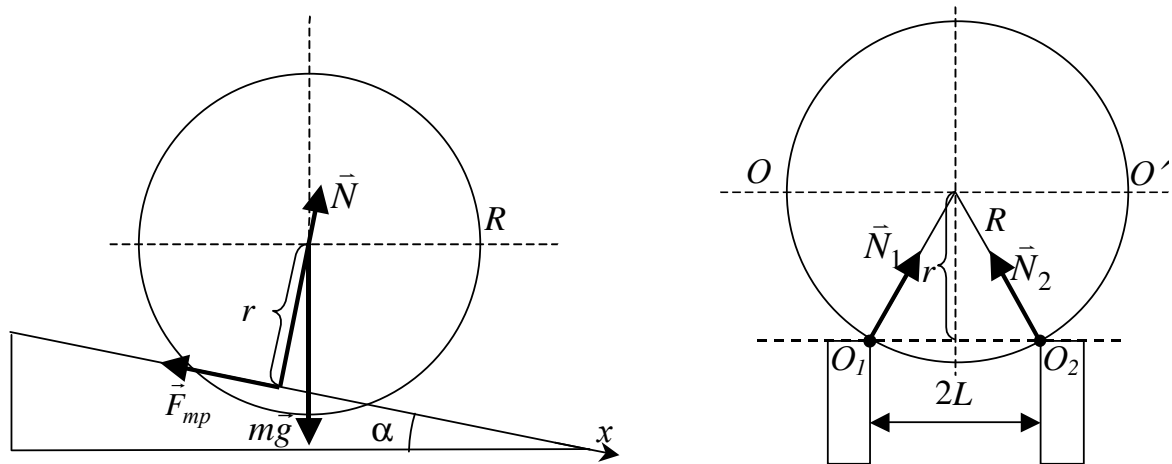


Рис. 1. Скатывание шара по наклонному желобу

Пусть шар массой m и радиусом R катится без проскальзывания по двум параллельным направляющим желоба, установленным под углом α к горизонту на расстоянии $2L < 2R$ друг от друга (рис. 1).

На шар действуют:

1) сила тяжести $m\vec{g}$ (приложена к центру масс);

2) результирующая \vec{N} двух сил реакции \vec{N}_1 и \vec{N}_2 со стороны желоба, которая перпендикулярна наклонной плоскости, образованной направляющими, и проходит через центр масс шара¹;

3) результирующая \vec{F}_{mp} двух сил трения покоя (в отсутствие проскальзывания), действующая вдоль направляющих.

Выбрав направление оси x (вдоль направляющих) и положительное направление отсчета угла поворота тела (по часовой стрелке), запишем в проекциях уравнение движения центра масс (1) и уравнение моментов (2а) относительно оси OO' , проходящей через центр масс:

$$ma = mg \sin \alpha - F_{mp}, \quad (3)$$

$$J_0 \varepsilon = r F_{mp}, \quad (4)$$

где J_0 - момент инерции шара относительно оси OO' , r - «плечо» силы трения \vec{F}_{mp} (расстояние от оси вращения до линии действия \vec{F}_{mp}).

В отсутствие проскальзывания линейное a и угловое ε ускорения связаны уравнением кинематической связи:

$$a = \varepsilon \cdot r.$$

Кроме того, учтём, что по теореме Пифагора:

$$R^2 = L^2 + r^2.$$

Чтобы найти ускорение a центра масс шара, умножим уравнение (3) на r и сложим его с (4):

$$r \cdot ma + J_0 \frac{a}{r} = r \cdot mg \sin \alpha,$$

$$a = \frac{mr^2}{J_0 + mr^2} \cdot g \sin \alpha = \beta \cdot g \sin \alpha, \quad (5)$$

где $\beta = \frac{mr^2}{J_0 + mr^2} < 1$ - **коэффициент пропорциональности** между

ускорением a центра масс скатывающегося шара и ускорением $g \sin \alpha$, с которым тело скользило бы без трения по плоскости с углом наклона α .

Так как в случае шара

¹ Шар при скатывании контактирует с обеими направляющими в точках O_1 и O_2 , поэтому на шар действуют две равные по модулю силы реакции опоры \vec{N}_1 и \vec{N}_2 , направленные к центру масс. Результирующая этих сил $\vec{N} = \vec{N}_1 + \vec{N}_2$ направлена так, как показано на рис. 1, но при этом $|\vec{N}| < |\vec{N}_1| + |\vec{N}_2| = 2|\vec{N}_1|$. Из правил сложения векторов следует, что $|\vec{N}| = 2|\vec{N}_1| \cdot \frac{r}{R}$. Этот факт следует учитывать при рассмотрении условия возникновения проскальзывания (см. ниже).

$$J_0 = \frac{2}{5}mR^2,$$

то для β получаем формулу:

$$\beta = \frac{R^2 - L^2}{\frac{2}{5}R^2 + R^2 - L^2} = \frac{R^2 - L^2}{\frac{7}{5}R^2 - L^2} = 1 - \frac{\frac{2}{5}R^2}{\frac{7}{5}R^2 - L^2}. \quad (6)$$

Если $L=0$ (шар скатывается по наклонной плоскости), то $\beta = \frac{5}{7} \approx 0,714$. С увеличением L коэффициент β монотонно уменьшается вплоть до нуля при $L=R$.

Согласно (3) и (5) результирующая сила трения покоя равна

$$F_{mp} = mg \sin \alpha - ma = (1 - \beta) \cdot mg \sin \alpha. \quad (7)$$

При $L=0$ сила трения минимальна и равна $\frac{2}{7}mg \sin \alpha$. С увеличением L эта сила монотонно возрастает, достигая значения $mg \sin \alpha$ при $L=R$.

Однако следует иметь в виду, что ускорение центра масс описывается формулой (5), только если сила трения покоя $F_{mp_пок}$ (7) меньше силы трения скольжения $F_{mp_ск}$, равной

$$F_{mp_ск} = 2k \cdot N_1,$$

где k - коэффициент силы трения скольжения. Так как, с одной стороны, $N = 2N_1 \cdot \frac{r}{R}$, а с другой - $N = mg \cos \alpha$, то для силы трения скольжения получаем:

$$F_{mp_ск} = k \cdot \frac{R}{r} \cdot mg \cos \alpha.$$

Неравенство $F_{mp_пок} > F_{mp_ск}$ выполняется, если

$$(1 - \beta) \cdot mg \sin \alpha > k \cdot \frac{R}{r} \cdot mg \cos \alpha,$$

или

$$\operatorname{tg} \alpha > \frac{k}{(1 - \beta)} \cdot \frac{R}{r}.$$

Следовательно, при углах $\alpha > \operatorname{arctg} \left(\frac{k}{(1 - \beta)} \cdot \frac{R}{r} \right)$ шар будет скатываться с проскальзыванием, а значит, в этом случае формула (5) неверна.

Обратим внимание на то, что $\frac{k}{(1 - \beta)} \cdot \frac{R}{r} > k$, и, следовательно, проскальзывание скатывающегося по желобу шара возникает при больших

значениях угла наклона, чем в случае поступательного скольжения тела по наклонной плоскости.

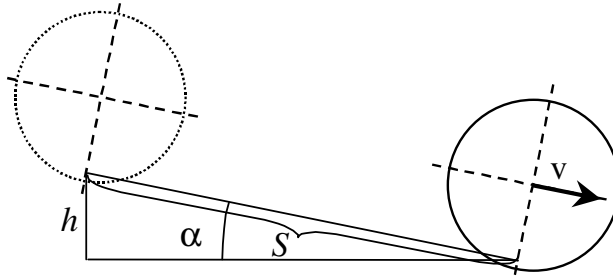


Рис. 2. К расчету изменения механической энергии скатывающегося шара

Перейдем к анализу изменения механической энергии шара при его скатывании по наклонному желобу (рис. 2). Пусть длина желоба равна S , а перепад высоты вдоль желоба равен h , т.е. $\sin \alpha = \frac{h}{S}$. Максимальное изменение потенциальной энергии шара в поле силы тяжести равно

$$\Delta E_{ном} = mgh.$$

Если начальная скорость центра масс шара равна нулю, то в нижней точке она равна

$$v = \sqrt{2aS}.$$

В соответствии с **теоремой Кёнига**, кинетическая энергия $E_{кин}$ твердого тела в некоторой инерциальной системе отсчета равна сумме кинетической энергии $E_{пост}$ поступательного движения со скоростью, равной скорости его центра масс, и кинетической энергии $E_{вращ}$ вращательного движения относительно оси, проходящей через центр масс:

$$E_{кин} = E_{пост} + E_{вращ}.$$

В нижней точке кинетическая энергия поступательного движения шара равна

$$E_{пост} = \frac{mv^2}{2} = m \cdot aS = m \cdot \beta \cdot g \sin \alpha \cdot S = \beta \cdot mgh = \beta \cdot \Delta E_{ном}, \quad (8)$$

а кинетическая энергия вращательного движения –

$$E_{вращ} = \frac{J_0 \omega^2}{2} = \frac{J_0 v^2}{2r^2} = \frac{mv^2}{2} \cdot \frac{J_0}{mr^2}.$$

Так как

$$\frac{1}{\beta} = \frac{J_0 + mr^2}{mr^2} = \frac{J_0}{mr^2} + 1,$$

то

$$E_{вращ} = \frac{mv^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) = \beta \cdot \Delta E_{ном} \cdot \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) = (1 - \beta) \cdot \Delta E_{ном}. \quad (9)$$

В соответствии с (8) и (9):

$$E_{кин} = E_{вращ} + E_{пост} = \Delta E_{ном},$$

т.е. механическая энергия шара в поле силы тяжести сохраняется, поскольку работа силы трения $\vec{F}_{тр}$ покоя и работа силы реакции \vec{N} равны нулю. Заметим, что отношение кинетической энергии $E_{пост}$ поступательного движения со скоростью центра масс к полной кинетической энергии $E_{кин}$ шара равно

$$\frac{E_{пост}}{E_{кин}} = \beta.$$

Вернёмся ещё раз к выводу формулы (5) для ускорения центра масс шара. Пусть при плоском движении тела угловая скорость вращательного движения вокруг некоторой оси равна $\vec{\omega}$, а скорость поступательного движения этой оси равна $\vec{v}_{пост}$. Тогда скорость движения произвольной точки А в данное мгновение равна

$$\vec{v}(\vec{r}) = \vec{v}_{пост} + [\vec{\omega} \times \vec{r}],$$

где \vec{r} - радиус-вектор, проведенный от оси вращения к точке А перпендикулярно к этой оси.

Из этого соотношения следует, что существует такая точка с радиус-вектором \vec{r}_0 , скорость $\vec{v}(\vec{r}_0)$ которой в данное мгновение равна нулю:

$$\vec{v}(\vec{r}_0) = 0, \text{ если } \vec{r}_0 = \frac{[\vec{\omega} \times \vec{v}_{пост}]}{\omega^2}.$$

Ось вращения, проходящую через эту точку перпендикулярно к плоскостям движения точек тела, называют **мгновенной осью вращения**, поскольку относительно неё движение твердого тела можно рассматривать как чисто вращательное. В этом случае для описания движения тела достаточно записать уравнение моментов относительно этой оси.

При скатывании шара без проскальзывания мгновенная ось вращения проходит через точки O_1 и O_2 (точки касания шара с направляющими). Так как моменты сил трения и реакции опоры относительно мгновенной оси O_1O_2 равны нулю, то уравнение моментов относительно этой оси (рис. 1) имеет вид:

$$J\varepsilon = mg \cdot r \sin \alpha,$$

где J - момент инерции шара относительно мгновенной оси, который в соответствии с теоремой Гюйгенса-Штейнера равен

$$J = J_0 + mr^2.$$

Из последних двух соотношений сразу получаем формулу (5) для ускорения:

$$a = \frac{mg \cdot r^2 \cdot \sin \alpha}{J} = \frac{mr^2}{J_0 + mr^2} \cdot g \sin \alpha = \beta \cdot g \sin \alpha.$$

Кинетическая энергия вращательного движения шара относительно мгновенной оси равна

$$E_{кин} = E_{мгн-вращ} = \frac{J\omega^2}{2} = \frac{(J_0 + mr^2)v^2}{2r^2} = \frac{mv^2}{2} \cdot \left(\frac{J_0}{mr^2} + 1 \right) = \Delta E_{пот}.$$

Как видим, в нашем случае анализ движения шара, основанный на свойстве мгновенной оси вращения, оказался более простым и весьма эффективным.

В настоящей работе исследуются зависимости ускорения центра масс скатывающегося без проскальзывания шара от расстояния $2L$ между направляющими и угла α их наклона к горизонту. Также проверяется возможность применения при описании движения закона сохранения механической энергии.

Эксперимент

Схема установки

Схема установки приведена на рис. 3. На плоском деревянном основании 1 размерами 25x125 см закреплены три металлических П-образных профиля 2 (показан один из них) длиной 100 см каждый, отличающиеся расстоянием $2L$ между внутренними сторонами направляющих. Внутри каждого профиля есть шкала для измерения координаты. С одного торца основания установлена тонкая металлическая пластина 3, к которой в начальный момент времени прислоняют шар. Там же находится ручка 4 для приподнимания основания 1 с целью регулировки угла наклона. Деревянный барьер 5 на другом торце основания служит для остановки шара.

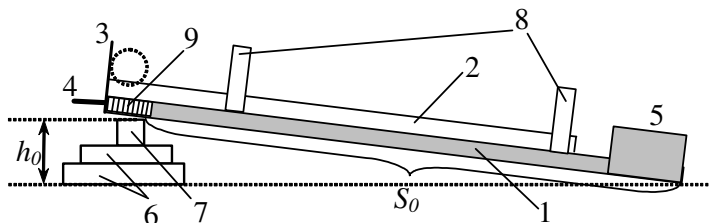


Рис. 3. Схема экспериментальной установки.

В экспериментах используется стальной шар диаметром $2R=30$ мм.

Угол наклона α основания можно изменять с помощью пластинок, подкладывая их под основание с одной стороны. В комплект входят 3-5 металлических и деревянных пластинок толщиной от 2 до 5 мм (измеряется самостоятельно) и металлический профиль сечением 10X10 мм. Изменение угла α осуществляют следующим образом: основание слегка приподнимают за ручку 4, устанавливают пластины 6, а сверху – металлический профиль 7 (рис. 3). На боковых поверхностях основания имеются шкалы 9 для определения длины S_0 наклонной плоскости от торца основания до точек

касания с ребром профиля 7. Синус угла наклона определяется как отношение суммарной толщины h_0 пластин к длине S_0 :

$$\sin \alpha = \frac{h_0}{S_0}. \quad (10)$$

Минимальный угол наклона α_{\min} , устанавливаемый при выполнении работы, определяется толщиной $h_{\min}=10$ мм профиля 7.

Для измерения времени движения используются два датчика 8, соединенные с электронным таймером, который фиксирует время движения шара между датчиками. В П-образном корпусе датчика размещены световые ворота: источник (светодиод) и приемник света (фотодиод), работающие в инфракрасном диапазоне. Электронная схема настроена так, что отсчет времени начинается не в момент, когда шар перекрывает световые ворота, а в момент, когда шар, пройдя через ворота, их открывает. Таким образом, координата x шара по шкале, установленной между направляющими каждого из профилей 2, определяется по задней поверхности шара (рис. 4).

Рис. 4 поясняет также порядок определения координаты шара и измерения времени. В начальный момент времени шар прижат к пластине 3, начальная координата его задней поверхности $x_{\text{нач}}=0$. Корпус датчика времени 8 имеет ширину d около 15 мм, при этом сами датчики расположены примерно посередине корпуса.

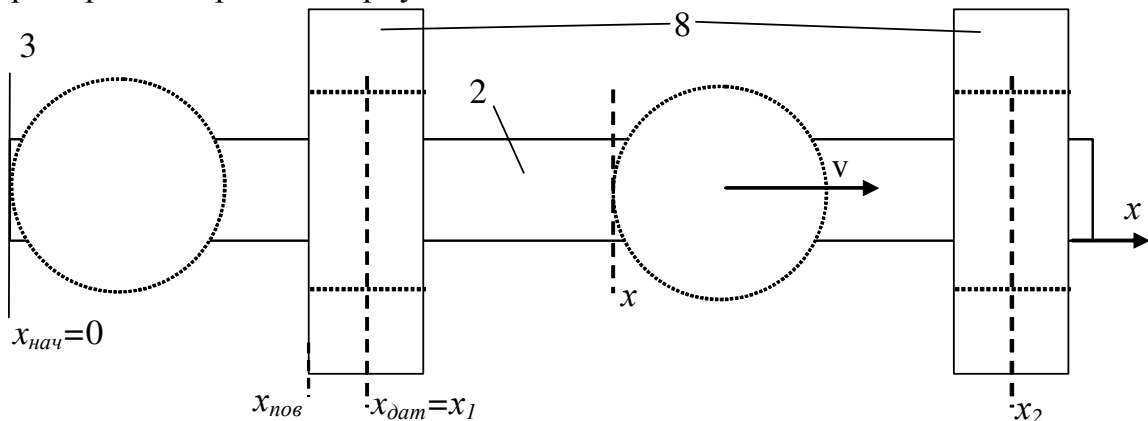


Рис. 4. К определению координаты шара (вид сверху).

Для нахождения координаты датчика $x_{\text{дат}}$ поступают следующим образом: определяют по шкале координату $x_{\text{нов}}$ одной из поверхностей датчика, а затем – координату датчика по формуле $x_{\text{дат}} = x_{\text{нов}} \pm \frac{d}{2}$ (знак в формуле определяется выбором соответствующей поверхности; для схемы, приведенной на рис. 4, следует взять знак «плюс»).

Если координаты двух датчиков времени – x_1 и x_2 , то x_2 соответствует расстоянию S , пройденному шаром вдоль наклонной плоскости. Чтобы найти ускорение a центра масс шара, поступим следующим образом.

Пусть $x_2 = S$, $x_1 = S/n$, где n – целое число. В случае равноускоренного движения:

$$x_2 = S = \frac{at^2}{2}; \quad x_1 = \frac{S}{n} = \frac{a(t-t_{12})^2}{2},$$

где t_{12} - время прохождения пути от x_1 до x_2 . Следовательно,

$$\frac{t^2}{n} = (t-t_{12})^2, \quad t = \sqrt{n}(t-t_{12}),$$

$$t = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}-1}t_{12}.$$

Например, если $n = 4$, то $t = 2t_{12}$. Поэтому если установить датчики 8 так, чтобы $x_2 = S$ и $x_1 = S/4$, и измерить время t_{12} прохождения шара между датчиками, то полное время t движения будет равно:

$$t = 2t_{12}.$$

Таким образом, ускорение a движения центра масс шара определяется по формуле:

$$a = \frac{2S}{t^2} = \frac{S}{2t_{12}^2}, \quad (11)$$

а скорость $v_{\text{кон}}$ в конце движения равна

$$v_{\text{кон}} = \frac{2S}{t} = \frac{S}{t_{12}}. \quad (12)$$

Полученные формулы позволяют легко рассчитать все требуемые характеристики движения.

Выполнение эксперимента

1. Установить основание 1 под минимально возможным углом α . Для этого приподнять основание за ручку 4 и подложить профиль 7 толщиной $h_{\text{мин}}=10$ мм параллельно торцу (значения расстояний S_0 от торца до ребра профиля на обеих шкалах 9 должны быть одинаковыми). В дальнейшем при увеличении угла α величина S_0 должна оставаться неизменной. Записать S_0 в табл. 1.

2. Сначала провести измерения с максимально широким профилем. Измерить линейкой расстояние $2L_1$ между внутренними поверхностями направляющих и записать в табл. 1.

Установить датчики 8 для измерения времени движения t_{12} в соответствии с указаниями, приведенными выше. Координата второго датчика $x_2=S$ должна быть 90-98 см, координата первого датчика - $x_1=S/4$.

Записать значения в табл. 1. При работе с другими профилями координаты датчиков должны быть такими же².

3. Подготовить таймер к измерениям. Установить шар на исследуемый профиль, вплотную к пластине 3, и осторожно отпустить. Таймер зафиксирует время t_{12} движения шара между датчиками.

Сначала провести 3-5 измерений, не записывая результатов. Опыт показывает, что по мере проведения новых измерений время движения несколько уменьшается. Это связано с тем, что на направляющих могут находиться пыль, различные соринки, которые снимаются в результате нескольких скатываний. К записи результатов следует переходить тогда, когда уменьшение времени скатывания прекратится.

Провести 5-7 измерений для заданного угла наклона и заданного профиля. Результаты записать в таблицу 2.

4. Провести эксперименты с двумя другими профилями. Порядок действий аналогичен указанным в п.п. 2-3.

5. Изменить угол наклона основания. Для этого, приподняв его, подложить под алюминиевый профиль 7 самую тонкую пластину 6. Аккуратно опустить основание так, чтобы расстояние S_0 осталось таким же, как и в п.1.

6. Вновь провести измерения со всеми профилями в соответствии с п.п. 2-3.

7. Подкладывая под основание пластины 6, провести аналогичные измерения для 5-6 различных высот h_{0i} . Результаты записать в таблицу 2.

Таблица 1. Параметры установки

$2R$ (мм)	S_0 (м)	$2L_1$ (мм)	$2L_2$ (мм)	$2L_3$ (мм)	$x_2=S$ (м)	$x_1=S/4$ (м)
30						

Таблица 2. Результаты измерений

h_0 (мм)	L_i	t_{12} (с)					$\langle t_{12} \rangle$ (с)	S_i (с)
		1	2	3	4	5		
10	L_1							
	L_2							
	L_3							
....	L_1							
	L_2							
	L_3							
...								

² Обращаем внимание, что S_0 и S - это разные величины. Первая входит в формулу (10) для расчета угла наклона, а вторая - в формулы (11)-(12) для расчета ускорения и скорости в конце движения.

Обработка результатов

1. Для каждой серии измерений рассчитать среднее арифметическое $\langle t_{12} \rangle$ и погрешность S_t (по формуле расчета погрешности для серии прямых измерений). Результаты занести в табл. 2 и 3.

2. По формулам (10)-(12) рассчитать значения синуса угла наклона $\sin \alpha$, ускорения a центра масс шара и скорости $v_{\text{кон}}$ шара в конце движения. Результаты занести в табл. 3. Получить для всех величин оценку погрешности (по формуле расчета погрешности результатов косвенных измерений).

3. Построить графики зависимости ускорения a шара от величины $g \sin \alpha$ (для всех профилей на одном рисунке). В соответствии с формулой (5) эта зависимость должна быть линейной.

Используя метод наименьших квадратов (МНК) для линейной зависимости (формулы (46)-(47) из [3], погрешности определения ускорения a считать примерно одинаковыми для всех углов наклона), получить уравнения соответствующих прямых и по углу их наклона определить значение коэффициента $\beta_{\text{экс}}$ для каждого из профилей. Оценить погрешности (по формуле расчета погрешности МНК). Сравнить со значениями $\beta_{\text{рас}}$, рассчитанными по формуле (6). Результаты записать в табл. 4.

4. Для одного из значений угла наклона α проверить, сохраняется ли механическая энергия шара во время скатывания. Для этого рассчитать изменение потенциальной энергии $\Delta E_{\text{пот}}$ шара в процессе движения (одно и то же для всех профилей) и сравнить с кинетической энергией шара в конце движения.

Необходимо учесть, что поверхность стола, на котором размещена установка, может быть не горизонтальной. В общем случае угол α_{Δ} , образованный направляющими желоба с линией горизонта, должен определяться по формуле:

$$\sin \alpha_{\Delta} = \frac{h_0 + \Delta h}{S_0},$$

где Δh - поправка, учитывающая негоризонтальность стола.

В формулу (5) должен войти именно угол α_{Δ} :

$$a = \beta \cdot g \sin \alpha_{\Delta} = \beta \cdot g \frac{h_0 + \Delta h}{S_0} = \beta \cdot g \sin \alpha + \beta \cdot g \frac{\Delta h}{S_0}. \quad (5a)$$

Из (5a) видно, что при $\Delta h \neq 0$ график зависимости ускорения a от $g \sin \alpha$ уже не проходит через начало координат, но угол наклона графика не изменяется. Это позволяет найти поправку Δh .

Запишем уравнение прямой в виде:

$$a = \beta \cdot g \sin \alpha + \gamma,$$

где β и γ - коэффициенты, найденные при обработке экспериментальных данных с помощью МНК в рамках линейной модели (см. выше пункт 3).

Видно, что появление поправки Δh не приводит к изменению наклона β графика.

Зная γ , можно найти Δh :

$$\Delta h = \frac{\gamma \cdot S_0}{\beta \cdot g}.$$

Рассчитать среднее значение $\langle \Delta h \rangle$ по всем профилям и оценить его погрешность.

Таким образом, изменение потенциальной энергии шара в поле силы тяжести следует рассчитывать по формуле:

$$\Delta E_{ном} = mgh = mg \cdot S \sin \alpha_{\Delta} = mg(h_0 + \langle \Delta h \rangle) \cdot \frac{S}{S_0}.$$

(обращаем внимание, что поправка $\langle \Delta h \rangle$ может быть как положительной, так и отрицательной величиной, в зависимости от знака γ).

Для каждого из профилей по формуле

$$E_{ном} = \frac{mv_{кон}^2}{2}$$

рассчитать вклад в кинетическую энергию от поступательного движения шара.

Вклад в кинетическую энергию, обусловленный вращением шара вокруг оси, проходящей через центр масс, рассчитывается по формуле:

$$E_{вращ} = \frac{mv_{кон}^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) = E_{ном} \cdot \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right).$$

Таким образом, кинетическая энергия шара в нижней точке равна:

$$E_{кин} = E_{вращ} + E_{ном} = \frac{E_{ном}}{\beta}.$$

Проверить, выполняется ли закон сохранения механической энергии. Для всех величин оценить погрешности.

Таблица 3. Результаты обработки

$h_0 + \langle \Delta h \rangle$ (мм)	L_i	$\langle t_{12} \rangle$ (с)	$\sin \alpha$	a (м/с ²)	$v_{кон}$ (м/с)	$\Delta E_{ном}$ (Дж)	$E_{ном}$ (Дж)	$E_{кин}$ (Дж)
	L_1							
	L_2							
	L_3							
	L_1							
	L_2							
	L_3							

Таблица 4. Значения коэффициента β

Номер профиля	1	2	3
$\beta_{\text{экс}}$			
$\beta_{\text{рас}}$			

Контрольные вопросы.

1. Какое движение называют поступательным (вращательным)? Продемонстрируйте каждое из этих движений, используя брошюру с данным описанием.

2. Сформулируйте теорему о движении центра масс. В чем различие между этой теоремой и вторым законом Ньютона?

3. Какое уравнение описывает вращательное движение твердого тела?

4. Укажите положение мгновенной оси вращения для шара, скатывающегося без проскальзывания. Как изменится положение оси при возникновении проскальзывания?

5. Как изменяется механическая энергия шара в поле силы тяжести при скатывании? Ответ обосновать.

6. Как зависят скорость движения центра масс шара и угловая скорость вращения от расстояния между направляющими?

Литература.

1. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. М.: Высшая школа, 1986. §9, 33, 34.

2. Иродов И.Е. Основные законы механики. М.: Высшая школа, 1997. §3.4, 5.2, 5.4.

3. Митин И.В., Русаков В.С. Анализ и обработка экспериментальных данных. М.: Физический факультет МГУ, 2009.